



Title	円筒表層部残留3主応力測定法 : 表面ロール加工による車軸表層部の残留主応力
Author(s)	土肥, 修; Doi, Osamu
Description	正誤表あり
Citation	北海道大学工学部研究報告, 27, 21-51
Issue Date	1961-11-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40685
Type	departmental bulletin paper
File Information	27_21-52.pdf, 本文



円筒表層部残留3主応力測定法

表面ロール加工による車軸表層部の残留主応力

土 肥 修

The Measurement of the 3 Principal Residual Stresses in the Surface Layer of the Cylindrical Body

The Principal Residual Stresses of the Outer Surface
Layer of the Wheel Shaft due to Surface Rolling

Osamu DOI

Abstract

Several methods have been developed to measure the principal residual stresses of the cylinder (solid or hollow) or thin walled tube. Especially the principle of the Sachs-Espey's method is appropriate and interesting in the exact measurement of the principal residual stresses (circumferential and axial) in the outer thin layer of the cylinder. However, it is noted that successive approximation is employed to calculate the residual stresses.

The author leads the relation between the stress and the strain to Volterra's integral equation and develops an exact theoretical formula by solving this integral equation. Applying this formula, the 3 principal residual stresses in the outer surface layer of the wheel shaft of railway car due to surface rolling are measured.

To remove a very thin layer successively, the author uses chemical etching and electrolysis of the anode. It is shown that the later is most convenient in measuring continuously and effectively.

Theoretical considerations on the effect of the curvature of the cross section of the axial longitudinal test piece are made, at the same time considerations on the influence of the force due to successive solving of the thin layer in the circumferential test piece of the open cylinder by solving the another type of the Volterra's integral equation are made and the errors of omitting these efforts are discussed.

目 次

1. は し が き	2
1-1. 従 来 の 方 法	2
1-1-1. Sachs-Espey 法 の 概 略	3
1-1-2. 積 分 方 程 式 に よ る Sachs-Espey 法 計 算 式 の 変 形	5
1-2. 著 者 の 方 法 の 概 略 —— 円 筒 の 3 主 応 力	7
2. 残 留 応 力 計 算 式	8

2-1. 開放した円管の残留主応力 $\sigma_{t_1}, \sigma_{l_1}$	8
2-1-1. 曲率 C_{l_1} の測定	9
2-1-2. 曲率 C_{t_1} の測定	11
2-2. 切断による残留主応力の変化 $\sigma_{r_2}, \sigma_{l_2}$	11
2-2-1. 曲率 C_{l_2} の測定	12
2-2-2. 曲率 C_{t_2} の測定	12
2-3. 中ぐりによる残留主応力の変化 $\sigma_{t_3}, \sigma_{l_3}$	13
2-4. 径方向主応力 σ_r	14
2-5. 計 算 順 序	15
3. 軸方向短冊試片の断面彎曲の影響	17
4. 開放円管の残留主応力測定値に対する面内力の影響	20
5. 応用例——表面ロール加工による車軸表層部の残留主応力	25
5-1. 表面ロール加工	25
5-2. 試 料	25
5-3. 測定装置及び方法	26
5-4. 実 験 結 果	27
6. む す び	31
文 献	31

1. は し が き

1-1. 従 来 の 方 法

中実又は中空円筒或いは薄肉円管の残留主応力測定法として種々の方法が提唱されているが、代表的なものを整理すると次の様になる。

- (1) Heyn-Bauer²⁾ 法
- (2) Sachs³⁾-Mesnager 法
- (3) Mesnager⁴⁾ 法
- (4) Sachs-Espey⁵⁾ 法

先づ Heyn-Bauer 法は、円筒の軸方向主応力のみ測定するのが目的で、円筒に残留する軸方向主応力が半径方向にだけ変化する場合、外側から極く薄い層を順次機械的にとり除き、円筒の長さの変化から、次々にとり去った薄層の残留主応力の平均値を求めるものである。従つてこの方法は又、中心面に対して対称な、1方向応力をもつ平板にも利用することが出来る。

然し、この方法による時は、次の様な点に考慮を払はなければならぬ。

(a) この方法は、円筒の軸方向応力のみを考え、周方向、径方向応力を無視している。従つて実際には、Baldwin⁶⁾、Portevin⁷⁾も指摘している様に、無視した応力の為に、測定値がかなり過大もしくは過小に評価される。

(b) 板の残留応力を測定する場合にも、中心面に対称な応力分布の場合しか適用出来ない。

(c) 表面から機械的に削り取る方法は、よほど注意して行なはないと、切削作用の為に真の応力分布を乱すおそれがある。

(d) 長さの微小な変化を測定する為に、温度の影響を受ける事が大きい。

以上の理由で、Heyn-Bauer 法は正しい意味の厳密法とはいえない。

Mesnager は、Heyn-Bauer 法について、横方向応力を無視した為の影響を調べ、之を考慮する新しい方法を提唱し、その後、Sachs が之を簡単な式にまとめ Sachs-Mesnager 法となった。別名、Sachs' Boring Out Method とも云う。

此の方法は問題を

(a) 内圧又は外圧を受ける管の問題として弾性学の式を適用し、

(b) 応力分布が軸に対して対称で、軸方向には不変であり、

(c) 材料を層状にとり去った時、軸方向応力の変化が横断面上あらゆる点で等しいとして理論を立てた。

具体的には、円筒の中心部に軸方向に孔をあけ、この孔を順次削り掘げつつ長さとお径の変化を測定し、削りとった面積に対する関係曲線を作り、軸方向、周方向更には径方向応力を計算するものであって、理論的にも正確である為、現在迄広く利用されている。ただ、この方法の注意すべき点は次の諸点である。

(a) 円筒の長さ、お径の測定に際し、温度の影響を受ける事が大きい。この点、現在では抵抗線歪ゲージをはり、温度補償をとり乍ら歪計によって直接歪の変化を測定する方法が利用される。

(b) 内面から機械的に削り取る方法は、その為に真の応力分布を乱すおそれがある。

(c) 表層のごく薄い部分について正確に測定する事が困難で、誤差が多い。

これに対し、Mesnager は、全く同じ原理で中実又は中空円筒について、中実の場合は予め適当な大きさの同心円筒形の孔をあけておき、外側から順次薄層を削りとり乍ら、孔の内径の変化を測定して、円筒の応力を計算する方法を発表している。

試料の肉厚が薄くて Sachs-Mesnager 又は Mesnager 法が適用出来ない様な薄肉円管について、軸方向、周方向応力を測定する方法に Sachs-Espey 法がある。

1-1-1. Sachs-Espey 法の概略

原理は、応力が半径方向 (厚さ方向) にのみ変る事、とり去った薄層内では応力が直線的に変る事を仮定し、円筒の内又は外側から次々に薄層を腐蝕溶解し去る度毎に、Anderson-Fahlman と Crampton の方法を組合わせた方法で測定を行うもので、管壁の厚さ 0.010 in 以下正確に応力を測定する為に、種々の厚さに腐蝕した後、周方向及び軸方向に細い試片を切りとり、夫々の試片について、次に述べる測定を行い、逐次数値計算によって応力を求めるのである。

先ず周方向試片については、閉じた円管を 1ヶ所で切断、開放し、外側から適当な腐蝕剤で溶解しつつ、

d = 円管の厚さ

x = 円管表面から考えている層迄の距離

S_c = 求める x 層の周方向応力

S_1 = 閉じた円管を1端で開放した為に変化する応力

S_2 = x 層迄とり去った為に生じた面内力によって変化する応力

S_3 = x 層迄とり去った為に生じた曲げモーメントによって変化する応力

S_4 = dx の層をとり去った為に生じた曲げモーメントの変化により変る応力

とすれば

$$S_c = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \quad (1.1)$$

$$S_1 = \frac{E}{1-\nu^2} (d-2x) \frac{\Delta D_1}{D_m^2} \quad (1.2)$$

$$S_2 = -\frac{1}{d-x} \int_0^x (S_c - S_1) dx \quad (1.3)$$

$$S_3 = \frac{E}{1-\nu^2} (d-x) \frac{\Delta D}{D_m^2} \quad (1.4)$$

$$S_4 = -\frac{E}{1-\nu^2} \frac{(d-x)^2}{3D_m^2} \cdot \frac{dD}{dx} \quad (1.5)$$

但し、

ΔD_1 = スリットを入れて開放した為の直径変化

D_m = スリットを入れる前後の平均直径

ΔD = x 層迄とり去った為の直径変化

なる関係から、式(1.2)~(1.5)を式(1.1)に入れ、

$$S_c = -\frac{E}{1-\nu^2} (d-2x) \cdot \frac{\Delta D_1}{D_m^2} + \frac{E}{1-\nu^2} (d-x) \frac{\Delta D}{D_m^2} - \frac{E}{1-\nu^2} \frac{(d-x)^2}{3D_m^2} \frac{dD}{dx} - \frac{1}{d-x} \int_0^x (S_c - S_1) dx \quad (1.6)$$

なる式を導いた。

これによって残留応力を計算するには、逐次近似の数値計算により、

- (a) 腐蝕溶解厚さ x に対し、直径変化を記録して関係曲線を作り、
- (b) S_1 , S_3 , S_4 を計算し、厚さの函数として目盛り、
- (c) S_2 は明瞭でないから先づ第1近似として $S_2=0$ として省略し、

$$S_c \doteq S_1 + S_3 + S_4 \quad (1.7)$$

を S_c の第1近似値とし

- (d) 従って $(S_c - S_1)$ の第1近似値に

$$S_c - S_1 \doteq S_3 + S_4$$

を採用して式(1.3)から S_2 を計算し、

(e) この S_2 を第 2 次の近似値として

$$S_e - S_1 = S_2 + S_3 + S_4$$

を求め、再度式 (1.3) から S_2 の第 3 次近似値を計算

(f) 以上の計算を繰返して正確値に近づけ、その上で式 (1.1) から S_e を求める方法を提唱している。

軸方向応力についても同様に、円管から軸方向に細長い試片を切りとって外側から腐蝕溶解し去りつつ

$$S_i = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \quad (1.8)$$

$$S_1 = \frac{E}{1-\nu^2} (d-2x) \cdot f_1 \quad (1.9)$$

$$S_2 = -\frac{1}{d-x} \int_0^x (S_i - S_1) dx \quad (1.10)$$

$$S_3 = \frac{E}{1-\nu^2} (d-x) \cdot f \quad (1.11)$$

$$S_4 = -\frac{E}{1-\nu^2} \frac{(d-x)^2}{3} \frac{df}{dx} \quad (1.12)$$

但し、

f_1 = 円管から短冊型試片を切りとった為の試片の曲率変化

f = 1 方の側から厚さ x 迄とり去った時の試片の曲率変化の関係から

$$S_i = \frac{E}{1-\nu^2} (d-2x) \cdot f_1 + \frac{E}{1-\nu^2} (d-x) \cdot f - \frac{E}{1-\nu^2} \frac{(d-x)^2}{3} \frac{df}{dx} - \frac{1}{d-x} \int_0^x (S_i - S_1) dx \quad (1.13)$$

