



Title	二, 三の非線型問題に就いて
Author(s)	酒井, 良男; Sakai, Yoshio
Citation	北海道大學工學部研究報告, 19, 19-45
Issue Date	1958-08-15
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40643
Type	departmental bulletin paper
File Information	19_19-46.pdf



二、三の非線型問題に就いて

酒井良男

Some Studies on Non-linear Problems

Yoshio SAKAI

Contents

The following three items on non-linear problems are studied.

1. A general solution of the non-linear equation for large deflection is derived by assuming the plastic relation between bending moment M and bending rigidity of beam EI .
2. The non-linear vibration is studied by assuming a function of restoring force.
3. The rocking vibrations of building models which have one-storey, two-stories and eight-stories are experimentally investigated.

§1. 序

最近二、三年間思いつくままに二、三の非線型問題を取扱い既に断片的には建築学会にも発表したものもあるが、茲に合せて記述し、建築構造物の弾性設計より塑性設計への前進を願うものである。その(1)は大変形を受ける梁の問題、(2)大振動を受ける構造物に或る種の復元力とヒステリシスを仮定した場合の塑性振動の性質、(3)建築物の Rocking の問題に就いて述べる事とする。

§2. 大変形を受ける梁の非線型問題

本問題は以前より解析して見ようと思ひ乍らつい放置していたが偶々、昭和29年度本学卒業論文に於いて、本題を指導する機会を得た。即ち、曲率と曲げ moment との関係式を Taylor の級数に展開し、摂動法を用いて近似解を求めその際、撓み y は $\int \frac{M(x)}{EI} dx + c_1$ の無限次迄の多項式で表わされる事を示した。偶々 E. J. Scott, D. R. Carver 両氏が全く同一 ideal にて弾性範囲に就き解を発表した。しかし弾性範囲に於いては薄板か、特殊の場合を除き、その実用性に乏しい事を確め塑性への適用を計つて居た際でもあり、証文の出し遅れの嫌いはあるが敢てその経緯を述べ塑性への活用につき述べる事とする。

即ち、Plastic Bend に於いては曲げ剛性 EI は一定で無く、 $M(x)$ に支配される故、 EI の変化が $M(x)$ の函数として表わし得れば、前述 $\frac{M(x)}{EI}$ は結局 x の函数となり Plastic Bend の場合にも適用出来る点を指摘すると共に、木材につき Pure Bend の場合の $M(x)-EI$ の関係を実験的に求め之を用いる事に依つて、本式の塑性設計への活用を計つた。

(1) 非線型解

曲率と曲げ moment との一般関係式

$$\frac{d^2y}{dx^2} / \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} = \frac{1}{\rho} \quad (1.1)$$

$$\frac{M(x)}{EI} = \frac{1}{\rho} \quad (1.2)$$

但し ρ = 曲率半径

$M(x)$ = 曲げ moment

EI = 曲げ剛性 (本章では一定とする)

故に $1/\rho$ と $M(x)$ との関係は一般に (1.3) 式で表わされる。

$$\frac{d^2y}{dx^2} / \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (1.3)$$

(1.3) 式を Taylor の級数に展開して (1.4) 式を得る。

$$\ddot{f} - \left(\frac{3}{2} \dot{f}^2 + \frac{3}{8} \dot{f}^4 - \frac{1}{16} \dot{f}^6 + \frac{3}{128} \dot{f}^8 + \dots \right) \frac{M(x)}{EI} = \frac{M(x)}{EI} \quad (1.4)$$

但し $\ddot{f} = \frac{d^2y}{dx^2}$ $\dot{f} = \frac{dy}{dx}$ とする。

(1.4) の解をパラメーター r , ($r < 1$) を用いて (1.5) の如く置く

$$f = \sum_{n=1}^{\infty} r^n f_n(x) \quad (1.5)$$

摂動法を応用して (1.5) を (1.4) に代入 r^k の係数を零とすれば (1.3) 式の解として (1.6) 式を得る。

$$y = \int \left\{ F_1 + \frac{1}{2} F_1^2 + \frac{3}{8} F_1^3 + \frac{51}{280} F_1^4 + \dots \right\} dx + c \quad (1.6)$$

$$F_1 = \dot{f}_1 = \int \frac{M(x)}{EI} dx + c_1 \quad (1.7)$$

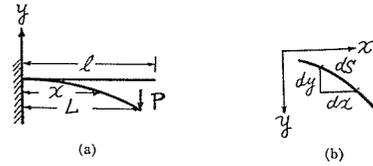
この (1.6) 式が大変形を受ける梁の近似非線型解であり、括弧中 F_1 のみを採用すれば従来の略算解である。次に数種の梁の撓み式を掲げる。

[i] 片持梁の自由端に集中荷重が作用した場合

$$\begin{aligned} y = & \frac{P}{2EI} \left(\frac{x^3}{3} - Lx^2 \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{P}{2EI} \right)^2 \left(\frac{x^7}{7} - Lx^6 + \frac{12}{5} L^2 x^5 - 2L^3 x^4 \right) \\ & + \frac{3}{8} \left(\frac{P}{2EI} \right)^3 \left(\frac{x^{11}}{11} - Lx^{10} + \frac{40}{9} L^2 x^9 - 10L^3 x^8 + \frac{80}{7} L^4 x^7 - \frac{16}{3} L^5 x^6 \right) + \dots \end{aligned} \quad (1.8)$$

横軸 x 方向の縮み変位の検討

片持梁の場合は第1図の如く、梁の撓みと共に x 方向の荷重位置は $l \rightarrow L$ となる点が注目される。第1図(b)の如く ds , dx , dy の記号を定めると下の関係より縮み変位 Δl 即ち、 $\Delta l = l - L$ を求める事が出来る。



第 1 図

$$ds = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = dx \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \dots \right] \doteq dx \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\} \quad (1.9)$$

$$\therefore \int_0^l ds = \int_0^L \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\} dx$$

$$l = L + \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx$$

(1.8) 式の第2項以下を省略すれば l と L との関係式(1.10)を得る。

$$l = L + \frac{L^5}{15} \left(\frac{P}{EI} \right)^2 \quad (1.10)$$

最先端の撓みに注目すれば(1.8)式に $x=L$ を代入し(1.11)式を得る。

$$y_{x=L} = \left\{ \frac{1}{3} + 0.0285 \left(\frac{PL^2}{EI} \right)^2 + 0.00435 \left(\frac{PL^2}{EI} \right)^4 + \dots \right\} \frac{(-PL^3)}{EI} \quad (1.11)$$

[ii] 片持梁の自由端に偶力が作用した場合

$$y = \frac{1}{2} \left(\frac{M}{EI} \right) x^2 + \frac{1}{8} \left(\frac{M}{EI} \right)^3 x^4 + \frac{1}{16} \left(\frac{M}{EI} \right)^5 x^6 + \dots \quad (1.12)$$

[iii] 単純梁の中央に集中荷重が作用した場合

$$y = \frac{P}{4EI} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{L^2x}{4} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{P}{4EI} \right)^3 \left(\frac{x^7}{7} - \frac{3L^2x^5}{20} + \frac{L^4x^3}{16} - \frac{L^6x}{64} \right) + \dots \quad (1.13)$$

中央の撓み

$$y_{x=L/2} = -\frac{PL^3}{48EI} - \left(\frac{PL^2}{4EI} \right)^3 \frac{L}{560} \quad (1.14)$$

[iv] 単純梁の両端に偶力が作用した場合

$$y = \frac{M}{2EI} (x^2 - Lx) + \frac{1}{2} \left(\frac{M}{2EI} \right)^3 \frac{1}{8} (2x - L)^4 + \frac{3}{8} \left(\frac{M}{2EI} \right) \frac{1}{12} (2x - L)^6 + \dots \quad (1.15)$$

中央の撓み

$$y_{x=L/2} = -\frac{ML^2}{8EI} \quad (1.16)$$

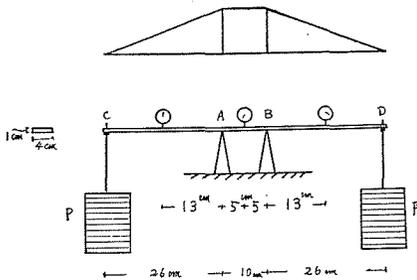
なお、(1.16)式は微小撓みの式と同一である点に注意され度い。又以上のほか、種々の梁

の場合があるが、全く同様にして求められる故省略する。

(2) 塑性変形への適用

前章に於いては EI = 一定として論じたが、一般構造物材、特に木材やコンクリートに於いては EI は $M(x)$ の増大と共に低下する。即ち、実用的には非常に低応力ならいざ知らず(筆者の実験に於いては後述の如く破壊荷重の3%程度より剛性低下が認められた)。一般には応力と剛性とは相関々係があり、特に塑性設計に於いては強度は勿論であるが使用上から、変形制限を設ける必要があり、此の塑性変形制限に依つて、設計が決定する場合が多い。筆者は以前よりこの点に注目し、木材の曲げ実験に於いて種々の荷重形式(特に荷重速度が種々の場合、放置一定荷重、繰返し荷重別)にその破壊強度及び曲げモーメントと剛性との関係を求めた。

