



Title	細隙を有する矩形床版の応力
Author(s)	土橋, 由造; Dobashi, Yoshizo; 三浦, 重幸 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 23, 99-109
Issue Date	1960-06-15
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/40663">https://hdl.handle.net/2115/40663</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	23_99-110.pdf



# 細隙を有する矩形床版の応力

土橋 由造  
三浦 重幸

## Stresses of Rectangular Plates with Slits

Yoshizo DOBASHI  
Shigeyuki MIURA

### Abstract

Although the results of the recent study of rectangular plates cover a few solutions in case of having rectangular openings by Wiedemann or others, the solution for the case shown in the title has nowhere been discussed.

In this paper the basic assumptions for the authors' solution for rectangular plates with a thin quadrangle in the center by the method of differences are applied on the equations at the points in question, and stresses in several cases under uniform load are calculated.

### はじめに

矩形床版に於いて、周辺に直交 (或いは平行) する直線的な切欠を有する床版の例も稀ではない様である。正方形、矩形版に、正方形、矩形の開口を有する床版の研究は Wiedemann 始め若干の解はあるが<sup>1)</sup>、表題の如き状態の解はない様である。著者は有限差法に依る中央部薄肉矩形版解法の基本仮定を用ひ<sup>2)</sup>、問題となる点の方程式を樹て、第1図の如き状態の周辺固定等分荷重時に於ける床版の応力を考究してみた。

### §1 定義と版の区劃に依る名称

正方形版の各辺を6等分し、各位置を第1図の如く記号する。

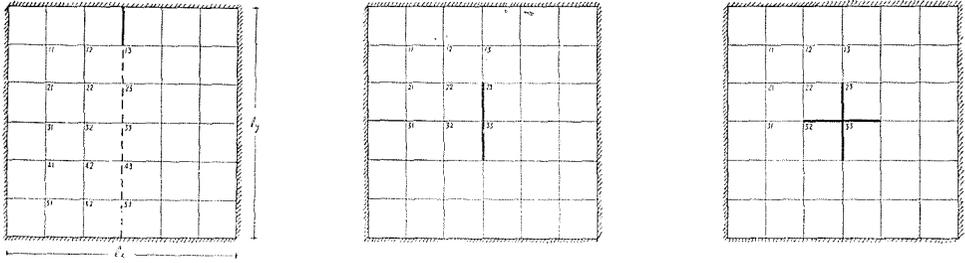
$$\phi = \frac{N}{\lambda^2} w$$

$$N = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$SA = \lambda A$$

$$r = \lambda'/\lambda$$

茲に  $E$ : ヤング係数     $h$ : 版厚     $\nu$ : ポアソン比  
 $A$ : 支持力     $SA$ : 合支持力     $r$ : 辺長比  
 $\lambda$ :  $x$  方向区幅     $\lambda'$ :  $y$  方向区幅



第 1 図

§2 細隙部を有することに依る問題点の方程式

細隙部を有する床版に於ける有限差方程式樹立上、問題となる点は第 2 図に示す  $l, m, n$  の 3 点である (他の点は周知の式に依る)。

今辺点の釣合条件式を一般化して考えてみる。

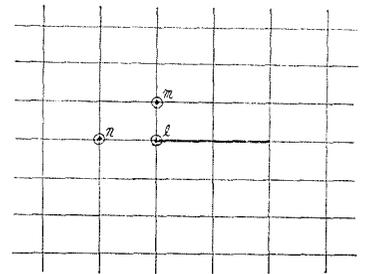
A, B 両版の間に梁のある時は、第 3 図の如き諸力に対し、釣合条件式

$$\sum M = 0 \quad SM_A - SM_B + \Delta T = 0$$

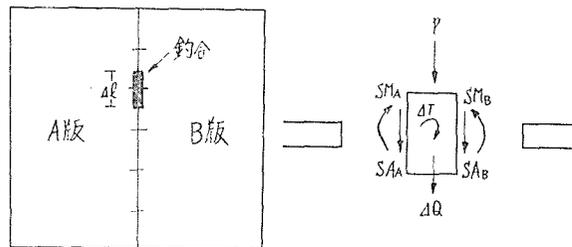
$$\sum Z = 0 \quad SA_A + SA_B + P + \Delta Q = 0$$

