



Title	多層ラーメンの温度応力について
Author(s)	小幡, 守; Obata, Mamoru
Citation	北海道大學工学部研究報告, 19, 109-127
Issue Date	1958-08-15
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/40645">https://hdl.handle.net/2115/40645</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	19_109-128.pdf



# 多層ラーメンの温度応力について

小 幡 守

## Some Studies on the Thermal Stresses of Multi-storied Frames

MAMORU OBATA

### Synopsis

In the first part of this paper a practical method of calculating thermal stresses of multi-storied frames is proposed.

In the second, thermal stresses for uniform frames which have 1-4 stories of two spans and 1-2 stories of four spans are derived as the functions of "k" and "d/h", where "k" is the relative stiffness ratio of beam against the column, "d" is the depth of beam and "h" is the length of column. The results are shown in diagrams.

On the other hand the thermal stresses of ten-spanned uniform frames are calculated after the proposed calculating method by changing the number of stories, relative stiffness of columns and condition of foundation.

The consideration of these results are as follows:

- (1) When the number of stories increases,
  - a) the absolute values of stresses of columns and beams in the same number of storey become larger.
  - b) the influence of "k" on the stresses of columns and beams of the first floor become smaller.
  - c) the influence of "d/h" on the stresses becomes larger when "k" becomes smaller.
- (2) The thermal stresses of the first floor of more than two-storied frame are almost independent on the number of stories, when it is assumed that the axial force of beam is shared by slabs, too.
- (3) The stresses of all members approach respectively to certain constant values which are independent on "d/h", when "k" increases.
- (4) In general, the stresses of members more than three stories apart upwards or downwards from the member, which is subjected to a change of temperature, are very small. And the thermal stresses of frame which has more than three stories are almost same with the value calculated as a frame of three stories, when only the temperature of foundation girder is changed.
- (5) In the case of three-storied frame, the difference of relative stiffness of column of each floor gives a very small influence on the thermal stresses. Therefore, practically exact results can be obtained by assuming that the sections of all columns are equal to

that of the first floor.

(6) The conditions of foundation have a considerable influence on thermal stresses. When the foundation is assumed as the perfectly fixed end, the thermal stresses show the largest value, and they become smaller with the decrease of the degree of restraint.

## 目 次

1. 概 要 .....	2
2. 温度応力図上計算法 .....	2
3. 2 スパン, 1~4 層ラーメンの温度応力 .....	7
4. 2 層, 4 スパンラーメンの温度応力 .....	7
5. 10 スパン, 1~5 層の均等ラーメンの温度応力 .....	8
6. 各階の柱断面が同一でない場合の 10 スパン, 3 層ラーメン .....	11
7. 柱脚条件の影響 .....	12
8. 基礎の水平移動に対して摩擦力が働く場合 .....	14
9. 地震時応力と温度応力の比較 .....	18
結 語 .....	18

## 1. 概 要

本論文では、先ずラーメンの温度応力図上計算法について述べ、次にこの方法によつて均等な多層ラーメンの温度応力を数値計算し、層数、柱の剛度、並びに基礎固定の影響を考察してみた。

### 2. 温度応力図上計算法

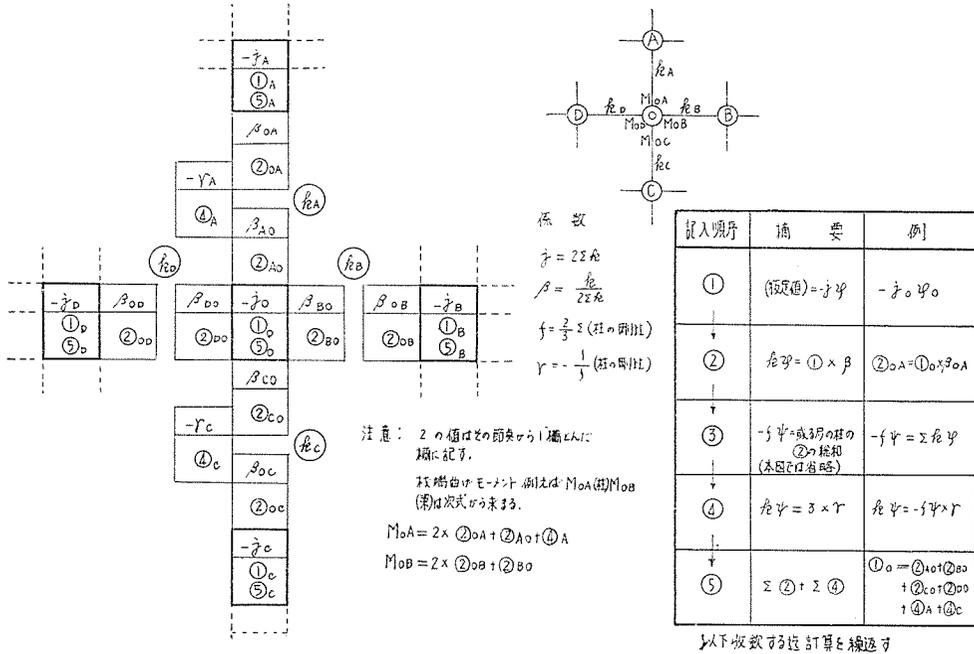
ラーメンの温度応力の計算方法については、既に多くの人々の研究があるが<sup>1),2),3),4),5)</sup> 図上計算法としては、青山博之氏の発表<sup>4)</sup>があるのみである。同氏の方法は、固定モーメント法によつて軸方向力を無視して柱に撓度を与えた時の部材応力を、ある精度まで求め、これから軸方向力を算出して撓度の変化量を計算し、再びこの撓度による応力を求める方法を繰返すもので、少々手数を要する。

筆者は、従来慣用されている撓角撓度法及び固定モーメント法の図上計算様式に若干の修正を加えて、軸方向力の欄を設け、節点モーメントの計算の各段階で、軸方向力の影響を加えながら計算する方法を提案する。

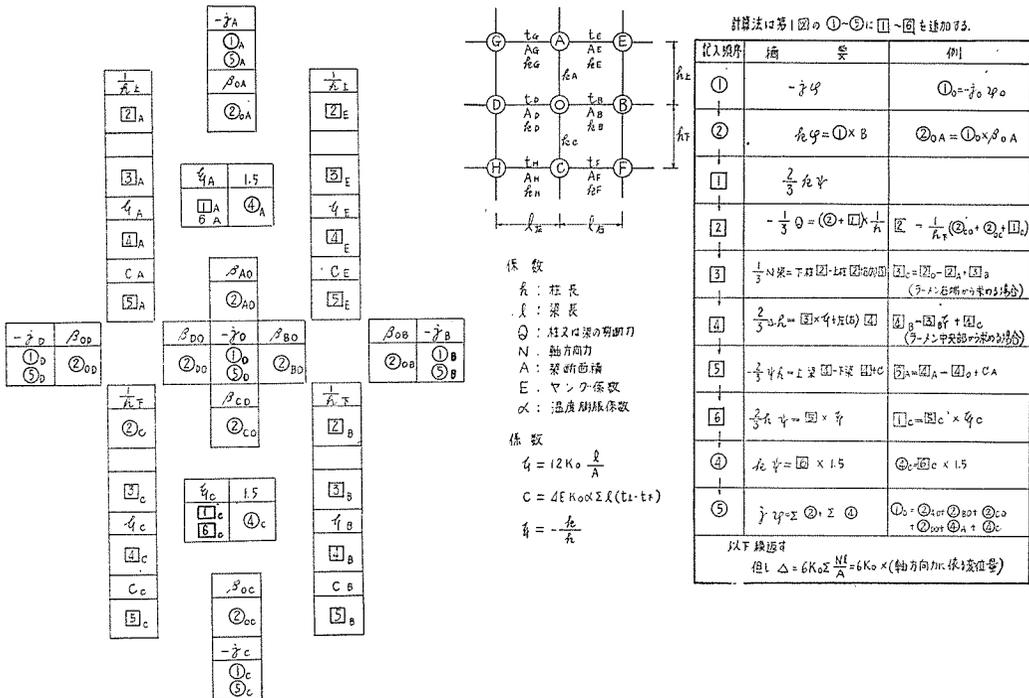
茲では撓角撓度法としては池部宗薫氏の計算様式<sup>6)</sup>に、固定モーメント法としては武藤教授の計算様式に準拠した。

