



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	かご形誘導電動機の高調波現象について : 空隙磁界と溝数組合せとの関係
Author(s)	藤原, 一; Fujiwara, Hajime
Citation	北海道大學工學部研究報告, 24, 85-97
Issue Date	1961-02-28
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40670
Type	departmental bulletin paper
File Information	24_85-98.pdf



かご形誘導電動機の高調波現象について

(空隙磁界と溝数組合せとの関係)

藤 原 一

A Treatise on Induction Motor Performance Attributed to Some Special Slot Combinations

Hajime FUJIWARA
(Electrical department)

Abstract

It is well known that the air gap flux distribution of induction motor is due to the air gap m.m.f. waves and coexisting stator and rotor slot openings. In the most previous papers, this distribution was calculated by multiplying simply the formulae of m.m.f. waves and the air gap permeance waves. But it is unsatisfactory in the case of $pn + aS + rR = 0$, assigning no. of pole pairs, stator slots and rotor slots by p , S and R , and no. of order of m.m.f. waves, stator slot and rotor slot permeance waves by n , a and r , because the total sum of the air gap flux must be equal to zero. It is to be noticed that this case contains nearly one-half groups in the induction motor slot combinations.

In this paper, first, this phenomena is generally discussed and slot combinations are all divided into several groups at this viewpoint. Second, comparing this new rule for the selection of slot combinations with the previous one declared by many authors, new suggestion is investigated and checked by the experimental data of speed-torque curve in the Möller's paper and other's respectively. And last, in order to discuss more analytically the performance of induction motor influenced by slot combinations, it is pointed out that the one of the special reaction machine must be studied.

1. 緒 言

かご形誘導電動機の異常現象についてはそれが比較的回転数の小なる範囲で著しく発生し然も之が定常的に経続する為、その発見は極めて早く、1896年 Görges によつて報告されて以来、本現象解明の努力は本機の工業的利用普及の当初より払われたと云える。之の発生の原因に就いては固定子より回転子へ勢力の伝達の媒介になる空隙磁界分布に多くの高調波成分が重畳している事が主因である事は早くより知られているが、然し之の磁界分布に影響を与える原因は数多く、従来言及されているのは固定子及び回転子の溝数とその組合せが主として大きな関係を持ち、更に又、溝の形状、寸法、空隙長、固定子巻線配置、端結線の接続法、多相接続の仕方及び磁気回路の飽和等も関係し、本現象研究の困難さが非常に大である原因となつて

と云われている。然しながら又一方、i) その構造は巻線、鉄心共に周辺方向に対して完全な対称性を持つ事、ii) 電気磁氣的にも各相巻線の端子よりみて略々対称性を有する事(之の中の非対称性が実は本論文に於いて論究されるのであるが)、iii) 又磁気回路の鉄心の飽和等の影響は本現象の根本的發生の主因では無く、従つて鉄心を含む磁路は線系と考へて良い事、iv) 又定常状態の現象である事等を考慮に入れると理論的解析の方法は比較的容易に発見出来る様にも考へられる。

当初の研究に於いては主として異常回転力の減少に目的を置いて研究されていたが、近年に至り電動機利用の領域の拡大によつて、その振動及び騒音の減少を研究対象として実験的又理論的に追究されているが本現象は部分的にかなり解明されてはいるが未だ十分とは思われない。此処に最近迄の研究の主なものに簡単に言及すれば次の如くである。

先づ、実験的研究としては固定子と回転子の溝数の各種のものを組合せて、数多くの速度回転力曲線の実測結果が発表されており、Stiel, Möller 氏の研究、及び本邦では竹内氏又最近に発表された関野氏等の諸研究が有る。Stiel 氏は斯界の先駆者として余りにも有名であり、又 Möller²⁾ 氏は 57 例の豊富な実測例に於いてその測定法の改良によつて回転力特性の微細な変化も記録し、かつ詳細な検討を附して居り、かつ又測定範囲も逆回転の領域迄拡張して居り極めて貴重な業績を発表している。

本論文においても理論の検証に氏の測定例を引用する。又竹内氏³⁾ はその研究の一部のみしか公表していないのは誠に残念であるが、回転力特性を明確な特長で以て分類し、又騒音及び振動の發生の形式を二種類に分けて居るが之等は何れも示唆に富んで居ると思われる。更に又関野氏等の研究は振動及び騒音に対する実測結果を発表し、特に斜溝の効果を総合的に検討して居る点は極めて興味深いものがある。