- 茲に  $\Delta T$ : 梁の  $\Delta l$  間の振りモーメントの差
- $\Delta Q$ : 梁の  $\Delta l$  間の剪断力の差
- $P$ :  $\Delta l$  間に作用する荷重

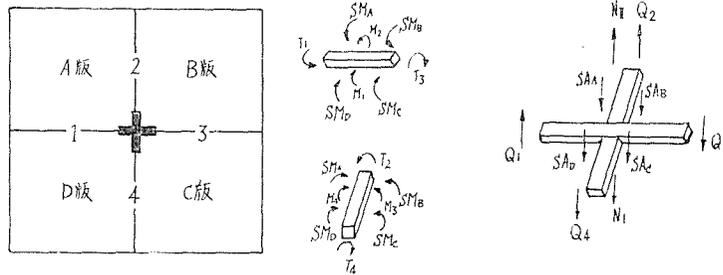
を作るとよい。



第 2 図



第 3 図



第 4 図

隅点に於いては 3 個の釣合条件式が作られる。

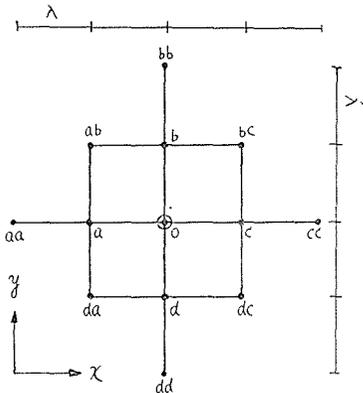
$$\begin{aligned} \sum M_x = 0 & \quad SM_A + SM_D - SM_B - SM_C + M_1 - M_3 + T_4 - T_2 + M_{xI} - M_{xII} = 0 \\ \sum M_y = 0 & \quad SM_G + SM_D - SM_A - SM_B + M_4 - M_2 + T_3 - T_1 + M_{yI} - M_{yII} = 0 \\ \sum Z = 0 & \quad SA_A + SA_B + SA_C + SA_D - Q_1 - Q_2 + Q_3 + Q_4 + N_I - N_{II} + P = 0 \end{aligned}$$

- 茲に
- SA: 各版の隅点に於ける  $dl/2$  上の合支持力
  - SM: 各版の隅点に於ける  $dl/2$  上の合曲げモーメント
  - M: 梁の曲げモーメント
  - Q: 梁の剪断力
  - T: 梁の振りモーメント
  - $M_{x(y)}$ : 柱の上下の曲げモーメント
  - N: 柱の上下の軸方向力
  - P: 隅点の荷重

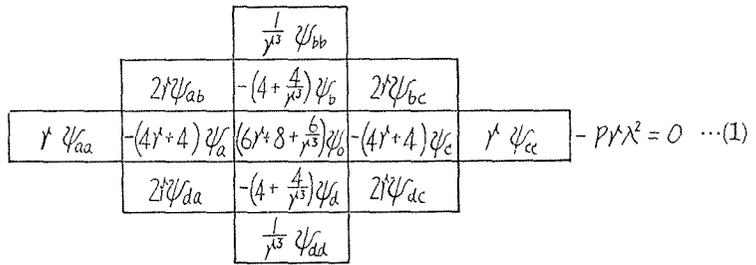
従つて細隙を有する単独床版では、上の釣合条件式のうち梁柱に関する項を除いたものが両版間の釣合条件式となる。

