HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	かご形誘導電動機の斜溝の理論的考察 ： 非同期トルクの場合
Author(s)	藤原, 一
Citation	北海道大學工學部研究報告, 26, 31-42
Issue Date	1961-07-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40683
Type	departmental bulletin paper
File Information	26_31-42.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

かご形誘導電動機の斜溝の理論的考察

(非同期トルクの場合)

藤原　一

Skewing Effects on Induction Motor

(in the case of asynchronous torque)

Hajime FUJIWARA
(Electrical Engineering Department)

Abstract

Though induction motor is ansidered to be the most important of all types of electric machinery, the problem of its harmonic field effects has not been generally discussed yet.

The purpose of this paper is to give a general conception how to contribute a skewing factor to the induction motor performance, especially asynchronous harmonic torque, that was deduced theoretically by mmf and permeance method given by Omoto and Ishizaki[3].

A clear perception of the harmonic skewing factors is first given in its three simplest forms encountered by one stator slot pitch, one rotor slot pitch, and one harmonic pole pitch. And then the harmonic and also the fundamental asynchronous torque are calculated concerning with the skewing factors.

1. 緒　　言

本機の高調波現象は前報告に於いて概括した如く[1]，数多の研究により，I) 非同期性トルク，II) 同期性トルク，III) 不平衡磁気力による振動及び騒音等に分類されているようであり，之等の発生の主な原因は巻線配置に起因する空隙高調波起磁力と固定子及び回転子の開溝に起因する空隙パーミアンスの空間的高調波によつて空隙磁界に多量の高調波成分が含まれることによるとされて居り，之等の影響を併せ考慮した理論は既に本邦に於て尾本，石崎氏等により一般的に論じられている[3][4][5]。上記理論は空隙に於ける磁気的常数即ち空隙に沿う一次及び二次起磁力と空隙のパーミアンスの空間的高調波とにより空隙磁界を求めることより出発し，之より一次，二次誘導起電力を速度起電力として得，之により電圧方程式を得る方法で云わば磁気的常数法とも云うべきものである。猶又上記理論の唯一の不十分な点については前報告[1],[2]に於いて言及している。之に対し電気的常数法即ち L，M 等による本現象の解析は未だ其の例を見ないと云つて良い。

本報告に於ては上記磁気的常数法に於て最も一般的に論じられている尾本，石崎氏等の理論[1]にもとづき，更に之に斜溝の影響を一般的な形式で導入する。之のことより現在実際の機器に於て多く用いられており，然もかなり顕著な効果を認められながらも猶理論的に見るべきものがなく実験的段階[6),7)]を出ないと云つて過言ではない現状に於て，理論的考察のその一歩を進められると信じるものである。

2. 高調波現象の総括

従来の説を略以下の如く総括出来よう。今所論を明確にするために次の如き記号を用いる。極対数 p，毎極毎相溝数 q，相数 m ($m=3$ の場合を主として考へる)，固定子溝数 S，回転子溝数 R，従つて $S=2mpq$，又固定子起磁力の振幅，次数及び回転速度 A_{pn}，pn，ω/pn，但し，ω：電源角周波数，n は起磁力の高調波次数で $n=1+6h$ ($h=0, \pm1, \pm2, \cdots\cdots$) 従つて $n=1, -5, +7, -11, +13, -17, +19, \cdots\cdots$ であり，

$$A_{pn}=\sum_{n}\frac{\sqrt{2}\,mN_1I_1}{2\pi}\,\frac{f_{pn}}{pn} \tag{1}$$

である[3),1)]。又空隙パーミアンス波の振幅，次数及び回転速度は $P_{\alpha\gamma}$[3)]，$\alpha S+\gamma R$，$\gamma R\omega'/(\alpha S+\gamma R)$ 但し $\omega'=\dfrac{1-S}{p}\omega$，此処で ω' は回転子 (二次側) の回転角速度，S は滑り及び α，γ は固定子及び回転子の各パーミアンス波の次数で α，γ は各 0, ±1, ±2, ±3 …… である。又空隙磁束密度の振幅，次数及び回転速度は

$$B_{pn+\alpha S+\gamma R},\quad pn+\alpha S+\gamma R,\quad (\omega+\gamma R\omega')/(pn+\alpha S+\gamma R)$$

となる。

既に緒言に於て概括せる如く従来の理論的結論として，I) 非同期性トルク，II) 同期性トルク，III) 磁気的振動及び騒音等に大別されている。III) は又切線方向成分を振動性トルクとして又法線方向成分を磁気枠及び軸の振動力として区別されうるものである。