又理論的な研究はその数は極めて多きに達するが主な研究は Arnold 氏及び Punga 氏に始り、Dreese, Kron⁴⁾, Sequenz⁵⁾ 氏等は高調波回転力の發生の形式と溝数組合せとの関係を明らかにし、Kade, Lund, Jordan 氏及び本邦に於いては大川氏⁶⁾、又最近では尾本⁵⁾、石崎氏等は解析的研究により、総合的な理論を展開して来ている。特に石崎氏^{6),7)} の同期トルクに関する論文は固定子電流に滑りの函数である周波数の電流成分を考慮する事により極めて勝れた成果を得ているものと考えられるのである。然しながら之等諸家の研究は誘導電動機の電気磁氣的現象を解析する場合、電気回路のみ閉回路として扱い、磁気回路はその様な扱いを行わず、そのため或る特定の溝数組合せの場合に或る程度の顕著な影響を与える事を無視しているものが多い。

本論文に於いて著者は誘導電動機の高調波現象の原因である空隙磁界は、空隙に沿つての起磁力分布と固定子及び回転子の溝の存在によつて複雑に然も大きく変化する空隙パーミアンスとの積で与えられるとするのは一般には正しくない事を述べ、之の見地に立脚して空隙磁界の新成分及びそれが存在する場合の溝数組合せの条件式を得た。更に之の新成分に対する理論

的考察を諸家の実験結果によつて検討を加え、又上述の条件式から新らしい根拠による溝数組合せの分類が出来、之を在来の溝数選定に対する説と比較している。最後に本現象をより正確に解析する為には特殊な形の反作用電動機の解析も有力な手掛りとなる事を指摘している。

2. 記号の説明

考察の便に資する為には本論文中に用いられている記号を一括して説明する。

- I : 固定子の相電流
- p : 固定子巻線の極対数
- S : 固定子溝数
- q : 固定子の一極一当りの溝数
- Z_1 : 固定子巻線の一相当りの全導体数
- R : 回轉子溝数
- δ : 空隙長
- $t_1; t_2$: 固定子及び回轉子溝の溝ピッチ
- ϕ_1, ϕ_2 : 同じく溝ピッチに相当する空間角
- O_1, O_2 : 固定子及び回轉子溝の溝開口部の幅
- b : 固定子巻線の極ピッチと巻線ピッチとの差に相当する空間角
- a : $(t-O)/O$ に近い値の整数
- β : 第2図参照
- ω : 電源角周波数
- s : 滑り
- N : 回轉子の回轉角速度
- n_s : 同期速度
- μ_0 : 空気の透磁率 $4\pi \times 10^{-7} H/m$
- n : 固定子起磁力の高調波次数
- A_n : 固定子起磁力の n 次高調波の振幅
- f_{pn} : 巻線係数
- h : 零及び正、負の整数
- α, γ : 固定子及び回轉子の溝開口によるパーミアンスの高調波次数で零及び正で負の整数
- n_0, α_0, γ_0 : (11) 式の成立する n, α 及び γ の値
- $P_{\alpha\gamma}$: 空隙パーミアンス曲線の $(\alpha S + \gamma R)$ 次の高調波成分の振幅
- θ : 空間角
- $F(\theta, t)$: 起磁力分布

$V(\theta, t)$: 固定子と回転子鉄心間の磁位差

$P(\theta, t)$: 空隙パーミアンス曲線

$B(\theta, t)$: 空隙磁束密度

3. 空隙磁束密度の計算

高調波現象の原因となる空隙磁束分布は、固定子及び回転子両者の電流によつて生成され、この後者の影響が現象を増大し、且又解析困難の因をなすと考えられている。然し固定子電流は空隙パーミアンスから直接求められる励磁電流分と回転子電流による起磁力の補償分との両者に分けられ、後者と回転子電流とが空隙磁界に与える影響は二次的な成分を無視すれば相殺され、残るは前者のみと近似的に考えて良い。この事より本現象に対して最も基本的な影響を与えるのは電源と空隙パーミアンスとの値によつて決定される空隙磁束分布と云い得る。

以上の考察により電流を対称三相と仮定して磁束分布を計算する事にしたい。尚その際、巻線及び鉄心の非対称性、鉄心の非線性等は無視し、磁気抵抗、斜溝の影響については改めて別の機会に考察する事にする。

(1) 磁起力

固定子電流 I_1 と巻線の配置とから良く知られた次の如き起磁力の値を得る。

$$F_1(\theta, t) = \sum_n A_n \sin(pn\theta - \omega t) \quad (1)$$

式中、 θ は或る極下の一相の導線群による相帯の中央を原点として定められ、又 A_n 及び f_{pn} は

$$A_n = \frac{\sqrt{2} 3Z_1}{2\pi} \frac{f_{pn}}{pn} I_1 \quad (1)$$

$$f_{pn} = \frac{\sin pn \frac{q\phi_1}{2}}{q \sin pn \frac{\phi_1}{2}} \cos pn \frac{b}{2} \quad (2)$$

但し

$$n = 6h + 1 \quad (3)$$

である。

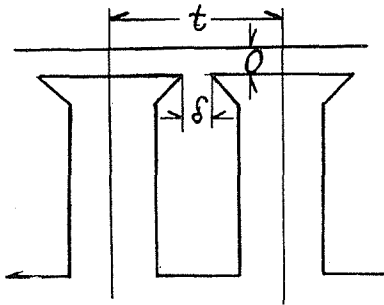
(1) 式中の A_n は pn 次起磁力高調波の振幅を、又 f_{pn} は巻線係数で第1項は分布巻係数、第2項は短節係数を表す。