(i) Pure Bend に於ける EI と $M(x)$ との関係

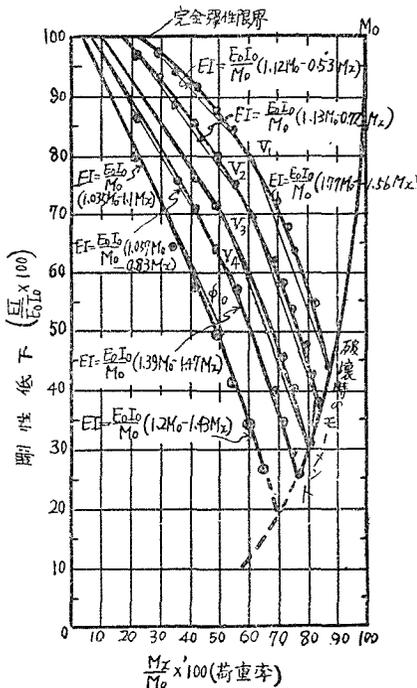


第2図

第2図に見る如き試験装置により AB 材間 No Shear, Equal Moment の Pure Bend に依る破壊と剛性低下を木材につき実験的に求めた結果が第3図 $\left(\frac{EI}{E_0 I_0}\right) - \left(\frac{M(x)}{M_0}\right)$ 関係図である。

$E_0 I_0$ は完全弾性の時の曲げ剛性

M_0 完全弾性破壊をする時の曲げモーメント



第3図 $\left(\frac{EI}{E_0 I_0}\right) - \left(\frac{M(x)}{M_0}\right)$

供試体

エゾ松(雨竜北大演習林産)心去尺角材より各供試体の相関位置が分かる様木取した。

供試体寸法は厚さ1 cm, 巾4 cm, 長さ65 cm のを製作第2図の如き方法で試験した。なお、実験前に寸法はノギスで1/20 mm の精度まで測定、撓みの測定結果は I に依つて補正した。又各面の繊維数をも参考までに数えると共に、試験体全部を蠟で被覆し、含水量の変化、湿度の変化による影響を除去した。

荷重形式

[1] 段階荷重形式

次の6種の荷重速度につき実験

荷重速度

$V_1 = 6.66 \times 10^{-2}$ kg/sec (1 kg/15 sec)

$V_2 = 3.33 \times 10^{-2}$ kg/sec (1 kg/30 sec)

$V_3 = 1.66 \times 10^{-2}$ kg/sec (1 kg/60 sec)

$V_4 = 6.66 \times 10^{-3}$ kg/sec (1 kg/150 sec)

$$V_5 = 1.66 \times 10^{-3} \text{ kg/sec (1 kg/600 sec)}$$

$$V_6 = 5.55 \times 10^{-4} \text{ kg/sec (1 kg/1800 sec)}$$

[2] 放置荷重形式

木材に関する筆者の実験に於いては荷重速度 $V = 1.3 \times 10^2 \text{ kg/sec}$ 程度で荷重すれば破壊迄完全弾性状態に近い事が確かであるので、以上の弾性破壊荷重の約 10%, 20%, 40%, 60%, 80% 前後の荷重を 10~100 時間放置し、その撓みを測定して剛性低下を算出した(本論では 10 時間についてのみ記す)。

[3] 繰返し荷重形式

純片振については V_1, V_2, V_3, V_5 } の荷重速度につき弾性破壊荷重の約 20%, 40%,
純両振りについては V_2, V_3, V_5 }

60%, 80% まで 6~12 回繰返して行つた。

実験結果 (詳細は巻末の「註」中の論文を参照され度い)

[1] 段階荷重形式

○荷重速度が小さい程、撓みは大きく、剛性は低下する(第 3 図参照)。

○破壊荷重 P_B と荷重速度との間には次の関係がある。

$$P_B \propto V^{0.02}$$

○ $V = 1.3 \times 10^2 \text{ kg/sec}$ 程度の荷重速度に対しては破壊迄、完全弾性状態に近い。

[2] 放置荷重形式

○10 時間放置の剛性は $V_6 = 1 \text{ kg/1800 sec}$ よりもやや低下して居る。

比較的 V_5, V_6, ϕ_{10} が近似して居る為第 3 図中には ϕ_{10} で代表させた。

○撓みは弾性破壊荷重に対する%に依つて、多少その露数は異なるが荷重時間との間に所謂 Logarithmic Linear が成立する。

(a) 10% 放置 (約 3 kg)

$$\begin{cases} 1 \sim 100 \text{ 分前後} & : y \propto T^{0.0128} \\ 100 \sim 740 \text{ 分} & : y \propto T^{0.046} \end{cases}$$

(b) 20% 放置 (5~6 kg)

$$\begin{cases} 1 \sim 90 \text{ 分前後} & : y \propto T^{0.0128} \\ 90 \sim 740 \text{ 分} & : y \propto T^{0.06} \end{cases}$$

(c) 40% 放置 (10 kg)

$$\begin{cases} 1 \sim 30 \text{ 分前後} & : y \propto T^{0.013} \\ 30 \sim 600 \text{ 分} & : y \propto T^{0.03} \end{cases}$$

(d) 60% 放置 (15~16 kg)

$$\begin{cases} 1\sim 20 \text{ 分前後} & : y \propto T^{0.042} \\ 20\sim 600 \text{ 分} & : y \propto T^{0.056} \end{cases}$$

(e) 80% 放置 (20 kg)

$$1\sim 800 \text{ 分} \quad : y \propto T^{0.09}$$

$y = \text{撓み} \quad T = \text{載荷時間 (分)}$

[3] 繰返荷重形式

○前述程度の荷重速度に於いては繰返しの影響は弾性破壊荷重の 40% 前後より現われ始め、65% 前後より可成顕著となる。

○撓み y と繰返し回数 N との間には Logarithmic Linear が成立する。

即ち

$$y \propto N^a$$

$a = 0.015 \sim 0.15$ 但し a は荷重%及び荷重速度により異なる

EI と $M(x)$ との関係

EI と $M(x)$ との関係は第 3 図に示す如くであるが、此の関係を近似的に直線式で表わせば次の如き一般式となる。

$$EI = \frac{E_0 I_0}{M_0} \{ a M_0 - b M(x) \} \quad (2.1)$$

但し a, b は常数

夫々の場合を記せば第 1 表の如し。

第 1 表

荷重形式		$\frac{M(x)}{M_0}$ (%)	近 似 式
段 階	$V = 1 \text{ kg/15 sec}$	0~22	$EI = E_0 I_0$ (完全弾性)
		22~62	$EI = \frac{E_0 I_0}{M_0} (1.12 M_0 - 0.53 M(x))$
		62~88	$EI = \frac{E_0 I_0}{M_0} (1.77 M_0 - 1.56 M(x))$
荷 重	$V = 1 \text{ kg/30 sec}$	0~17	$EI = E_0 I_0$ (完全弾性)
		17~60	$EI = \frac{E_0 I_0}{M_0} (1.13 M_0 - 0.72 M(x))$
		60~85	$EI = \frac{E_0 I_0}{M_0} (1.5 M_0 - 1.34 M(x))$

荷量形式		$\frac{M(x)}{M_0}$ (%)	近 似 式
段 階	$V=1 \text{ kg/60 seg}$	0~10	$EI=E_0I_0$ (完全弾性)
		10~57	$EI=\frac{E_0I_0}{M_0}(1.075M_0-0.75M(x))$
		57~80	$EI=\frac{E_0I_0}{M_0}(1.52M_0-1.52M(x))$
荷 重	$V=1 \text{ kg/150 sec}$	0~6.6	$EI=E_0I_0$ (完全弾性)
		6.6~54	$EI=\frac{E_0I_0}{M_0}(1.057M_0-0.83M(x))$
		54~77	$EI=\frac{E_0I_0}{M_0}(1.39M_0-1.47M(x))$
10 時間放置		0~3.3	$EI=E_0I_0$ (完全弾性)
		3.3~50	$EI=\frac{E_0I_0}{M_0}(1.035M_0-1.1M(x))$
		50~66	$EI=\frac{E_0I_0}{M_0}(1.2M_0-1.43M(x))$

