



Title	抵抗線歪計による平板残留2主応力測定法：特に薄板に対する考慮
Author(s)	土肥, 修; Doi, Osamu
Citation	北海道大學工學部研究報告, 27, 1-20
Issue Date	1961-11-30
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/40688">https://hdl.handle.net/2115/40688</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	27_1-20.pdf



# 抵抗線歪計による平板残留 2 主応力測定法

— 特に薄板に対する考慮<sup>1)</sup> —

土 肥 修

## The Measurement of the 2 Principal Residual Stresses in the Plate with an Electric Resistance Strain Meter

—With Special Reference to Thin Plate.—

Osamu Doi

### Abstract

The author has developed a deflection method for the purpose of determining the 2 principal residual stresses in the plate.

For the same purpose an electric resistance strain meter can be used, and the resulting equations between the residual stresses which existed in the removed layer and the strains felt in the strain gauge lead to Volterra's integral equation which differs from the results of the deflection method.

When the thickness of the plate is extremely thin, the thickness of the gauge base must be taken into consideration. When the gauge base thickness is considered, the relation between the stress and the strain arrives at another type of integral equation. Hence, the formula for the calculation of the residual stresses becomes more complex.

The test pieces to be measured are cut in the shape of narrow tablets, longitudinal in the direction of the 2 principal stresses.

It is doubtful that the width of the test piece even when cut extremely narrow will disturb the distribution of the residual stress to such an extent that the residual stress value to be measured will be different from the real value.

In regards to this point, the author demonstrates that the residual stress value is not effected by the width, if the working effect of the edge of the test piece can be neglected.

Lastly, the author determines the 2 principal residual stresses existing in a band saw blade of approx. 1 mm thickness with both the resistance strain meter method and the deflection method, and demonstrates that the results obtained by ordinary formula with strain meter method do not coincide with that of the deflection method, but that the results calculated from the formula, taking the gauge base thickness into consideration, surely coincide with values obtained by the deflection method.

## 目 次

1. はし が き .....	2
2. 残留応力計算式 .....	3
2-1. 積分方程式とその解 (ゲージベース厚さを考慮しない場合) .....	3
2-2. 薄板に対する計算式 (ゲージベース厚さを考慮する場合) .....	6
2-2-1. 略 解 .....	7
2-2-2. 厳密解 .....	9
3. 試片の幅に対する考察 .....	12
4. 測定技術 .....	14
5. 応用例——特に薄板における撓み法との比較 .....	16
5-1. 試 料 .....	16
5-2. 測定装置及び方法 .....	16
5-3. 実験結果 .....	18
6. む す び .....	19
文 献 .....	20

## 1. はし が き

平板に残留する2方向主応力測定法として、著者は先に撓み法を発表した<sup>2)</sup>。

撓み法の原理は、予め判明している板の2主応力方向に細長い短冊型試片を切りとり、その各々について、板の1方の表面のみ残して他を絶縁被覆し、適当な電解液中で試片を陽極として露出表面から順次連続的に薄層を溶解しつつ、試片の長さ方向の曲率の変化を測定し、溶解除去層の厚さとそれに伴う試片の曲率変化の関係曲線から、Volterraの第1種積分方程式を解いて得られた計算式により、板の各層の残留主応力を計算するのである。

本論文においては、以上の撓み法と全く同様の装置により、平板の1方の露出表面から順次連続的に微小厚さの層を電解除去しつつ、ただ試片の曲率を測定するかわりに、試片の裏面(被覆面)に予めはりつけた電気抵抗線歪ゲージに感ずる歪の変化を抵抗線歪計に導いて測定し、溶解除去層の厚さと歪変化の関係曲線をもととして、板の各層の残留主応力を求める方法を述べる。

此の場合、応力と歪の関係を表わす方程式は、撓み法の場合と異なる形のVolterra積分方程式第1種となる。

更に板厚がある程度以上薄くなると、試片にはりつける歪ゲージベースの厚さが板の厚さに対して省略出来なくなる。即ち薄板に対しては、ベース厚さを考慮に入れない残留主応力計算式では、誤差が大となるからで、ベース厚さを考慮した計算式についても述べる必要がある。ベース厚さを考慮すると、積分方程式の形は更に複雑となる。