I) 非同期性トルク

i) 高調波分は一般の S 及び R に於て常に発生する。之の成分のみ発生する溝数は k を正の整数として $R=6k+3$ の時であるが II) 等の成分が発生する場合でも其の大いさが著しく大となるのは極く限られた例なのでその殆んどの場合之の値は計算しておく必要があろう。各高調波成分の内特に問題となるのは固定子溝高調波分で次には相帯高調波分であろう。一般に溝パーミアンスは其の基本波分のみとれば十分のことが多く，特に固定子側は溝開口幅が割合広いので略 $\alpha=0$, ±1 で十分で回転子側は溝開口幅の狭さに応じて γ の高次分迄をとる必要があろうが，通常 $\gamma=0$, ±1 高々 ±2 程度で十分であろう。

ii) 副同期速度 S_n は $S_n=1-(1/n)$ 又 $1-S_n=\Delta S_n=1/n$ である。即ち一例として $p=2$, $S=36$ の時其の溝高調波分は $1\pm18=-17$ 及び $+19$ で従つて $S_{(-17)}=1-(1/-17)=1\frac{1}{17}$ 及び $S_{(+19)}=1-(1/+19)=18/19$ 又 $\Delta S_{(-17)}=-1/17$ 及び $\Delta S_{(+19)}=1/19$ である。

iii) 固定子有溝による起磁力の相互影響が存在する[3),1)]。即ち今 τ の影響は考慮しないとして固定子起磁力次数 pn で空隙磁界の次数は $pn+aS=pn'$ 但し $n'=1+6h'$, $h'=h+a6q$, $h'=0, \pm1, \pm2, \cdots\cdots$ 即ち pn' の磁束を生ずるにはそれと同次数の起磁力のみならず，互いに $a6q$ だけ異つた成分がすべて寄与する。例えば $p=2$, $S=36$ の例で溝高調波次数 n が -17 次 $+19$ 次磁界成分は其の成分の起磁力のみでなく，式よりわかる如く基本波起磁力によつて大きく影響され，又巻線係数によつて影響されない。之が溝高調波トルクが特に顕著となる理由である。例えば溝高調波磁界は -17 次に於て $A_{P(-17)}P_{(0)\gamma}+A_{P(1)}P_{(-1)\gamma}$ となり，溝開口幅の大きい時は後者の方が大となる。相帯高調波即ち之の例の場合 -5 次，$+7$ 次，又 -11 次，$+13$ 次は基本波起磁力によつては影響されず，自身の起磁力及び $a6q$ だけ離れた群の起磁力によつて大さがきまる。之等は巻線係数によつて著しく小とすることが出来る。一般に起磁力及びパーミアンスの高次高調波成分は著しく減少するので或る高調波磁界は同次数の外は其れに影響する低次の起磁力の影響を考えると良く，実際的には高調波現象は第一に，溝高調波磁束，次に相帯高調波磁束を考えれば略十分と云えよう[1)]。前記例で $n=+1$ の基本波の外に $n=-17$, $+19$ 次を先づ第一に，次いで -5, $+7$ 次及び -11, $+13$ 次を考慮するとよい。之等の影響がかなり著しい時は更に高次成分も併せ勘案することになろう。猶，基本波磁界に対する起磁力及びパーミアンスの高調波分の影響はカーター係数として設計上考慮される事になる。即ち基本波磁界はそれだけ減少する分だけ溝高調波成分は増大していると云えよう。

iv) 回転子有溝による影響は次の如く云える。即ち回転子電流による二次誘導磁界は二次起磁力が $(pn+a'S+\gamma R)$ 次なので $pn+(a+a')S+(\gamma+\gamma')R=pn''+(\gamma+\gamma')R$ 次となり，$\gamma+\gamma'=0$ の時 pn'' となり，回転子溝の存在により更に高調波結合係数が大となると云えよう。即ち基本波の回転子電流のみならず其の起磁力高調波も共に溝高調波磁界を誘導することになる。

v) 電源より流入する滑り周波成分は比較的小で通常 voltage ripple 等と呼ばれている。

vi) 二次溝数 R が大きい程又一次溝数 S が小なる程其の最大値は大きい。之は理論式より明らかであるが[3)] 簡単には高調波結合係数が R が大きい程高次迄大となることにより説明されよう。

vii) 斜溝の効果については一固定子溝ピッチ又は一回転子溝ピッチ及び一溝高調波磁界波長ピッチ等の斜溝が単位として又効果的であると云われている。関野，臼田氏等の実験によれば[6),7)] 上記斜溝が高調波トルクも又振動も著しく減少せしめうることが詳細に測定されている。非同期トルクは本質的に電磁エネルギーの二次への伝達即ち二次誘導の大いさ即ち高調波結合係数に関係するものであるから，溝高調波磁界が高調波トルクの主成分であるから之を打消すために一溝高調波磁界波長ピッチ又近似的に略之と等しい一固定子溝ピッチ斜溝が有効なことが推察出来よう。