#### (1) 撓角撓度法による場合

説明の順序として先ず池部氏の計算様式、係数、計算順序を示せば第1図の通りである。



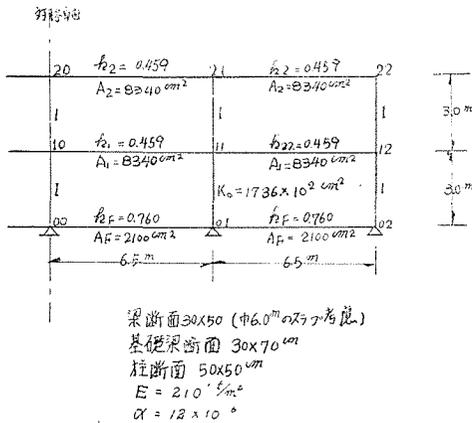
第1図 図上計算法 (撓角撓度法)



第2図 温度応力図上計算法 (撓角撓度法の場合)

第2図は筆者の提案する計算様式であつて、第1図の様式に温度応力計算のための追加項を加えたものである。即ち、先ず軸方向力を無視した柱の撓度による曲げモーメントを隣接節点へ向け到達させて各節点の撓角、各部材の撓度を求めた段階で、① 剪断力を求め、② 軸方向力を出し、③ この軸方向力による梁の伸縮量を求め、④ 各節点の変位量を計算し、⑤ これによる柱の撓度の修正項を算出するものである。

計算例として第3図のラーメンの温度応力を示すと第4図の様になる。この場合は均等ラーメンであるので、計算が稍簡単となつている。即ち、この場合は第2図②の計算を省略し直ちに③の値を求め、又2階柱では $t上-t下=0^{\circ}\text{C}$ であるから $4EK_0a\sum l(t上-t下)$ の項は零となつた。



第3図 ラーメン図

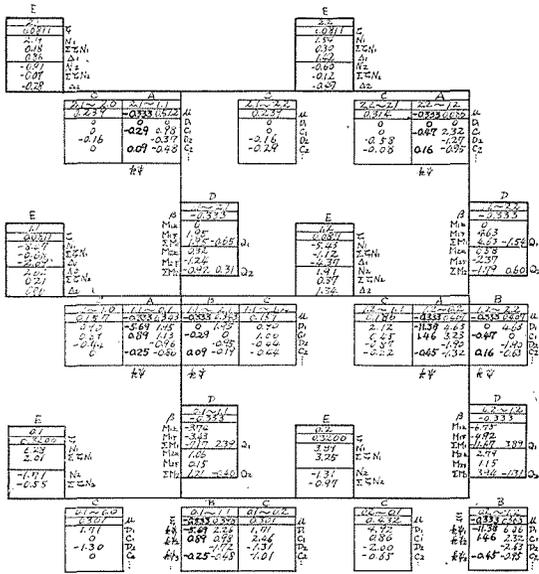
-0.20	0	-0.15171	-0.120	0	13.6
-0.03	0.26	0.003	0.003	0	1.35
M=0.031 N=0.006		M=0.024 N=0.047			
0.333	-0.172	0.333	-0.204	0	2.32
1.10	0.58	0.58	0.34	0	1.72
0.50	0.88	0.88	0.34	0	1.72
	I=0.33				M=0.46
0.1622	-0.323	-0.500	0.1622	-0.337	-0.500
0.18	0	0	0.10	0	0
	-0.19	-0.23		-0.30	-0.46
0.08	-0.16	-0.21	0.14	-0.23	-0.34
(0)	-0.261	(0)	(0)	-0.342	(0)
0.56	0	0.91	0	-0.46	0
0.42	-0.07	0.68	0	-0.46	0
	M=1.02			M=2.04	
-0.072	-5.64	1.06	0.45	1.38	
	-3.19			-7.22	
0.31	-2.37	-0.73	0.31	-0.844	
M=2.51	M=0.62	M=1.41	M=1.97		
0.333	-0.172	0.333	-0.204	0	2.32
1.10	0.58	0.58	0.34	0	1.72
-2.08	0.58	-1.24	0.34	0	1.72
	M=2.12				M=2.451
0.1622	-0.323	-0.500	0.1622	-0.337	-0.500
-0.33	-3.94	-5.64	-0.61	-7.58	-11.38
	-3.50	-5.10		-6.97	-10.48
-0.34	-3.32	-4.98	-0.51	-6.85	-10.27
11.37	-0.172	22.74	-0.204	0	2.32
10.20	0.58	20.11	0.34	0	1.72
4.97	0.68	26.54	0.34	0	1.72
	M=2.72				M=3.31
-0.151	-5.64	2.46	0.151	-11.38	
	1.66			9.28	
0.38	-2.54	1.76	0.38	-8.17	
M=0.38 N=0.000	M=2.52	M=1.40			
-0.233	-0.333	-0.333	-0.204	0	2.32
-1.23	0.47	0.47	0.34	0	1.72
1.65	0.34	0.34	0.34	0	1.72
	M=0.40				M=0.40
0.77	1.22	1.22	0.34	0	1.72
1.66	1.66	1.66	0.34	0	1.72

第4図 温度応力図上計算例 (撓角撓度法の場合)

(2) 固定モーメント法による場合

固定モーメント法によつて温度応力を求める場合も、通常の計算様式に軸方向力の影響を計算する欄(第5図D, E欄及びA, B欄中の太字)を追加すればよい。即ち、① 先ず軸方向力を無視した両端固定の柱の撓度による曲げモーメントを固定端モーメントとし、② 固定解除による第一次分割モーメントを求め、③ これから直ちに柱剪断力を計算して、④ 梁の軸方向力を算出する。⑤ この軸方向力による各節点の変位量を求め、⑥ この変位の変化に基づく固定端モーメントの変化量と、前記の固定解除時の到達モーメントとを加えて第2回目を行う。

第5図は第3図のラーメンの温度応力を本様式によつて求めたものであつて、同図には各係数の求め方計算順序等をも記した。



第5図 温度応力図上計算例(固定モーメント法の場合)

(3) 計算値の収斂について

一般的に言えば、梁部分の断面積が大きい程数値計算の収斂が早い傾向があるが、梁の断面積にくらべてスラブの断面積が比較的大きいので、スラブ断面までを考慮した場合、かなり収斂が早くなる。ここに計算したラーメンはスパン数が少ないので、特に収斂し安いと思われるが、温度10°C小数点以下2位迄の計算範囲では撓角撓度法に依つた場合8回、固定モーメント法に依つた場合9回の繰返し計算で収斂した。即ち水平荷重時の数値計算と大差ない早さであると云つてよい。層数、スパン数が多くなると収斂がおそくなり、後述の3層10スパンの柱脚固定均等ラーメンの計算では、上記の精度を得るためには撓角撓度法に依つた場合15~16回、固定モーメント法に依つた場合約20回繰返し計算を必要とした。

尚、固定モーメント法に依つた第5図の計算の場合各回の誤差の程度は第1表の如くであつて、この部材については収斂が比較的早かつた。即ち、7回の繰返し計算で収斂値に一致し、実用計算の面から云えば、2回乃至3回の繰返し計算で打ち切つて充分である。