(ii) 塑性撓み (大変形) の諸式

$M(x)$ と EI との関係は上述の如くであるが (2.1) の一般式を用いて種々の梁の撓み式を求めると次の如くなる。

[1] 片持梁の自由端に集中荷重 P の作用した場合

$$M(x) = -P(L-x) \quad (2.2)$$

$$F_1 = \int \frac{M(x)}{EI} dx + c \quad (2.3)$$

(2.1), (2.2), (2.3) と境界条件を用いて (2.4) 式を得る。

$$F_1 = \frac{-M_0}{E_0I_0} \left[\frac{x}{b} + \frac{aM_0}{b^2P} \log \left\{ 1 - \frac{bPx}{aM_0 - bPL} \right\} \right] \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{-M_0}{E_0I_0} \int_A^B \left[\frac{x}{b} + \frac{aM_0}{b^2P} \log \left\{ 1 - \frac{bPx}{aM_0 + bPL} \right\} \right] dx - \frac{1}{2} \left(\frac{M_0}{E_0I_0} \right)^3 \int_A^B \left[\frac{x}{b} \right. \\ &\quad \left. + \frac{aM_0}{b^2P} \log \left\{ 1 - \frac{bPx}{aM_0 + bPL} \right\} \right] dx - \frac{3}{8} \left(\frac{M_0}{E_0I_0} \right)^5 \int_A^B \left[\frac{x}{b} \right. \\ &\quad \left. + \frac{aM_0}{b^2P} \log \left\{ 1 - \frac{bPx}{aM_0 + bPL} \right\} \right]^5 dx + \dots \\ &\doteq \frac{-M_0}{E_0I_0} \left[\frac{x^2}{2b} + \frac{aM_0}{b^2P} \left(1 - \frac{bPx}{aM_0 + bPL} \right) \left\{ \log \left(1 - \frac{bPx}{aM_0 + bPL} \right) - 1 \right\} \right]_A^B - \dots \end{aligned} \quad (2.5)$$

但し第2項以下は $\int (\log x)^n dx = x(\log x)^n - n \int (\log x)^{n-1} dx$ を用いて解けば求め得る。なお、 A , B の上限, 下限は $\frac{M(x)}{M_0}$ の%の適用範囲に対応した範囲に区分して積分する事は勿論である。

[2] 単純梁の中央に集中荷重が作用した場合

$$M(x) = \frac{P \cdot x}{2} \quad (2.6)$$

$$0 \leq x \leq \frac{L}{2}$$

[1] 同様境界条件を入れて (2.7) 式を得る。

$$F_1 = \frac{M_0}{E_0 I_0} \left[\frac{bPL - 2bPx}{2b^2 P} - \frac{2aM_0}{b^2 P} \left\{ \log \frac{4aM_0 - 2bPx}{4aM_0 - bPL} \right\} \right] \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{M_0}{E_0 I_0} \int_A^B \left[\frac{bPL - 2bPx}{2b^2 P} - \frac{2aM_0}{b^2 P} \log \frac{4aM_0 - 2bPx}{4aM_0 - bPL} \right] dx \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{M_0}{E_0 I_0} \right)^2 \int_A^B \left[\frac{bPL - 2bPx}{2b^2 P} - \frac{2aM_0}{b^2 P} \log \frac{4aM_0 - 2bPx}{4aM_0 - bPL} \right]^2 dx + \dots \\ &\doteq \frac{M_0}{E_0 I_0} \left[\frac{bPLx - bPx^2}{2b^2 P} - \frac{2aM_0}{b^2 P} \left(\frac{4aM_0 - 2bPx}{4aM_0 - bPL} \right) \right. \\ &\quad \left. \left\{ \left(\log \frac{4aM_0 - 2bPx}{4aM_0 - bPL} \right) - 1 \right\} \right]_A^B + \dots \quad (2.8) \end{aligned}$$

[3] 単純梁の両端に偶力が作用した場合

$$\text{偶力} = M_{(p)} = \text{一定} \quad (2.9)$$

$$F_1 = \frac{M_0}{E_0 I_0} \frac{M_{(p)}}{(aM_0 - bM_{(p)})} \left(x - \frac{L}{2} \right) \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} y &= \int \frac{M_0 M_{(p)}}{E_0 I_0 (aM_0 - bM_{(p)})} \left(x - \frac{L}{2} \right) dx \\ &\quad + \frac{1}{2} \left\{ \frac{M_0 M_{(p)}}{2E_0 I_0 (aM_0 - bM_{(p)})} \right\}^2 \int (2x - L)^3 \cdot dx + \dots \\ &\doteq \frac{M_0 M_{(p)}}{2E_0 I_0 (aM_0 - bM_{(p)})} (x^2 - Lx) + \frac{1}{2} \left\{ \frac{M_0 M_{(p)}}{2E_0 I_0 (aM_0 - bM_{(p)})} \right\}^3 \frac{1}{8} (2x - L)^4 + \dots \quad (2.11) \end{aligned}$$

中央の撓み

$$y_{x=L/2} = - \frac{M_0 M_{(p)} L^2}{8E_0 I_0 (aM_0 - bM_{(p)})} \quad (2.12)$$

§ 3. 大振幅を受ける構造物の塑性振動

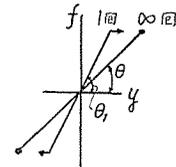
復元力 $f_{(y)}$ と変位 y が線型でないが 1 対 1 の対応をする場合については古くから種々の解があるが、筆者は前節に述べた如く、曲げに於いては撓みと繰返し载荷回数とが logarithmic Linear の関係にある事に注目し、ヒステリシスを有する復元力 $f_{(y)}$ と y との関係を保定して、その振動性状を検討した結果、実際にかかる場合があり得るかどうかに就いては今後の研究に待つとして、質量、摩擦力、復元力の形に依つて、自由振動周期に種々の場合が発生し得る事が分かつたので次に述べる。

(1) 復元力の仮定

第4図に示す如く、1周期毎に復元力は変化し、最初より Logarithmic-Linear に剛性を低下し無限回数後に一定値に達するものと仮定すると復元力は次の如くなる。

$$f = \{(a_1 - a) e^{1 - k\bar{n}} + a\} y \tag{3.1}$$

但し $\tan \theta_1 = a_1$
 $\tan \theta = a$
 $k = \text{材料の塑性により定まる常数}$
 $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$
 $\bar{n} = 1$ の時のみ $k = 1$ とする



第4図 復元力

(2) 振動方程式と解

質点 m について外部摩擦係数を r_e 、内部摩擦も一応 $\frac{dy}{dt}$ に比例するとし、復元力は (3.1) に従うとする。此の場合には各周期毎に線型の方程式となり、第 \bar{n} 周期の振動方程式は下の如くなる。

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + (r_e + a_n r_i) \frac{dy}{dt} + a_n y = 0 \tag{3.2}$$

但し $a_n = (a_1 - a) e^{1 - k\bar{n}} + a$
 $a_n r_i = \text{内部摩擦係数}$

(3.2) 式を書き改めると普通の減衰自由振動方程式を得る。

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\delta \frac{dy}{dt} + n^2 y = 0 \tag{3.3}$$

但し $\delta = \frac{1}{2} (r'_e + n^2 r_i)$
 $n^2 = \frac{a_n}{m}$
 $r'_e = \frac{r_e}{m}$

解 (i) $\delta^2 = n^2$ 又は $\delta^2 - n^2 > 0$ の時は非週期的である故省略

(ii) $\delta^2 - n^2 < 0$ の場合 即ち

$$\frac{2m - r_e r_i + \sqrt{4m(m - r_e r_i)}}{r_i^2} > a_n > \frac{2m - r_e r_i - \sqrt{4m(m - r_e r_i)}}{r_i^2}$$

の条件の時は周期的振動となる故、此の場合につき論ずる。

その解は

$$y = e^{-\delta t} (A \cos \nu t + B \sin \nu t) \tag{3.4}$$

但し $\nu = \sqrt{n^2 - \delta^2}$

その周期

$$T_n = \frac{2\pi}{\nu} = \frac{2\pi}{\sqrt{n^2 - \delta^2}} \quad (3.5)$$

又、(3.5)式は次の如く書ける。

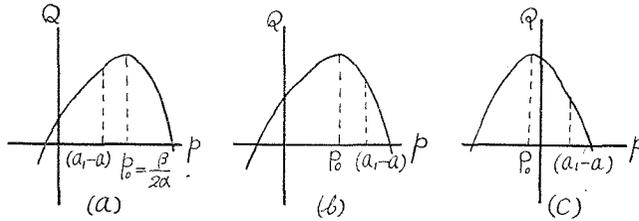
$$T_n = \frac{4\pi m}{\sqrt{4ma_n - (r_e + a_n r_i)^2}} = \frac{4m\pi}{\sqrt{Q}} \quad (3.6)$$

$$Q = -ap^2 + \beta p + r \quad (3.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{但し } a &= r_i^2 \\ \beta &= 4m - 2r_e r_i - 2ar_i^2 \\ r &= 4ma - (r_e - r_i a)^2 \\ p &= (a_1 - a)e^{1 - kn} \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

今(3.7)式に於いて、 $p-Q$ のグラフを描けば、 $a > 0$ なる故下に凹の拋物線となり、その頂点の横座標 p は $p_0 = \frac{\beta}{2a}$ となる。

又、 $n=1 \sim \infty$ なる故、 $a_1 - a \geq p > 0$ であるから p と p_0 との関係は一般に次の3場合がある。



第5図

(a) $p_0 = \frac{\beta}{2a} \geq a_1 - a$, 即ち $\frac{2m - r_e r_i}{r_i^2} \geq a_1$ の場合