(2) 空隙パーミアンス

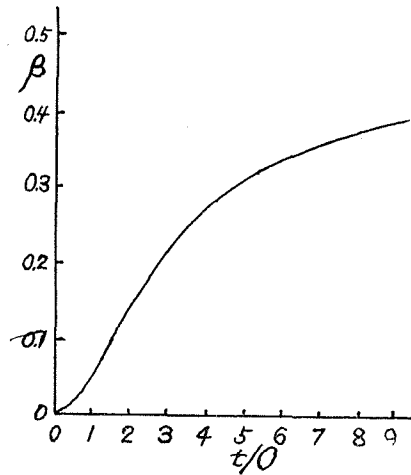
固定子及び回転子に溝が存在するので空隙パーミアンスの値は之の両者の影響によりかなり複雑な変化をする。Kron⁴⁾ 氏、Heller⁵⁾ 氏、尾本、石崎⁶⁾ 氏等は比較的簡単な形に求めているが、今尾本、石崎氏の式を引用することとして之を要約して説明すれば次の如くである。

今誘導電動機の如く固定子、回転子両側に溝の存在する場合には先づ何れか一方のみ有溝

で他方は平滑面であると考え、之の際の溝の開口部に於ける磁束の減少を等価空隙長の増大と考える。之の値は Weber⁹⁾ 氏によつて計算され、等価空隙長の増大分 Δ は x を歯の中央を原点と定めるとすれば次の如く表わされる。(第 1 図)



第 1 図



第 2 図

$$\Delta = \frac{\delta}{1 - 2\beta \sin^2 \alpha \left(\frac{Zx}{2} \right)} - \delta \tag{4}$$

固定子及び回転子両者の溝に対して上式の値を別々に求め、空隙長 δ に之等を加える事により、之の場合の等価空隙長を算定する事が出来、その結果等価パーミアンスは次式の如く表される。

$$P(\theta, t) = \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} P_{\alpha\gamma} \cos [aS + \gamma R\theta - \gamma RNt] \tag{5}$$

但し、 N は回転子の回転角速度で

$$N = \frac{1-s}{p} \omega$$

で表される。又式中の $P_{\alpha\gamma}$ は各調波のパーミアンス曲線の振幅で其の大きさは次の如く表されとされている⁶⁾。即ち

$$F(\rho, |a|, \gamma) = A_{\rho a_1 | a|} A_{\rho a_2 | \gamma|} - 2\beta_1 A_{2\rho a_1 | a|} A_{\rho a_2 | \gamma|} - 2\beta_2 A_{\rho a_1 | a|} A_{2\rho a_2 | \gamma|} + 4\beta_1 \beta_2 A_{2\rho a_1 | a|} A_{2\rho a_2 | \gamma|} \tag{6}$$

又

$$\left. \begin{aligned} A_{a_1 0} &= \frac{1}{2^{2a_1}} \cdot 2a_1 C_{a_1}, & A_{a_2 0} &= \frac{1}{2^{2a_2}} \cdot 2a_2 C_{a_2} \\ A_{a_1 \kappa} &= (-1)^\kappa \frac{1}{2^{2a_1-1}} \cdot 2a_1 C_{a_1-\kappa} \\ A_{a_2 \kappa} &= (-1)^\kappa \frac{1}{2^{2a_2-1}} \cdot 2a_2 C_{a_2-\kappa} \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

とおけば

$$\left. \begin{aligned}
 P_{00} &= \frac{\mu_0}{\delta} \left[1 - 2\beta_1 A_{\alpha_1 0} - 2\beta_2 A_{\alpha_2 0} + 4\beta_1 \beta_2 A_{\alpha_1 0} A_{\alpha_2 0} + \sum_{\rho=1}^{\infty} (4\beta_1 \beta_2)^\rho F(\rho, O, O) \right] \\
 P_{\alpha 0} &= \frac{\mu_0}{\delta} \left[-2\beta_1 A_{\alpha_1 |\alpha|} + 4\beta_1 \beta_2 A_{\alpha_1 |\alpha|} A_{\alpha_2 0} + \sum_{\rho=1}^{\infty} (4\beta_1 \beta_2)^\rho F(\rho, |\alpha|, O) \right] \\
 P_{0r} &= (-1)^r \frac{\mu_0}{2\delta} \left[-2\beta_2 A_{\alpha_2 |r|} + 4\beta_1 \beta_2 A_{\alpha_1 0} A_{\alpha_2 |r|} + \sum_{\rho=1}^{\infty} (4\beta_1 \beta_2)^\rho F(\rho, O, |r|) \right] \\
 P_{\alpha r} &= (-1)^r \frac{\mu_0}{4\delta} \left[4\beta_1 \beta_2 A_{\alpha_1 |\alpha|} A_{\alpha_2 |r|} + \sum_{\rho=1}^{\infty} (4\beta_1 \beta_2)^\rho F(\rho, |\alpha|, |r|) \right]
 \end{aligned} \right\} (8)$$