又、3層10スパン柱脚固定ラーメンの1階外端柱についても同様に各回計算値の収斂値に対する誤差を求めると、第2表の様になる。

通常の様式に同の本線斜向及び太字部分と追加する。

係数

$$\beta = -\frac{1}{\alpha} \\ \gamma = \frac{6\alpha^2 l}{A} \\ \xi = -\frac{6\alpha}{l} \\ \Delta = -4\alpha l = 6\alpha \sum \frac{l}{A}$$

枚母曲のモーメントは次式から求めらる。

$$M_{柱} = \sum D + \sum C + \sum E \psi$$

$$M_{梁} = \sum D + \sum C$$

記号	部材	端	算入位置	例
①	右端	固定端モーメント	AB柱左側	$1.07 \times 4.20 \times 6.7 \times 1.95 \times 10^{-4} \times 12$ $1.07 \times 0.457 \times 10^4 \times 6.7 \times 10^{-4} = 11.38^t m$
②	D	1階外端	AB柱右側 C梁	$(-1.38 + 0.0) \times (0.407) = 4.63^t m$
③	M <sub>2</sub> M <sub>10</sub>	上記2階のD	D梁左側	$-11.38 + 4.63 = -6.75^t m$
④	Q <sub>1</sub>	片端モーメント	D梁右側	$-6.75 \times 4.92 = -11.67^t m$
⑤	Q <sub>2</sub>	柱端撓力	D梁右側	$-6.67 \times (-0.333) = 3.89^t m$
⑥	N <sub>1</sub>	1階外端 のΣ(Q <sub>1</sub> -Q <sub>2</sub> ) (E=0の場合)	E梁	$-1.84 - 3.89 = -5.43^t m$
⑦	ΣC <sub>1</sub>	1階外端 のΣC <sub>1</sub> (E=0の場合)	E梁	$-0.68 - 5.43 \times 0.081 = -1.12^t m^2$
⑧	Δ <sub>1</sub>	1階外端 のΣ(Δ <sub>1</sub> ) <sub>2</sub> - Σ(Δ <sub>1</sub> ) <sub>1</sub>	E梁	$-1.12 - 3.25 = -4.37^t m^2$
⑨	右端	1階外端 のΔ <sub>1</sub> × β	AB梁右側	$-4.37 \times 5(-0.333) = 1.66^t m$
⑩	C <sub>1</sub>	1階外端 のモーメント	AB梁右側 C梁	$6.66 \times \frac{1}{2} = 3.23^t m$
⑪	D <sub>2</sub>	1階外端 のΣD <sub>2</sub> + ΣC <sub>1</sub>	AB梁右側 C梁	$(-1.46 - 0.47) + 0.457 \times 2.71 \times 0.407$ $= -1.90^t m$

以下同様に繰返す。

第1表 1階外端柱に於ける収斂値に対する誤差(2層4スパン)

繰返し計算回数	柱頭曲げモーメント		柱脚曲げモーメント	
	誤 差 (tm)	収 斂 値 に 対 する 比 (%)	誤 差 (tm)	収 斂 値 に 対 する 比 (%)
1 回打ち切り	2.22	49.0	1.00	25.5
2 //	0.55	12.1	0.15	3.8
3 //	0.22	4.9	0.09	2.3
4 //	0.04	0.9	0.03	0.8
5 //	0.02	0.4	0.02	0.5
6 //	0.01	0.2	0.01	0.3
7 //	0.00	0.0	0.00	0.0
8 //	0.00	0.0	0.00	0.0
9 //	0.00	0.0	0.00	0.0

第2表 1階外端柱に於ける収斂値に対する誤差(3層10スパン)

繰返し計算回数	柱頭曲げモーメント		柱脚曲げモーメント	
	誤 差 (tm)	収 斂 値 に 対 する 比 (%)	誤 差 (tm)	収 斂 値 に 対 する 比 (%)
1 回打ち切り	3.33	24.6	9.20	27.1
2 //	1.71	12.6	1.92	10.0
3 //	1.21	8.9	0.82	4.3
4 //	0.73	5.4	0.45	2.3
5 //	0.48	3.6	0.16	0.8
6 //	0.36	2.7	0.15	0.8
7 //	0.31	2.3	0.02	0.1
8 //	0.05	0.4	0.04	0.2
9 //	0.05	0.4	0.05	0.3
10 //	0.02	0.1	0.03	0.2

第2表は11回目以後は省略したが10回の打ち切りでも充分な精度が得られて居り、実用計算の面から云えば5~6回で打ち切つて充分である。

今後更に多くのラーメン、特に軸方向力によるスラブ伸縮の影響が大きいラーメンに対する計算を実施しなければならないが、固定モーメント法で5回程度の繰返し計算を実施する事により、或る程度の精度を持った温度応力略算値が得られるのではないかと考える。

本計算では何れの場合も材端モーメントの最初の仮定値として軸方向力を無視した時の柱撓度をそのまま採つたが、収斂をより早くする為には適当な仮定値を見出す必要があると考える。

尚、本項の計算例は対称ラーメンに対するものであつて非対称ラーメンの場合には撓角撓度法固定モーメント法何れの場合にも、各層毎に任意の1柱を選び、その柱の撓度は夫々の層

に於ける剪断力釣合方程式から求める必要があるがこの計算例は省略した。

### 3. 2スパン, 1~4層ラーメンの温度応力

著者は先に多スパン1層均等ラーメンの温度応力について検討し, 部材剛比及び梁成/柱長の影響について報告した<sup>7)</sup>。ここでは多層ラーメンの温度応力の傾向を見るために, 先づスパン長 $l$ , 各階の柱長 $h$ , 梁成 $d$ の2スパン, 2~4層の均等ラーメンについて若干の数値計算を行い, 之を前報の1層ラーメンの場合と比較してみた。尚, 計算の仮定は, 何れも柱脚を完全固定とし, 又軸方向力による伸縮計算には梁の断面だけを考慮した。

第6図は各ラーメン外柱について, 梁剛比 $k$ (柱剛比を1とする), 梁成と柱長の比 $d/h$ と剪断力係数 $Q \cdot h/c$ ( $c=6EK_0at \cdot l/h$ )の関係を示すものである。同図によれば $k=0.1 \sim 10.0$ の範囲では

(1) 一般に1階柱の $Q \cdot h/c$ が最大で2階柱がこれに次ぎ3階柱, 4階柱となるに従つて急速に小さくなる。又 $Q \cdot h/c$ の符号は1階毎に正負交替する傾向がある。但し,  $d/h$ が大きい場合には軸方向力による伸縮の影響が小さく, この正負交替が成り立たないこともある。

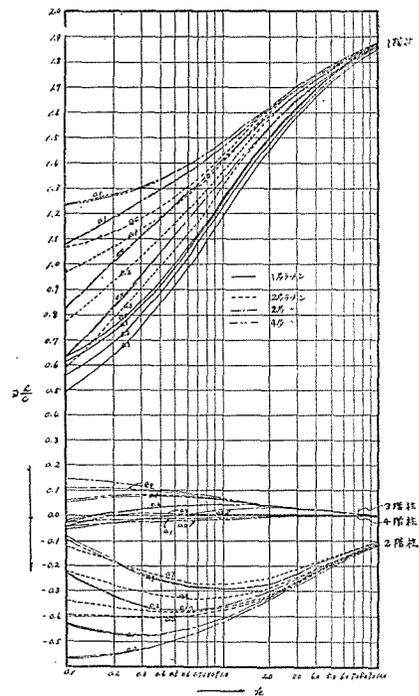
(2)  $k$ の値が大きい場合には $d/h$ , 層数の影響が小さく,  $Q \cdot h/c$ は各階毎に大差がない。 $k$ の値が小さい場合には $d/h$ 層数の変化の影響が比較的大きく表われる。尚, 1階柱の $Q \cdot h/c$ は $k$ が大きい程大きい値を示すのに対し, 2階柱の $Q \cdot h/c$ の絶対値は $k$ が1.0より小さい領域で最大値を示し,  $k$ が極端に小さくても又大きくても減少する傾向をもっている。