次に本報告の主題より外れるが関聯があるので II) について簡単にふれることにする。

II) 同期性トルク

i) S, R に特定の関係が存在する時に発生するもので本来反動性のものである。之を分解して考えれば一般に一次自己反動性，一次自己反動性及び相互反動性の三トルク成分に分けて考えられる。之の内最後のものはそれに附随する相互反動非同期性トルクが存在し[4]，1)の場合に更に之が附加される事になる。

ii) A) $aS+\gamma R=0$ の時即ち $R=6p|aq/\gamma|=6pk$ の時は $S=1$ で静止時同期性トルクが発生する。k が整数の時は著しく大きくなる。特に k が q に等しい時は最大となろう。k が分数となる場合は実際上殆んど問題にしなくても良い場合が多い。

B) $2p+aS+\gamma R=0$ 即ち $R=2p|(1+a3q)/\gamma|$ の時は $S=1-2p/\gamma R$ で回転同期性トルクが発生する。上式の絶対値の内部は実際上整数 ($\gamma=\pm1$) の場合のみで十分で $R=p(6k\pm2)$ の場合には $S_s=1\mp(2p/R)$ に於いて発生すると簡単化して十分であろう。特に $k=q$ の時之の値は最大となる。之に附随する反動非同期性トルクは副同期速度 S_n と等しくなる。之より $R=p(6k-2)$ の場合には $S>1$ で同期性トルクが発生することになり，逆相制動を行なわない機器では $0<S<1$ の範囲で実用可能と云うことになる。又 $\gamma=\pm2$ の時は $R=p(6k\pm1)$ の場合で之は前報告で論及した $pn+aS+\gamma R=0$ の例である[1),2)]。之は $S_s=S_n$, $\Delta S_s=\Delta S_n$ となり，上記関係を満足する或る特定の S_n に於て同期トルクが更に $\frac{1}{2}\Delta S_n$ 即ち $S=1-(1/2n)$ の処に反動非同期トルクが新しく発生する。

iii) 電源より流入する電流の周波数は一般に滑りに関係する成分が重畳し，之等は $S_s=1$ 又は $1-2p/\gamma R$ に於て ω に等しくなるような性質を有する。之は I) の場合電流の微小脈動分として無視した成分である。

III) については最近に於て低騒音機器の問題が採上げられたので諸種の研究があるが[5)]，此処ではふれないことにする。猶，将来の理論的な研究の課題として残るのは次の如きものであろう。

i) 電気的定数による回路網的解析法

ii) 漂遊損による附加的トルクの算定理論

iii) 鉄心の飽和の影響

iv) 巻線の非対称，高調波電圧等の影響

v) 斜溝効果の一般的考慮

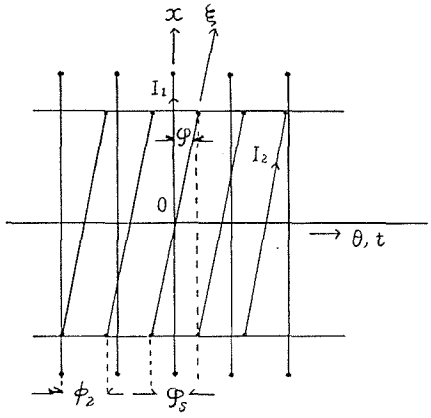
此処では v) の問題について検討する。

3. 斜溝の効果の理論的導入

i) 一般的考察

今 F_1, F_2 を各一次及び二次空隙起磁力波，P を空隙パーミアンス波，B_1, B_2 を各一次，二次空隙起磁力による磁束分布を表すものとする。そこで第1図に於ける如く回転子導体が φ_s だけ斜溝されているものとし，一次及び二次の導体方向を各 x, ξ 軸とし，それに沿つての上

記諸量の分布を考えれば F, P, B 共に $f(x, \theta)$ 及び $f(\xi, \theta)$ の二成分が考えられ，それぞれ x, ξ の附号を附すことにする。