第5図(a)の如く振動回数と共に Q は減少し(3.6)式より周期 T_n は逆に延びる事となる。

(b) $0 \leq \frac{\beta}{2a} < a_1 - a$, 即ち $a_1 > \frac{2m - r_e r_i}{r_i^2} > a$ の場合

第5図(b)の如く振動回数と共に Q は増大し、極値に達した後減少する。従つて周期は時間と共に一旦減少するも極値に達した後逆に延びる。

(c) $\frac{\beta}{2a} < 0$, 即ち $\frac{2m - r_e r_i}{r_i^2} < a$ の場合

第5図(c)の如く時間の経過と共に Q は増大し周期は減少する。

§4. 建築物の Rocking に関する模型実験

従来、建築物の振動は基礎部分が地盤と完全に固定した様な場合について論じられた場合が多いが、実際は基礎固定の場合こそ稀であつて、地震等の際には並進運動や回転運動が生じて居る。因にサンフランシスコの耐震委員会提案の建物固有振動式に於いても $\frac{H}{\sqrt{B}}$ なる項を算入して居るのは建物の Rocking を考慮しての事と推察される。

		重量 (gr)	重心高 G_0 (cm)	J_A (gr·cm ²)	振動周期 基礎固定 (sec)	顛倒限界 角 (θ°)	顛倒限界 重心高 (cm)	顛倒限界 $P.E.$ (gr·cm) ²
M_2G_1	R_{10}	660	16.5	330	0.27	7.4	16.85	230
	R_8	688	15.7	332	0.27	9.5	16.05	242
	R_5	766	14.2	361	0.27	15.6	14.85	500
M_2G_2	R_{10}	1060	22.0	762	0.42	5.8	22.25	265
	R_8	1088	21.5	764	0.42	6.5	21.80	325
	R_5	1166	19.9	781	0.42	11.5	20.50	690
M_2G_3	R_{10}	1560	31.2	1306	0.54	4.0	31.35	235
	R_8	1588	30.6	1308	0.54	4.6	30.80	316
	R_5	1666	29.2	1335	0.54	7.8	29.57	617
M_8G_1	R_{10}	930	17.9	499	0.30	7.0	18.20	287
	R_8	988	17.4	502	0.30	8.2	17.70	296
	R_5	1066	16.2	515	0.30	14.0	16.85	696
M_8G_2	R_{10}	2560	21.2	1607	0.55	5.9	21.35	385
	R_8	2588	21.0	1614	0.55	7.0	21.30	778
	R_5	2666	20.4	1651	0.55	11.3	21.00	1600
M_8G_3	R_{10}	4560	22.1	3009	0.84	5.7	22.25	680
	R_8	4588	22.0	3021	0.84	6.3	22.25	1140
	R_5	4666	21.6	3088	0.84	10.8	22.13	2450

地 盤

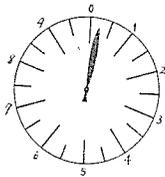
以上 27 種類の振動供試体を鉄板上、木板上 (約 3 cm 厚の製図板) 及び土の上で行つたが、今回は土の上の結果のみに就き述べる。

土は彫塑用の粘土 (粒子の細い均質の珪藻土) を写真用大型バットに入れ充分搗き固め、その厚さ約 5 cm としたもので、地耐力約 5~7 t/m² 程度とし、コテにて水平になる様仕上げた。

実験方法

以上の地盤上に夫々の供試体を第 2 表に示した顛倒限界角度まで傾け、静かに放せば所謂 Rocking 現象を始める。

測定方法



Time Marker

第 7 図

この供試体より約 1.75 m 離れた処に 8 mm 撮影機を正対固定し、その Rocking の状態を駒数大略 18 駒で連続撮影した。なお Time marker としては、第 7 図の如く半径約 4 cm の円盤の円周を 20 等分して目盛りその盤の中心に、ワーレンモーターの回転軸が一致する様に盤を固定した。ワーレンモーターの回転軸は 1 秒 1 回転でその先端に時計の針の如き指針を取り付け、時々刻々の針の回転は円盤の目盛に依つて読み取れ

る如くし、之を同時に撮影する事に依つて振動体の時刻を知る如くした。即ち1目盛は0.05秒毎に刻まれて居り実際は0.025秒程度迄は読み取る事が出来た。

フィルム一駒の動きはこの Time marker に依つても約1/18回転で0.06秒毎に進んでいるが、多少駒数に回転ムラが認められた。なお本実験では0.06秒より早い動きは Catch 出来なかつた。今後の強制振動に対しては大略64駒程度以上の駒数が必要かと思う。

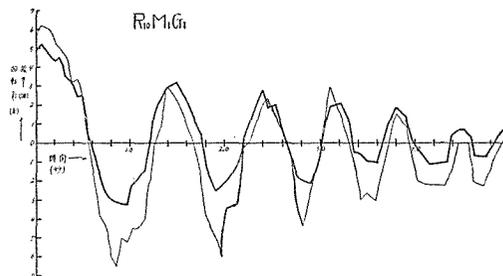
又、シャッタースピードも1/33秒程度であるので多少の「ボヤケ」があり影像にも ± 0.5 mm程度の誤差を含んで居る事が認められる。

依つて Time に関しては最大 ± 0.06 秒程度の誤差を含むが、解析に際して一駒ずつ基礎板の回転、振巾、振動周期等を逐次連続して求め、補正を行つた故、微妙な部分は別として大綱は失して居らないものと確信する。