$l.m.n$  点の方程式の作製

$\Delta^2 w = P/N$  を有限差式に展開すると

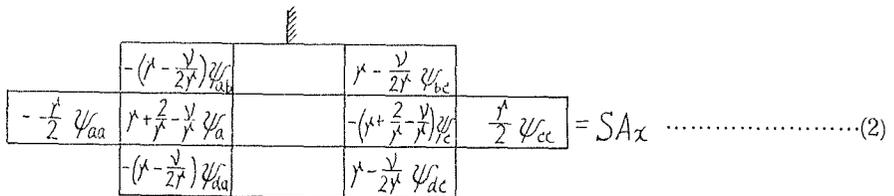


第 5 図



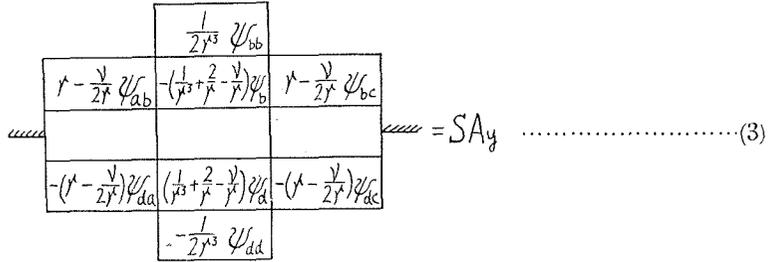
第 6 図

$$A_x = -N \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right]$$



第 7 図

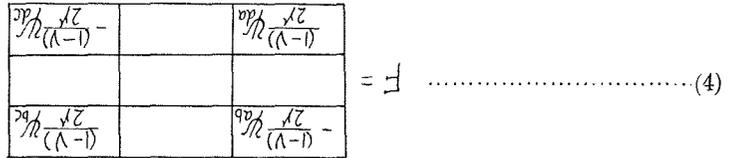
$$A_y = -N \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right]$$