第 1 図

一次自己誘導磁界は

$$B_{x_1} = F_{x_1} \cdot P_x \qquad (2)$$

二次自己誘導磁界は

$$B_{\xi_2} = F_{\xi_2} \cdot P_\xi \qquad (3)$$

一次から二次への相互誘導磁界は

$$B_{\xi_1} = F_{\xi_1} \cdot P_\xi \qquad (4)$$

及び二次より一次への相互誘導磁界は

$$B_{x_2} = F_{x_2} \cdot P_x \qquad (5)$$

となる。従つて φ_s 間の平均値として一次自己誘導磁界は

$$B_{11} = \frac{1}{\varphi_s} \int_{-\frac{\varphi_s}{2}}^{+\frac{\varphi_s}{2}} B_{x_1} d\varphi = K_{11} B_1(\theta, t) \qquad (6)$$

二次自己誘導磁界は

$$B_{22} = \frac{1}{\varphi_s} \int_{-\frac{\varphi_s}{2}}^{+\frac{\varphi_s}{2}} B_{\xi_2} d\varphi = K_{22} B_2(\theta, t) \qquad (7)$$

一次より二次への相互誘導磁界は

$$B_{21} = \frac{1}{\varphi_s} \int_{-\frac{\varphi_s}{2}}^{+\frac{\varphi_s}{2}} B_{\xi_1} \cdot d\varphi = K_{21} B_1(\theta, t) \qquad (8)$$

二次より一次への相互誘導磁界は

$$B_{12} = \frac{1}{\varphi_s} \int_{-\frac{\varphi_s}{2}}^{+\frac{\varphi_s}{2}} B_{x_2} \cdot d\varphi = K_{12} B_2(\theta, t) \qquad (9)$$

で表されよう。

ii) 磁束密度に与える斜溝係数の計算[1),3)]

今，一次正相電流を 3 相の場合の第 k 相が

$$i_1 = \sqrt{2}\, I_1 \cos\left[\omega t - (k-1)\frac{2}{3}\pi\right] \qquad (10)$$

とすれば一次起磁力は

$$F_1(\theta, \varphi, t) = \sum_n A_{1pn} \sin(pn\theta + \varphi - \omega t) \qquad (11)$$

となり，

$$F_{x_1} = F_1(\theta, 0, t) \qquad F_{\xi_1} = F_1(\theta, \varphi, t) \tag{12}$$

と表せる。上式中 A_{1pn} は (1) 式で与えられる。又空隙パーミアンスは

$$P_x(\theta, \varphi, t) = \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} P_{\alpha\gamma} \cos(\overline{aS+\gamma R}\theta - \gamma RNt - \gamma R\phi) \tag{13}$$

$$P_\xi(\theta, \varphi, t) = \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} P_{\alpha\gamma} \cos(\overline{aS+\gamma R}\theta - \gamma RNt - aS\phi) \tag{14}$$

又二次導体電流は第 γ 番導棒に於て[3),1)]

$$i_{2\gamma} = \sum_{n} \sqrt{2}\, I_{2pn} \sin[S_n\omega t - pn(\gamma+\xi)\phi_2 - \psi_{2pn}] \tag{15}$$

とすれば二次起磁力は

$$F_2(\theta, \varphi, t) = \sum_{n} \sum_{l} A_{2pn} \cos[\overline{pn+lR}\,\overline{\theta+\varphi} - (\omega+lR\omega')t - lR\varphi\phi_2 + \psi'_{2pn}] \tag{16}$$

となり，

$$F_{x_2} = F_2(\theta, \varphi, t), \qquad F_{\xi_2} = F_2(\theta, 0, t) \tag{17}$$

と表せる。但し

$$A_{2pn} = \frac{\sqrt{2}\,R}{2\pi} \cdot \frac{1}{pn+lR} I_{2pn} \tag{18}$$

であり，(11) 式から (17) 式中 $\varphi=0$ と置けば斜溝の無い場合の式と一致する[3),1)]。即ち

$$F_{x_1} = F_{\xi_1} = F_1(\theta, 0, t)$$
$$P_x = P_\xi = P(\theta, 0, t)$$
$$F_{x_2} = F_{\xi_2} = F_2(\theta, 0, t)$$

次に (11) 式から (17) 式迄を (6) 式から (9) 式迄の演算を行えば次の如くなる。

先づ一次側起磁力 $F_1(\theta, t)$ によつて

$$B_{11} = \sum_{n} \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} K_{11\gamma R} \cdot B_{1(pn+\alpha S)}(\theta, t) \tag{19}$$

但し

$$K_{11\gamma R} = \frac{\sin\dfrac{\gamma R\varphi_s}{2}}{\dfrac{\gamma R\varphi_s}{2}} \tag{20}$$

$$B_{1(pn+\alpha S)}(\theta, t) = A_{1(pn+\alpha S)} P_{\alpha\gamma} \sin[\overline{pn+\gamma R}\theta - \overline{\omega+\gamma R\omega'}t] \tag{21}$$