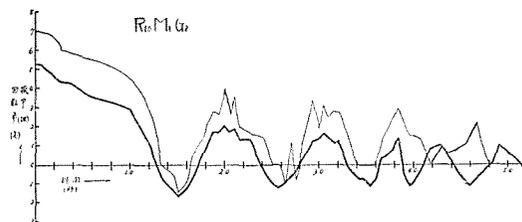
(2) 実験結果

横軸に時間(秒)縦軸には振巾(cm)(太線にて示した)及び基礎板の回転角(度)(細線にて示した)を採つて実験結果を図示すれば第8図～第34図となる。

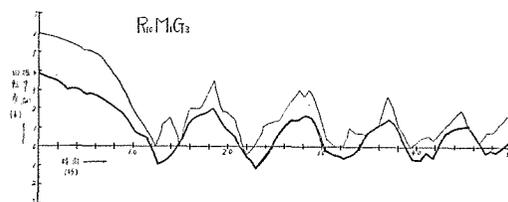
第8図～第34図 Rocking 振動と基礎板の回転



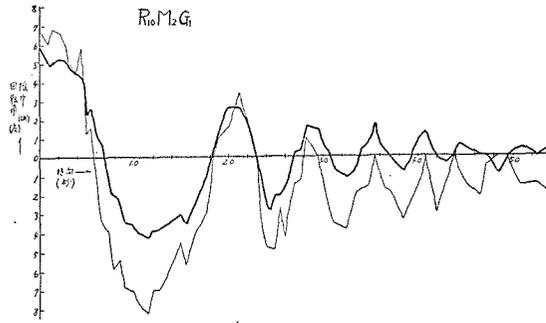
第 8 図



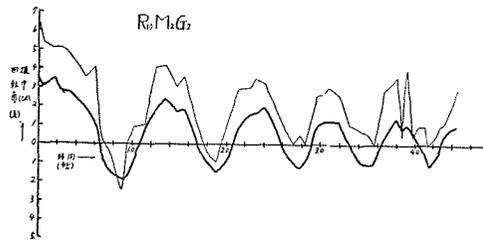
第 9 図



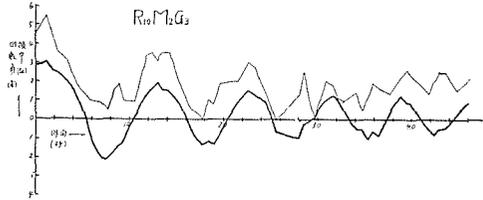
第 10 図



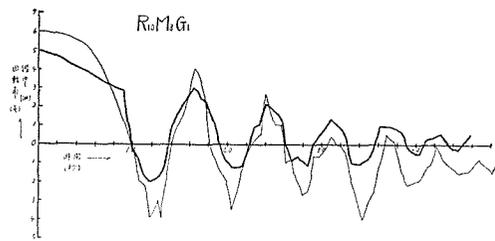
第 11 図



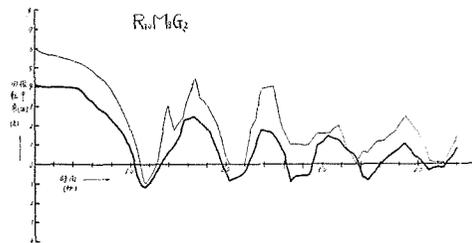
第 12 図



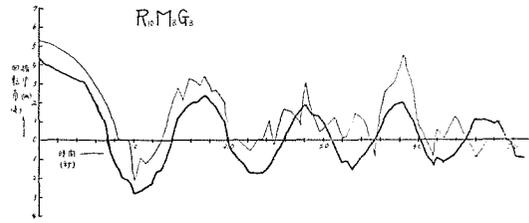
第 13 図



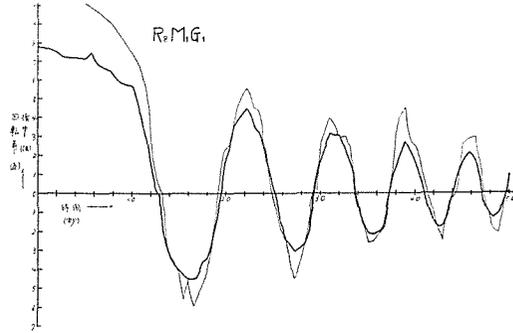
第 14 図



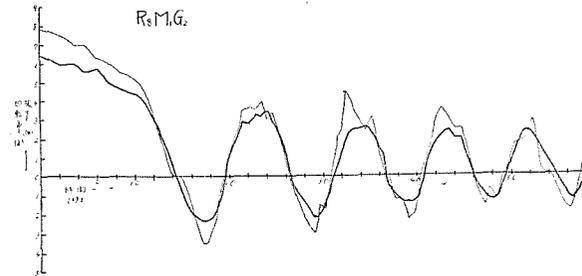
第 15 図



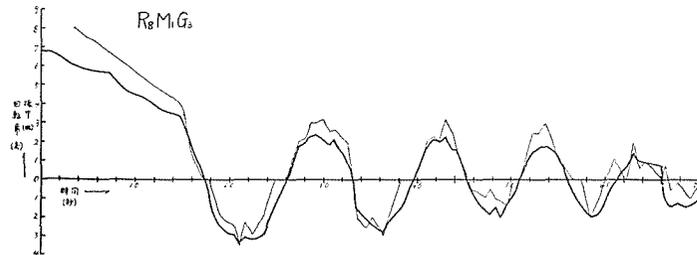
第 16 図



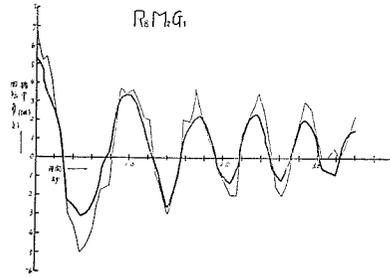
第 17 図



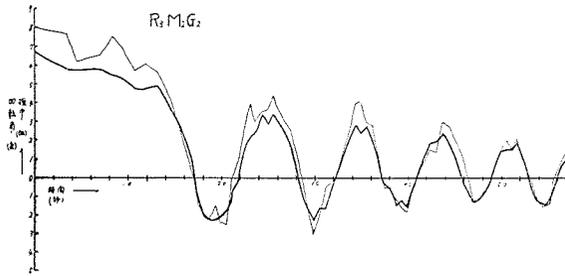
第 18 図



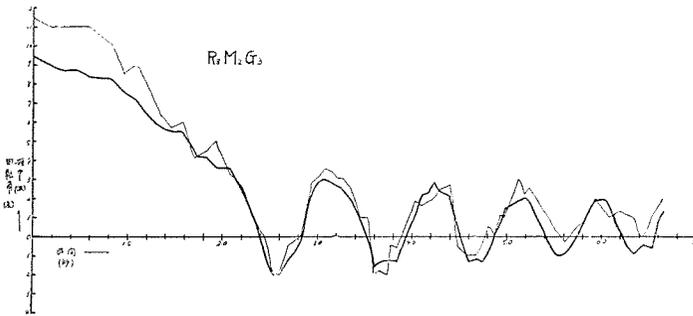
第 19 図



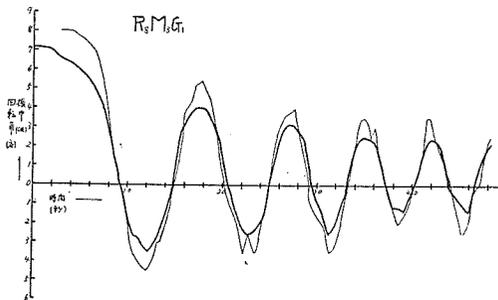
第 20 图



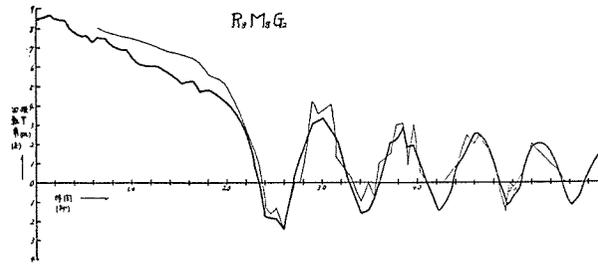
第 21 图



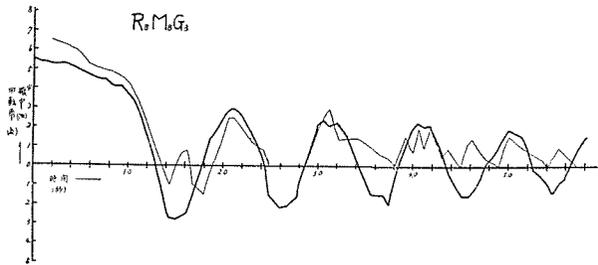
第 22 图



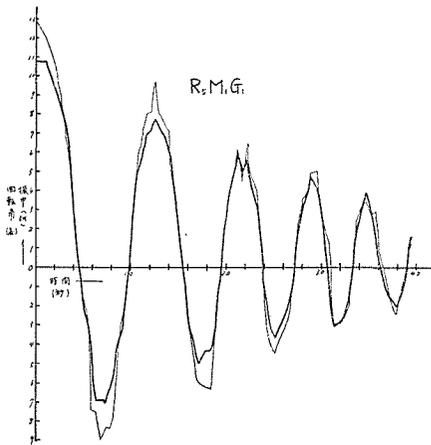
第 23 图



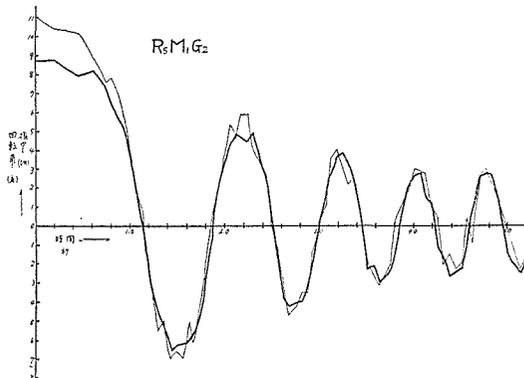
第 24 図



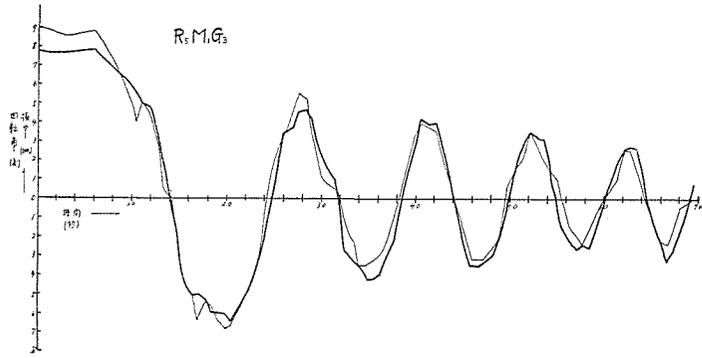
第 25 図



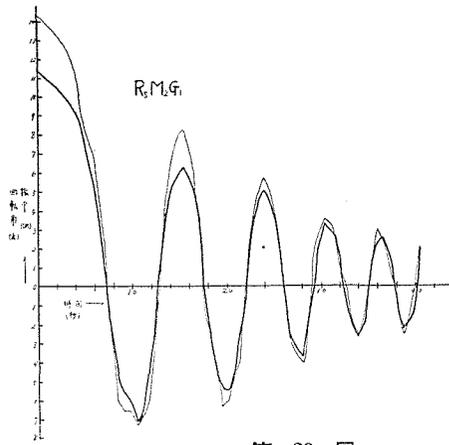
第 26 図



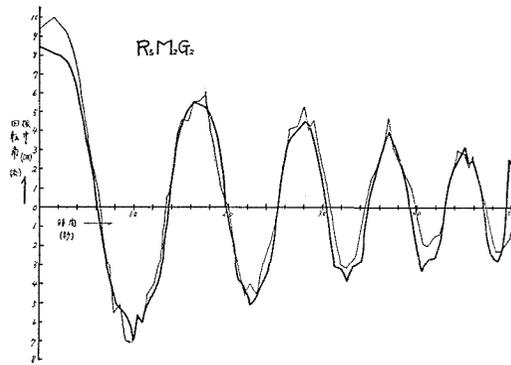
第 27 図



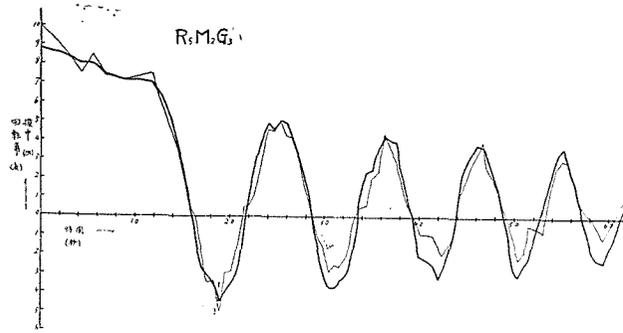
第 28 图



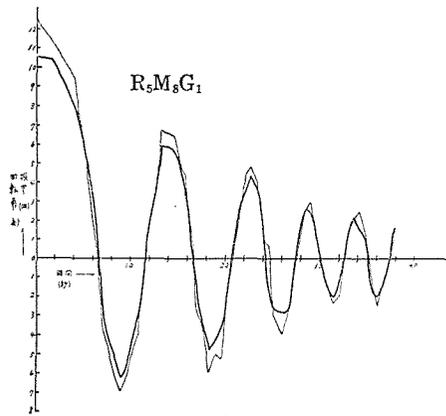
第 29 图



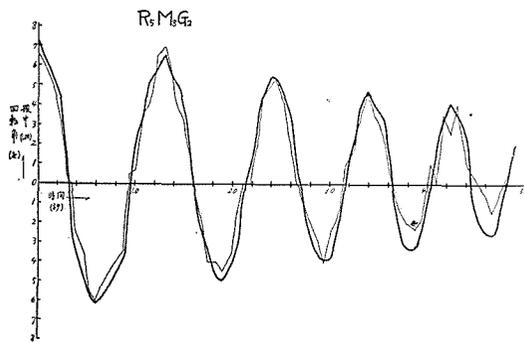
第 30 图



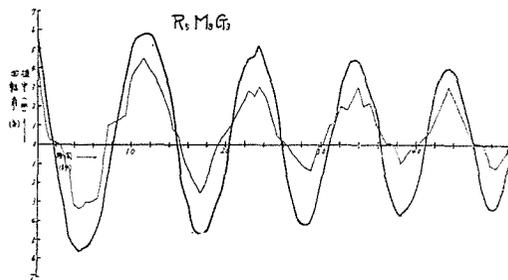
第 31 図



第 32 図



第 33 図



第 34 図

(3) 実験結果の検討

(i) 自由振動周期

実験結果を見れば、当然の事乍ら周期が減衰する非線型振動であり、実際は 1/4 周期毎につき検討を行う事が必要であり望ましいのであるが、第 5 周期目までの間に於いても 1/4 周期は最大 1.1 秒 (第 1-1/4 周期のみ)、最小 0.05 秒で主として 0.3~0.1 秒の間にある。しかるに、前述の如く夫々の測定について最大誤差が 0.06 秒、平均でも ± 0.025 秒の誤差はまぬがれる故、1/4 周期の検討は残念乍ら無意味となる。今後、新しく測定精度を高めてから検討する事とする。

しかし、1/2 周期及び 1 周期についてはその値も最大 2.9 秒、最小 0.20 秒程度で半周期でも主として 0.5~0.4 秒程度の処にある故、その精度は決して宜しいとは云えぬが誤差の最大は 1~2 割程度である故検討しても大綱は誤らない。又 1 周期については更に精度がよいから 1/2 周期及び 1 周期について検討する。

半周期について

夫々の場合を表示すれば第 3 表の如くである。

○ R_{10} 即ち、基礎の小さいものでは、半周期毎の減衰比は 2 周期目、即ち、 T'_1 以後一定値に近づく。多質点系ではその質点の重量 G_1 , G_2 , G_3 にはあまり関係なく減衰比は何れも 2 周期以後一定値 0.95~0.97 に収斂する。

○ R_8 では減衰比は大略 3 周期以後に一定値に近づく。多質点系では一般に重量の大きいもの程減衰比が早く 0.98~0.97 に収斂する。

○ R_5 では質点数に拘らず質点重量の大きいもの程早く減衰比が大きく一定値に収斂する傾向が認められる。

○第 1 半周期と第 2 半周期との減衰比は基礎板の大きいもの程一般に値は小さい (減衰性が大である)。

第 3 表 各半周期及び減衰比

		T'_1 (sec)	T'_2 (sec)	T'_3 (sec)	T'_4 (sec)	T'_5 (sec)	T'_6 (sec)	T'_7 (sec)	T'_8 (sec)
M_1G_1	R_{10}	0.98 比 $\frac{T'_{2+1}}{T'_2}$	0.55 (0.56)	0.45 (0.82)	0.43 (0.96)	0.41 (0.95)	0.39 (0.95)	0.38 (0.97)	0.37 (0.97)
	R_8	1.02 比 \rightarrow	0.58 (0.57)	0.49 (0.85)	0.43 (0.88)	0.39 (0.91)	0.35 (0.90)	0.32 (0.92)	0.30 (0.94)