の式を導き、 S_e について行なったと同様の逐次近似計算による。

1-1-2. 積分方程式による Sachs-Espey 法計算式の変形

以上の様に、Sachs-Espey 法は、手間のかかる逐次近似計算によっている。

著者は、過去の残留応力測定に関する理論的研究の経験から、残留応力計算式は、積分方程式を導いて解を求める方法が最も軽捷な道である事を知ったが、Sachs-Espey 法も、彼等の導いた式 (1.6), (1.13) が、夫々 S_e , S_i についての積分方程式である事に着目して之を解けば、以下述べる様に、極めて簡単な解析的計算式によって残留応力が正確に一義的に求められる事を示す事が出来るのである。

式 (1.6), (1.13) は、全く同じ形の積分方程式であるから、ここでは式 (1.13) について考える。

式 (1.13) において、 f は x の函数であるが、 f_1 は x に無関係の定数となる。

式 (1.13) の積分記号の中の S_i は、式 (1.9) で与えられるから、

$$\int_0^x (S_i - S_1) dx = \int_0^x S_i \cdot dx - \frac{E \cdot f_1}{1-\nu^2} (d \cdot x - x^2)$$

を考慮すれば、式(1.13)は

$$S_l(x) = \frac{Ef_1}{1-\nu^2}(d-x) + \frac{E}{1-\nu^2}(d-x) \cdot f(x) - \frac{E}{3(1-\nu^2)}(d-x)^2 \frac{df}{dx} - \frac{1}{d-x} \int_0^x S_l(\xi) \cdot d\xi \quad (1.14)$$

となる。之を解いて S_l を求めればよいのであるが、先ず式(1.14)の両辺に $(d-x)$ をかけ、

$$(d-x) \cdot S_l(x) = \frac{Ef_1}{1-\nu^2}(d-x)^2 + \frac{E}{1-\nu^2}(d-x)^2 f(x) - \frac{E}{3(1-\nu^2)}(d-x)^3 \cdot \frac{df}{dx} - \int_0^x S_l(\xi) \cdot d\xi$$

この両辺を x で微分して $(d-x)$ で割り

$$\frac{dS_l}{dx} = -\frac{2Ef_1}{1-\nu^2} - \frac{2E}{1-\nu^2} \cdot f(x) + \frac{2E}{1-\nu^2}(d-x) \frac{df}{dx} - \frac{E}{3(1-\nu^2)}(d-x)^2 \cdot \frac{d^2f}{dx^2}$$

この積分を行へば

$$S_l = -\frac{2Ef_1}{1-\nu^2}x - \frac{E}{3(1-\nu^2)} \left\{ (d-x)^2 \frac{df}{dx} - 4(d-x) \cdot f + 2 \int_0^x f(\xi) \cdot d\xi \right\} + C \quad (1.15)$$

積分常数 C は、式(1.15)を、之が満足すべきもとの方程式(1.14)に代入して

$$C = \frac{Ef_1 \cdot d}{1-\nu^2}$$

と決定される。 C は、円管から試片を切り出した為の、表面 $x=0$ における応力変化を表わしている。

従つて、求められる残留応力 S_l の計算式は

$$S_l = \frac{E \cdot f_1}{1-\nu^2}(d-2x) - \frac{E}{3(1-\nu^2)} \left\{ (d-x)^2 \frac{df}{dx} - 4(d-x) \cdot f + 2 \int_0^x f(\xi) \cdot d\xi \right\} \quad (1.16)$$

全く同様に AD は x の函数、 AD_1 は常数と考へ、式(1.2)を考慮して式(1.6)を解けば S_c の計算式は、

$$S_c = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{AD_1}{D_m^2}(d-2x) - \frac{E}{3(1-\nu^2) \cdot D_m^2} \left\{ (d-x)^2 \frac{d(AD)}{dx} - 4(d-x) \cdot AD + 2 \int_0^x AD(\xi) \cdot d\xi \right\} \quad (1.17)$$

となる。

さて、式(1.16), (1.17)の右辺第1項は、円管から試片を切りとつた為の応力変化を表はし、 $\{ \}$ を含む第2項は、順次薄層を溶解除去して求められる応力を表はすもので、著者が本論文で示す残留応力計算式と本質的に同じ形である。

此の様に、積分方程式としての取扱いを行なつて解を求めれば、Sachs-Espey 法による残

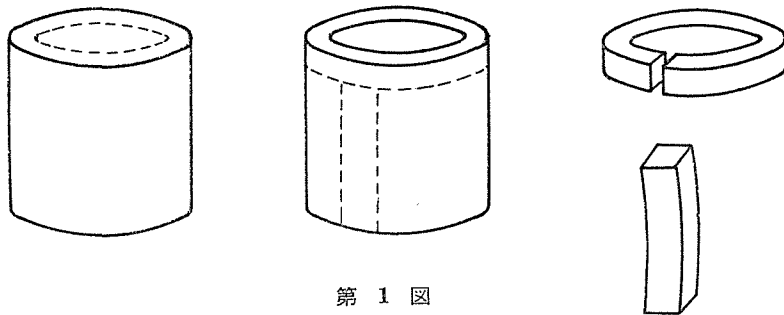
留応力計算式も、極めて簡単な形となり、取扱いが容易となる。

1-2. 著者の方法の概略、一円筒の3主応力

之等、過去の研究に対し、著者は、円筒表面にロール加工、ピーニング加工等の表面加工を施して、表層部に故意に残留応力を与える様な場合、その残留応力の大きさ、分布の状態を特に表層部について正確に知る必要があることから、このような円筒表層部残留3主応力を厳密に測定する目的で、本論文に示す方法を考案した。

以下に述べる著者の方法は、中実円筒についてはその表層部、中空円筒については内外両面の表層部残留3主応力を正確に知る事が出来る点に特徴がある。

第1図の様な円筒を考え、



第 1 図

(1) 先ず中実円筒の場合ならば、中心部に同心の円孔をあけ、適当な大きさに削り拡げる。この際、穿孔前後の円筒外径及び母線上2標点間の距離の変化を測定して、穿孔による周方向、軸方向残留主応力の変化分を求める。

中空円筒の場合、肉厚が適当ならばそのまま次の課程に進むが、肉厚が過大ならば、測定する面が外か内かによって、内又は外側から同心に旋削し、適当な厚さの円管を作る。この際、円筒の外又は内面の周方向及び軸方向の長さの変化を測定するには、抵抗線歪計の使用が便利である。

(2) 次に中空円管から、適当な高さの円環を切りとり、その1部を切開く。一方、円管から別に適当な長さ、巾の短冊型試片をとる。この時、切開前後の円環の直径(曲率)の変化及び短冊型試片の長さ方向の曲率を測定して、切開による周方向、軸方向残留主応力の変化分を求める。

(3) 切開した円環試片、短冊試片について、外又は内側から順次薄層をとり去りつつ、試片の曲率(円環試片については直径、短冊試片については長さ方向の曲率)の変化を、撓み法によって測定すれば、各層の周方向、軸方向残留主応力の分布を計算する事が出来る。

(4) 以上、別々に測定された3つの応力を合計すれば、初状態における円筒表層部の任意の半径に対する周方向、軸方向残留主応力が求められる。

(5) 最後に、周方向応力と半径方向応力との関係から、半径方向残留応力が計算される。

従って円筒の残留主応力を

$$\sigma_t = \text{周方向応力}$$

$$\sigma_l = \text{軸方向応力}$$

$$\sigma_r = \text{径方向応力}$$

とし、

$$\sigma_{t_3}, \sigma_{l_3} = \text{円筒を中ぐりした為の応力変化}$$

$$\sigma_{t_2}, \sigma_{l_2} = \text{中ぐりした中空円筒を、軸方向に切開いた為の応力変化}$$

$$\sigma_{t_1}, \sigma_{l_1} = \text{軸方向に切開かれた状態の円筒の残留応力}$$

とすれば、

中実円筒或いは、中空円筒でも、中ぐりする場合には

$$\sigma_t = \sigma_{t_1} + \sigma_{t_2} + \sigma_{t_3}$$

$$\sigma_l = \sigma_{l_1} + \sigma_{l_2} + \sigma_{l_3}$$

中ぐりを要しない中空円筒の場合には

$$\sigma_t = \sigma_{t_2} + \sigma_{t_3}$$

$$\sigma_l = \sigma_{l_2} + \sigma_{l_3}$$

となり、 σ_r は後述の式から

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \int_{r_2}^r \sigma_t \cdot dr$$

但し、 r = 任意の層の半径

$$r_2 = \text{円筒の外半径}$$

で与えられるのである。

2. 残留応力計算式

2-1. 開放した円筒の残留主応力 σ_{t_1} , σ_{l_1}

切開かれた円環及び短冊試片についてその外側又は内側から薄層を取り去り乍ら、変化する曲率を測定する方法は、原理的には撓み法⁹⁾と全く同様である。ただ、板の場合の x , y 方向のかわりに、周方向 t , 軸方向 l をとって考える。

第2図により、厚さ h の円環試片について、外側から薄層を除く場合は外表面上に、内側から取去る場合は内面上に原点をおき、表面から z なる深さの層に残る周方向応力を σ_t , 軸方向応力を σ_l とすれば、 z なる深さ迄とり去った時、残り $(h-z)$ 層に与える曲げモーメントは、

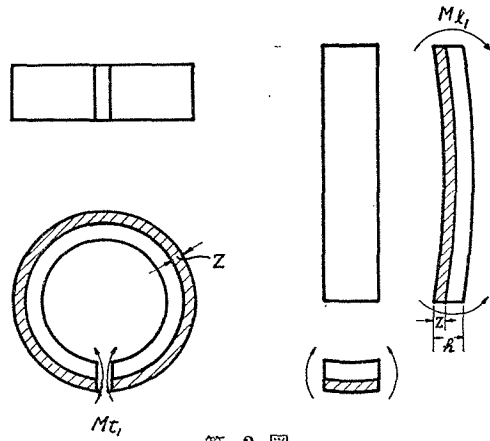
$$\left. \begin{aligned} M_{t_1}(z) &= - \int_0^z \left(\frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_{t_1}(\zeta) d\zeta \\ M_{l_1}(z) &= - \int_0^z \left(\frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_{l_1}(\zeta) d\zeta \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

円環試片，短冊試片についての曲率の変化を C_{t_1} ， C_{l_1} とすれば，

$$\left. \begin{aligned} M_{t_1} &= D \cdot (C_{t_1} + \nu C_{l_1}) \\ M_{l_1} &= D \cdot (C_{l_1} + \nu C_{t_1}) \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

$$D = \frac{E(h-z)^3}{12(1-\nu^2)}$$

然し，短冊試片については，横断面は正しい矩形ではなくて，上下の辺が弯曲した円管の一部であるから，正確にはその為の補正を必要とするが，直径と厚さの比及び直径と巾の比が十分に大きければ，断面を矩形と近似して大きな誤差は生じない。断面弯曲の影響は改めて第 3 章で詳しく論ずる。