と与えられる。但し $\alpha_1 \simeq (t_1 \sim O_1)/O$, $\alpha_2 \simeq (t_2 \sim O_2)/O_2$ なる整数の値であり、又 β は第2図によつて与えられ、又 t , O 及び δ は第1図に記入してある。尚 θ の原点が固定子溝の中央に来る場合には P_{00} , $P_{\alpha r}$ の値は(8)式の値に更に $(-1)^r$ を乗じた値となる。

此処で P_{00} の値は平均空隙長が溝の存在によつて等価的に増大した事に起因する等価平均パーミアンスで、 $P_{\alpha 0}$, P_{0r} は固定子又は回転子の一方の溝のみが存在すると考えた時に於けるパーミアンス曲線の各次数成分の振幅を表し、その第1項は直接の値を示し、第2項及び第3項は反対側にも溝が存在する事に対する補正項である。更に又 $P_{\alpha r}$ はパーミアンス曲線の $(\alpha S + rR)$ 次の成分の振幅を表わし、之は固定子、回転子両者に溝が存在することによるものであつて、異常現象発生に対して大きな原因を与えるものと云い得る。

(8)式の計算は極めて複雑のように予想されるが之はすべて空隙長 δ , 溝ピッチ t 及び溝開口幅 O の値から比較的容易に演算されるものであり、又 α 及び r の値も実際の場合には極めて小さいのが普通である。

(3) 磁束密度

従来空隙磁束密度の計算に於いては既に求められた起磁力に等価パーミアンスを乗ずる事によつて簡単に求めているが、正しくは等価パーミアンスを起磁力にではなくて固定子と回転子との鉄心間の磁位差に乗すべきものである。この両者の差は通常無視されて居り、本現象を取扱つた文献に於いて之の点に言及して居るのは Kron⁴⁾ 氏のみであり、氏の考察も未だ不十分な点があり、又之の影響を考慮しなければならない溝数の組合せに対しても統一的な見解を得ていない様である。

此処に上述の考察にもとづいて如何にして磁束密度の関係式を得る事が出来るかを検討してみよう。

今固定子及び回転子の鉄心間の磁位差を $V(\theta, t)$, 又起磁力を $F(\theta, t)$ とすれば次式が得られる。

$$V(\theta, t) = F(\theta, t) + C(t) \quad (9)$$

更に又空隙の磁束密度 $B(\theta, t)$ は空隙パーミアンスを $P(\theta, t)$ とすれば

$$B(\theta, t) = V(\theta, t) \cdot P(\theta, t) \quad (10)$$

で表わされ、(10)式に(9)式を代入して $B(\theta, t)$ は

$$B(\theta, t) = F(\theta, t) \cdot P(\theta, t) + C(t) \cdot P(\theta, t) \quad (11)$$

となる。(9)式中の $C(t)$ に就いて Richter¹⁰⁾ は空隙に沿って分布されている電気装荷を積分する事によつて起磁力を求めるときの積分常数に相当するものであると述べて居る。従つて之の $C(t)$ は電気装荷を定積分すれば消失すべきものであり、両鉄心を通る任意の閉じた積分路に於いてその内部に含まれた起磁力に影響を与えないためには $C(t)$ は空隙に沿つては一定、即ち θ に無関係でなくてはならず、之は時間の函数としてのみ即ち回転中は両鉄心の相対的な配置の変化のみによつて存在し得るのである。一般の回転機では勿論 $C(t)$ が 0 であるのが普通であるが誘導電動機の場合溝数の組合せが或る条件を満足する時は 0 とはならない。又一例として 2 極機の偏心の場合を考察してみると若しも $C(t)$ を 0 として之を無視すれば狭い空隙の方はパーミアンスの増大によつて磁束密度が大となり、広い空隙の方はその反対となり、回転子に流出入する全磁束の積分は 0 とはならず起磁力の存在しない鉄心中で磁束が発生又は消失すると云う矛盾を生ずる。之の点を考慮すれば $C(t)$ の値は単極磁束を発生しない条件¹⁰⁾、即ち

$$\int_0^{2\pi} B(\theta, t) d\theta = 0 \quad (12)$$

によつて求めることが出来よう。

従つて(11)式と(12)式とから $C(t)$ は

$$C(t) = - \frac{\int_0^{2\pi} F(\theta, t) \cdot P(\theta, t) d\theta}{\int_0^{2\pi} P(\theta, t) d\theta} \quad (13)$$