	R_5	1.14 比 \rightarrow	0.51 (0.88)	0.45 (0.88)	0.41 (0.91)	0.38 (0.93)	0.36 (0.95)	0.35 (0.97)	0.33 (0.93)
M_1G_2	R_{10}	0.98 比 \rightarrow	0.66 (0.67)	0.54 (0.82)	0.49 (0.91)	0.45 (0.92)	0.41 (0.91)	0.38 (0.91)	0.34 (0.91)
	R_8	1.16 比 \rightarrow	0.64 (0.55)	0.56 (0.88)	0.51 (0.91)	0.48 (0.94)	0.45 (0.94)	0.43 (0.96)	0.42 (0.97)
	R_5	1.48 比 \rightarrow	0.80 (0.54)	0.60 (0.75)	0.52 (0.86)	0.45 (0.87)	0.40 (0.89)	0.37 (0.93)	0.36 (0.97)

		T_1 (sec)	T_2 (sec)	T_3 (sec)	T_4 (sec)	T_5 (sec)	T_6 (sec)	T_7 (sec)	T_8 (sec)
M_1G_3	R_{10}	0.60 比 →	0.54 (0.9)	0.50 (0.93)	0.47 (0.94)	0.45 (0.96)	0.43 (0.96)	0.42 (0.98)	0.41 (0.93)
	R_8	1.22 比 →	0.81 (0.66)	0.72 (0.89)	0.65 (0.90)	0.60 (0.92)	0.55 (0.92)	0.51 (0.93)	0.49 (0.96)
	R_5	2.05 比 →	0.80 (0.39)	0.65 (0.81)	0.57 (0.88)	0.56 (0.97)	0.54 (0.97)	0.52 (0.96)	0.50 (0.96)
M_2G_1	R_{10}	1.27 比 →	0.70 (0.55)	0.51 (0.73)	0.41 (0.80)	0.34 (0.83)	0.30 (0.88)	0.27 (0.90)	0.26 (0.96)
	R_8	0.90 比 →	0.47 (0.52)	0.40 (0.85)	0.35 (0.88)	0.31 (0.89)	0.29 (0.94)	0.27 (0.93)	0.26 (0.96)
	R_5	1.24 比 →	0.57 (0.46)	0.45 (0.79)	0.40 (0.89)	0.35 (0.88)	0.32 (0.91)	0.29 (0.91)	0.27 (0.91)
M_2G_2	R_{10}	0.86 比 →	0.60 (0.70)	0.49 (0.82)	0.45 (0.92)	0.42 (0.93)	0.39 (0.93)	0.37 (0.95)	0.34 (0.92)
	R_8	0.89 比 →	0.65 (0.73)	0.53 (0.82)	0.46 (0.87)	0.43 (0.94)	0.39 (0.91)	0.37 (0.95)	0.36 (0.97)
	R_5	1.20 比 →	0.70 (0.58)	0.59 (0.84)	0.53 (0.89)	0.48 (0.92)	0.44 (0.91)	0.40 (0.92)	0.38 (0.95)
M_2G_3	R_{10}	0.58 比 →	0.54 (0.93)	0.50 (0.93)	0.47 (0.94)	0.43 (0.92)	0.40 (0.93)	0.37 (0.93)	0.36 (0.94)
	R_8	0.74 比 →	0.70 (0.95)	0.63 (0.90)	0.53 (0.84)	0.45 (0.85)	0.40 (0.89)	0.37 (0.93)	0.36 (0.97)
	R_5	1.10 比 →	0.66 (0.60)	0.57 (0.86)	0.53 (0.93)	0.50 (0.94)	0.47 (0.94)	0.44 (0.94)	0.42 (0.95)
M_3G_1	R_{10}	0.78 比 →	0.50 (0.64)	0.40 (0.80)	0.37 (0.91)	0.34 (0.93)	0.32 (0.94)	0.31 (0.95)	0.30 (0.97)
	R_8	1.00 比 →	0.57 (0.57)	0.49 (0.86)	0.44 (0.90)	0.40 (0.91)	0.38 (0.95)	0.36 (0.95)	0.35 (0.97)
	R_5	1.16 比 →	0.63 (0.54)	0.46 (0.73)	0.40 (0.87)	0.36 (0.90)	0.32 (0.89)	0.29 (0.91)	0.26 (0.90)
M_3G_2	R_{10}	0.72 比 →	0.54 (0.74)	0.44 (0.82)	0.40 (0.91)	0.37 (0.93)	0.35 (0.95)	0.33 (0.94)	0.32 (0.97)
	R_8	1.03 比 →	0.63 (0.58)	0.49 (0.78)	0.42 (0.86)	0.38 (0.91)	0.36 (0.95)	0.35 (0.97)	0.34 (0.97)
	R_5	1.41 比 →	0.76 (0.53)	0.60 (0.79)	0.53 (0.88)	0.49 (0.93)	0.47 (0.96)	0.44 (0.94)	0.42 (0.96)
M_3G_3	R_{10}	0.99 比 →	0.76 (0.77)	0.58 (0.76)	0.50 (0.86)	0.46 (0.92)	0.43 (0.94)	0.41 (0.95)	0.40 (0.98)
	R_8	1.15 比 →	0.64 (0.56)	0.53 (0.83)	0.50 (0.95)	0.49 (0.98)	0.48 (0.98)	0.47 (0.98)	0.46 (0.98)
	R_5	1.28 比 →	0.73 (0.57)	0.61 (0.84)	0.56 (0.92)	0.52 (0.93)	0.50 (0.96)	0.50 (1.00)	0.49 (0.98)