第 2 図

$$\left. \begin{aligned} u_{t_1} &= \sigma_{t_1} - \nu \sigma_{l_1} \\ u_{l_1} &= \sigma_{l_1} - \nu \sigma_{t_1} \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

とおけば，

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{t_1} &= \frac{1}{1-\nu^2} (u_{t_1} + \nu u_{l_1}) \\ \sigma_{l_1} &= \frac{1}{1-\nu^2} (u_{l_1} + \nu u_{t_1}) \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

となり，式(2.1)，(2.2)から次の積分方程式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^z \left(\frac{h+z}{2} - \zeta \right) u_{t_1}(\zeta) \cdot d\zeta &= -\frac{E}{12} (h-z)^3 \cdot C_{t_1} \\ \int_0^z \left(\frac{h+z}{2} - \zeta \right) u_{l_1}(\zeta) \cdot d\zeta &= -\frac{E}{12} (h-z)^3 \cdot C_{l_1} \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

これは，撓み法の場合と全く同じ形の方程式で，途中の計算を省略して解を示せば，

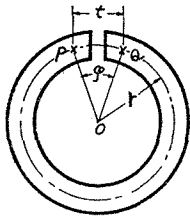
$$\left. \begin{aligned} u_{t_1} &= -\frac{E}{6} \left[(h-z)^2 \frac{dC_{t_1}}{dz} - 4(h-z) C_{t_1} + 2 \int_0^z C_{t_1} \cdot d\zeta \right] \\ u_{l_1} &= -\frac{E}{6} \left[(h-z)^2 \frac{dC_{l_1}}{dz} - 4(h-z) C_{l_1} + 2 \int_0^z C_{l_1} \cdot d\zeta \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

となる。式(2.6)は残留応力計算の基本式であって，式中， C_{t_1} ， C_{l_1} の変化を，取り去った層の厚さ z に対して目盛り，関係曲線を作れば， u_{t_1} ， u_{l_1} 従って式(2.4)から σ_{t_1} ， σ_{l_1} を定める事が出来る。

2-1-1. 曲率 C_{t_1} の測定

切開いた円環試片について曲率の変化 C_{t_1} を測定するには，第 3 図の様に，円環の厚さの中央を通る円周上，切開いた口に近い 2 標点 P ， Q の距離の変化を測定する方法をとる。この方法の利点は，直接に直径変化を測定する場合に比べ，測定時の試片温度の影響を殆んど除き

得る点、及び π 倍だけ拡大した数値を測定出来る点である。今、



第 3 図

r = 切開いた厚さ h の円環の曲率半径

$$D = 2r$$

r' = 表層から順次薄層を除いて変化した曲率半径

t = 最初の標点距離

t' = 変化した標点距離

φ = 最初の標点中心角

φ' = 変化した標点中心角

とすれば、表層から薄層を除く時、残りの層に対して曲げモーメントが変化する、曲率半径が r から r' になると共に、面内力も変化するから、円環の長さも変る筈である。然し、面内力によって円環の長さの変る影響は、第 4 章に詳述する様に、曲率半径の変化によるものに比べて極めて小さく、円環長さの変化を省略しても、測定値に与える誤差は最大 $(h/3 \cdot D)$ 程度となり、直径が厚さに対して大ならば、殆んど無視し得る程度にする事が出来る。従って先づ、円環の中心線の長さは不変として

$$r(2\pi - \varphi) = r'(2\pi - \varphi')$$

とおいて差支えない。

$$r\varphi = t, \quad r'\varphi' = t'$$

であるから、

$$r - r' = (t - t')/2\pi = \Delta t/2\pi$$

$$r' = r - \frac{\Delta t}{2\pi} = r \left(1 - \frac{\Delta t}{2\pi r} \right)$$

t の変化 Δt は r に比して微小な値であるから、

$$\Delta t \ll 2\pi r$$

として

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r \left(1 - \frac{\Delta t}{2\pi r} \right)} \approx \frac{1}{r} \left(1 + \frac{\Delta t}{2\pi r} \right)$$

故に

$$C_{t_1} = \frac{1}{r'} - \frac{1}{r} \approx \frac{\Delta t}{2\pi r^2} = \frac{2\Delta t}{\pi D^2}$$

初状態からの Δt の合計を

$$\tau = \sum \Delta t = \int dt$$

とすれば、

$$C_{t_1} = \frac{2\tau}{\pi D^2} \tag{2.7}$$

この関係を式(2.6)第1式に代入すれば、 u_i は

$$u_i = -\frac{E}{3\pi D^2} \left[(h-z)^2 \frac{d\tau}{dz} - 4(h-z)\cdot\tau + 2 \int_0^z \tau \cdot d\zeta \right] \quad (2.8)$$

で表はされる。

2-1-2. 曲率 C_{i_1} の測定

短冊試片について表層から薄層を除く時の長さ方向の曲率半径 C_{i_1} は、試片横断面の弯曲の影響を無視すれば、全く平板の撓み法の測定と同様である。断面の弯曲の影響は、第3章に於て改めて論ずる。

試片を電解液中で片面から電解除去しつつ、試片の先端の鏡と望遠鏡及びスゲールを以つて、変化する曲率を測定する。

L = 鏡とスケールの距離

l = 試片片面の電解部分長さ

t = スケール読みの変化

とすれば

$$C_{i_1} = \frac{t}{2LI} \quad (2.9)$$

となり、式(2.6)第2式は、

$$u_i = -\frac{E}{12LI} \left[(h-z)^2 \frac{dt}{dz} - 4(h-z)\cdot t + 2 \int_0^z t \, d\zeta \right] \quad (2.10)$$

なる計算式が得られる。

2-2. 切断による残留主応力の変化 σ_{i_2} , σ_{i_1}

内部を穿孔された真直な閉じた円管を母線に沿ふて切開くと共に、巾の狭い短冊試片を切取った場合

C_{i_2} = 円環を切開いた為の曲率変化

C_{i_1} = 短冊試片の曲率変化

とし、円管の周方向に働く曲げモーメントを M_{i_2} 、軸方向のそれを M_{i_1} とすれば、上述の様に円環を切開き、軸方向短冊試片を切取った為に、 M_{i_1} 、 M_{i_2} のモーメントから開放されて、夫々の曲率が C_{i_2} 、 C_{i_1} だけ変化したのであるから

$$\left. \begin{aligned} M_{i_2} &= D \cdot (C_{i_2} + \nu C_{i_1}) \\ M_{i_1} &= D \cdot (C_{i_2} + \nu C_{i_1}) \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

夫々の試片について、中立面から考える層迄の距離を η で表わせば、開放された為に変化する応力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{i_2} &= \frac{E \cdot \eta}{1 - \nu^2} (C_{i_2} + \nu C_{i_1}) \\ \sigma_{i_1} &= \frac{E \cdot \eta}{1 - \nu^2} (C_{i_2} + \nu C_{i_1}) \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

但し、

$$\eta = \frac{h}{2} - z \quad (2.13)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

z = 表面からの距離

短冊試片については、断面弯曲の影響が少なくなる様注意し、矩形断面と見做して計算する。

2-2-1. 曲率 C_{t_2} の測定

2-1-1. と同様の原理で、切開く前に円環試片の中心線上に標点 P, Q を打ち、その間を切断して \overline{PQ} の変化を測定する。

D_0 = 円環の切断前の平均直径

D = 切開いた円環の平均直径

t_0 = 切断前の標点距離 \overline{PQ}

t = 切断後の標点距離 \overline{PQ}

$$\Delta t = t - t_0$$

とすれば、

$$D - D_0 = \frac{\Delta t}{\pi}$$

$$D = D_0 + \frac{\Delta t}{\pi} = D_0 \left(1 + \frac{\Delta t}{\pi D_0} \right)$$

$$\frac{1}{D} \doteq \frac{1}{D_0} \left(1 - \frac{\Delta t}{\pi D_0} \right)$$

から、

$$C_{t_2} = \frac{2}{D_0} - \frac{2}{D} \doteq \frac{2 \cdot \Delta t}{\pi D_0^2} \quad (2.14)$$

を得る。

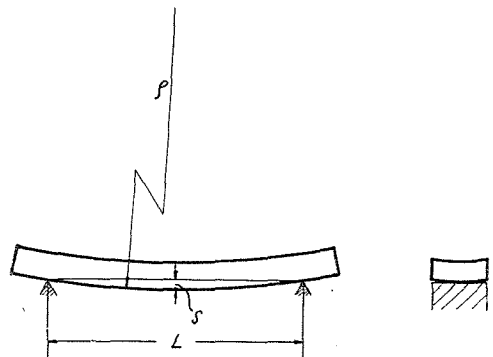
2-2-2. 曲率 C_{t_2} の測定

円環母線に沿って切出した短冊試片を、第4図の様に2ヶのナイフエッジに載せ、標点距離(弦長) L について撓み s を示したとすれば、曲率半径 ρ が大なる時は

$$C_{t_2} = \frac{1}{\rho} = \frac{8 \cdot s}{L^2} \quad (2.15)$$

の関係がある。標点距離 L を適当にとり、弧の高さ s をダイヤルゲージで読めばよい。

式(2.14), (2.15) を使へば、式(2.12)は、



第4図

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{t_2} &= \frac{E\eta}{1-\nu^2} \left(\frac{2 \cdot \Delta t}{\pi D_0^2} + \frac{8 \cdot \nu \cdot s}{L^2} \right) \\ \sigma_{i_2} &= \frac{E \cdot \eta}{1-\nu^2} \left(\frac{8 \cdot s}{L^2} + \frac{2 \cdot \nu \cdot \Delta t}{\pi D_0^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

但し、最外層応力が引張応力の時、円環試片については、 $D > D_0$ で $C_{i_2} > 0$ 。短冊試片については $s > 0$ で $C_{i_2} > 0$ となる様に符号を選ぶこととする。

2-3. 中ぐりによる残留主応力の変化 σ_{i_3} , σ_{t_3}

中実または中空円筒に於て、表層部の残留応力を測定すべき部分を含む厚さを残し、内部を穿孔した場合、穿孔によって変化する表層円管部分の応力は、その部分が内圧及び軸方向の力を受ける効果に置き換へて考える事が出来る。

内径 r_1 、外径 r_2 になる円管が、 p なる内圧、 P なる軸方向の力を受ける場合、円管内の半径 r なる点について、周、径、軸方向の歪を夫々 ϵ_t 、 ϵ_r 、 ϵ_l とすれば、

$$\left. \begin{aligned} E \epsilon_t &= \frac{pr_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left\{ (1+\nu) \frac{r_2^2}{r^2} + (1-\nu) \right\} - \frac{\nu P}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} \\ E \epsilon_r &= -\frac{pr_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left\{ (1+\nu) \frac{r_2^2}{r^2} - (1-\nu) \right\} - \frac{\nu P}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} \\ E \epsilon_l &= \frac{P}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} - \frac{2\nu \cdot p \cdot r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