となり、又之を(11)式に代入する事によつて $B(\theta, t)$ の値を最終的に決定する式を得ることが出来る。

今本問題に上記の関係を適用してみれば従来より与えられている磁束分布の値を表わしている(13)式の分子の積分内の項は(1)式と(5)式とにより以下の如く表わされる。

$$F_1(\theta, t) \cdot P(\theta, t) = \sum_n \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} A_n P_{\alpha\gamma} \sin \left[\overline{pn + aS + \gamma R\theta - \omega + \gamma RNt} \right]^{(6)} \quad (14)$$

(14)式を 0 から 2π 迄積分する事によつて一般に之の値は 0 になるが

$$pn + aS + \gamma R = 0 \quad (15)$$

の関係式が成立する場合にのみ(14)式は零とはならない。従つて(15)式を満足する n , a 及び γ の組合せが与えられた極対数 p , 固定子溝数 S 及び回転子溝数 R の間に存在する場合は $C(t)$ は時間の函数として或る値を有し、之の場合については(13)式は

$$C(t) = - \frac{\sum_{n_0, \alpha_0, \gamma_0} A_{n_0} P_{\alpha_0 \gamma_0} \sin \left[\overline{\omega + \gamma_0 RNt} \right]}{P_{00} + \sum_{\alpha' \gamma'} P_{\alpha' \gamma'} \cos \gamma' RNt} \quad (16)$$

と表わされる。上式の分母の第2項は空隙平均パーミアンスの時間的変動を示しているがその項中の a' , r' は S 及び R が同期回転力を発生する溝数組合せの条件式

$$aS + rR = 0 \quad (17)$$

を満足する値の組合せを示しており、又 Σ はその値についてのみ行なうものとする。之の a' , r' の値は今の場合比較的大きく、従つて $P_{a'r'}$ は極めて小さいのでこの項を無視して差支えないと思われる。かくして(11)式は以下の如く表す事ができる。

$$\begin{aligned} B_1(\theta, t) = & \sum_n \sum_\alpha \sum_r A_n P_{a'r'} \sin \left[\overline{pn + aS + rR\theta - \omega\gamma + RNt} \right]^* \\ & * - \frac{1}{2} \frac{\sum_{n_0, \alpha_0, \gamma_0} A_{n_0} P_{\alpha_0 \gamma_0}}{P_{00}} \sum_\alpha \sum_r P_{a'r'} \sin \left[\overline{aS + rR\theta + \omega + (\gamma_0 - \gamma)RNt} \right]^* \\ & * + \frac{1}{2} \frac{\sum_{n_0, \alpha_0, \gamma_0} A_{n_0} P_{\alpha_0 \gamma_0}}{P_{00}} \sum_\alpha \sum_r P_{a'r'} \sin \left[\overline{aS + rR\theta - \omega + (\gamma_0 + \gamma)RNt} \right] \quad (18) \end{aligned}$$

但し n_0 , α_0 及び γ_0 は(15)式の条件を満足する値であり、又 Σ はその値の組合せに対してのみ行なうものとする。上式の第1項は従来与えられている磁束密度を表わし、第2項及び第3項は $C(t)$ の存在による新成分である。

4. 理論的考察

(5)式の関係が固定子及び回転子の溝数間に存在する場合について求められた(18)式の磁束密度の式は回転子の鉄心の磁位変動を意味する $C(t)$ の値が見かけ上追加的な起磁力として与える影響について考慮したものであるから、更に之等のことについて考察を進めてみよう。

(1) 固定子起磁力の相互影響

(18)式の第1項は従来から与えられている磁束密度の式(14)式と等しく、一般に $pn + aS + rR$, 次の成分を有している。このことは固定子側についてみればその pn 次の起磁力が S 個の溝が存在するために現われる、 aS 次の空隙パーミアンスの影響を受けて見かけ上は $pn + aS$, 次の起磁力が存在して、之が回転子に作用すると考えて差支えない。今 $S = 6qp$ であることを考慮すれば

$$pn + aS = pn' \quad (19)$$

となり、式中の n' は $n + a6q$ に等しく、更に又(3)式の関係より h' を零及び正、負の整数とすれば

$$n' = 1 + 6h' \quad (20)$$

となる。即ちこのことは磁束密度に互いに影響を与え合う起磁力の次数は互いに aS だけ異なっていることを示している。従つて互いに作用し合う固定子起磁力の各調波成分は之を q 個の組に分類することができ、固定子溝数が24溝及び36溝の例の場合について第1表及び第2表

第1表 n の表 ($q=2$ の場合)

I	+1	-11	+13	-23	+25	-35	+37	-47
II	-5	+7	-17	+19	-29	+31	-41	+43

第2表 n の表 ($q=3$ の場合)