第 8 図

集中反力の式

$$F = -2(1-\nu)N \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$



第 9 図

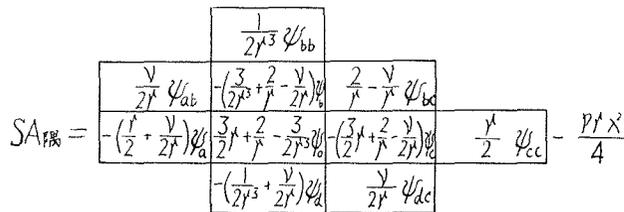
l 点の式

今版の或る点を A, B, C, D 4 版の結合点と考え、各版の隅点の合支持力を

$$SA_{隅} = SA_x/2 + SA_y/2 + F$$

と考えると

$$SA_{隅} = (1) \times 1/4 + (2) \times 1/2 + (3) \times 1/2 + (4)$$

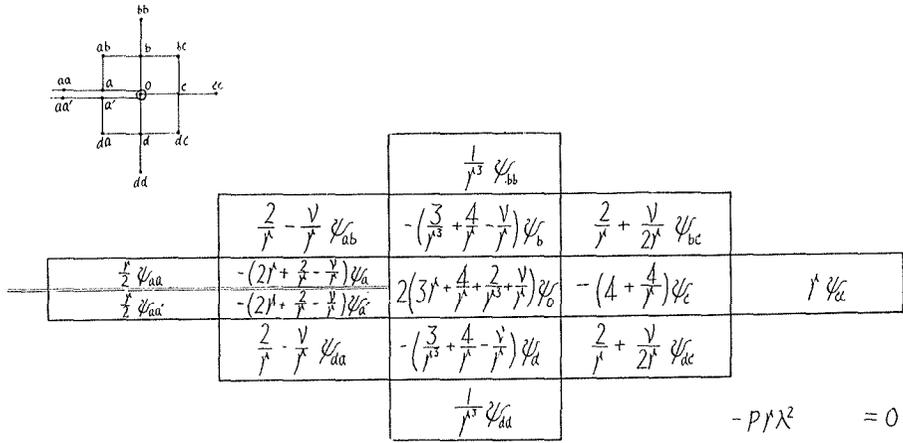


第 10 図

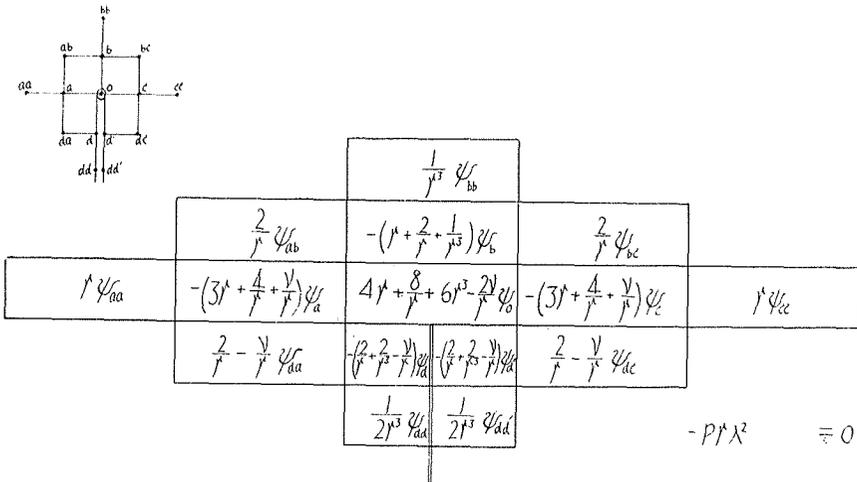
釣合式より

$$SA_A + SA_B + SA_C + SA_D = 0$$

切欠のある部分の SA の式は自由辺を持つ故  $M=0$  より外点となる点を消去すると l 点の式が樹つ。



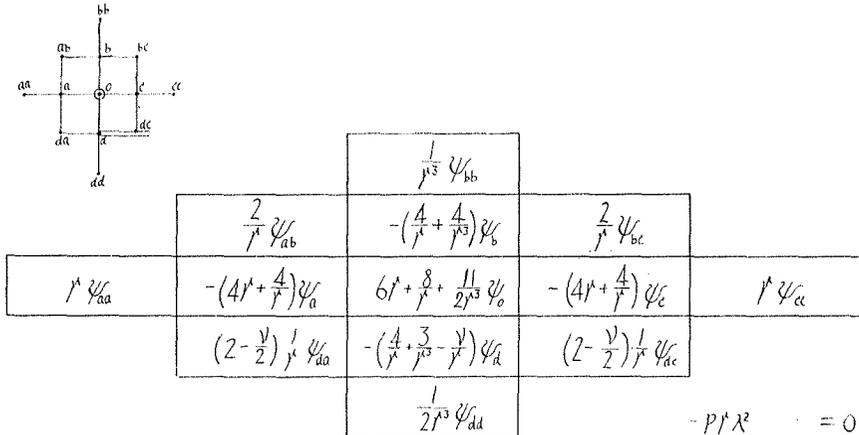
第 11 図



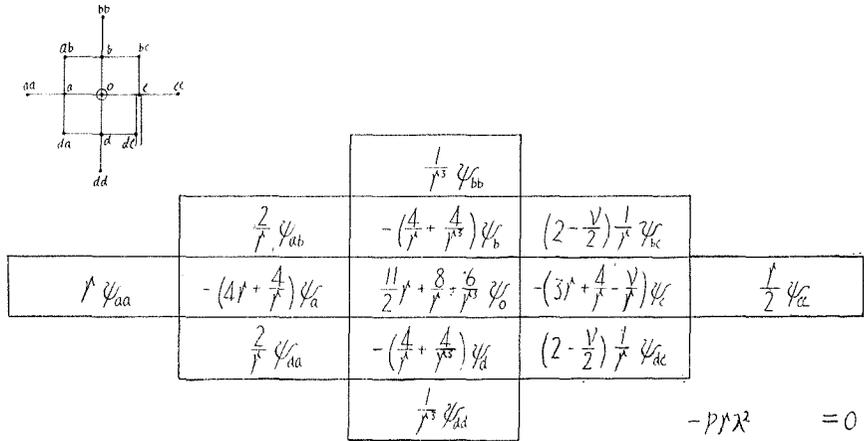
第 12 図

同様にして  $m, n$  点の式が樹てられる。

$m$  点の式

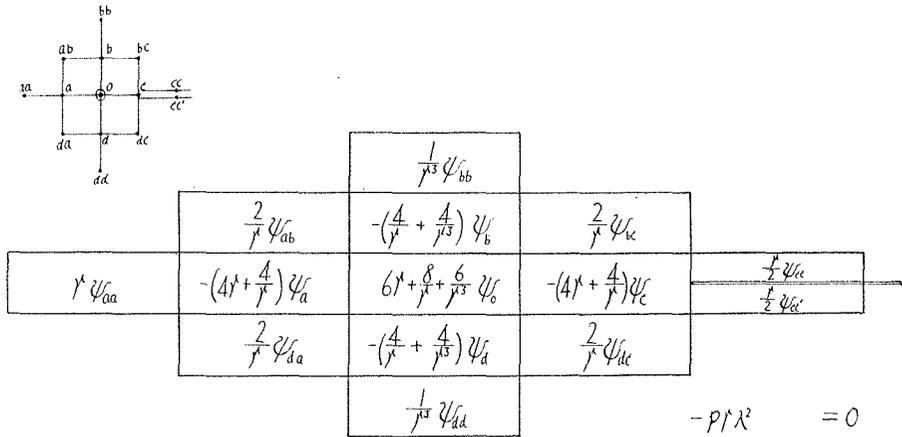


第 13 図

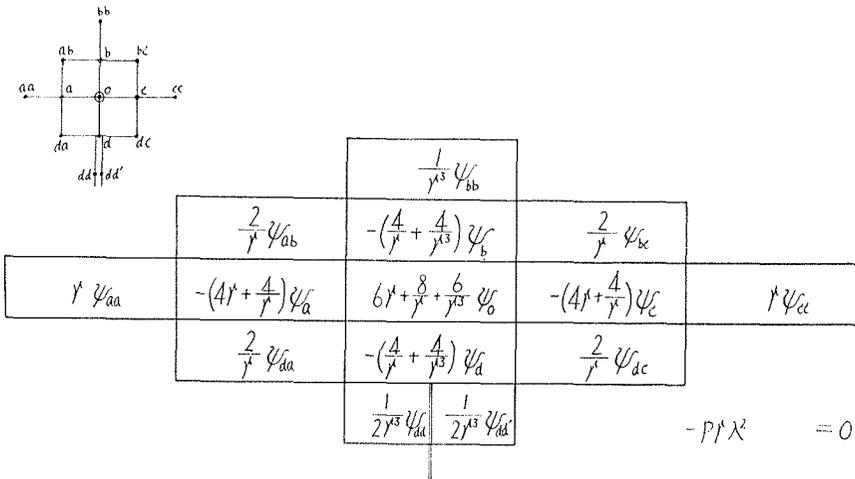


第 14 図

$n$  点の式



第 15 図



第 16 図