なる関係が成立する。

測定出来るのは外径の変化であるから、 $r = r_2$ として

$$\left. \begin{aligned} E \epsilon_{t_2} &= \frac{2pr_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{\nu P}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} \\ E \epsilon_{r_2} &= -\frac{2\nu pr_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{\nu P}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} \\ E \epsilon_{l_2} &= \frac{P}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} - \frac{2\nu pr_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

但し、 ϵ_{t_2} 、 ϵ_{r_2} 、 ϵ_{l_2} = 外周に於ける歪
穿孔による軸方向の応力変化 σ_{i_3} は、

$$\sigma_{i_3} = \frac{P}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} \quad (2.19)$$

式(2.18)第1、第3式から P を求めれば、式(2.19)から

$$\sigma_{i_3} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{t_2} + \nu \epsilon_{l_2}) \quad (2.20)$$

又、式(2.18)から相当内圧 p を求めると

$$p = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_1^2} (\epsilon_{t_2} + \nu \epsilon_{l_2}) \quad (2.21)$$

1方、 $r = r_1 \sim r_2$ の任意の点の内圧 p による周方向応力 σ_{t_3} は

$$\sigma_{t_3} = \frac{pr_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 + \frac{r_2^2}{r^2} \right) \quad (2.22)$$

式(2.21), (2.22) から

$$\sigma_{t_3} = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left(1 + \frac{r_2^2}{r^2} \right) (\epsilon_{t_2} + \nu \epsilon_{l_2}) \quad (2.23)$$

更に, 考える層迄, 外周からの深さ z を測るとすれば

$$r = r_2 - z$$

で, 円管の径に比べて厚さが小さい時は,

$$1 + \frac{r_2^2}{r^2} = 1 + \frac{1}{\left(1 - \frac{z}{r_2}\right)^2} \approx 2 \left(1 + \frac{z}{r_2}\right)^2$$

となり, 式(2.23)は

$$\sigma_{t_3} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{t_2} + \nu \epsilon_{l_2}) \cdot \left(1 + \frac{z}{r_2}\right) \quad (2.24)$$

と書ける。

$z/r_2 \ll 1$ なる時は, 大たんに,

$$\sigma_{t_3} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{t_2} + \nu \epsilon_{l_2}) \quad (2.24')$$

としても大きな誤差はない。

2-4. 径方向主応力 σ_r

第5図の様に, 微小中心角 $d\varphi$ と, 半径 r 及び $(r+dr)$ に囲まれる微小面積について力の平衡を考えれば

$$\begin{aligned} \sigma_t \cdot dr \cdot d\varphi &= (\sigma_r + d\sigma_r) \cdot (r+dr) \cdot d\varphi \\ &\quad - \sigma_r \cdot r \cdot d\varphi \\ \sigma_t &= \sigma_r + r \frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{d(r \cdot \sigma_r)}{dr} \quad (2.25) \end{aligned}$$

中実円筒の場合, 式(2.25)を積分して

$$\int_0^r \sigma_t \cdot dr = r \cdot \sigma_r + C$$

$r=0$ で成立つ様に $C=0$ となるから

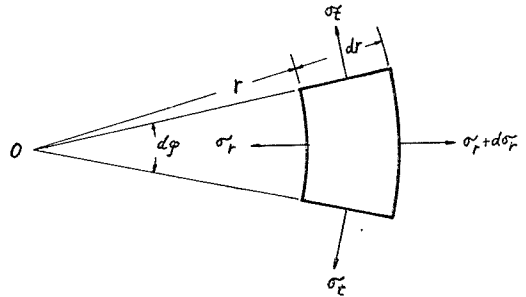
$$\sigma_r = \frac{1}{r} \int_0^r \sigma_t \cdot dr \quad (2.26)$$

又, 外周 $r=r_2$ で $\sigma_r=0$ なる故,

$$\int_0^{r_2} \sigma_t \cdot dr = 0.$$

故に

$$\int_0^r \sigma_t \cdot dr = \int_{r_2}^r \sigma_t \cdot dr \quad (2.27)$$



第5図

式(2.27)を使って、

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \int_{r_2}^r \sigma_t \cdot dr \quad (2.28)$$

中空円筒の場合は、内径を r_1 とし、式(2.25)から

$$\int_{r_1}^r \sigma_t \cdot dr = r \cdot \sigma_r + C$$

$r=r_1$ で $\sigma_r=0$ となる様、 $C=0$ とすれば

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \int_{r_1}^r \sigma_t \cdot dr \quad (2.29)$$

又、 $r=r_2$ で $\sigma_r=0$ から

$$\int_{r_1}^{r_2} \sigma_t \cdot dr = 0$$

従って

$$\int_{r_1}^r \sigma_t \cdot dr = \int_{r_2}^r \sigma_t \cdot dr \quad (2.30)$$

式(2.29), (2.30)から

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \int_{r_2}^r \sigma_t \cdot dr \quad (2.28)$$

即ち、中実、中空円筒とも同じ式(2.28)から、径方向残留応力を求める事が出来る。

2-5. 計算順序

以上に述べた様に、残留応力を測定するには、円筒試料から穿孔して中空円筒を作り、更に円環試片、短冊試片を切り出し、各試片についての測定結果を合成して σ_{t_1} , σ_{l_1} ; σ_{t_2} , σ_{l_2} ; σ_{t_3} , σ_{l_3} を求め、最後に

$$\left. \begin{aligned} \sigma_t &= \sigma_{t_1} + \sigma_{t_2} + \sigma_{t_3} \\ \sigma_l &= \sigma_{l_1} + \sigma_{l_2} + \sigma_{l_3} \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

を計算し、ついで、式(2.28)から σ_r を求める。

実際に測定結果をまとめて計算を行うに当たっては、測定各段階で真の応力 σ を計算せず、 σ_{t_1} , σ_{l_1} を求める際に

$$\left. \begin{aligned} u_{t_1} &= \sigma_{t_1} - \nu \sigma_{l_1} \\ u_{l_1} &= \sigma_{l_1} - \nu \sigma_{t_1} \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

とおき、 u_{t_1} , u_{l_1} を

$$u_{t_1} = -\frac{E}{3\pi D^2} \left[(h-z)^2 \frac{d\tau}{dz} - 4(h-z) \cdot \tau + 2 \int_0^z \tau d\zeta \right] \quad (2.8)$$

$$u_{l_1} = -\frac{E}{12Ll} \left[(h-z)^2 \frac{dt}{dz} - 4(h-z) \cdot t + 2 \int_0^z t d\zeta \right] \quad (2.10)$$

の式から計算した様に、

$$\left. \begin{aligned} u_{t_2} &= \sigma_{t_2} - \nu \sigma_{t_2} \\ u_{l_2} &= \sigma_{l_2} - \nu \sigma_{l_2} \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{t_3} &= \sigma_{t_3} - \nu \sigma_{t_3} \\ u_{l_3} &= \sigma_{l_3} - \nu \sigma_{l_3} \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

とおけば、 u は 1 種の見かけ上の応力で、真の応力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{t_2} &= \frac{1}{1-\nu^2} (u_{t_2} + \nu u_{l_2}) \\ \sigma_{l_2} &= \frac{1}{1-\nu^2} (u_{l_2} + \nu u_{t_2}) \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{t_3} &= \frac{1}{1-\nu^2} (u_{t_3} + \nu u_{l_3}) \\ \sigma_{l_3} &= \frac{1}{1-\nu^2} (u_{l_3} + \nu u_{t_3}) \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

となるので、式(2.16), (2.24'), (2.19) から

$$\left. \begin{aligned} u_{t_2} &= \frac{2E \cdot \Delta l}{\pi D_0^2} \cdot \eta \\ u_{l_2} &= \frac{8E \cdot s}{L^2} \cdot \eta \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{t_3} &= E \varepsilon_{t_2} = E \cdot \frac{\Delta D}{D_0} \\ u_{l_3} &= E \varepsilon_{l_2} = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0} \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

但し

D_0 = 中空円管外径

ΔD = 穿孔による外径の減少

l_0 = 中空円管母線上の標点距離

Δl = 穿孔による標点距離の減少

を別々に計算しておき、

$$\left. \begin{aligned} u_i &= u_{t_1} + u_{l_2} + u_{t_3} \\ u_i &= u_{l_1} + u_{l_2} + u_{l_3} \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

から見かけの応力 u を合成し、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i &= \frac{1}{1-\nu^2} (u_i + \nu \cdot u_i) \\ \sigma_i &= \frac{1}{1-\nu^2} (u_i + \nu u_i) \end{aligned} \right\} \quad (2.39)$$

から最終的に、円筒試料の周、軸方向残留主応力を計算する方が、作業上簡便な事がある。

3. 軸方向短冊試片の断面弯曲の影響

短冊試片の横断面は円管の1部である。一様断面の真直な梁に曲げモーメント M を加へて弯曲させる単純梁を考えれば、

$$\frac{M}{I} = \frac{E}{\rho} = E \cdot C$$

I = 断面の慣性モーメント

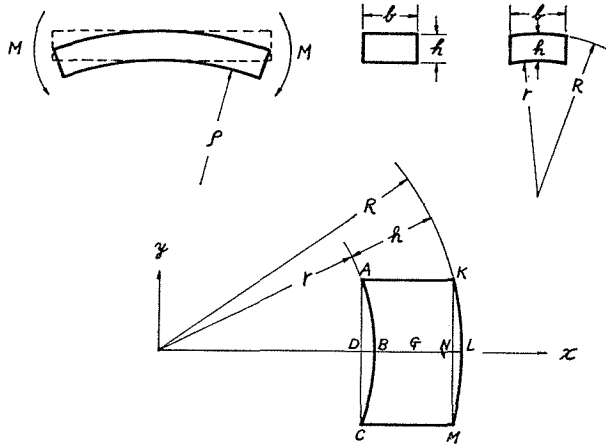
$C = \frac{1}{\rho}$ = 曲率.