I	+1	-17	+19	-35	+37	-53	+55
II	-5	+13	-23	+31	-41	+49	-59
III	+7	-11	+25	-29	+43	-47	+61

に示してある。之の表は回転子の溝の影響を無視した場合には空隙の磁束密度を示すことになり、之より溝高調波磁束は溝高調波起磁力のみでなく基本波起磁力によつても大きく影響されてその値が著しく大となることがわかり、又このことが異常現象の最大の原因である事は良く知られていることである。その他の次数の起磁力の組は相帯高調波起磁力の成分を示しているものであり、之は巻線係数の撰び方によつてその値を減少させる事が出来、それらも又相互に影響を与え合つてゐるものと云える。之の回転子の溝の影響を考慮すれば q 組に系列化された相互間に於いても互いに作用し合うことになるが溝数が組合せが(5)式で与えられる場合については後述する如く各組間の相互作用は存在しなくなる点は注目すべき点である。

(2) (5) 式の条件に対する考察

今(5)式より回転子溝数は

$$R = -\frac{pn+aS}{r} = -\frac{pn'}{r} \tag{21}$$

で表される正の整数でなければならない。ここで n' は(20)式より $1+6h'$ で表され、その値が5以上の素数又はそれらの積で表現されることを考慮に入れば R 及び(5)式を満足している r の値即ち r_0 は共に n, n' と同じく $6h+1$ で表される整数又はその p 倍の値を有することが容易にわかるのである。又大きな値の r_0 はその必要性殆んどなく、實際上、 r_0 は ± 1 か又はその p 倍即ち $\pm p$ の何れかの値を有すると考えて十分である。

従つて m を正の整数とすれば、先づ前者の

$$i) r_0 = \pm 1 \text{ の場合は } R = p(6m \mp 1) \tag{22}$$

となり、次に後者の

$$ii) r_0 = \pm p \text{ の場合は } R = 6m \mp 1 \tag{23}$$

となる。即ち回転子溝数が固定子起磁力の高調波次数を示す数値に等しいか又その極対数倍の

溝数の場合に相当し、(18)式に於いて第2項、第3項の与える影響は r_0 がれなる程明瞭に現われるわけであるから $r_0 = \pm 1$ の場合については之等の項の影響を特に慎重に吟味する必要がある。又特別な場合として2極機るときには p が1であるから之の両者の条件は一致する事になる。之の組合せは例えば $p=2$ 及び $r_0 = \pm p = \pm 2$ に対して R は11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47, 49等であり、 $r_0 = \pm 1$ に対しては R は10, 14, 22, 26, 34, 38, 46, 50等である。之は S には関係はないが特に興味深いのは $R \sim S$ が小の場合で、例えば $r_0 = \pm 2$ では(固定子溝数/回転子溝)が(24/23), (24/25), (36/35), (36/37)等で、又 $r_0 = \pm 1$ では(24/22), (24/26), (36/34), (36/38)等の場合である。

(3) (18)式の考察

式中の第1項は固定子起磁力に起因するものであり、第1項中に含まれている単極磁束に相当する成分は第2項及び第3項の存在によつて始めて零となることを容易に確かめることが出来る。又第2項と第3項は r の値が正負対応する値に対し大いさ等しく回転方向が反対な値を示しており、特に第2項に $r = +r_0$ 、第3項に $r = -r_0$ の値を入れれば之は電源周波数の成分を示し、電源が対称な三相電圧とすれば流入する電流は之の項に対応する様な非対称成分も考慮せざるを得なくなる。之の事実は同期回転力の発生する溝数組合せの場合にその回転力の発生する特定回転数で電源周波数に等しくなる様な滑りに関係する電流を考慮しなければならないと云われているが⁷⁾、今の場合には回転数には関係なく、今問題としている特定の溝の組合せの場合に上述の如き現象が現われるのである、

又この様な回転子溝数の場合は空隙に生じる磁束は総て pn 次となり、 q 個の起磁力の組相互間の影響は無く互いに独立に作用する事になり、更に又 r_0 が ± 1 のときは高調波磁極対当り1つの高調波パーミアンスが対応し、 r_0 が $\pm p$ の時は高調波磁極の p 対当り1つのそれが対応する事になる。換言すれば之は2極機の場合の回転子の偏心の場合の現象と同様であると考えられる。又前者の場合は回転子溝数の等しい次数の高調波磁界成分によつて回転子誘導電流は流れないが、之は高調波 Zigzag 漏洩リアクタンスが無限大の条件に合致する場合である。従つて q 組の起磁力の系列の中、之の次数を含む系列は皆この影響を受ける。従つて非同期回転力はこの系列の起磁力に対してはその基礎波を除いて極めて小となり、その代りに比較的小なる反作用性非同期回転力が高調波の同期速度の点に発生すると考えられる。之の場合その高調波磁界に対して滑りは0.5では無く0となる事は容易に証明できる、この例をあげれば $p=2$, $S=36$, $R=47$ の場合は $r=+2$ の例で第2表より第7次調波を基礎波として $n=+7$, -11 , $+25$ ……等の起磁力による磁束分布のみは上記の影響をうけ、非同期トルクは小となると思われる。以上の考察により之の種の溝数組合せの場合に於いては回転力特性はかなり良好な形を保持すると思われるが、振動及び騒音は大きく且つ多量に高次成分を含んで変歪されていると思われるので之の点更に研究の余地有りと思うものである。又これらの項の n , a , r にそれぞれ n_0 , a_0 , r_0 を代入し、(18)式中の基本波成分のみを考慮すれば Kron⁹⁾氏の求めている