(3) 上記の $d/h$ の影響については,  $d/h$ が小さい程, 各階柱の $Q \cdot h/c$ の絶対値が大きくなる。

(4) 層数の影響については, 層数が大となれば各階柱の $Q \cdot h/c$ の絶対値は増大する傾向を持つているが温度応力の大きい1階柱, 2階柱について云えば, 3層まではかなり差異が表われるのに対し, 3層の場合と4層の場合とでは殆んど差がない。このことから, 更に層数が増大しても1階柱, 2階柱の $Q \cdot h/c$ は殆んどその影響を受けないものと見ることが出来よう。

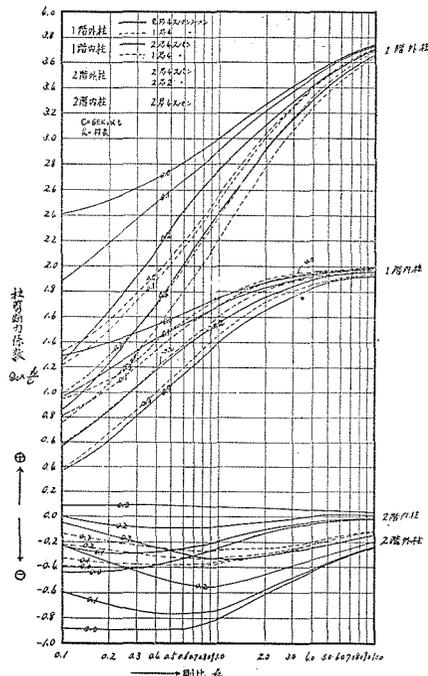
### 4. 2層4スパンラーメンの温度応力

連続スパンラーメンの外柱と内柱の温度応力に及ぼす $d/h$ 及び層数の影響をみるために, 2層4スパンラーメンについて計算し, 前項の2層2スパンの場合と共に, 前報告の1層2スパン及び4スパンラーメンの場合と比較すれば第7図を得る。これによれば



第6図 2スパン, 1~4層ラーメン  
柱剪断力係数

(1) 1階外柱の  $Q \cdot h/c$  は1層ラーメンよりも2層ラーメンの方が一般に大きく、 $k$  及び  $d/h$  が小さい程その差は大きい。尚、 $d/h$  の変化による影響は2層ラーメンの方に大きく表われている。



第7図 4スパン、1~2層ラーメン  
柱剪断力係数

(2) 1階内柱の  $Q \cdot h/c$  は  $k$  が大きいときには1層でも2層でも大差なく、むしろ1層ラーメンの方が僅かながら大きい、 $k$  と  $d/h$  が共に小さい時には2層ラーメンの方が大きい値を示す。

(3) 外柱と内柱を比較した場合、 $k$  及び  $d/h$  が変化した時に内柱の応力の受ける影響は、外柱の約1/2程度である。

(4) 2階外柱の応力は前項の2層2スパンの時と同じ傾向を示し  $k=0.5 \sim 1.0$  附近に極大値がある。 $k$  が小さく  $d/h$  が大きい時は、2層2スパンラーメンの値より小さくなる。

(5) 2階内柱では、 $d/h$  が小さい間は2階外柱に似た傾向を示し1階柱とは逆符号であるが、 $d/h$  が大きくなるに従つて、同符号になる。応力の値は2層2スパンラーメンの2階柱の応力よりも小さい。但し  $d/h=0$  の場合は、逆の傾向を示している。

以上何れの場合にも前項と同様に  $k$  が小さいうちは  $d/h$  によつて応力は大きく変化するが  $k$  が大きくなれば  $d/h$  に関係しない一定値に近づく。

一般に2層4スパンラーメンは1層4スパン又は2層2スパンラーメンよりも  $d/h$  の影響を大きく受け特に2階内柱ではこの傾向が著しい。

### 5. 10スパン、1~5層の均等ラーメンの温度応力

前2項によつてスパン数の比較的少ない場合について層数、剛比、及び  $d/h$  の影響の概要を知つたが、本項では更に10スパン1~5層の均等ラーメンについて部材断面、材長などに実際の数値を仮定して各部材の温度応力を計算してみた。尚、基礎の条件を完全固定とせず基礎が水平方向にのみ自由に移動出来ると仮定した。その他の計算上の仮定は次の通りである。

(イ) 上層部と基礎梁の間の温度差  $10^{\circ}\text{C}$

(ロ)  $E=210\text{t/cm}^2$

(ハ)  $\alpha=12 \times 10^{-6}$

(ニ) 部材寸度

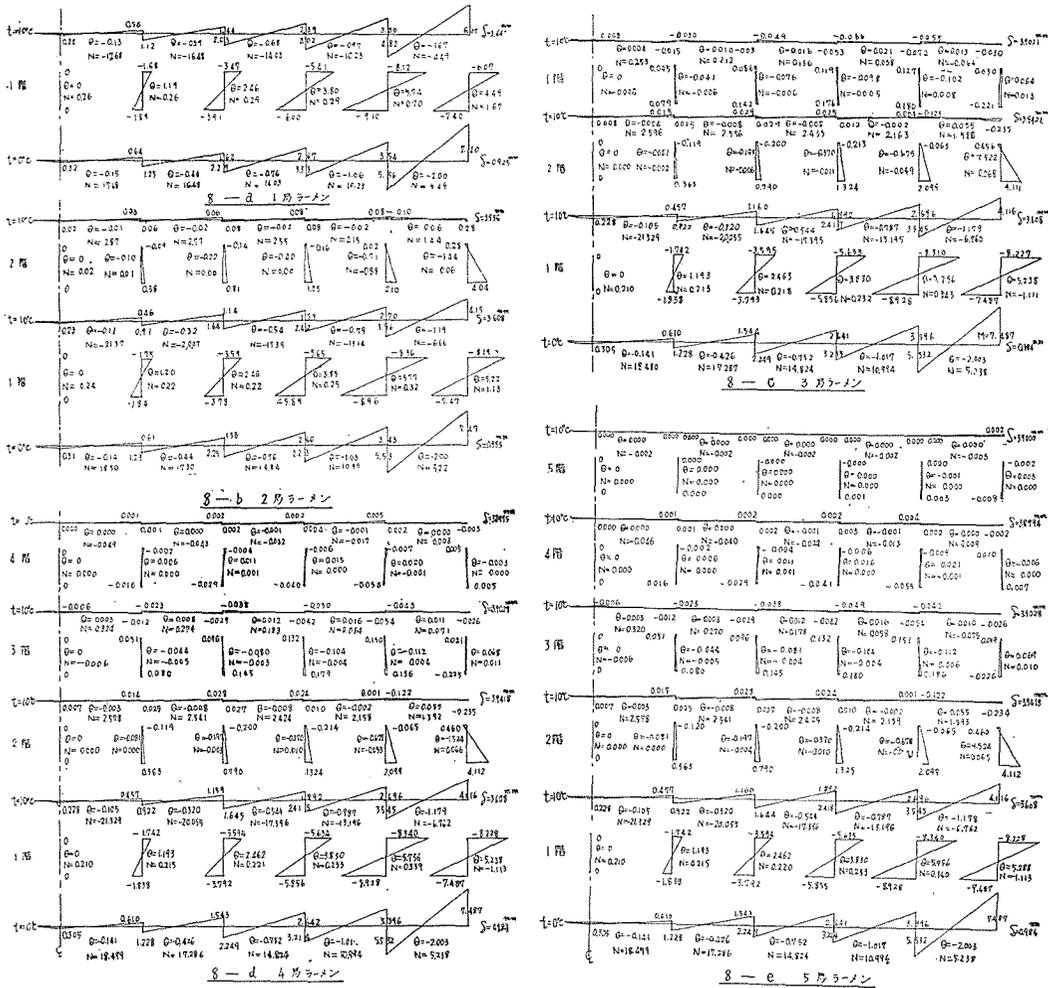
材名	梁 (cm)	基礎梁 (cm)	柱 (cm)
断面	30×50	30×70	50×50
材長	650	650	300