## §3 方程式の解及び応力表

$\lambda/\lambda=r=1\nu=0$ として、各点に於いて方程式を樹てると、第1表の如くなる。

第 1 表

	$\psi_{51}$	$\psi_{52}$	$\psi_{53}$	$\psi_{41}$	$\psi_{42}$	$\psi_{43}$	$\psi_{31}$	$\psi_{32}$	$\psi_{33}$	$\psi_{21}$	$\psi_{22}$	$\psi_{23}$	$\psi_{11}$	$\psi_{12}$	$\psi_{13}$	荷重項
51	22	-8	1	-8	2		1									0.0278
52	-8	22	-8	2	-8	2		1								"
53	2	-16	21		4	-8			1							"
41	-8	2		21	-8	1	-8	2		1						"
42	2	-8	2	-8	21	-8	2	-8	2		1					"
43		4	-8	2	-16	20		4	-8			1				"
31	1			-8	2		21	-8	1	-8	2		1			"
32		1		2	-8	2	-8	21	-8	2	-8	2		1		"
33			1		4	-8	2	-16	20		4	-8			1	"
21				1			-8	2		21	-8	1	-8	2		"
22					1		2	-8	2	-8	20	-7	2	-8	2	"
23						1		4	-8	2	-14	18		4	-8	"
11							1			-8	2		22	-8	1	"
12								1		2	-8	2	-8	20	-6	"
13									0.5		2	-4	1	-6	8.5	0.0139