又、残留応力測定の為、切りとる試片の中の影響について論じ、理論的には中の影響はないことを述べる。従って、技術的に試片の端の加工と、溶解の均一性に対する考慮さえ払えば、試片の中はむしろ狭い方がよい。

最後に、此の方法の応用例として、厚さ約1mmの熱処理された帯鋸の残留応力を、撓み法と歪計法を同時に適用して測定し、歪計法による場合、ゲージベース厚さを考慮した計算式による値が、撓み法の結果とよく一致する事を述べる。

## 2. 残留応力計算式

### 2-1. 積分方程式とその解 (ゲージベース厚さを考慮しない場合)

平板に残留する主応力を測定するに当り、考える板について、第1図の様に1方の表面に原点を置き、厚さの方向を $z$ 、2つの主応力の方向を $x, y$ とし、添字 $x, y$ を以て夫々 $x, y$ 方向の成分を表わす事とする。応力は長さ、巾の方向に一樣であるとし、剪断応力は考えない。

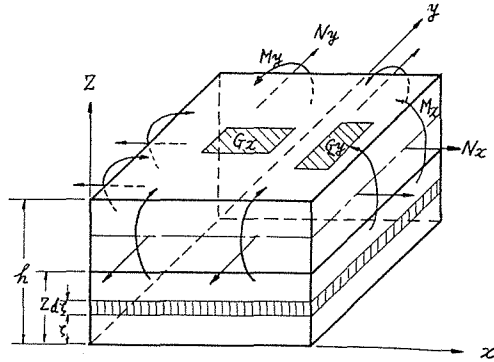
$\sigma_x, \sigma_y$  = 残留主応力

$E$  = 材料の縦弾性係数

$\nu$  = ポアソン比

$h$  = 板厚

表面から任意の距離 $\zeta$ に薄層 $d\zeta$ を考えれば、この層に残留する応力 $\sigma_x, \sigma_y$ は $\zeta$ の函数である。



第1図

一方、板の裏面 ( $\zeta=h$ ) には $x, y$ の方向に抵抗線歪ゲージ (アクチブゲージ)  $G_x, G_y$  をはり、適当なダーミーゲージと組合せて抵抗線歪計に導く。今、残留する応力状態を乱さない様に、何等かの方法で表面 $\zeta=0$ から $\zeta=z$ 迄の層をとり去った場合、裏面のゲージ $G_x, G_y$ に感ずる歪の変化 $\epsilon_x, \epsilon_y$ は、

(1)  $z$ 迄とり去った為、応力の平衡が破れ、残り $(h-z)$ の板に及ぼす曲げモーメント $M_x,$

$M_y$ による歪 $\epsilon_{bx}, \epsilon_{by}$

(2) 同じく残り $(h-z)$ の板に生ずる面内力 $N_x, N_y$ による歪 $\epsilon_{nx}, \epsilon_{ny}$

の合成である。即ち、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_{bx} + \epsilon_{nx} \\ \epsilon_y &= \epsilon_{by} + \epsilon_{ny} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

先づ、 $(h-z)$ 層にかかる曲げモーメントは

$$\left. \begin{aligned} M_x(z) &= - \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_x(\zeta) d\zeta \\ M_y(z) &= - \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_y(\zeta) \cdot d\zeta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

但し、表面の正の応力が取去られた時に、ゲージには負の歪を与える事から、負の符号をつける。

$x, y$  両方向の曲率の変化を夫々  $C_x, C_y$  とすれば,

$$\left. \begin{aligned} M_x(z) &= D \cdot (C_x + \nu C_y) \\ M_y(z) &= D \cdot (C_y + \nu C_x) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

但し

$$D = \frac{E(h-z)^3}{12(1-\nu^2)} = \text{残り } (h-z) \text{ の板の曲げ剛性.}$$

である。

$\zeta = z$  迄取り去った時に生ずる裏面の曲げによる歪  $\varepsilon_{bx}, \varepsilon_{by}$  は

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{bx} &= \frac{h-z}{2} \cdot C_x \\ \varepsilon_{by} &= \frac{h-z}{2} \cdot C_y \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

となるから、式(2), (3), (4)から、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{bx} &= -\frac{6}{E(h-z)^2} \left[ \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_x(\zeta) d\zeta - \nu \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \cdot \sigma_y(\zeta) d\zeta \right] \\ \varepsilon_{by} &= -\frac{6}{E(h-z)^2} \left[ \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_y(\zeta) d\zeta - \nu \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \cdot \sigma_x(\zeta) d\zeta \right] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