断面が矩形の場合は、巾 b 、厚さ h として

$$I_0 = \frac{bh^3}{12}$$

となる。

断面が円管の1部である場合、第6図の様に、円管の中心を O 、内半径 r 、外半径 R にか



第 6 図

こまれる断面 $ABCMLK$ の図心を G とし

$$OG = x_G$$

の長さを計算すれば、

$$x_G = \frac{\frac{b}{2}(R^2 - r^2)}{\frac{b}{2} \left(\sqrt{R^2 - \frac{b^2}{4}} - \sqrt{r^2 - \frac{b^2}{4}} \right) + R^2 \sin^{-1} \left(\frac{b}{2R} \right) - r^2 \sin^{-1} \left(\frac{b}{2r} \right)} \tag{3.1}$$

断面 $ABCMLK$ の面積 F は

$$F = \frac{b}{2} \left(\sqrt{R^2 - \frac{b^2}{4}} - \sqrt{r^2 - \frac{b^2}{4}} \right) + R^2 \sin^{-1} \left(\frac{b}{2R} \right) - r^2 \sin^{-1} \left(\frac{b}{2r} \right) \tag{3.2}$$

となる。

第6図において

$I_y = y$ 軸の廻りの慣性モーメント

$I =$ 図心 G を通り, y 軸に平行な軸の廻りの慣性モーメント

とすれば,

$$I_y = I + F \cdot x_G^2 \quad (3.3)$$

の関係があり,

$$I_y = \frac{1}{12} \left\{ b \left(R^2 - \frac{b^2}{4} \right)^{\frac{3}{2}} - b \left(r^2 - \frac{b^2}{4} \right)^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} R^2 \cdot b \left(R^2 - \frac{b^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} r^2 b \left(r^2 - \frac{b^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}} + 3R^4 \sin^{-1} \left(\frac{b}{2R} \right) - 3r^4 \sin^{-1} \left(\frac{b}{2r} \right) \right\} \quad (3.4)$$

から I を求めると,

$$I = \frac{1}{24} \left\{ 2b \left(R^2 - \frac{b^2}{4} \right)^{\frac{3}{2}} - 2b \left(r^2 - \frac{b^2}{4} \right)^{\frac{3}{2}} + 3R^2 b \left(R^2 - \frac{b^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}} - 3r^2 b \left(r^2 - \frac{b^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}} + 6R^4 \sin^{-1} \left(\frac{b}{2R} \right) - 6r^4 \sin^{-1} \left(\frac{b}{2r} \right) \right\} - \frac{\frac{1}{2} b^2 (R^2 - r^2)^2}{b \left\{ \left(R^2 - \frac{b^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(r^2 - \frac{b^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} + 2R^2 \sin^{-1} \left(\frac{b}{2R} \right) - 2r^2 \sin^{-1} \left(\frac{b}{2r} \right)} \quad (3.5)$$

断面が湾曲し, 円管の1部である場合, その断面の慣性モーメントは, 矩形と近似した場合より大きく, 同一の曲げモーメントに対して生ずる曲率の変化は矩形断面の場合より小さい。

断面を矩形と見なす為の誤差を

$$e = \frac{C_0}{C} - 1 = \frac{I}{I_0} - 1 \quad (3.6)$$

で表はせば, 断面湾曲の影響を知る事が出来る。

以上の数値計算を行うに当って, 断面の中 b , 厚さ h が半径 R , r に比して小さいとして略算を行う。但し, 級数の2項迄をとっては誤差がかなり出る為, 3項迄を考慮する必要がある。即ち,

$$\left(R^2 - \frac{b^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}} \cong R \left(1 - \frac{b^2}{8R^2} - \frac{b^4}{2^7 \cdot R^4} \right)$$

$$\sin^{-1} \left(\frac{b}{2R} \right) \cong \frac{b}{2R} + \frac{b^3}{3 \times 2^4 R^3} + \frac{3b^5}{5 \times 2^8 R^5}$$

等から式(3.2)は

$$F \cong b(R-r) \left\{ 1 + \frac{b^2}{24 \cdot Rr} + \frac{b^4(R^2 + Rr + r^2)}{5 \times 2^7 R^3 r^3} \right\} \quad (3.7)$$

式(3.1)は

$$\alpha_G = \frac{\frac{b}{2}(R^2 - r^2)}{F} \doteq \frac{\frac{1}{2}(R+r)}{1 + \frac{b^2}{24Rr} + \frac{b^4(R^2 + Rr + r^2)}{5 \times 2^7 R^3 r^3}} \quad (3.8)$$

$$F \cdot \alpha_G^2 \doteq \frac{b}{4}(R-r) \cdot (R+r)^2 - \frac{b^3}{96} \frac{(R-r)(R+r)^2}{Rr} - \frac{b^5 \cdot (R-r)(R+r)^2 (9R^2 - Rr + 9r^2)}{9 \times 5 \times 2^9 R^3 r^3} \quad (3.9)$$

1方

$$\left(R^2 - \frac{b^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \doteq R^3 \left(1 - \frac{3b^2}{8R^2} + \frac{3b^4}{2^7 R^4}\right)$$

等の関係から式(3.4)は

$$I_y \doteq \frac{b}{3}(R^3 - r^3) - \frac{b^3}{24}(R-r) - \frac{b^5(R-r)}{5 \times 2^7 Rr} \quad (3.10)$$

従って I の値は

$$I \doteq \frac{b(R-r)^3}{12} + \frac{b^3(R-r)^3}{96 Rr} + \frac{b^5(R-r)(9R^4 + 17R^3r - 20R^2r^2 + 17Rr^3 + 9r^4)}{9 \times 5 \times 2^9 \cdot R^3 r^3} \quad (3.11)$$

厚さを h とするから

$$R - r = h$$

$$r = R - h$$

とすれば,

$$I \doteq \frac{bh^3}{12} + \frac{b^3h^3}{96R^2} \left(1 + \frac{h}{R}\right) + \frac{b^5 \cdot h}{9 \times 5 \times 2^4 R^2} \left(1 + \frac{h}{R}\right) \quad (3.12)$$

今、試みに式(3.7) F を第1項のみとれば,

$$F = b \cdot h = F_0$$

即ち矩形断面の面積となり, 式(3.8) α_G を第1項のみとれば

$$\alpha_G = \frac{1}{2}(R+r)$$

更に式(3.11) I についても第1項は

$$I = \frac{bh^3}{12} = I_0$$

なる矩形の場合の値を得る。

以上の関係から e を求めれば,

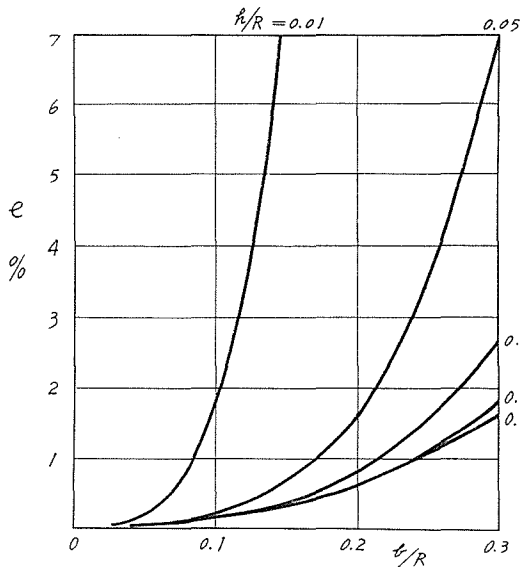
$$e = \frac{I}{I_0} - 1 \doteq \frac{1}{8} \left(\frac{b}{R}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{h}{R}\right) \cdot \left\{1 + \frac{2}{15} \frac{(b/R)^2}{(h/R)^2}\right\} \quad (3.13)$$

を得る。 b, h が R に対して小ならば、式(3.13)を以て誤差を計算出来る。

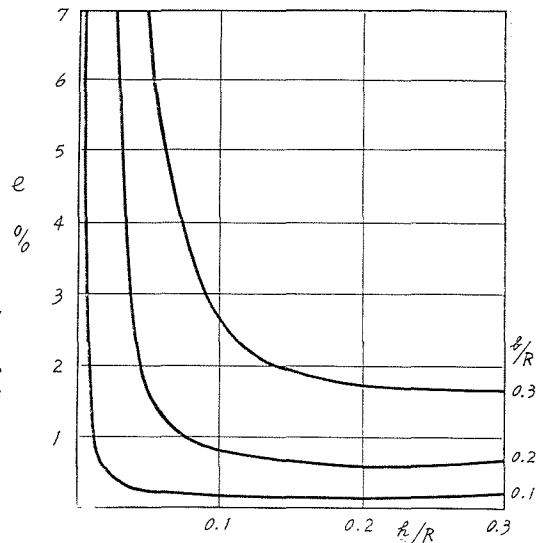
第1表は、 $b/R, h/R \cong 0.3$ について、式(3.13)から計算した e の値であり、之を図示すれば第7図 a, b が得られる。

第1表 e [%] の値

h/R \ b/R	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3
0.01	0.00143	0.136	1.80	26.8	138.0
0.05	0.00131	0.037	0.195	1.64	6.9
0.1	0.00140	0.036	0.156	0.82	2.7
0.2	0.00150	0.038	0.155	0.68	1.8
0.3	0.00163	0.041	0.165	0.69	1.7



第7図 a



第7図 b

4. 開放円管の残留主応力測定値に対する面内力の影響

第2章において、解放した円管の残留主応力 σ_t, σ_i の測定に際し、切開いた円環試片の曲率変化 C_t を測定する為に、円環の厚さの中央を通る円周上、切開いた口に近い2標点 P, Q の距離の近づきが、表面から薄層をとり去る時に、断面に及ぼす曲げモーメントの変化から定まるとして関係式を導いた。その場合、表面から薄層をとり去った為に、面内力も変化し、円環試片の長さも変化する筈であるが、この変化は極く僅かであるとして曲率の変化に対して無視したのである。

この章では、省略した面内力の影響、即ち円環試片の長さの変化が残留主応力測定値にどの程度影響を及ぼすかについて考察する。

円環試片の切口 2 標点 PQ の長さは、最初 $r(2\pi - \varphi)$ で、表面から z 迄とり去った状態で $r'(2\pi - \varphi')$ となる。

円環の外側、表層のとり去った部分の周方向応力が正(引張)の場合を考えれば、この引張応力をとり去る事により、残りの円環の長さは伸びるので、

$\varepsilon_t = z$ 迄の層をとり去った時の円環中心線の伸び率。

とすれば、

$$r'(2\pi - \varphi') = r(2\pi - \varphi)(1 + \varepsilon_t) \quad (4.1)$$

即ち

$$r' \left(1 - \frac{\varphi'}{2\pi}\right) = r \left(1 - \frac{\varphi}{2\pi}\right) (1 + \varepsilon_t) \quad (4.1)$$

式中、 $(\varphi/2\pi)$, ε_t は共に 1 に比べて極めて小さい値であるから、2 次以上の項は省略出来

$$r \left(1 - \frac{\varphi'}{2\pi}\right) = r \left(1 - \frac{\varphi}{2\pi} + \varepsilon_t\right) \quad (4.2)$$

としてよい。

円環の曲率半径 r , r' が相当に大きい場合

$$r'\varphi' = t', \quad r\varphi = t$$

は、標点間距離 PQ とみなし得る。

$$\tau = t - t' = \overline{PQ} \text{ の近づき}$$

とすれば、 τ は z の函数であり、式(4.2)から

$$r' = r - \frac{\tau}{2\pi} + r \cdot \varepsilon_t$$

$$\frac{1}{r'} \doteq \frac{1}{r} \left\{ 1 + \left(\frac{\tau}{2\pi r} - \varepsilon_t \right) \right\}$$

故に、曲率変化 C_{t_i} は、

$$C_{t_i} = \frac{1}{r'} - \frac{1}{r} = \frac{\tau}{2\pi r^2} - \frac{\varepsilon_t}{r}$$