る結果と一致するが、氏の式中第3項の $2p$ 次の成分については(18)式の方がより一般的な形に表現されていると云える。又 $r=r_0$ のとき第1項の pn_0 次成分と第2、第3項の pn_0 次成分の周波数は各 $\omega+r_0RN$ 、 $\omega+2r_0RN$ となり、同一次数で回転速度が2倍の差の磁束密度の共存している点に留意したい。之の事実はMöller氏の実験結果に於いて本論の証明の手掛りになる。Heller⁹⁾氏は又之等の項を無視して偏心の問題を計算しているが離心率が大きい回転子の振動及び騒音について論ずるにはいささか疑問の点がある様である。そして又Alger¹¹⁾氏はその著書に於いて単極磁束は回転機の軸方向の磁気抵抗が大なので存在する事が出来ず、理論式中にかくの如き項がある場合は之を無視すると述べているが、之は軸方向へ磁束が通る様な起磁力の分布はなんら考慮の対象になつてないのであるから、之の説明はいささか疑問である。

5. 諸家の実験結果による検討

従来から数多く発表されている実験結果の主な例について上述の理論を検討してみる。

Möller²⁾氏の p が2、 S が各24、36、48溝、 R が(10~48)溝の実測例中、 $r_0=+1$ にして R が10溝、22溝、又 $r_0=-1$ に対して R が26溝の3例がある。

第1表、第2表等を参照して非同期回転力が反作用性非同期回転力に変化する高次の成分を確かめる事ができるが S が1の近くに集中してゐるので外の現象と重なり合つてゐるので良くわからないのも多い。

各例に対して $-nS/rR/p$ に於いて大きな高調波回転力が発生しているが、同期回転力が大で反作用性非同期回転力は $S=36$ 、 $q=3$ の例で確められるだけであるが、上述の回転力に対応する反作用性回転力が正負各2倍の回転数 $\pm nS/rR/2p$ に於いて(24/10)を除く8例にすべて発生している事が確かめられる。之は前述の如く特別な溝数のみにて発生するもので、その他の数、例えば(24/30)、(36/32)、(36/36)、(48/24)等に散見されるのはMöller氏も予想してゐる偏心の影響と想像される。

Kron⁴⁾氏は $r_0=\pm 1$ に相当するものとして p が2のとき、(48/46)、(36/34)、(24/22)、 p が4のとき(24/28)の例について前2者が騒音大、後2者は同期速度より上で騒音が大きいと報告しているが、之の溝組合せは避けるべきであるかどうかは回転力特性は良好なのであるから、騒音を斜溝等の方法で如何に軽減出来るかを又電気的特性を十分検討することによつて定められよう。関野、白田²⁾氏の回転力測定例に於いても $r_0=\pm 1$ に対して(36/22)、(36/26)、(36/34)、(36/38)等は良好と報告されている。又振動及び騒音に関しては最近、米野³⁾氏及び関野、白田²⁾氏等によつて数多くの溝数組合せに対して騒音レベルの測定及び周波数分析を行なつた詳細な報告がなされている。

之等の実測例中に $r_0=\pm 1$ の多くの例も含まれており、起動時及び無負荷運転時の騒音は奇数溝と殆んど同じ程度か又はかえつて大きいものも見受けられる程であり、又その周波数分析の実測側に $r_0=\pm 1$ に対して(24/38)、(24/58)の2例が報告されているが、溝高調波による騒

音の大きさは奇数溝の例よりもかなり大きく、然も偶数調波を含む非常に多くの周波数成分を含むようである。竹内³⁾氏が之を重音を数度に発音すると言及されてる事は誠に意味深いことである。然し之等は又斜溝の効果が一段と明瞭に見受けられるのである。

又執行⁴⁾氏はその著書に於いて諸家の実験例を検討し、良、不良の判定を総括的に行なっているが $r_0 = \pm 1$ の例について 2 極、4 極、及び 6 極の場合に対して第 3 表の如くなり、不明を除いては総て良好と判定されている。

第 3 表 溝数の分類表 ($r_0 = \pm 1$ の例)