方程式を解くに当つて次の如くして計算を簡易化した。先ず周辺固定版を消去法にて解き細隙部周辺の方程式を樹て関連部分を消去して解を求めた。この様にして計算すると非常に簡単に一連の計算が出来る。下に各状態に於ける応力表を掲げる。

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0.0184	0.0382	0.0518
0.0684	0.1842	0.3432	0.5532
0	0.0092	0.0191	0.0259
0.0184	0.0007	0.0031	0
0	0.0002	0.0011	0.0007
0.1872	0.0186	0.0393	0.0523
0.0372	0.0021	0.0073	0
0	0.0056	0.0122	0.0185
0.3612	0.0224	0.0473	0.0606
0.0448	0.0025	0.0116	0.0266
0	0.0072	0.0157	0.0199
0.4236	0.0190	0.0396	0.0488
0.0380	0.0016	0.0114	0.0184
0	0.0061	0.0126	0.0138
0.3730	0.0095	0.0193	0.0232
0.0190	0.0003	0.0059	0.0078
0	0.0000	0.0010	0.0024
0.1956	0	0	0
0	0.0190	0.0386	0.0464
0.0720	0.1938	0.3778	0.4410

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0.0188	0.0376	0.0448
0.0714	0.1962	0.3732	0.4308
0	0.0074	0.0148	0.0223
0.0188	0	0.0010	0.0008
0	0.1962	0.0188	0.0386
0.0376	0.0010	0.0120	0.0464
0	0.0058	0.0123	0.0146
0.3726	0.0224	0.0447	0.0534
0.0448	0.0072	0.0151	0.0283
0.4308	0.0188	0.0385	0.0461
0.0376	0.0009	0.0121	0.0132
0	0.0053	0.0121	0.0144
0.3732	0.0094	0.0188	0.0224
0.0188	0	0.0058	0.0072
0	0.0009	0.0013	0.0013
0.1962	0	0	0
0	0	0	0
0	0.0188	0.0376	0.0448
0.0714	0.1962	0.3732	0.4308

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0.0186	0.0376	0.0482
0.0726	0.1920	0.3528	0.4992
0	0.0093	0.0186	0.0224
0.0186	0.0002	0.0042	0
0	0.0001	0.0011	0.0001
0.1926	0.0187	0.0387	0.0483
0.0374	0.0013	0.0104	0.0192
0	0.0057	0.0121	0.0160
0.3684	0.0224	0.0465	0.0585
0.0448	0.0077	0.0141	0.0200
0	0.0072	0.0155	0.0180
0.4284	0.0189	0.0388	0.0467
0.0378	0.0010	0.0120	0.0138
0	0.0059	0.0122	0.0143
0.3750	0.0095	0.0189	0.0226
0.0190	0.0001	0.0077	0.0107
0	0.0001	0.0010	0.0015
0.1992	0	0	0
0	0	0	0
0	0.0190	0.0378	0.0452
0.0730	0.1992	0.3726	0.4344