となる。

一方、残留応力を板の厚さ全体に亘って積分したものは零となり、平衡を保つから、外力のない状態で面内力は零であるが、 $\zeta = z$  迄取り去る時、残り  $(h-z)$  の板に働く面内力  $N_x, N_y$  は次の式となる。

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \int_0^z \sigma_x(\zeta) \cdot d\zeta \\ N_y &= \int_0^z \sigma_y(\zeta) d\zeta \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

但し、式中の符号は、表面の正の応力が取り去られた時、残り  $(h-z)$  の板に働く面内力が引張りとなる事から正号をとる。

$N_x, N_y$  によって裏面のゲージに感ずる歪の変化  $\varepsilon_{nx}, \varepsilon_{ny}$  は

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{nx} &= \frac{N_x - \nu N_y}{E(h-z)} \\ \varepsilon_{ny} &= \frac{N_y - \nu N_x}{E(h-z)} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

となり、式(6), (7)から

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{nx} &= \frac{1}{E(h-z)} \left[ \int_0^z \sigma_x(\zeta) d\zeta - \nu \int_0^z \sigma_y(\zeta) d\zeta \right] \\ \varepsilon_{ny} &= \frac{1}{E(h-z)} \left[ \int_0^z \sigma_y(\zeta) d\zeta - \nu \int_0^z \sigma_x(\zeta) d\zeta \right] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

が得られ、式(1), (5), (8)から結局

$$\left. \begin{aligned} E\varepsilon_x(z) &= -\frac{6}{(h-z)^2} \left[ \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_x(\zeta) d\zeta - \nu \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_y(\zeta) d\zeta \right] \\ &\quad + \frac{1}{(h-z)} \left[ \int_0^z \sigma_x(\zeta) \cdot d\zeta - \nu \int_0^z \sigma_y(\zeta) d\zeta \right] \\ E\varepsilon_y(z) &= -\frac{6}{(h-z)^2} \left[ \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_y(\zeta) d\zeta - \nu \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_x(\zeta) d\zeta \right] \\ &\quad + \frac{1}{(h-z)} \left[ \int_0^z \sigma_y(\zeta) d\zeta - \nu \int_0^z \sigma_x(\zeta) d\zeta \right] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

なる関係が得られる。式中、 $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$  は  $z$  の函数として測定されるもので、従つて  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$  を  $\zeta$  の函数として含むこの連立の積分方程式をとりて  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$  を  $z$  の函数として与える解が得られれば、残留応力の計算が可能である。

積分方程式(9)を解くに当つて簡単な為、

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \sigma_x - \nu \sigma_y \\ u_y &= \sigma_y - \nu \sigma_x \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

とおけば、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{1}{1-\nu^2} (u_x + \nu u_y) \\ \sigma_y &= \frac{1}{1-\nu^2} (u_y + \nu u_x) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

で、式(9)は

$$\left. \begin{aligned} E\varepsilon_x(z) &= -\frac{6}{(h-z)^2} \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) u_x(\zeta) d\zeta + \frac{1}{(h-z)} \int_0^z u_x(\zeta) d\zeta \\ E\varepsilon_y(z) &= -\frac{6}{(h-z)^2} \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) u_y(\zeta) d\zeta + \frac{1}{(h-z)} \int_0^z u_y(\zeta) d\zeta \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

と変形される。

式(12)の2式は、同じ形の方程式であるから、添字  $x$ 、 $y$  は除いて

$$E\varepsilon(z) = -\frac{6}{(h-z)^2} \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) u(\zeta) d\zeta + \frac{1}{(h-z)} \int_0^z u(\zeta) d\zeta \quad (12')$$

の式について解法を考える。

先づ両辺に  $(h-z)^2$  をかけ、

$$E(h-z)^2 \varepsilon(z) = -6 \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) u(\zeta) d\zeta + (h-z) \int_0^z u(\zeta) d\zeta$$

此の両辺を  $z$  で微分して

$$E \left\{ (h-z)^2 \frac{d\varepsilon}{dz} - 2(h-z)\varepsilon \right\} = -2(h-z)u(z) - 4 \int_0^z u(\zeta) d\zeta$$