No.	極 数	固定子 溝 数	回 転 子 溝 数	r_0	回 転 子 溝 数		
					不良例	不明例	良 好 例
1	2	24	10~69	± 1	無	多 数	29
2	2	36	10~69	± 1	無	多 数	43, 47
3	2	48	10~69	± 1	無	多 数	無
4	4	24	10~69	± 1	無	14	10, 22, 26, 34, 38
5	4	36	10~69	± 1	無	38, 62	10, 14, 22, 26, 34, 46, 50, 58, 62
6	4	48	10~69	± 1	無	50	10, 14, 22, 26, 34, 38, 46, 58, 62
7	6	36	10~71	± 1	無	21, 39	15, 21, 33, 39, 51, 69
8	6	54	10~71	± 1	無	57	15, 21, 33, 39, 51, 69
9	6	72	10~71	± 1	無	39	15, 21, 33, 51, 57, 69

以上 $r_0 = \pm 1$ の溝数組合せの電動機は回転力特性は良好であるがその騒音が著しく大きい点を十分考慮しなければならない。更に詳細な検討は之の種の電動機をより理論的に深く追究しえたときに行なうことにする。

6. 溝 数 の 分 類

誘導電動機の溝数の撰定には多くの説が唱えられているが今発生する異常現象の種類に着目して次の如く分類すれば第 4 表の如く、大川氏の与えている分類と同様の形になる。ここで

第 4 表 溝数分類表 ($p=2, S=24, 36, 48, R=10\sim 60$)

	R	回 転 子 溝 数								特 性	
1	$p(6m-1)$	10	22	34	46	58				$r_0 = +1$ トルク良好 騒音大	
3	$p6m$	12	24	36	48					$S=1$ で同期トルク	
3	$p(6m+1)$	14	26	38	50					$r_0 = -1$ トルク良好 騒音大	
4	$p(6m+2)$	16	28	40	52					$S < 1$ で同期トルク	
5	$p(6m+3)$	18	30	42	54					$S=1$ で小なる同期トルク	
6	$p(6m-2)$	20	32	44	56					$S > 1$ で同期トルク	
7	$6m-1$	11	17	23	29	35	41	47	53	59	$r_0 = +p$ 振動 騒音大
8	$6m+1$	13	19	25	31	37	43	49	55		$r_0 = -p$ 同 上
9	$6m+3$	15	21	27	33	39	45	51	57		騒 音 大

1 及び 3 は $r_0 = \pm 1$ の場合を表し, 7, 8 は $r_0 = \pm p$ の場合を示している。又 Möller, Kron, Dreese, Sequenz 氏等が良好な溝数として撰定しているのは 1, 3, 5, 6 の場合に殆んど含まれて居り, 表中に○印をつけたのは Sequenz 氏によつて良好と判定されているものである。

7. 結 言

回転子溝数が固定子起磁力の次数及びその整数倍に等しい場合は空隙磁束分布がかなり異なつた値となることを説明し, 又その意味するところに考察を加え, 又回転力その他の特性に如何に影響するかを考えを及ぼした。特に $r_0 = \pm 1$ の場合は之の影響がかなり大きく現われるものと想像されるので之の種の溝数を採用する時はその回転力特性及び特に大きくなると予想される振動及び騒音の問題について慎重な配慮を必要としよう。 $r_0 = \pm p$ の場合は一般には大した影響は無いと思われるが, 然し例えば $R \sim S = 1$ 等の不平衡磁気力によつて極めて著しい異常現象を起す場合についてはその現象の複雑性の中には本論文で考察した現象が更に重畳されていると考えられる。

以上の問題は回転機の偏心によつて生じる現象と本質的には同様のことであり, 又この場合を正しく回路的に解くには凸極数が電機子巻線の極数の 2 分の 1 である様な反作用電動機の解析が又有力な手掛りになると思う。

終りにあたり, 種々御指導御鞭撻をいただいた俣野教授に深謝の意を表する次第である。

文 献

- 1) 藤原: 昭和 35 年電学連大 605.
- 2) Möller: Arch. f. Elek. Bd. 24, S. 401 (1930).
- 3) 竹内: 電気学会専門講習会予稿, 昭和 7 年 3 月.
- 4) Kron: T.A.I.E.E. Vol. 50, P. 757 (1931).
- 5) Sequenz: E.T.Z. Bd. 52, S. 269 (1934).
- 6) 尾本・石崎: 電工論, 昭和 27 年 5 月 127 頁.
- 7) 石崎: 電学誌 74 卷, 昭和 29 年 6 月 705 頁.
- 8) Heller: A.f.E. Bd. 28, S. 455 (1934).
- 9) Weber: E.T.Z. Bd. 49, S. 853 (1928).
- 10) Richter: Elek. Maschinen. Bd. 1.
- 11) Alger: The Nature of Polyphase Ind. Machine (1951).
- 12) 関野・白田等: 昭和 32 年電学連大 326.
- 13) 関野・白田等: 三菱電機, 31 卷, 272 頁 (昭 32).
- 14) 米野・白田等: 三菱電機, 32 卷, 1535 頁 (昭 33).
- 15) 執行: 電気設計論, 第 2 卷.
- 16) 大川: 芝浦レビュー, 昭 9 年.