又

$$B_{21} = \sum_{n} \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} K_{21pn} B_{1(pn+\alpha S)}(\theta, t) \tag{22}$$

但し

$$K_{21pn}=\frac{\sin\frac{pn\varphi_s}{2}}{\frac{pn\varphi_s}{2}} \tag{23}$$

となる。上式中 $pn+aS$ を新変数 pn で置換している事に注意すべきである。又二次側起磁力 $F_2(\theta, t)$ によつて

$$B_{22}=\sum_n\sum_a\sum_\gamma\sum_l K_{22aS}B_{2pn}(\theta, t) \tag{24}$$

但し

$$K_{22aS}=\frac{\sin\frac{aS\varphi_s}{2}}{\frac{aS\varphi_s}{2}} \tag{25}$$

$$B_{2pn}(\theta, t)=A_{2pn}P_{a\gamma}\sin\left[\overline{pn+aS+(l+\gamma)R}\theta-\overline{\omega+(l+\gamma)R}\omega' t^{*}\right.$$

$$\left.^{*}-(l+\gamma)R\xi\phi_2+\frac{\pi}{2}\right] \tag{26}$$

又

$$B_{12}=\sum_n\sum_a\sum_\gamma\sum_l K_{12}\cdot B_{2pn}(\theta, t) \tag{27}$$

但し

$$K_{12}=\frac{\sin\frac{pn+aS+(l+\gamma)R}{2}}{\frac{pn+aS+(l+\gamma)R}{2}\varphi_s} \tag{28}$$

となる。(20), (23), (25), (28)式は各斜溝係数を表し，前3式より分る如く高調波斜溝係数は形式的に各 γR, pn, aS 即ち一回転子溝ピッチ，一高調波磁界波長ピッチ及び一固定子溝ピッチを単位とする形式があり，(27)式はそれが一般化された形の表現をとつている。上記関係式より分る如く，一次自己誘導は回転子二次溝ピッチ γR を単位とする $K_{11\gamma R}$ により影響され，一次より二次への相互誘導は高調波磁界波長ピッチ pn を単位とする K_{21pn} により影響され，二次自己誘導は固定子一次溝ピッチ aS を単位とする K_{22aS} により影響され，二次より一次への相互誘導は(27)式で表されるが今非同期トルクを問題とする場合は $l+\gamma=0$ として R の影響を無視して差支えないので結局は pn を単位とする(23)式と形式的に一致しよう。$B_{1(pn+aS)}(\theta, t)$, $B_{2pn}(\theta, t)$ は既に尾本，石崎氏等によつて求められている[3]斜溝の存在しない場合の式に一致する。

iii) 各リアクタンスの計算

上記(19), (21), (24), (27)式の各回転磁界成分と其の一次，二次導体との相対速度とより各一次，二次自己及び相互誘導電圧を又それより直ちに各リアクタンスを求めることが出来る。

$B_{1(pn+aS)}$, B_{2pn} の一次導体との相対速度は(21), (26)式より直ちに一般的に

$$v_1 = \frac{1}{pn+kR}(\omega+\gamma R\omega')\frac{p\tau}{\pi}$$

$$= \frac{1}{pn+kR}\left(1+\frac{1-S}{p}\gamma R\right)\omega\frac{p\tau}{\pi} \tag{29}$$

又，二次導体との相対速度は

$$v_2 = v_1 - v = \frac{S_n\omega}{pn+kR}\frac{p\tau}{\pi}$$

但し，v は回転子の回転速度で

$$\left.\begin{aligned} v &= \omega'\frac{p\tau}{\pi} \\ S_n &= 1-(1-S)n \\ \omega' &= \frac{1-S}{p}\omega \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

である。従つて二次回路の誘起電圧として B_{21} により第 γ 番回転子導棒に誘起される電圧は

$$e_{21} = \sum_n e_{21pn} = \sum_n S_n X_{21pn} i_{1pn} \tag{31}$$

但し

$$i_{1pn} = \sqrt{2}\, I_1 \sin\left[S_n\omega t - pn(\gamma+\xi)\phi_2\right] \tag{32}$$

又

$$X_{21pn} = K_{21pn}\cdot X'_{21pn} \tag{33}$$

上式中

$$X'_{21pn} = \omega\frac{3N_1 p\tau l_{a_2}}{2\pi^2}\sum_\alpha\sum_\gamma P_{\alpha\gamma}\frac{1}{pn+\gamma R}\cdot\frac{f_{(pn+\alpha S)}}{pn+\alpha S} \tag{34}$$