$D = 2r =$ 平均直径

とすれば、

$$C_{t_i} = \frac{2\tau}{\pi D^2} - \frac{2\varepsilon_t}{D} \quad (4.3)$$

の関係が出る。右辺第 2 項が面内力を考慮する為のもので、之を省略すれば、式(2.7)となる。

今、

$M_i, M_t = z$ 層迄とり去った為に生ずる、夫々周方向、軸方向の曲げモーメント

$N_i, N_t = z$ 層迄とり去った為に生ずる、夫々周方向、軸方向の面内力

とすれば、

$$C_{t_i} = \frac{12}{E(h-z)^3} \{M_t - \nu M_i\} \quad (4.4)$$

$$\left. \begin{aligned} M_t &= - \int_0^z \left(\frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_{t_i}(\zeta) d\zeta \\ M_i &= - \int_0^z \left(\frac{h+z}{2} - \zeta \right) \cdot \sigma_{t_i}(\zeta) d\zeta \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E(h-z)} \{N_t - \nu N_i\} \quad (4.6)$$

$$\left. \begin{aligned} N_t &= \int_0^z \sigma_{t_i}(\zeta) d\zeta \\ N_i &= \int_0^z \sigma_{t_i}(\zeta) d\zeta \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

なる関係があるから、更に

$$u_{t_i} = \sigma_{t_i} - \nu \sigma_{i_i} \quad (2.3)$$

とおけば、式(4.3)は次の積分方程式に導く事が出来る。

$$2 \int_0^z \left(\frac{h+z}{2} - \zeta \right) \cdot u_{t_i}(\zeta) d\zeta - \frac{(h-z)^2}{3D} \int_0^z u_{t_i}(\zeta) d\zeta = - \frac{E(h-z)^3 \cdot \tau(z)}{3\pi D^2} \quad (4.8)$$

式(4.8)は、円環試片の曲げモーメントの変化と面内力の変化を同時に考慮した場合の積分方程式で、之を解くことにより、面内力を考慮した厳密な残留応力計算式が導かれる。式中、左辺第1項が曲げモーメントによるもの、第2項が面内力の影響を表はす。第2項を省略した場合は、第2章の式(2.5)に相当し、その解は簡単な式(2.8)に到達する。

先ず、積分方程式(4.8)の厳密解を直接積分によって求める。

式(4.8)を変形し

$$\int_0^z \left\{ h+z-2\zeta - \frac{(h-z)^2}{3D} \right\} u_{t_i}(\zeta) d\zeta = - \frac{E(h-z)^3 \tau(z)}{3\pi D^2} \quad (4.9)$$

を部分積分すれば、

$$\left[\left\{ h+z-2\zeta - \frac{(h-z)^2}{3} \right\} \int_0^\zeta u_{t_i} d\zeta \right]_0^z + 2 \int_0^z d\eta \int_0^\eta u_{t_i} d\zeta = - \frac{E}{3\pi D^2} (h-z)^3 \cdot \tau(z)$$

即ち、

$$\left\{ (h-z) - \frac{(h-z)^2}{3D} \right\} \int_0^z u_{t_i} d\zeta + 2 \int_0^z d\eta \int_0^\eta u_{t_i} d\zeta = - \frac{E}{3\pi D^2} (h-z)^3 \cdot \tau(z) \quad (4.10)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} 2 \int_0^z d\eta \int_0^\eta u_{t_i} d\zeta &= X \\ \text{とおけば、} & \\ 2 \int_0^z u_{t_i} d\zeta &= \frac{dX}{dz} \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

となり、式(4.10)は

$$\frac{1}{2} \left\{ (h-z) - \frac{(h-z)^2}{3D} \right\} \frac{dX}{dz} + X = - \frac{E}{3\pi D^2} (h-z)^3 \cdot \tau \quad (4.12)$$

となる。式(4.12)を解く為に、先づ右辺 X についての常数項を省いた同次方程式を、変数分離の方法で

$$\frac{dX}{X} + \frac{2 \cdot dz}{h-z} + \frac{\frac{2}{3D} \cdot dz}{1 - \frac{h-z}{3D}} = 0$$

の形にして解き、

$$X = A \cdot \left(\frac{h-z}{1 - \frac{h-z}{3D}} \right)^2$$

の一般解につき、積分常数 A を改めて z の函数とみなして式(4.12)の1つの特解を

$$X = \frac{2E}{3\pi D^2} \left(\frac{h-z}{1 - \frac{h-z}{3D}} \right)^2 \cdot \int_0^z \left(1 - \frac{h-\zeta}{3D} \right) \tau(\zeta) d\zeta$$

の形に求めれば、方程式(4.12)の一般解は

$$X = \frac{2E}{3\pi D^2} \left(\frac{h-z}{1 - \frac{h-z}{3D}} \right)^2 \cdot \int_0^z \left(1 - \frac{h-\zeta}{3D} \right) \tau(\zeta) d\zeta + A \cdot \left(\frac{h-z}{1 - \frac{h-z}{3D}} \right)^2 \quad (4.13)$$

となる。

$z=0$ で式(4.13)が成立する為に、式(4.11)を考慮すれば、積分常数 A は

$$A = 0$$

となり、結局 X は

$$X = 2 \int_0^z d\eta \int_0^\eta u_{t_1}(\zeta) d\zeta = \frac{2E}{3\pi D^2} \left(\frac{h-z}{1 - \frac{h-z}{3D}} \right)^2 \cdot \int_0^z \left(1 - \frac{h-\zeta}{3D} \right) \tau(\zeta) d\zeta \quad (4.14)$$

之を z で2度微分して

$$\begin{aligned} u_{t_1} = & - \frac{E}{3\pi D^2} \left[\frac{(h-z)^2}{1 - \frac{h-z}{3D}} \frac{d\tau}{dz} - \frac{4(h-z) \left(1 - \frac{h-z}{12 \cdot D} \right)}{\left(1 - \frac{h-z}{3D} \right)^2} \cdot \tau \right. \\ & \left. + \frac{2 \left\{ 1 + \frac{2(h-z)}{3D} \right\}}{\left(1 - \frac{h-z}{3D} \right)^4} \cdot \int_0^z \left(1 - \frac{h-\zeta}{3D} \right) \tau \cdot d\zeta \right] \quad (4.15) \end{aligned}$$

が最終的に面内力を考慮した厳密計算式となる。この式において $(h-z)/3D$ を1に対して省略したものが式(2.8)に相当する。

試みに、第5章の応用例についてみると、

$$D \doteq 130 \text{ mm}, \quad h \doteq 5 \text{ mm}$$

から,

$$\delta = \frac{h-z}{3D} < \frac{h}{3D} \approx 1.3\%$$

となり, 式(4.15)を式(2.8)と比較して, 面内力を無視する為の誤差は,

$$\frac{d\tau}{dz} \text{の項は } (1+\delta) \text{ 即ち約 } 1\%$$

$$\tau \text{の項は } \left(1 - \frac{\delta}{4}\right)(1+2\delta) = 1 + \frac{7}{4}\delta \text{ 即ち約 } 2\%$$

$$\int \tau d\zeta \text{の項は } (1+2\delta)(1+3\delta) = 1+5\delta \text{ 即ち約 } 6\%$$

と計算される。

然し, δ の大きな表層部については, u_{t_1} は殆んど $d\tau/dz$ の項のみできまり, $\tau, \int \tau d\zeta$ 項がきいて来るのは, z の値がある程度大きくなり, δ が更に小さくなってからであるから, 実際の誤差は以上の値よりむしろ少く, せいぜい数%に留まる。

従って, 円環の面内力, 云いかえれば長さの変化を無視して, 簡単に式(2.8)から u_{t_1} を計算しても, その為の誤差は僅かである。

積分方程式(4.8)を解くのに, 次の方法がある。即ち, 式(4.8)を z によって3度微分して

$$\begin{aligned} & \left\{ (h-z) - \frac{(h-z)^2}{3D} \right\} \frac{d^2 u_{t_1}}{dz^2} - \left\{ 1 - \frac{2(h-z)}{D} \right\} \frac{du_{t_1}}{dz} - \frac{2}{D} u_{t_1} \\ & = -\frac{E}{3\pi D^2} \left[(h-z)^3 \frac{d^3 \tau}{dz^3} - 9(h-z)^2 \frac{d^2 \tau}{dz^2} + 18(h-z) \frac{d\tau}{dz} - 6\tau \right] \end{aligned} \quad (4.16)$$

なる2階の微分方程式とし, $(1/D)$ が極めて小さい値となる事を考慮して u_{t_1} の解を

$$u_{t_1} = u_0 + \frac{u_1}{D} + \frac{u_2}{D^2} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{u_n}{D^n} \quad (4.17)$$

の形に仮定し, 摂動法によって解くのである。

式(4.17)を(4.16)に代入して, $(1/D)$ の次数によって整理し, 式(4.16)が $(1/D)$ の値の如何に関せず成立すべき事から $(1/D)$ の各次数の項を各々0とおく事により, 一般に

$$(h-z) \frac{d^2 u_n}{dz^2} - \frac{du_n}{dz} = q_n(z) \quad (4.18)$$

但し, $n=0, 1, 2, \dots$

$$q_n(z) = \frac{1}{3} (h-z)^2 \frac{d^2 u_{n-1}}{dz^2} - 2(h-z) \frac{du_{n-1}}{dz} + 2u_{n-1} \quad (4.19)$$

$q_0(z)$ は式(4.16)の右辺で

$$q_0(z) = -\frac{E}{3\pi D^2} \left[(h-z)^3 \frac{d^3 \tau}{dz^3} - 9(h-z)^2 \frac{d^2 \tau}{dz^2} + 18(h-z) \tau - 6\tau \right] \quad (4.20)$$

式(4.18), (4.19), (4.20) から順次 u_0, u_1, u_2, \dots を解いて一般に,

$$u_n = -\log(h-z) \int_0^z q_n(\zeta) d\zeta + \int_0^z \log(h-\zeta) \cdot q_n(\zeta) d\zeta \quad (4.21)$$

が得られ、更に計算を遂行して

$$u_n = -\frac{E}{3^{n+1} \cdot \pi D^2} \left[(h-z)^{n+2} \frac{d\tau}{dz} - (3n+4) \cdot (h-z)^{n+1} \cdot \tau \right. \\ \left. + (n+1)^2 \cdot (n+2) (h-z)^n \int_0^z \tau d\zeta - n^2 (n+1) \cdot (h-z)^{n-1} \int_0^z (h-\zeta) \cdot \tau \cdot d\zeta \right] \quad (4.22)$$

の形に求める事が出来る。

式(4.17), (4.22) から, $n=0$ の場合の u_1 を求めれば, 式(2.8)となり,

$n=1$ の場合

$$u_1 = u_0 + \frac{u_1}{D} = -\frac{E}{3\pi D^2} \left[(h-z)^2 \frac{d\tau}{dz} - 4(h-z)\tau + 2 \int_0^z \tau d\zeta \right] \\ - \frac{E}{9\pi D^3} \left[(h-z)^3 \frac{d\tau}{dz} - 7(h-z)\tau + 12(h-z) \int_0^z \tau d\zeta - 2 \int_0^z (h-\zeta) \tau \cdot d\zeta \right]$$