(ホ) スラブ厚 12 cm

(ヘ) 隣のラーメンとの間隔を 6.0 m とし、軸方向力に抵抗する断面として梁とスラブ全部を考える。

(ト) 梁の剛比は学会の鉄筋コンクリート計算規準のスラブ有効巾を考慮して求める。但し基礎梁ではスラブを考慮していない。

計算の結果は第 8 図 a~e の様になった。

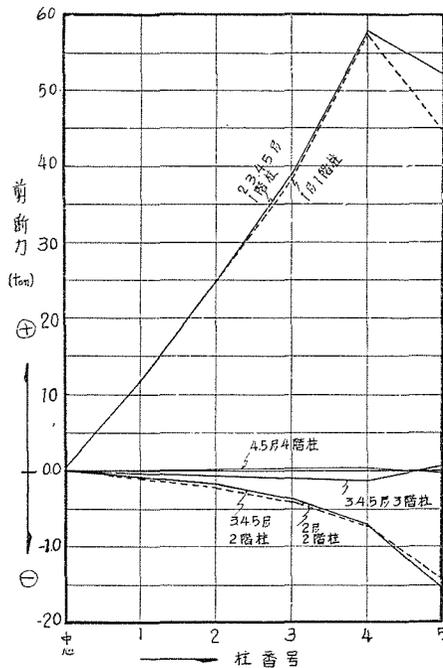


第 8 図 曲げモーメント (tm), 剪断力 (ton), 軸方向力 (ton), 変位量 (mm) 図

各ラーメンの柱剪断力を取りまとめると第 3 表が得られる。又之を図にすると第 9 図の様な傾向を示した。

第3表 柱 剪 断 力 (ton,  $t=10^{\circ}\text{C}$ )

階	ラーメン	中央より 第 1 柱	〃 第 2 柱	〃 第 3 柱	〃 第 4 柱	外 端 柱 第 5 柱
1 階 柱	1層ラーメン	1.19	2.46	3.80	5.74	4.49
	2 〃	1.20	2.46	3.85	5.77	5.22
	3 〃	1.193	2.463	3.830	5.756	5.238
	4 〃	1.193	2.462	3.830	5.756	5.238
	5 〃	1.193	2.462	3.830	5.756	5.238
2 階 柱	2層ラーメン	-0.10	-0.22	-0.40	-0.71	-1.44
	3 〃	-0.081	-0.197	-0.370	-0.679	-1.522
	4 〃	-0.081	-0.197	-0.370	-0.678	-1.524
	5 〃	-0.081	-0.197	-0.370	-0.678	-1.524
3 階 柱	3層ラーメン	-0.041	-0.076	-0.098	-0.102	0.064
	4 〃	-0.044	-0.030	-0.104	-0.112	0.068
	5 〃	-0.044	-0.081	-0.104	-0.112	0.069
4 階 柱	4層ラーメン	0.006	0.011	0.015	0.020	-0.003
	5 〃	0.006	0.011	0.016	0.021	-0.006
5階柱	5層ラーメン	0.000	0.000	0.000	-0.001	0.003



第9図 柱剪断力図 (基礎水平方向自由移動,  $t=10^{\circ}\text{C}$ )

第 8, 9 図及び第 3 表から

(1) 1階柱及び2階柱の剪断力については、第 4 項でも述べたように層数が 3 以上となつても 3 層の時の値のまま殆んど変化しないとみてよい。

(2) 1階外柱の剪断力は 1 層の場合にくらべて 2 層の場合が 16.2% 増、3 層及び 4 層、5 層の場合が 16.7% 増となるが 1 階内柱では層数に関係なくほとんど一致している。

(3) 1 層ラーメンの場合と同様に外端から 2 番目の柱に剪断力の最大値が表われた。

(4) 2 階柱の剪断力は内柱では 2 層ラーメンの方が、3, 4, 5 層ラーメンよりも若干大きい値であるが外端柱では逆に小さい。

(5) 2 階柱の剪断力は層数に拘わらず外端柱の剪断力が最大となつた。尚、その剪断力の大きさは、1 階柱最大剪断力の約 27% であつた。

(6) 3, 4, 5 階柱の剪断力は非常に小さく、

3階柱で1階柱最大剪断力の約2%、4階、5階では更に小さく約0.4%以下であった。

(7) 本計算例では、柱剪断力は外端柱のみ下層から上層へ向つて符号が交互に変化し、且つ次第に零に近づいてゆくが、内柱の2階、3階柱は同符号で符号は交互に変化しない。このために3階以上の柱剪断力は外端柱と内柱の符号が逆になっている。

(8) 1階柱反曲点高は、武藤博士の水平力略算法で求めた値に割合近似するが2階柱の反曲点高は3階側へづれて同略算法で求めた値と非常に異なる。

(9) 梁軸方向力は、同じ階の梁でも最上階となつた時のみ少々小さくなるが、層数の変化による影響は少ない。その大きさは絶対値で概ね各階毎に中央スパンに最大値が表われ、1階梁で最も大きく、上層の温度上昇の場合圧縮力(-21.33 ton)基礎梁、引張力、大きさ1階梁の約87%、2階梁、引張力、大きさ1階梁の約10%、それよりも上階では約1.5%以下となり非常に小さい、この上階の軸方向力の符号は、中央スパンに於いては3階梁、引張力、4、5階梁、圧縮力である。

(10) 変位量は、梁部分の断面積と、生じた軸方向力によつて求めるから伸縮の傾向は軸方向力の場合と大体同じで、1階梁では、自由温度伸縮値 $a \cdot t \sum l$ の約92%、2階梁では $a \cdot t \sum l$ の101%、基礎梁では1階梁部分の約28%の伸びと計算された。3階以上の梁部分ではほとんど自由温度伸縮値に等しい値となつた。

(11) 最後に本計算例では層数変化の影響は外端柱に僅かに表われるだけで、内柱では非常に少なく、又3階以上の部材応力は小さい値であるから、実用計算では多層ラーメンであつても3層ラーメンとして、時には2又は1層ラーメンとして計算しても差し支えないと考える。

#### 6. 各階の柱断面が同一でない場合の10スパン、3層ラーメン

前項までの各計算例によつて多層均等ラーメンの温度応力は1~3階の部分については、3層ラーメンの場合の温度応力と殆んど等しく且つ上層部の部材の温度応力は極めて小さくて無視しても差支えないことを知つたので、ここでは前項と同寸度の3層10スパンラーメンについて、2階及び3階柱の断面を次のように変えた場合について計算を行つてみた。

項 目	断 面		
	1階柱断面 (cm)	2階柱断面 (cm)	3階柱断面 (cm)
a	50×50	45×45	45×45
b	50×50	45×45	40×40

a) 及び b) について求めた応力の中、柱剪断力として第4表の値を得た。

第4表 柱剪断力の比較 (ton)

階	柱の種類	中央より 第1柱	// 第2柱	// 第3柱	// 第4柱	// 第5柱
1 階 柱	各階均等	1.193	2.463	3.830	5.756	5.233
	a	1.19	2.46	3.82	5.74	5.07
	b	1.19	2.46	3.82	5.74	5.07
2 階 柱	各階均等	-0.081	-0.197	-0.370	-0.679	-1.522
	a	-0.07	-0.17	-0.32	-0.54	-1.25
	b	-0.07	-0.17	-0.32	-0.56	-1.24
3 階 柱	各階均等	-0.041	-0.076	-0.093	-0.112	0.068
	a	-0.02	-0.03	-0.06	-0.05	0.09
	b	-0.01	-0.02	-0.06	-0.04	0.07