となり，一次より二次 pn 次電流回路への相互リアクタンスが求まる。之は $\varphi_s=0$ の斜溝の無い時の値に一致する。更に B_{22} により第 γ 番導棒に誘起する電圧は

$$e_{22} = \sum_n\sum_\alpha e_{22(pn+\alpha S)} = \sum_n\sum_\alpha S_n X_{2pn(pn+\alpha S)} i_{2(pn+\alpha S)} \tag{35}$$

但し

$$i_{2(pn+\alpha S)} = \sqrt{2}\, I_{2(pn+\alpha S)} \sin\left[S_n\omega t - pn(\gamma+\xi)\phi_2 - \psi_{2(pn+\alpha S)} - \frac{\pi}{2}\right] \tag{36}$$

又

$$X_{2pn(pn+\alpha S)} = K_{22\alpha S} X'_{2pn(pn+\alpha S)} \tag{37}$$

上式中

$$X'_{2pn(pn+\alpha S)} = \omega\frac{Rp\tau l_{a_2}}{2\pi^2}\sum_l\sum_\gamma P_{\alpha\gamma}\frac{1}{pn+\alpha S+lR}\cdot\frac{1}{pn+(l+\gamma)R} \tag{38}$$

となり，二次 pn 次と $(pn+\alpha S)$ 次電流回路間の自己相互リアクタンスが求まる。$\alpha=0$ の時は

勿論二次 pn 次電流回路の自己リアクタンスである。溝内漏洩リアクタンス，及び pn 次電流回路のコイル端漏洩リアクタンスの和を X_{2lpn} とすれば二次自己リアクタンスは

$$X_{2tpn} = X_{2pnpn} + X_{2lpn} \tag{39}$$

又更に一次回路の自己誘起電圧は

$$e_{11} = \sum_{n} \sum_{\gamma} X_{1pn(pn+\gamma R)}\, i_1 \tag{40}$$

上式中

$$X_{1pn(pn+\gamma R)} = K_{11\gamma R} X'_{1pn(pn+\gamma R)}$$

但し

$$X'_{1pn(pn+\gamma R)} = \omega \frac{3N_1^2 p\tau l_{a_1}}{2\pi^2} \frac{f_{(pn+\gamma R)}}{pn+\gamma R} \sum_{\alpha} P_{\alpha\gamma} \frac{f_{(pn+\alpha S)}}{pn+\alpha S} \tag{41}$$

となり，一次自己リアクタンスが求まる。$X_{1pn(pn+\gamma R)}$ は一次の pn 次回路と $(pn+\gamma R)$ 次回路の相互リアクタンスである。今，非同期トルクのみを問題とする場合は電源周波数成分のみとなり，$\gamma=0$ のみ考慮して差支えない。従つて

$$\left.\begin{aligned} i_{1pn} &\fallingdotseq i_1 \\ K_{11\gamma R} &\fallingdotseq 1 \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

又 $X_{1pn(pn+\gamma R)}$ を X_{1pn} と表し，一次一相の溝内及びコイル端の漏洩リアクタンスの和を X_{1l} とせば一次一相の全自己リアクタンス X_1 は

$$X_1 = \sum_{n} X_{1pn} + X_{1l} \tag{43}$$

となる。又二次回路より一次回路への相互誘起電圧は基本周波数成分のみをとるものとせば

$$e_{12} = \sum_{n} e_{12pn} = \sum_{n} X_{12pn} i_{2pn} \tag{44}$$

上式中

$$X_{12pn} = \sum_{\alpha} K_{12pn} \cdot X'_{12pn} \tag{45}$$

但し

$$K_{12pn} = \frac{\sin \dfrac{pn+\alpha S}{2} \varphi_s}{\dfrac{pn+\alpha S}{2} \varphi_s} \tag{46}$$

で (28) 式で $l+\gamma=0$ と置いたものであり，又

$$X'_{12pn} = \omega \frac{RN_1 p\tau l_{a_1}}{2\pi^2} \sum_{\gamma} P_{\alpha\gamma} \frac{1}{pn+\gamma R} \cdot \frac{f_{(pn+\alpha S)}}{pn+\alpha S} \tag{47}$$

で，(34), (38), (41), (47) 式は斜溝の無い場合に一致する[3]。従つて一次，二次の自己及び相互リアクタンスに上述の如き各々の斜溝係数を考慮することによつて之の影響を考察することが

出来よう。

iv) 電圧方程式及び其の近似解[3]