半周期は秒単位 但し () 内は減衰比 小数以下3桁目4捨5入

周期について

第1～第5周期までの各周期 T_{Ri} 及び基礎固定時の周期 T_0 と T_0 に対する比を求めたのが第4表である。

第4表 各周期と T_0 に対する比

		T_0 (sec)	T_{R1}	T_{R2}	T_{R3}	T_{R4}	T_{R5}	$\frac{T_{R1}}{T_0}$	$\frac{T_{R2}}{T_0}$	$\frac{T_{R3}}{T_0}$	$\frac{T_{R4}}{T_0}$	$\frac{T_{R5}}{T_0}$
M_1G_1	R_{10}	0.26	1.45	0.92	0.80	0.74	0.70	5.6	3.5	3.1	2.9	2.7
	R_8	0.26	1.60	0.95	0.75	0.68	0.63	6.2	3.6	2.9	2.6	2.4
	R_5	0.26	1.65	0.89	0.74	0.65	0.61	6.4	3.4	2.8	2.5	2.3
M_1G_2	R_{10}	0.38	1.45	1.04	0.78	0.60	0.50	3.8	2.7	2.1	1.6	1.3
	R_8	0.38	1.78	1.08	0.92	0.85	0.80	4.7	2.8	2.4	2.2	2.1
	R_5	0.38	2.20	1.10	0.85	0.73	0.65	5.8	2.9	2.2	1.9	1.7
M_1G_3	R_{10}	0.50	1.18	0.95	0.89	0.84	0.82	2.4	1.9	1.8	1.7	1.6
	R_8	0.50	2.02	1.35	1.10	1.00	0.95	4.0	2.7	2.2	2.0	1.9
	R_5	0.50	2.90	1.25	1.10	1.02	0.98	5.9	2.5	2.2	2.0	1.96
M_2G_1	R_{10}	0.27	1.90	0.95	0.64	0.50	0.45	7.0	3.5	2.4	1.9	1.7
	R_8	0.27	1.35	0.70	0.60	0.55	0.52	5.0	2.6	2.2	2.0	1.9
	R_5	0.27	1.70	0.85	0.68	0.57	0.54	6.3	3.1	2.5	2.1	2.0
M_2G_2	R_{10}	0.42	1.34	1.04	0.85	0.73	0.65	3.2	2.5	2.0	1.7	1.5
	R_8	0.42	1.50	0.93	0.82	0.76	0.72	3.6	2.2	1.9	1.8	1.7
	R_5	0.42	1.84	1.15	0.93	0.78	0.67	4.4	2.7	2.2	1.8	1.6
M_2G_3	R_{10}	0.54	1.13	0.97	0.83	0.72	0.65	2.1	1.8	1.5	1.3	1.2
	R_8	0.54	1.45	1.10	0.87	0.75	0.67	2.7	2.0	1.6	1.4	1.2
	R_5	0.54	1.75	1.17	0.95	0.85	0.76	3.2	2.2	1.8	1.6	1.4
M_3G_1	R_{10}	0.30	1.60	0.76	0.65	0.60	0.56	5.3	2.5	2.2	2.0	1.9
	R_8	0.30	1.58	0.86	0.75	0.68	0.64	5.2	2.9	2.5	2.3	2.1
	R_5	0.30	1.60	0.90	0.70	0.55	0.45	5.3	3.0	2.3	1.8	1.5
M_3G_2	R_{10}	0.55	1.25	0.85	0.72	0.65	0.61	2.3	1.6	1.3	1.2	1.1
	R_8	0.55	1.70	0.95	0.75	0.68	0.64	3.1	1.7	1.4	1.2	1.2
	R_5	0.55	2.10	1.15	0.97	0.86	0.80	3.8	2.1	1.8	1.6	1.5
M_3G_3	R_{10}	0.84	2.78	1.10	0.90	0.86	0.84	3.3	1.3	1.1	1.0	1.00
	R_8	0.84	2.80	1.15	0.95	0.93	0.89	3.3	1.4	1.1	1.1	1.1
	R_5	0.84	2.95	1.18	1.03	0.98	0.96	3.5	1.4	1.2	1.2	1.1

T_0 =基礎固定時の自由振動周期 但し比は小数点以下3桁目は4捨5入

- $\frac{T_{R1}}{T_0}$ の値は最大 7, 最小 2.1 で多少の乱れもあるが
- [1] 同一重量, 同一数の質点系では基礎巾の大きい程その値も大きく。
 - [2] 同一数の質点系で同一基礎巾の場合は質点重量の小さいもの程大きく。
 - [3] 同一基礎巾, 同一重量では質点数の少ないもの程値は大きい。

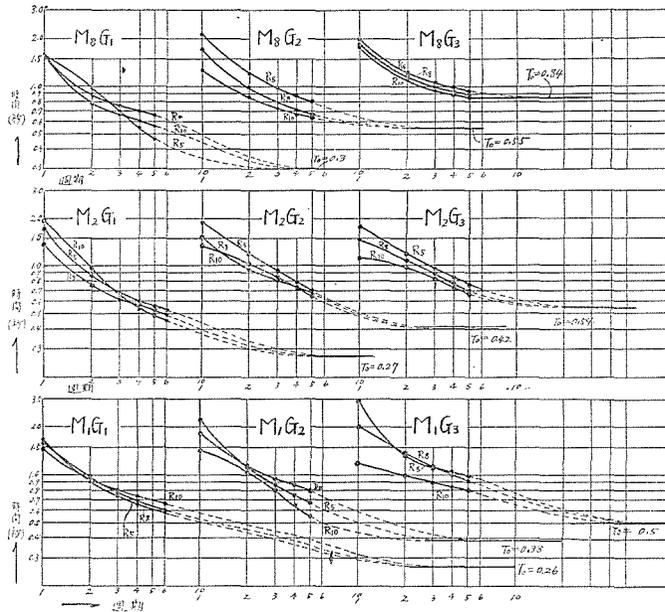
之は第 2 表に示した如く, 顛倒限界角度は基礎巾の大きい程, 質点重量の小さい程, 質点数の少ない程大きい点と一致して居り当然の事乍ら注意される。

- $\frac{T_{R2}}{T_0}$ に於いては
- [1] の関係は 8 質点系を除き乱れる。
 - [2] の関係は成立。
 - [3] の関係も成立。
- $\frac{T_{R3}}{T_0}$ に於いては
- [1] の関係は質点の軽いものに於いて乱れる。
 - [2] 成 立。
 - [3] 大体成立。
- $\frac{T_{R4}}{T_0}$
- [1] 乱れる。
 - [2] 成 立。
 - [3] 大体成立。軽いもの及び基礎巾の小さいもので乱れる。
- $\frac{T_{R5}}{T_0}$
- [1] 不 成 立。
 - [2] 一質点に於いて不成立。他は成立。
 - [3] 軽いもので基礎巾小なもの不成立。

此等 [1] [2] [3] の関係は時間の経過と共に順次乱れて行くが大局的に, 周期の減衰は質量の軽いものより重いものの方が, 質点数の少ないものより多いものの方が早く減衰し (M_8G_3 は殆んど 4 周期日に基礎固定の周期に一致) 基礎巾の小さいもの程減衰が早くなるのではあるまいか。(しかし此の基礎巾については上部構造と基礎との結合剛性に依つても異なるだろう事は後述の基礎板の回転からも推測される)。