第4表の結果から

(1) 全柱等断面として計算した場合と a) を比較すると、1階の第3柱から第5柱では a) の方が小さくなつたが、中央部2柱には変化がみられない。2階では全柱共に a) の方が若干小さく、3階柱では逆に a) の方が少々大きい応力を示している。この1階柱2階柱の剪断力の低下は主として1階柱の柱頭モーメント、2階柱の柱脚モーメントの低下が原因になつている。

(2) 1階梁及び2階梁モーメントは a) の場合に稍大きくなるが基礎梁と3階梁のモーメントはほとんど同じ値か、又は a) の方が若干小さい値となつた。

(3) 梁軸方向力は全て、a) の方が小さく、従つて変位量も a) の方が自由温度伸縮値に若干近い値を示した。

(4) 次に a), b) を比較すると、3階柱剪断力は b) の場合に僅かに小さくなつた。又1階柱柱頭モーメントは a), 2階梁モーメントは b) の方が稍大きい値となつたが、之らの差は非常に小さく、a) b) 両者の応力にはほとんど差がなく同じ値とみてよい程度である。

以上より今回計算したラーメンでは、応力に対する3階柱断面変化の影響はほとんど無く、又2階柱の断面が変つた時も応力の変化量は非常に少ない。このことから全階の柱が1階柱と等断面を持つと考へて応力計算を行つても大きな誤差は無く、寧ろ応力は安全側に計算されるものと思われる。

#### 7. 柱脚条件の影響

多層ラーメンの温度応力に及ぼす柱脚条件の影響を知る為5項に述べた3層ラーメンの基礎の状態を次の様に変えた場合について計算を行つた。

- (a) 柱脚完全固定の場合
- (b) 柱脚半固定の場合

計算の結果を第5項の数字と共に示せば、例えば柱剪断力は第5表の様になる。括弧内の数字は水平移動可能の場合(第5項の計算値)に対する比率を示す。

第5表 柱剪断力の比較 (ton)

階	柱脚条件	中央より 第1柱	第2柱	第3柱	第4柱	第5柱
1階柱	水平移動可能	1.193 (1.0)	2.463 (1.0)	3.830 (1.0)	5.756 (1.0)	5.238 (1.0)
	完全固定	2.28 (1.92)	4.53 (1.84)	6.88 (1.80)	9.71 (1.69)	10.89 (2.08)
	半固定	1.84 (1.54)	3.65 (1.48)	5.60 (1.46)	8.00 (1.39)	7.01 (1.34)
2階柱	水平移動可能	-0.081 (1.0)	-0.197 (1.0)	-0.370 (1.0)	-0.679 (1.0)	-1.522 (1.0)
	完全固定	-0.11 (1.36)	-0.27 (1.37)	-0.52 (1.41)	-0.94 (1.38)	-2.45 (1.61)
	半固定	-0.14 (1.73)	-0.30 (1.52)	-0.54 (1.46)	-0.99 (1.46)	-1.97 (1.30)
3階柱	水平移動可能	-0.041	-0.076	-0.098	-0.112	0.068
	完全固定	-0.08	-0.15	-0.16	-0.17	0.04
	半固定	-0.07	-0.12	-0.11	-0.10	0.02

第5表の結果から

(1) 柱脚完全固定、半固定の場合には1階の柱には可成り大きな応力が生ずる。基礎水平自由移動の応力に対する増加率は、半固定の場合、柱脚柱頭曲げモーメントは同じ様な割合で増加するが完全固定とした時には柱脚曲げモーメントの増加の仕方が大きい。このことから基礎の条件を変えた事による応力の増加は柱脚半固定時には主として柱撓度により、完全固定時には柱脚の撓角と柱撓度の両者が原因となつていと推定される。

(2) 柱脚完全固定時には外端柱の剪断力が最大となつたが、半固定と仮定すると第4柱の剪断力が最大となつて水平自由移動時と同様な応力状態になつた。

(3) 2階内柱の剪断力は半固定とした場合に最大となつたが、その差は余り大きくない。之に対し外端柱では柱脚完全固定時の応力が最大となつた。之らの応力の差は主に2階柱の柱脚曲げモーメントの違いが原因である。

(4) 3階柱の応力は、柱脚の固定度が緩くなるにつれて小さくなるが、その差は非常に小さくて殆んど柱脚の固定条件の影響は3階柱には達しない事が解る。

(5) 梁に生ずる曲げモーメント剪断力及び軸方向力は何れも柱脚の固定度が緩むにしたがつて小さい値になる。

(6) 軸方向力による変位量は柱脚完全固定の場合に最も大きく、半固定、自由移動の順に小さくなる。尚、2階柱の柱頭柱脚間の伸縮差は半固定の場合が最大で、この為に2階柱撓度が大きくなり各基礎条件のうちで半固定時に2階内柱の応力が最大となつた一原因となつた様である。

以上をまとめると、柱脚の固定度が緩むにつれて、ラーメンの温度応力は次第に小さくな

る。柱脚条件の影響は2階の部材応力に表われるが、3階以上の部材では、殆んど問題にならないと云える。

### 8. 基礎の水平移動に対して摩擦力が働く場合

一般に鉛直荷重  $W$  を受けている基礎が移動を始めようとする時の摩擦力  $H$  は下式で表わされる。

$$H = \mu W \quad \mu: \text{摩擦係数}$$

今の場合、摩擦力  $H$  は温度に無関係と考えてよいから摩擦力が基礎部に働くことを考えるとラーメンの温度応力は、基礎部の移動の状態によって温度に比例しないことがあり得る。それでラーメンの状態を次の様に分けて考える事にする。

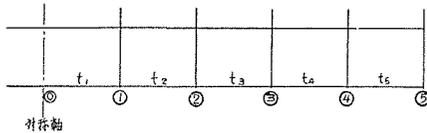
(a) ラーメン全体が無応力で且つ基礎部分に摩擦力も働かない或る平衡状態からラーメン全部材が一様な温度変化を受けた状態。

(b) 一様に温度が変化した後、更に上層のみ或る温度だけ変つた状態。

上記の (a) と (b) が組合わされてラーメンの応力及び変位の状態は複雑に変化する。

本項に於いては基礎部に摩擦力が働く場合の温度応力解析の第1段階として主に (a) の状態について述べ、更に基礎梁が  $10^{\circ}\text{C}$ 、上層の梁が  $20^{\circ}\text{C}$  だけ温度が変化した時の応力を求めてみた。

今ラーメン基礎部が摩擦力を受けつつ水平移動する状態を考えれば、或る温度迄は基礎部



第10図 基礎名

分に水平移動はみられない。或る温度以上になると先ず外端柱基礎部が移動し、更に温度が上昇すると外端から第2柱の基礎部、更に温度が上昇するに従つて内柱の基礎部が順次移動を始める。

之らの状態を明らかにする為に第4項の3層

ラーメンについて

(a) 第10図の  $t_5 = 10^{\circ}\text{C}$  基礎⑤のみ水平移動した時。

(b)  $t_4 = 10^{\circ}\text{C}$  基礎④⑤水平移動の時。

(c)  $t_3 = 10^{\circ}\text{C}$  基礎③④⑤水平移動の時。

(d)  $t_2 = 10^{\circ}\text{C}$  基礎②③④⑤水平移動の時。

の応力計算を行い、それらの和と第4項の基礎水平方向自由移動時の応力との差から

(e)  $t_1 = 10^{\circ}\text{C}$  基礎①②③④⑤水平移動時。

の応力を求めた。その中1階柱剪断力として第6表の値が得られた。

第6表 柱 剪 断 力 (ton)