ベクトル記号法により二次回路の電圧方程式は各 n に対して

$$S_nX_{21pn}I_1=[R_{2pn}+jS_nX_{2nlpn}]\,I_{2pn}\varepsilon^{-j\psi_{21}n}+j\sum_{\alpha=0}^{\pm\infty}S_nX_{2pn(pn+\alpha S)}I_{2(pn+\alpha S)}\varepsilon^{-j\psi_2(pn+\alpha S)} \tag{48}$$

が成立し，n, α を適当にとれば $I_{2pn}\varepsilon^{-j\psi_{2pn}}$ と I_1 との関係が

$$I_{2pn}\varepsilon^{-j\psi_{21}n}=K_{pn}(j)\cdot I_1 \tag{49}$$

として求められる。R_{2pn} は二次 pn 次電流回路の抵抗である。既に 2. に於て説明せる如く，基本波起磁力の影響を与えるのは溝高調波磁界のみであることに留意すれば基本波を含んでそれ以外の高調波分は各々独立と考えて大差無いと云われている[3]。従つて二次基本波電流は

$$I_{2p}\varepsilon^{-j\psi_{2p}}=\frac{SX_{21p}}{R_{2p}+jSX_{2lp}}I_1 \tag{50}$$

溝高調波以外の二次高調波電流は

$$I_{2pn}\varepsilon^{-j\psi_{2pn}}=\frac{S_nX_{21pn}}{R_{2pn}+jS_nX_{2lpn}}I_1 \tag{51}$$

又溝高調波磁界は $pn'=p(1+6h)=p\pm S$ の基本波のみ考慮して十分であるので

$$I_{2pn'}\varepsilon^{-j\psi_{2pn'}}=\frac{S_{n'}\left(X_{21pn'}-\dfrac{X_{2pn'p}X_{21p}}{X_{2lp}}\right)}{R_{2pn'}+jS_{n'}X_{2lpn'}}I_1 \tag{52}$$

として求めることが出来，(52) 式分子第 2 項は基本波起磁力よりの相互影響である事は容易に了解されよう。又一次回路の電圧方程式は

$$E_1\varepsilon^{j\phi_1}=[R+jX_1]\,I_1-\sum_n X_{12pn}I_{2pn}\varepsilon^{-j\psi_{2pn}} \tag{53}$$

となり，(50), (51), (52) 式を代入することによつて $I_1\varepsilon^{-j\phi_1}$ を求めることが出来る。

4. 非同期性トルクの近似式

i) トルクの一般式

空隙に蓄えられている磁界のエネルギーの二次回転による時間空間的変化の切線方向成分がトルクを又其の変化に相応ずる法線方向成分が鉄心の磁気的振動力を与えよう。従つてトルクは時間の函数として表されるが，通常求められる時間平均値の外に振動性トルクの大さが直接的に又間接的には之の値が大きいことは法線方向の分布力も大きいことなので鉄心振動の大なる因をなすであろう。今磁界のエネルギーを W, 回転子位置を $\partial\Delta$ 回転させた場合の W の変化を ∂W とし，空隙全起磁力 F, 一次，二次間磁位差 V, 全磁束密度 B とする。之等よりトルク T を求める時注意すべき事は一次導体の x 方向か二次導体の ξ 方向か何れかの方向の

値にすべての量を統一して扱わねばならない。計算の便宜上から云うと ξ 方向をとつた方が都合が良かろう。従つて

$$T = -\frac{\partial W_\xi}{\partial \Delta} \tag{54}$$

又

$$W_\xi = \frac{p\tau l_{a_2}}{2\pi}\int_0^{2\pi} B_\xi V_\xi d\theta \tag{55}$$

$$\left.\begin{aligned} B_\xi &= B_{\xi_1}+B_{\xi_2} \\ V_\xi &= F_\xi+V'_\xi = F_{\xi_1}+F_{\xi_2}+V'_\xi \end{aligned}\right\} \tag{56}$$

猶

$$pn+aS+\gamma R = 0 \tag{57}$$

の場合は $V'_\xi \fallingdotseq 0$ となり，之の影響を考慮すべき事は前報告の通りである[1),2)]。今同期性トルクを発生させず(57)の条件を満足しない非同期性トルクのみ問題とする場合，其の値は次式で与えられ，石崎氏等の与えた結果と全く一致する[3)]。即ち非同期性トルクを T_a とせば

$$\begin{aligned} T_a = \frac{3}{\omega}\sum_n pnK_{12}X'_{12pn}I_1I_{2pn}\cos\psi_{2pn} - \frac{R}{2\omega}\sum_n\sum_\alpha aSK_{22\alpha S}X'_{2pn(pn+\alpha S)} \\ \times I_{2pn}I_{2(pn+\alpha S)}\sin[\psi_{2pn}-\psi_{2(pn+\alpha S)}] \end{aligned} \tag{58}$$