未だ充分解析が進んで居らぬ故速断は危険であるが各供験体が基礎固定の振動周期とほぼ一致する振動周期回数を第 35 図より大胆に推定すれば

- | | |
|--|---|
| i) M_8G_3 $\left\{ \begin{array}{l} R_{10} : 4 \text{ 周期} \\ R_8 : 7 \sim 8 \text{ 周期} \\ R_5 : 15 \text{ 周期} \end{array} \right.$ | ii) M_8G_2 $\left\{ \begin{array}{l} R_{10} : 8 \text{ 周期} \\ R_8 : 10 \text{ 周期} \\ R_5 : 15 \text{ 周期} \end{array} \right.$ |
| iii) $M_8G_1 : 20 \text{ 周期程度}$ | iv) $M_2G_3 : 10 \sim 20 \text{ 周期}$ |
| v) $M_2G_2 : 15 \sim 20 \text{ 周期}$ | vi) $M_2G_1 : 30 \sim 50 \text{ 周期}$ |



第35図 Rocking の場合の周期

vii) M_1G_3 : 40~60 周期viii) M_1G_2 : 30~50 周期ix) M_1G_1 : 100 周期

程度であろうか。

此等は自由振動に就いてであるが、強制振動の際に如何なる挙動を為すか何とも云えない。しかし、多質点で重く、基礎板の小さいもの程早く、基礎固定の振動周期に収斂する事実は耐震構造上注目すべきである。

(ii) 基礎板の回転

○ $R_{10}M_1G_1$: Base plate の回転と上部の振動とが殆んど一致して居るが5周期目以後は一方にのみしか回転が生じない(最初に与えた回転と反対側)。

○ $R_{10}M_1G_2$: 一方のみ回転が顕著で2周期目附近以後一方のみとなり(与えた回転側)回転の周期は非常に延びる。

○ $R_{10}M_1G_3$: 前者 $R_{10}M_1G_2$ と殆んど同一。

○ $R_{10}M_2G_1$: M_1 の時と同様であるが3周期目以後一方のみに回転が生ずる(最初に与えた回転と反対側)。

○ $R_{10}M_2G_2$: M_1G_2 の時と同様。

○ $R_{10}M_2G_3$: 回転させた方向のみにしか回転しない。

○ $R_{10}M_3G_1$: M_1 の場合と同じ。

○ $R_{10}M_3G_2$: M_2G_3 に同じ。

○ $R_{10}M_3G_3$: やや反対方向にも回転するも回転を与えた方向に対するものが多い。

以上より

(i) R_{10} については、 G_1 では殆んど基礎と上部との回転は同一であるが 3 周期～5 周期以後は回転を与えた方向と逆方向のみにしか回転しない。

(ii) G_2 については 2 周期以後は回転を与えた方向のみに回転する。

(iii) G_3 については回転を与えた方向のみの回転が、他方に回転しても非常に瞬間的である。

○ $R_8M_1G_1$: R_{10} の場合より更によく基礎と上部とが一致して回転して居り 5 周期までは同方向。

○ $R_8M_1G_2$: 前 $R_8M_1G_1$ と同様。

○ $R_8M_1G_3$: 大体前者と同様なるも 4 周期あたりより乱れが生じ最初に回転させた回転方向への回転が多くなる傾向を認める。

○ $R_8M_2G_1$: 4 周期目に反対方向に回転せず。

○ $R_8M_2G_2$: 4 周期目まで順調。

○ $R_8M_2G_3$: 4 周期目以後反対方向に回転せず。

○ $R_8M_8G_1$: 上部の振動と殆んど一致して居る。

○ $R_8M_8G_2$: 第 2 周期以後、反対方向に生ぜず、その次には生ずるも乱れて居る。

○ $R_8M_8G_3$: 2 周期目以後反対方向に生ぜず。

以上より R_8 は R_{10} と同傾向であるが乱れはやや緩和されて居る。即ち

(i) G_1 については殆んど質点数にかかわらず 4～5 周期まで一致して居る。

(ii) G_2 については、1 質点は上部と一致、2 質点は 4 周期まで、8 質点では 2 周期以後乱れ反対方向に生ぜず。

(iii) G_3 については、1 及び 2 質点は 4 周期以後、8 質点は 2 周期以後乱れる。

○ $R_5M_1G_1$: 非常によく一致。

○ $R_5M_1G_2$: 同上 (やや 3 周期後に乱れあり)。

○ $R_5M_1G_3$: 一致。

○ $R_5M_2G_1$: 非常によく一致。

○ $R_5M_2G_2$: 非常によく一致。

○ $R_5M_2G_3$: 3 周期後やや乱れる傾向あるもほぼ一致。

○ $R_5M_8G_1$: 殆んど一致。

○ $R_5M_8G_2$: 3 周後にやや乱れあるもほぼ一致。

○ $R_5M_8G_3$: やや乱れる傾向が認められる。

以上より R_5 に於いては著しい乱れは認められないが、質点の増大及び重量の増大と共に乱れる傾向が認められる。

此の回転の乱れこそが振動周期の減衰性に影響して居るものと思われる。

なお、重い時は一方向のみに回転が生じて居るのは土の反撥係数と上部と基礎部との結合部の剛性の程度等に依るもので之を変化せしめて実験を行えば更に一般則を握る事が出来るであらう。

(iii) 振巾の減衰率

基礎固定の時の減衰率と Rocking の時の最初回転さして放した時の振巾と次の1周期目

第5表 振巾減衰率

		ν_0	ν_{R1}	ν_{R2}	ν_{R3}	ν_{R4}	ν_{R5}
M_1G_1	R_{10}	1.07	1.7	1.2	1.3	1.2	2.0
	R_8	1.07	1.8	1.4	1.2	1.3	1.3
	R_5	1.07	1.4	1.3	1.3	1.3	
M_1G_2	R_{10}	1.09	1.5	1.3	1.2	1.4	1
	R_8	1.09	1.8	1.4	1.1	1.0	1.2
	R_5	1.09	1.8	1.3	1.4	1.1	1.1
M_1G_3	R_{10}	1.1	1.9	1.3	1.2	1.3	
	R_8	1.1	1.9	1.1	1.3	1.2	
	R_5	1.1	1.7	1.1	1.2	1.3	
M_2G_1	R_{10}	1.08	1.8	1.7	1.7	1.3	1.4
	R_8	1.08	1.6	1.5	1.0	1.2	1.3
	R_5	1.08	1.8	1.3	1.5	1.3	1.2
M_2G_2	R_{10}	1.1	1.8	1.3	1.1	1.4	
	R_8	1.1	1.7	1.2	1.2	1.3	
	R_5	1.1	1.6	1.2	1.2	1.3	1.3
M_2G_3	R_{10}	1.1	1.7	1.2	1.2	1.0	1.4
	R_8	1.1	1.4	1.1	1.5	1.1	
	R_5	1.1	1.4	1.2	1.1	1.2	1.3
M_8G_1	R_{10}	1.1	1.7	1.4	1.5	1.4	1.6
	R_8	1.1	1.8	1.3	1.3	1.1	1.1
	R_5	1.1	1.8	1.4	1.6	1.4	1.3
M_8G_2	R_{10}	1.1	1.8	1.4	1.3	1.3	1.3
	R_8	1.1	1.7	1.2	1.1	1.3	1.2
	R_5	1.1	1.7	1.3	1.2	1.2	1.3
M_8G_3	R_{10}	1.1	1.4	1.3	1.3	1.2	1.3
	R_8	1.1	1.4	1.2	1.1	1.2	1.2
	R_5	1.1	1.3	1.1	1.2	1.1	1.1

ν_0 : 基礎固定時の減衰率

ν_{Ri} : Rocking した時の第 i 番目の振巾と第 $(i+1)$ 番目の振巾の比

の振巾と順次4~5周期迄の最大振巾につき、その減衰率を求めたのが第5表である。

顕著な特性はないが、質点数の多いものが比較的安定した減衰比を示し、 $R_0M_0G_0$ では4周期あたりから固定の際の減衰率と一致して居る。

Rocking の模型予備実験の第1号につき略述したが、その結果は不明の点多く、にわかには断ぜられないが、自由振動は

○質点数多く、質点重量の大きいものは4周期目あたりより周期も振巾も基礎固定の振動性状を示す。即ち、周期も T_0 に近づき、振巾の減衰率も ν_0 に殆んど等しい。

○質点数少なく、質点重量の小さいものは数十周期にして初めて基礎固定の状態に近づく。

○故に耐震的には、地震時に Rocking を生じせしめれば振動周期を数倍にする事も可能であり此の点を上手に利用すれば、地盤に対する偏心荷重に対するの考慮や共振状態の問題も残るが、建物に作用する震力を減ずる可能性がある事を示唆するものである。

なお、§2の実験供試体用木材の一部は本学、土木工学科金俊三教授より頂いたもので茲に記して厚く謝意を表するものである。

[註]

- (1) Plastic Bend に関する研究 (第1報). 酒井良男 (建築学会研究報告, 第33号, 1955年10月).
- (2) Plastic Bend に関する研究 (第2報). 酒井良男 (同 1956年9月)
- (3) E. J. Scott & D. R. Carver "Journ. of Applied Mech. June 1955.
- (4) 基礎の減衰性と建物の振動 (第1報). 安藤範平 (建築学会研究報告, 第13号, 1951年).