温 度	移動基礎名	中央より 第 1 柱	第 2 柱	第 3 柱	第 4 柱	第 5 柱
$t_5=10^\circ\text{C}$	⑤	0.01	0.03	0.09	-0.13	-1.26
$t_4=10^\circ\text{C}$	④ ⑤	0.05	0.14	0.01	-1.85	-1.40
$t_3=10^\circ\text{C}$	③ ④ ⑤	0.09	-0.03	-1.67	-1.78	-1.21
$t_2=10^\circ\text{C}$	② ③ ④ ⑤	-0.14	-1.67	-1.61	-1.50	-1.02
$t_1=10^\circ\text{C}$	① ② ③ ④ ⑤	-1.21	-0.93	-0.65	-0.50	-0.35

上表と、柱脚半固定時の1階柱剪断力の値を用いれば、基礎の水平移動に対して摩擦力が働く場合の応力及び変位を求める事が出来る。今単位面積当りの床荷重 $1.2\text{ t/m}^2$ 、隣のラーメンとの間隔 $6.0\text{ m}$ 、摩擦係数 $\mu=0.3$ と仮定して外端柱基礎⑤が移動し始める時の温度を求めてみると次の様になる。

$$(12 \times 10^{-6} \times 210 \text{ t/cm}^2 \times 2100 \text{ cm}^2 + 0.701) \cdot t = 0.3 \times 6.0 \times 3.25 \times 1.2 = 21.06 \text{ ton}$$

$$\therefore (5.292 + 0.701) \cdot t = 21.06 \text{ ton} \quad \therefore t = 3.51^\circ\text{C}$$

又基礎④が水平移動を始める時の温度は次の連立方程式を解けば求められる。

$$(5.292 + 0.701) \cdot t - (5.292 + 0.126) \cdot t_5 = 21.06 \text{ ton}$$

$$(5.292 + 0.800 - 5.292) \cdot t + (5.292 - 0.013) \cdot t_5 = 42.12 \text{ ton}$$

$$\therefore t = 9.44^\circ\text{C} \quad t_5 = 6.55^\circ\text{C}$$

以下同様にして各基礎が移動し始める温度を求めた結果第7表の値が得られた。

第7表 各基礎移動開始時の温度

基 礎 名	①	②	③	④	⑤
温 度 ( $^\circ\text{C}$ )	26.78	20.29	14.82	9.44	3.51

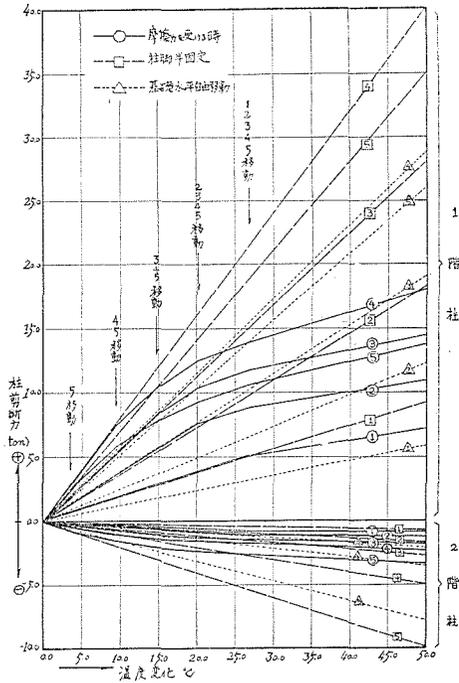
上表の各温度間ではラーメンの応力、変位量は温度に比例して変化する。柱剪断力と温度 $t$ の関係として第11図、又基礎梁及び1階梁部分の変位量と、温度 $t$ の関係図として第12図が得られた。尚、第11図、第12図中の水平方向自由移動時の応力と変位量は基礎部に温度変化が無く、上層の梁のみ温度変化した時の値である。

第11図から

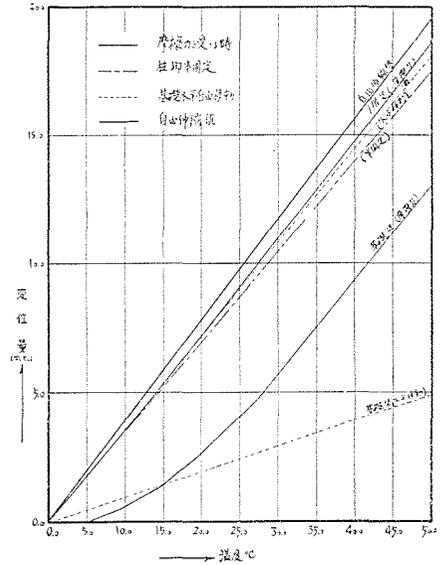
(1) 或る基礎が移動すると、その基礎よりもラーメン外端側にある1階柱の応力は基礎移動の影響を受けて変化するが、ラーメン中央部側にある部材応力は余り変化しない。

(2) 柱脚半固定の場合と比較すると低温度ではラーメン端部の基礎移動の影響でラーメンの応力は若干大きくなるも殆んど同じ値である。

(3) 高温度になると応力は相当低下し特に外端に近い柱程変化量が大きい。変化の割合を



第 11 図 柱剪断力比較図



第 12 図 変位量比較図

求めてみると、例えば  $t=50^{\circ}\text{C}$  の時の 1 階柱剪断力について次表の様になった。

項 目	柱 名	
	外端から第 2 柱	外 端 柱
$\frac{\text{摩擦ありと仮定した時の柱剪断力}}{\text{柱脚半固定時の柱剪断力}} \times 100 (\%)$	42.5	39.3

(4) 摩擦ありと仮定した時の各柱の応力の大きさは温度が高くなるにつれて次第に近似した値を示すようになる。 $t=50^{\circ}\text{C}$  の時の 1 階柱最大剪断力と最小剪断力の比として次の表を得た。

柱脚条件	摩擦を受けつつ水平移動した場合	柱脚半固定
最大値/最小値	3.05	4.35

(5) 2 階柱についても 1 階柱とほぼ同様な事が云えるが高温時の柱脚半固定時に対する応力の低下率は 1 階の柱よりも大きい。

(6) 基礎水平方向自由移動と仮定した時の応力と比較すると、低温度の中は摩擦力のある場合の方が大きくその応力差は内柱ほど大である。高温になると各基礎条件の応力の中、水平方向自由移動と仮定したときと、摩擦力が働くと考えた場合とは近似してくるが外端に近い

柱では可成の差がみられる。

(7) 1階梁部分の摩擦力が働くと考えた時の変位量は大体直線状に変化し、各基礎条件の中で最も自由温度伸縮値に近い。例えば  $t=50^{\circ}\text{C}$  で自由伸縮値の約 95.4% を示した。

(8) 基礎梁の変位量—温度曲線は温度が上るにつれて、温度に対する変位量の増え方は増加する傾向を示していて、 $t=50^{\circ}\text{C}$  に於ける基礎梁変位量は、自由温度伸縮値の 66.6%、1階梁部分変位量の 69.7% となっている。

(9) 水平方向自由移動時と比較すると  $t=15^{\circ}\text{C}$  位迄は摩擦力があるとした時の方が小さいが  $15^{\circ}\text{C}$  以上になると逆に摩擦力が働くと仮定した時の変位量は大きくなり、 $t=50^{\circ}\text{C}$  では自由移動時の 2.65 倍の大きさになつた、

次に基礎梁部分の温度  $t'=10^{\circ}\text{C}$ 、上層梁部分の温度  $t=20^{\circ}\text{C}$  として応力と変位量を求めたが、例えば 1階及び 2階柱の剪断力の値は第 8 表の様になり、又外端部梁位置の変位量を示せば第 9 表の様になつた。

第 8 表 柱 剪 断 力 (ton) ( $t=20^{\circ}\text{C}$ ,  $t'=10^{\circ}\text{C}$ )