上式中第2項の計算に於て前に I_{2pn} を求めた時と同様の近似を即ち第一次の溝高調波分のみ基本波の影響をうけ，基本波及び溝高調波以外の高調波分は各独立と考えて大した大きな誤差を生じないと考えて式を簡略化すれば基本波トルクは

$$T_{a\cdot p} = \frac{R}{\omega}p\left(\frac{R_{2p}}{S}\right)I_{2p}^2 \approx \frac{R}{\omega}pR_{2p}\frac{SK_{21p}^2X'^2_{21p}}{R_{2p}^2+(SX_{2pl})^2}I_1^2 \tag{59}$$

溝高調波以外の高調波トルクは

$$T_{a\cdot pn} = \frac{R}{\omega}pn\left(\frac{R_{2pn}}{S}\right)I_{2pn}^2 \approx \frac{R}{\omega}pnR_{2pn}\frac{S_nK_{21pn}^2X'^2_{21pn}}{R_{2pn}^2+(S_nX_{2lpn})}I_1^2 \tag{60}$$

比較的大きな値となる溝高調波トルクは

$$\begin{aligned} T_{a\cdot pn'} &= \frac{R}{\omega}pn'\left(\frac{R_{2pn'}}{S_{n'}}\right)I_{2pn'} \\ &\approx \frac{R}{\omega}pn'R_{2pn'}\frac{S_n\left(K_{21pn}X'_{21pn}-K_{22\alpha S}\cdot K_{21p}\dfrac{X'_{2pn'p}X'_{21p}}{X'_{2lp}}\right)^2}{R_{2pn'}^2+(S_{n'}\cdot X_{2lpn'})^2}I_1^2 \end{aligned} \tag{61}$$

上式中括弧内第2項が基本波による影響の項である。

斜溝による高調波トルクの減少は主として溝高調波分であろうから(61)式を最小とする φ_s が最適斜溝角となろう。又通常 S が十分大きければ近似的に

$$\left.\begin{aligned} K_{21p} &\approx 1 \\ K_{21pn} &\approx K_{22\alpha S} \end{aligned}\right\} \tag{62}$$

と簡略化して考えられよう。従つて $T_{a\cdot pn'}$ は K_{22pn} 又 K_{21aS} の二乗に略比例し，之を小とするには

$$K_{22aS}=\frac{\sin\frac{aS\varphi_s}{2}}{\frac{aS\varphi_s}{2}}=0 \qquad \therefore\quad \varphi_s=\frac{2\pi}{S} \tag{63}$$

又は

$$K_{21pn'}=\frac{\sin\frac{pn'\varphi_s}{2}}{\frac{pn'\varphi_s}{2}}=0$$

$$\therefore\quad \varphi_s=\frac{2\pi}{S\pm p} \tag{64}$$

の斜溝角が略妥当なことがわかる。

5. 結　　言

以上に於て本機に於て実際的に多く用いられている斜溝の影響を一般的な形で導入した。斜溝係数には3つの形，即ち pn, aS, γR に関する値が存在することを明らかにした。斜溝の影響は非同期トルクの場合のみ考察したが，同期トルクについても考察を進めることが出来よう。簡単には次の如く考察されよう。即ち之は一次反動トルクは $K_{11\gamma R}$，二次反動トルクは K_{22aS}，相互反動トルクは K_{21pn} に比例するので通常一次反動トルクが大きいので

$$K_{11\gamma R}=\frac{\sin\frac{\gamma R\varphi_s}{2}}{\frac{\gamma R\varphi_s}{2}}=0$$

$$\therefore\quad \varphi_s=\frac{2\pi}{R} \tag{65}$$

が効果的であろう。相互反動トルク迄問題とする時は全トルク値を最小とする φ_s を計算することも可能であろう。然し此処では i) 基本的一般的な形，斜溝係数は如何に導入されるべきか及び ii) その非同期性トルクに与える影響の二点にふれるにとどめておく。

参 考 文 献

1) 藤原：昭和35電連大論, 605.
2) 藤原：北大工研, 24, 85-97 (昭36年2月).
3) 尾本・石崎：電工論, 昭27年5月, 127頁.
4) 石崎：電学誌, 74巻, 昭24年6月, 705頁.
5) 石崎：電学誌, 75巻.
6) 関野・臼田・梶谷：昭32年電連大論, 326.
7) 関野・臼田・梶谷：三菱電機, 31巻, 272頁 (昭32年).