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0.0184	0.0392	0.0530
0.0684	0.1776	0.3414	0.5960
0	0.0092	0.0196	0.0275
0.0184	0.0015	0.0023	0
0	0.0003	0.0012	0.0015
0.1830	0.0187	0.0404	0.0563
0.0374	0.0030	0.0056	0
0	0.0059	0.0127	0.0188
0.3606	0.0223	0.0485	0.0667
0.0446	0.0039	0.0080	0
0	0.0069	0.0160	0.0234
0.4104	0.0190	0.0406	0.0533
0.0380	0.0026	0.0087	0.0158
0	0.0062	0.0129	0.0154
0.3702	0.0095	0.0198	0.0249
0.0190	0.0008	0.0012	0.0102
0	0.0010	0.0012	0.0037
0.1926	0	0	0
0	0	0	0
0	0.0190	0.0396	0.0498
0.0720	0.1878	0.3774	0.4824

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0.0184	0.0396	0.0566
0.0684	0.1746	0.3572	0.6156
0	0.0092	0.0196	0.0283
0.0184	0.0014	0.0021	0
0	0.0014	0.0015	0.0020
0.1826	0.0188	0.0411	0.0586
0.0376	0.0035	0.0048	0
0	0.0060	0.0130	0.0187
0.3600	0.0224	0.0494	0.0702
0.0448	0.0046	0.0062	0
0	0.0071	0.0165	0.0238
0.4078	0.0189	0.0412	0.0580
0.0378	0.0034	0.0055	0
0	0.0060	0.0130	0.0186
0.3618	0.0074	0.0200	0.0272
0.0188	0.0012	0.0034	0.0144
0	0.0001	0.0012	0.0036
0.1878	0	0	0
0	0	0	0
0	0.0188	0.0400	0.0544
0.0708	0.1812	0.3370	0.3610

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0.0186	0.0400	0.0572
0.0702	0.1764	0.3376	0.6216
0	0.0093	0.0200	0.0286
0.0186	0.0014	0.0021	0
0	0.0002	0.0015	0.0020
0.1830	0.0188	0.0415	0.0592
0.0376	0.0039	0.0050	0
0	0.0059	0.0132	0.0186
0.3564	0.0224	0.0498	0.0712
0.0448	0.0072	0.0060	0
0	0.0072	0.0166	0.0240
0.4080	0	0	0

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0.0189	0.0389	0.0486
0.0719	0.1908	0.3738	0.4734
0	0.0093	0.0193	0.0243
0.0189	0.0006	0.0012	0.0097
0	0.0001	0.0009	0.0030
0.1942	0.0189	0.0399	0.0516
0.0377	0.0021	0.0095	0.0235
0	0.0060	0.0128	0.0157
0.3689	0.0223	0.0475	0.0632
0.0446	0.0039	0.0095	0
0	0.0068	0.0152	0.0232
0.4155	0	0	0

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0.0189	0.0412	0.0586
0.0727	0.1908	0.3738	0.4734
0	0.0093	0.0200	0.0286
0.0191	0.0006	0.0012	0.0096
0	0.0001	0.0009	0.0030
0.1869	0.0189	0.0412	0.0586
0.0373	0.0035	0.0048	0
0	0.0060	0.0130	0.0187
0.3672	0.0224	0.0494	0.0702
0.0449	0.0046	0.0062	0
0	0.0071	0.0165	0.0238
0.4078	0.0189	0.0412	0.0580
0.0378	0.0034	0.0055	0
0	0.0060	0.0130	0.0186
0.3618	0.0074	0.0200	0.0272
0.0188	0.0012	0.0034	0.0144
0	0.0001	0.0012	0.0036
0.1878	0	0	0
0	0	0	0
0	0.0188	0.0400	0.0544
0.0708	0.1812	0.3370	0.3610