階	基礎状態	中央より 第 1 柱	第 2 柱	第 3 柱	第 4 柱	第 5 柱
1 階 柱	摩擦力あり	3.71	7.38	11.28	15.28	12.49
	半 固 定	3.68	7.30	11.20	16.00	14.01
	水平自由移動	2.39	4.93	7.66	11.51	10.48
2 階 柱	摩擦力あり	-0.31	-0.67	-1.07	-1.93	-3.36
	半 固 定	-0.28	-0.60	-1.08	-1.93	-3.94
	水平自由移動	-0.16	-0.39	-0.74	-1.36	-3.04

但し、上表の水平自由移動時の値は  $t=20^{\circ}\text{C}$ 、 $t'=0^{\circ}\text{C}$  として計算した。

第 9 表 変 位 量 (mm) ( $t=20^{\circ}\text{C}$ ,  $t'=10^{\circ}\text{C}$ )

位 置	条 件		
	摩擦力あり	半 固 定	水平自由移動
1 階 梁 部 分	7.04	6.99	7.22 (7.51)
基 礎 梁 部 分	0.88	—	1.97 (4.88)

但し、上表の水平自由移動時の変位量の中 ( ) 内の値は  $t=20^{\circ}\text{C}$ 、 $t'=10^{\circ}\text{C}$ 、その他は  $t=20^{\circ}\text{C}$ 、 $t'=0^{\circ}\text{C}$  として求めた値である。

尚、この場合のラーメンの状態は外端柱及び第 4 柱の基礎のみ移動し、その他の基礎は動かない状態である。

第 8 表、第 9 表の結果から

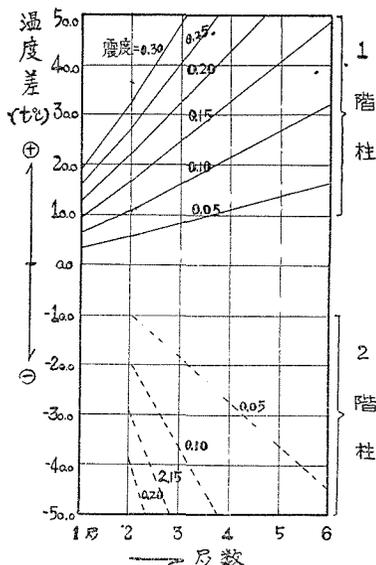
(1) 1階 2階柱共に応力は中央より第 3 柱迄は、柱脚半固定時の応力に殆んど一致するが、端部 2 柱の応力は柱脚半固定と水平方向自由移動時の中間値、やや前者に近い値を示している。

(2) 変位量は1階梁部分並びに基礎梁部分共に柱脚半固定時に近い値である。尚、1階梁部分変位量の自由温度伸縮値に対する比は、90.1%、基礎梁部分変位量の1階梁部分変位量に対する比は、12.5%であつた。

以上の結果、平衡状態からの温度変化量10~20°Cの範囲に於ける今回の計算結果によれば、ラーメン全体が一様な温度変化をした時の応力は、柱脚半固定の場合に近く、変位量は、基礎水平方向自由移動時に近い値を示す。又上層部と基礎梁とが受けた温度の変化量が夫々異なる場合は、応力も変位量も柱脚半固定の場合に近似した値を示す。尚、基礎水平方向自由移動と仮定して応力計算を行う時に基礎梁の温度変化量 $t=10^{\circ}\text{C}$ をそのまま考慮することは適当でない事が解つた。

### 9. 地震時応力と温度応力の比較

多層ラーメンの温度応力が実際にどれ程の大きさを持つものであるかを知る為に基礎水平方向自由移動と仮定した第5項のラーメンの外端柱について第13図を求めた。



第13図 震度—温度応力関係図  
(外端柱柱剪断力について)

この図によれば2階の柱には、上層部材が20°Cの温度変化を受けた時は2層ラーメンの場合震度0.10、3層ラーメンの場合震度0.05の水平荷重時応力に相当する温度応力が生じている事が解る。又1階柱に於いては温度差20°Cの時の温度応力は、1層ラーメンで震度約0.3、2層ラーメンで約0.2、3層ラーメンで約0.12の水平荷重時応力に相当する事が解る。本論文で述べた温度応力が長期応力である事を考えると、震度0.2で設計した建物の1階柱では、温度差20°C迄考慮すると、4層以上のラーメンについては水平荷重時応力の方が温度応力よりも大きい、低層になるにつれて温度応力の方が次第に水平荷重時応力を上廻る様になる。この事から現行のラーメンの弾性計算の範囲では温度応力は低層多スパンラーメンの1階の部材に対しては水平荷重時応力よりも部材算定に大きな影響を持つものと思われる。勿論塑性を考慮すれば温度応力の特に大きい部材はラーメンの外端部に近い材に限定されているから問題は別である。

この事から現行のラーメンの弾性計算の範囲では温度応力は低層多スパンラーメンの1階の部材に対しては水平荷重時応力よりも部材算定に大きな影響を持つものと思われる。勿論塑性を考慮すれば温度応力の特に大きい部材はラーメンの外端部に近い材に限定されているから問題は別である。

### 結 語

本文の前段においては多層ラーメンの温度応力について検討することを目的としてスパン数の少ない中層ラーメンについて梁剛比、梁成と柱長の比、層数の影響を調べ、次で10スパン1~5層ラーメンに実際の部材寸度を与えて数値計算を行つた。これらによれば、多層ラ

メンでも上層部が等しい温度変化をするならば、3層以上の部材の温度応力は極めて少なく、且つ応力の大きい1, 2階部分の部材応力は3層ラーメンの場合と殆んど変わらないことを知つた。即ち、多層ラーメンの温度応力は3層ラーメンの温度応力をもつて代用しても殆んど誤差がないのであつて、このことは多層ラーメンの温度応力の實用計算上特に重要なことと考えられる。

本文の中段では3層ラーメンについて柱脚条件の影響を研究したが、既に報告した1層ラーメンの場合と同様柱脚部に水平移動を認めると温度応力が著しく減少することが明らかとなつた。実際の建物では、かような基礎の自由な水平移動は不可能であつて、基礎と地盤との摩擦力の存在が考えられるので、本文の後段ではこの点について基本的な解明を行つてみた次第であるが、これについては更に検討を続け、実在建物の実測結果と対比したいと思う。

本研究は北大工学部建築工学科構造第二研究室において、大野教授指導の下に行つたものであつて、終始、懇切な助言を賜つた事に対し深く感謝するものである。尚、本論文の一部は昭和32年度北大工学部卒業論文として学生、工藤英広君の協力を得た。又本論文作製に当り当研究室、新井、谷内、佐藤並びに中西の諸君の協力を得た。ここに記して感謝の言葉に代える次第です。

#### 参 考 文 献

- 1) 高橋正元：「1層ラーメンの熱応力に就いて」。学会論文集，第26号，昭和17年8月。
- 2) 梅村魁・園部泰寿・青山博之：「ラーメンの温度応力の略算法(第1報)」。学会研究報告，第23号II，昭和29年11月。以下関係論文
- 3) 高橋武雄：「撓角法によるラーメン熱応力の算定について(1),(2)」。学会研究報告，第35号I，昭和31年6月。
- 4) 青山博之：「構造物の自己歪応力」。学会論文集，第57号I，昭和32年7月。外関係論文
- 5) 小幡守：「矩形ラーメンの温度応力について，そのI」。学会研究報告，第35号I，昭和31年6月。以下関係論文
- 6) 池部宗薫：「ラーメンの實用解法」。学会論文集，昭和11年2号。
- 7) 小幡守・大野和男：「1層ラーメンの温度応力について」。学会論文集，第57号I，昭和32年7月。
- 8) 小幡守・工藤英広：「矩形ラーメンの温度応力について，その5」。学会北海道支部，第13回研究発表会，昭和33年2月。
- 9) 小幡守・工藤英広：「矩形ラーメンの温度応力について，その6」。学会北海道支部，第13回研究発表会，昭和33年2月。