の如く計算される。

尚, 式(4.22)は, 厳密解の式(4.15)を級数に展開して導くことも出来る。

5. 応用例—表面ロール加工による車軸表層部の残留主応力

5-1. 表面ロール加工

車軸は苛酷な繰返し曲げ応力をうけるので, 軸首部及び隅肉部が特に疲労による折損をうけ易い。従って材質的に疲労強度の高い材料の選択が必要であるが, 設計, 工作の面からも, 疲労強度を害しない様な注意が肝要であり, 更に積極的に, 疲労強度を向上させる様な工作法が考えられれば理想的である。

車軸軸首部及び隅肉部の仕上加工としては, 研削仕上を施すのが従来の常識となっていたが, 1929年 Föpl が鋼製機械構造部分の表面に常温加工を施して, 表層部に圧縮の残留応力を与えると, 疲労強度が大巾に改善される事実を報告してから, ピーニング, ロール加工が注目され, 特に戦後は我が国でも, 車軸の仕上に対し, 研削仕上に替わり, ロール加工が利用される様になった。

鉄道車輛用車軸の様な大型材の疲労試験は困難であるが, 小型試験片による疲労試験では, 研削仕上のものに比し, ロール加工による場合, 70%も疲労強度が向上する事実を著者の実験でもたしかめた⁹⁾。

然し, 任意の材料に対するロール加工の最適条件を求める方法は確立されていない。加工条件を定める為にも, ロール加工による残留応力を正しく測定する事が必要である。ここに応用例として述べるものは, 鉄道車輛用大型車軸材にロール加工を施し, 此の方法によって表層部の残留主応力を測定した結果である。

5-2. 試料

国鉄車輛用車軸材 SF40 (0.3%C, 炭素鋼) を試料とし, 荒削り後 900°C で完全焼鈍, ヘルバイトによって長さ 170 mm に亘り, 径 130 mm に仕上げた。仕上条件は, 毎分回転数 17.5,

送り 2.0 mm/rev. である。

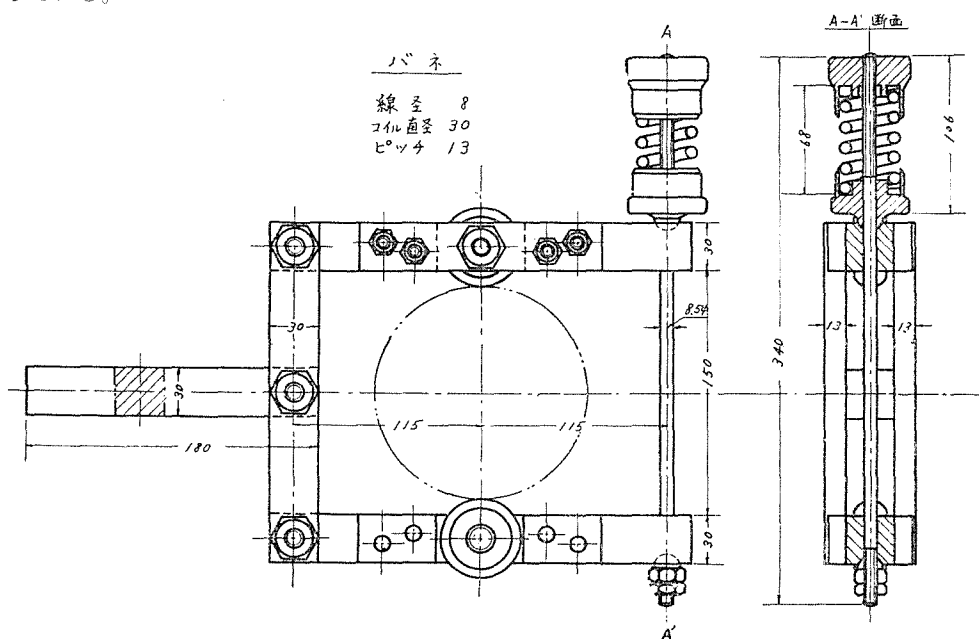
此の試料に対して次に述べる条件で、ロール加工を施す。

別にロール加工前の試料から、引張試験片を規定する JIS 2 号に準じて、直径 10 mm、標点距離 50 mm の試験片を切りとり、縦弾性係数 E の測定を行った。測定結果は、

$$E = 2.24 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$$

である。

ロール加工装置は第 8 図の如く、2 個の同形同大のロールを旋盤の双物台に取付け、旋盤主軸に固定した試料を上下からロールで挟み、試料を回転し乍らロールに縦送りをかける様になっている。



第 8 図

ロールは高速度鋼第 3 種を使用し、仕上した後、焼入焼戻して直径 50 mm、巾 25 mm、筒面半径 (Counter radius) 10 mm に研削仕上げした。2 個のロールの表面硬度は夫々ビッカースで 805, 839 (kg/mm^2) である。

上下ロールを保持する腕は双物台にとりつけられ、ロール荷重は予め検定したつる巻バネで任意に調節する事が出来る。バネ常数は 304.3 kg/cm である。

ロール加工の条件は、材の回転数 24 r.p.m., ロール縦送り速度 0.03 mm/rev., ロール荷重 (押圧力) 700 kg 及び 350 kg, ロール回数は 1 往復である。

5-3. 測定装置及び方法

ロール加工を施した試料は、端部を旋盤主軸にとりつけたまま、中心にドリルで下孔をあけ、旋削して拡げ、肉厚約 5 mm の中空円管とする。この際、十分の切削液を用い、切削によ

る残留応力を加えない様に留意した。

中ぐりの前後において、円筒の外径をマイクロメータで読みとると同時に、円筒母線上に刻んだ標点距離を、移動マイクロメータで測定する。この直径及び標点距離の変化から、表層5 mmにおける中ぐりによる応力変化分(周応力 σ_t 、軸応力 σ_a)を求める。

次にこの円筒から高さ10 mmの円環を切落し、その中心線上に接近した2標点を設定、その間を切断して移動マイクロメータで標点距離の変化を測定する。一方、円筒から母線方向に長い、巾15 mm、長さ120 mmの短冊試片を切りとり、間隔90 mmのナイフエッジに載せて中央の撓みをダイヤルゲージで測定する。以上によって、円筒を開放する為に生じた周方向及び軸方向の曲率の変化が求められるから、残留応力の変化分 σ_{t_2} 、 σ_{a_2} を計算する事が出来る。

切開いた円環試片については、外または内側の1面を残して他にラッカーエナメルを塗り、完全防蝕して、硝酸30%水溶液中に入れ、片面から徐々に溶解除去しつつ、適当な時間毎に液からとり出して厚さ及び切口近くの2標点の距離を移動マイクロメータで測定する。

短冊試片については、長さ120 mmの試片の中央片面70 mmを残してラッカーエナメルを塗り、完全に絶縁防蝕して電解液中で片面から電解除去する。その際、曲率の変化は、試片頭部の鏡と望遠鏡及びスケールにより測定する。電解液は塩化第1鉄、塩化カルシウムの水溶液を用いた。組成及び電解条件は次のものである。

塩化第1鉄	300 gr
塩化カルシウム	335 gr
水	1 l
陽極電流密度	500~700 A/dm ²

以上によって円環、短冊両試片について、各層の残留主応力 σ_{t_i} 、 σ_{a_i} は求められる。

最後に、之等を合成して最初の円筒に残留する周方向、軸方向主応力が求められるから、径方向主応力は計算により決定される。

5-4. 実験結果

以上に述べた鉄道車輛用車軸材の試料についてロール加工を施し、表層約5 mmを残して穿孔し、穿孔前後の直径をマイクロメータで測定し、式(2.37)によって u_{t_3} を計算し、第2表が得られる。同時に円筒母線上に約15 mm間隔に標点を記し、穿孔前後の標点距離を移動マイクロメータで測定し、式(2.37)によって u_{t_3} を計算したものが第3表である。

次に穿孔した円筒について、高さ10 mmの円環を切出し、その端面に、

第2表 u_{t_3}

ロール荷重	kg	700	350
ロール加工前の直径	mm	129.994	129.998
ロール加工後の直径 D	mm	129.991	129.995
穿孔後の直径 D_0	mm	130.030	130.023
厚さ h	mm	5.021	5.017
$\Delta D = D - D_0$		-0.039	-0.028
$\varepsilon_{t_2} = \Delta D / D_0$		-0.000300	-0.000215
u_{t_3}	kg/mm ² { 外	-6.72	-4.81
	内	-7.23	-5.18

第 3 表 u_{i_3}

ロール荷重	kg	700	350
穿孔前の標点距離 l	mm	14.779	15.024
穿孔後の標点距離 l_0	mm	14.787	15.030
$\Delta l = l - l_0$	mm	-0.008	-0.006
$\varepsilon_{i_2} = \Delta l / l_0$		-0.000537	-0.000419
u_{i_3}	kg/mm ²	-12.02	-10.35

第 4 表 u_{i_2}

ロール荷重	kg	700	350
厚 さ h	mm	5.021	5.017
Δt	mm	-4.572	-4.530
D_0	mm	130.030	130.023
$C_{t_2} = 2\Delta t / \pi D_0^2$	1/mm	-0.0001840	-0.0001687
u_{i_2}	kg/mm ²	-10.35	-9.60

厚さの中央を通る円周上に 2 標点を取り、その間で円環を切断し、切断前後の標点距離を移動マイクロメータで測定して、式(2.36)から最外層の u_{i_2} を計算したものが第 4 表である。一方、円管から軸方向に長い幅 15 mm の短冊試片を切りとって、軸方向の曲率を支点距離 $L = 90$ mm に対して測定、中央点の撓み S から式(2.36)によって最外層の u_{i_2} を求めたものが第 5 表である。

第 5 表 u_{i_2}

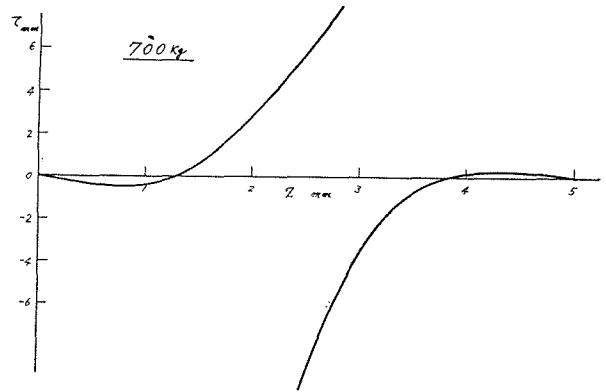
ロール荷重	kg	700	350
厚 さ h	mm	5.021	5.017
S	mm	-0.532	-0.371
$C_{i_2} = 8 \cdot S / L^2$	1/mm	-0.000525	-0.000367
u_{i_2}	kg/mm ²	-29.5	-20.6

以上のように用意された開放円環試片については、外又は内側から別々に順次、硝酸水溶液で溶解し、溶解減量(厚さ)と切口附近 2 標点の距離の変化 τ を測定して関係曲線、第 9 図 a, b が得られる。