第2表 応力表

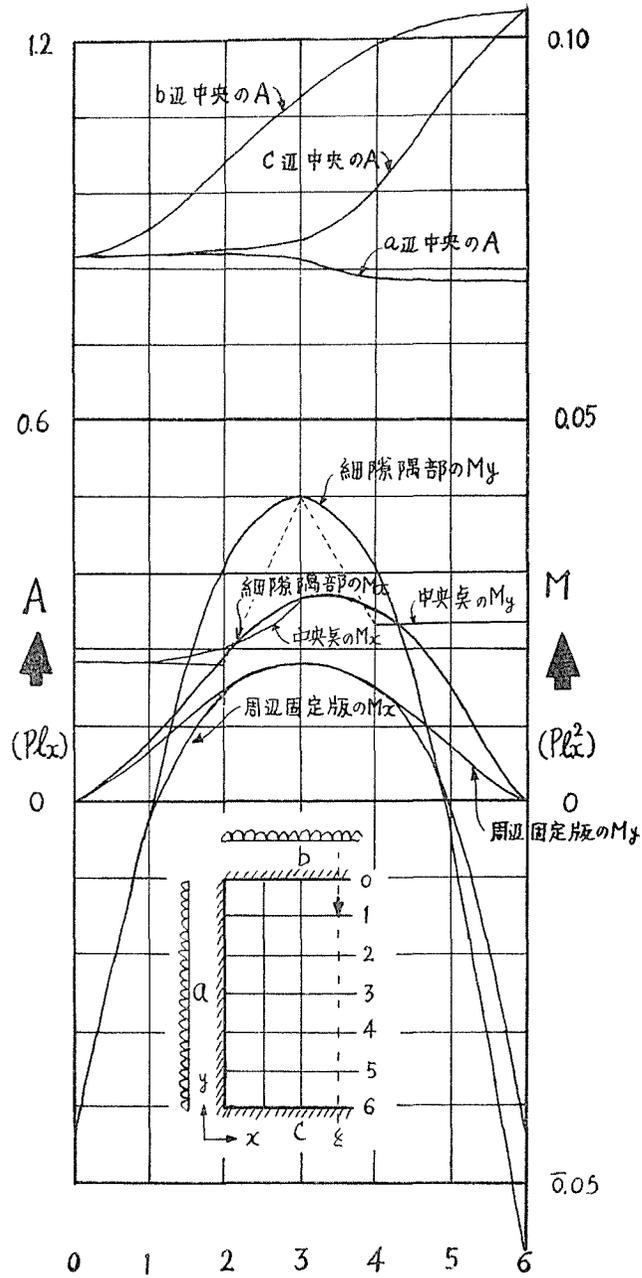
- 第1段 撓度  $\phi (Pl_x^2)$
- 第2段 曲げモーメント  $M_x (Pl_x^2)$
- 第3段 曲げモーメント  $M_y (Pl_x^2)$
- 第4段 支持力  $A (Pl_x)$



おわりに

この研究を要約すると

一般的に細隙部線상에応力が集中し、特に正曲げモーメントの最大値は、周辺固定の無細隙版の2.17倍にもなつて居り、又版端迄細隙部が達してゐる辺の曲げモーメントの最大値は無



第18図 主要点の応力図

細隙版の 1.27 倍にもなっている。支持力の集中も細隙部線上に於いて著しい。この関係を図示したのが第 18 図である。

#### 附 記

支持力の総和を求めて検算するに本計算では 0.02% 程度の誤差があつた。

終りに臨み構造第一研究室向井君の計算並びに作図の労に対して感謝する。

#### 文 献

- 1) E. Wiedemann: Der Formänderungszustand einer quadratischen Platten mit quadratischer Öffnung. *Ingenieur Archiv*, 7, 1936.  
堯天義久: 開口平版の階差方程式に依る近似解. 建築学会研究報告, 第 33 号.  
土橋由造・斎藤満智子: 矩形有孔床版の曲げ応力. 建築学会研究報告, 第 42 号.  
土橋由造・三浦重幸: 有孔矩形床版の応力研究. 建築学会論文報告, 第 63 号.
- 2) 土橋由造, 三浦重幸: 中央部薄肉矩形版の応力研究. 北大工学部研究報告, 第 19 号.  
中央部薄肉矩形版の応力研究. 建築学会論文報告, 第 57 号.  
中央部薄肉矩形版の応力研究. 建築学会研究報告, 第 42, 45 号.