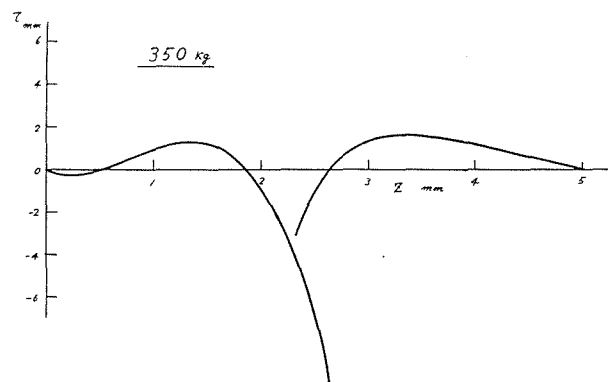
短冊試片については、外又は内側から別々に、有効長さ 70 mm に対し、電解法によって順次薄層を溶解しつつ、溶解厚さと曲率の変化(スケール読み t)の関係曲線第 10 図 a, b を作る。

第 11 図 a, b は、第 9 図 a, b の $\tau-z$ の関係曲線から式(2.8)によって計算した u_{i_1} を示し、第 12 図 a, b は、第 10 図 a, b の t から、式(2.10)で計算した u_{i_1} を示す。

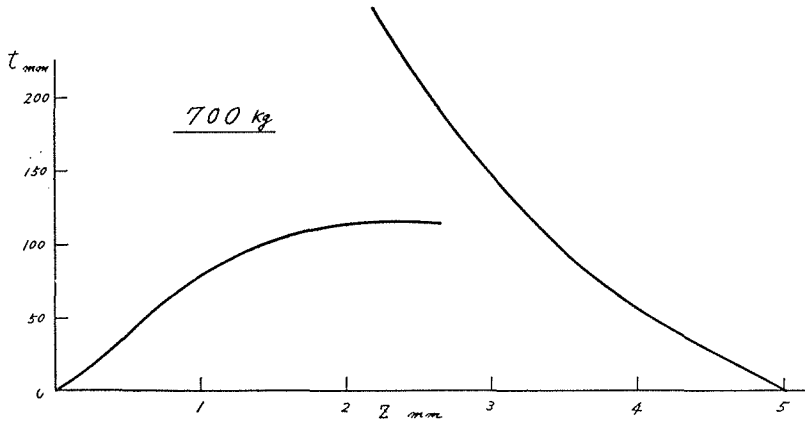
第 11 図には更に、第 2 表 u_{i_3} 、第 4 表 u_{i_2} を記入し、第 12 図には第 3 表 u_{i_3} 、第 5 表 u_{i_2} を図示してある。之等の成分を式(2.38)に



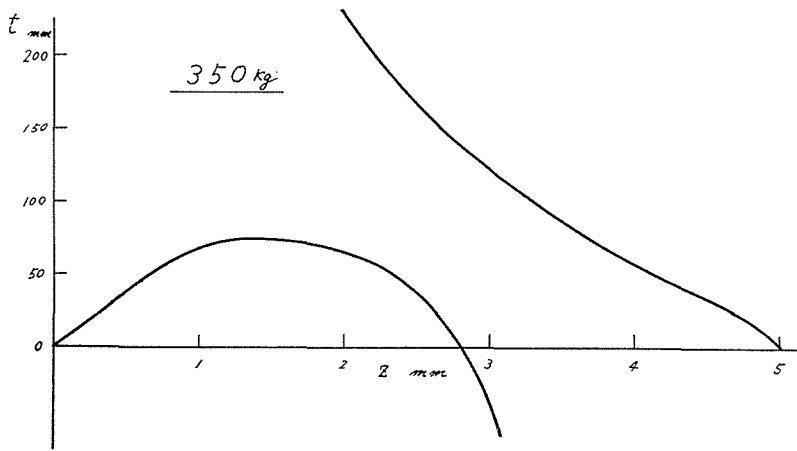
第 9 図 a



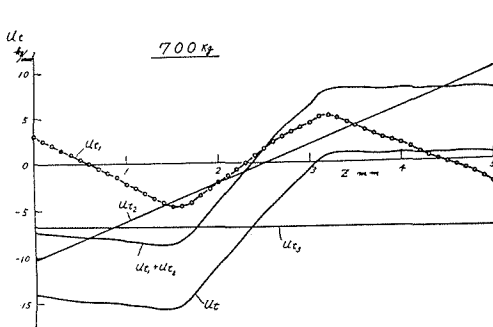
第 9 図 b



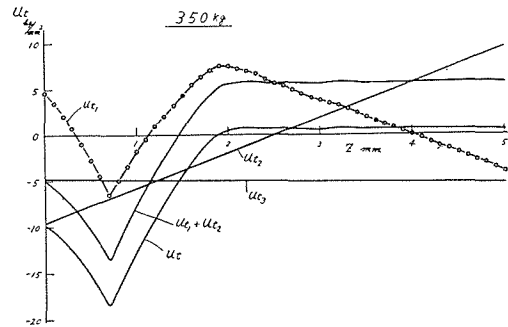
第 10 図 a



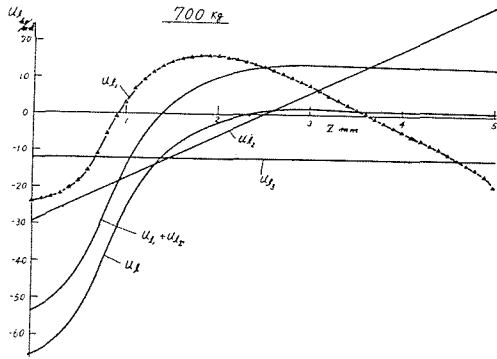
第 10 図 b



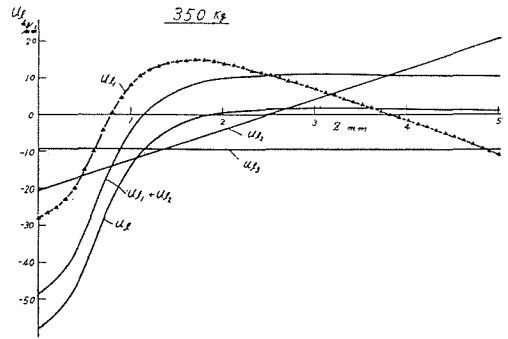
第 11 図 a



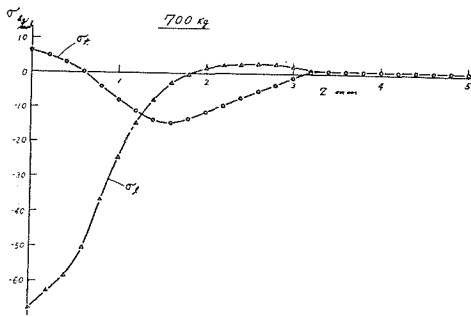
第 11 図 b



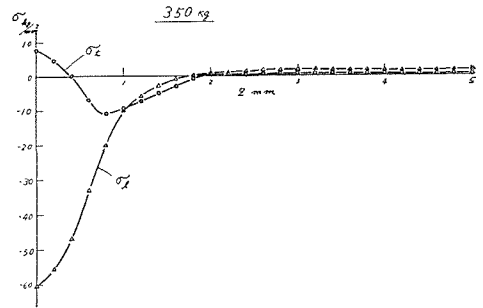
第 12 図 a



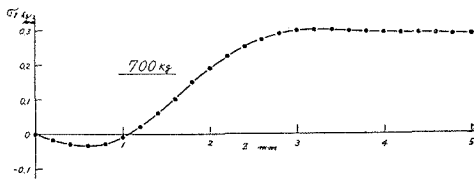
第 12 図 b



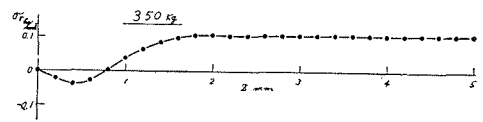
第 13 図 a



第 13 図 b



第 14 図 a



第 14 図 b

より合計すれば、図中、 u_i 、 u_e が得られる。

穿孔前のロール加工試片表層部の求める残留応力 σ_i 、 σ_e は、式 (2.39) によって計算され、第 13 図の様に示される。又、径方向残留応力は式 (2.28) から計算され、第 14 図が得られる。

以上の結果をみると、当然の事乍ら、ロール荷重 700 kg の場合が 350 kg の場合より加工の影響を多く受けている。即ち、ロール荷重 700 kg の方が残留応力値も高く、影響する深さも深い。700 kg の場合に約 3 mm、350 kg の場合に約 2 mm の深さに達している。

3 主応力を比較すると、表面で軸方向応力 σ_i が圧縮となり、周方向応力 σ_e が引張りとなっている。表面における応力の絶対値は軸方向応力の方が大きい。

径方向応力は軸方向、周方向の応力に比べて 1 桁小さい値である。

6. む す び

(1) 中実又は中空円筒の表層部、或いは円管について、残留 3 主応力を定める厳密な機械的測定法の理論を述べ、応力計算式を示した。

(2) 軸方向に短冊試片をとり出して測定する場合、横断面が曲率をもって弯曲している為に、測定値に与える影響を論じた。

(3) 円周方向に円環試片をとり出して測定する場合、面内力を考慮すれば、応力を求める積分方程式は複雑となるが、之を解いて正確解を与え、面内力を無視する場合に測定値に与える誤差について論じた。

(4) 鉄道車輛用車軸に表面ロール加工を施し、表層部の残留主応力を著者の方法で求めた結果について述べた。

(5) 薄肉円管に対する残留応力測定法として、Sachs-Espey は逐次近似計算によっているが、彼等の計算式が積分方程式である事に着目し、之を解いて解を与え、著者の求めた計算式と同じ型式の理論式に導ける事を示した。

文 献

- 1) 土肥 修：“ローラー仕上に就いて (第 2 報) 残留内力について” 日本機械学会札幌地方講演会 昭 26. 11. 11 (1951).
- 2) E. Heyn and O. Bauer: “On Stresses in Cold Drawn Metals” Internationale Zeitschrift für Metallographie, Vol. 1., 1911.
- 3) G. Sachs: “Evidence of Residual Stresses in Rods and Tubes”. Zeitschrift für Metallkunde, Vol. 19., 1927.
- 4) M. Mesnager: “Methods de Determination des Tensions Existant dans un Cylindre Circulaire” Comptes Rendus hebdomadaires des Seances de l'Academie des Sciences, Vol. 169, 1919.
- 5) G. Sachs and G. Espey: “New Method for Determination of Stress Distribution in Thin Walled Tubing”. American Institute of Mining and Metallurgical Engineers, Metals Technology Tech. Pub. 1384, Oct. 1941.
- 6) W. M. Baldwin: “Residual Stress in Metals” Marburg Lecture, Proceedings. American Society for Testing Materials, Vol. 49, 1949.
- 7) A. Portevin: “Sur la Determination des Efforts Internes dans les Cylindres Circulaires Metaliques” Comptes Rendus, Vol. 186, 1928.
- 8) 久野陸夫・土肥 修：“金属板の残留内力測定” 北海道大学工学部研究報告 第 9 号, 昭 28. 10 (1953).
- 9) 久野陸夫・土肥 修：“ローラー仕上に就いて (第 1 報)”. 日本機械学会札幌地方講演会, 昭 26. 11. 11 (1951).