更に  $z$  で微分して

$$E \left\{ (h-z)^2 \frac{d^2 \varepsilon}{dz^2} - 4(h-z) \frac{d\varepsilon}{dz} + 2\varepsilon \right\} = -2(h-z) \frac{du}{dz} - 2u(z)$$

この両辺を  $(h-z)^2$  で割り、

$$E \left\{ \frac{d^2 \varepsilon}{dz^2} - \frac{4}{(h-z)} \cdot \frac{d\varepsilon}{dz} + \frac{2\varepsilon}{(h-z)^2} \right\} = -2 \left\{ \frac{1}{(h-z)} \frac{du}{dz} + \frac{u}{(h-z)^2} \right\}$$

此の式を  $z$  で積分して

$$u(z) = -\frac{E}{2} \left[ (h-z) \frac{d\varepsilon}{dz} - 4\varepsilon + 6(h-z) \int_0^z \frac{\varepsilon}{(h-\zeta)^2} d\zeta \right] + C \quad (13)$$

$C$  は積分常数で、式(13)がもとの積分方程式(12')を満足する様に定めれば、

$$C = 0$$

となる。従つて、積分方程式(12')の解は

$$u(z) = -\frac{E}{2} \left[ (h-z) \frac{d\varepsilon}{dz} - 4\varepsilon + 6(h-z) \int_0^z \frac{\varepsilon}{(h-\zeta)^2} d\zeta \right] \quad (13')$$

で与えられ、結局

$$\left. \begin{aligned} u_x(z) &= -\frac{E}{2} \left[ (h-z) \frac{d\varepsilon_x}{dz} - 4\varepsilon_x + 6(h-z) \int_0^z \frac{\varepsilon_x}{(h-\zeta)^2} d\zeta \right] \\ u_y(z) &= -\frac{E}{2} \left[ (h-z) \frac{d\varepsilon_y}{dz} - 4\varepsilon_y + 6(h-z) \int_0^z \frac{\varepsilon_y}{(h-\zeta)^2} d\zeta \right] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

は積分方程式(12)の解で、 $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$ を $z$ の函数として予め測定しておけば、式(14)、(11)から残留主応力 $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ を $z$ の値に対して計算する事が出来る。

## 2-2. 薄板に対する計算式 (ゲージベース厚さを考慮する場合)

以上の論では、 $\varepsilon$ は板の裏面 $\zeta=h$ における歪の変化量とした。実際は歪ゲージのベース厚さは有限であつて、ゲージは板の面からある有限の距離だけ離れた位置にある。

ベースの厚さは、普通のもので0.06 mm、和紙を使った薄手のもので0.04 mm、ゲージの線径は0.02~0.025 mmあり、更にゲージをはりつける接着剤の層の厚さが0.05~0.10 mm程度ある。

従つてゲージに感ずる歪は、正確には板の裏面の歪ではなく、裏面からある有限の距離 $d$ だけ離れた点の歪である。面内力による歪はその為に変化しないが、曲げモーメントによる歪は、板の中立面からの距離に比例するから、実際より大い目に現われる。

曲げ歪が大きく現われる割合は、

$d$ =板の裏面からゲージ中心線迄の距離

として、 $z$ 迄とり去った残り $(h-z)$ の板について

$$a = \left( \frac{h-z}{2} + d \right) / \left( \frac{h-z}{2} \right) = 1 + \frac{2d}{h-z} \quad (15)$$

で表わされる。即ち、ゲージに現われる曲げ歪の拡大率 $a$ は、とり去る層の厚さ $z$ によつても順次変化する。

尤も、この方法で、溶解厚さ  $z$  は、試料の板厚  $h$  の  $1/2$  程度迄とれば十分であるから、試料の板厚が極く厚いか、ゲージベース厚さが極く薄い場合は

$$2d/(h-z) \cong 0$$

$$a \cong 1$$

となり、残留応力計算式は (14) で十分である。

試片の表面から  $\zeta=z$  迄とり去った時、残り  $(h-z)$  の板に与える曲げモーメント  $M_x, M_y$  は式 (2)、曲げモーメントと板の曲率の関係は式 (3) で与えられるが、ゲージに感ずる曲げ歪  $\epsilon_{bx}, \epsilon_{by}$  は、式 (4) のかわりに

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{bx} &= \left( \frac{h-z}{2} + d \right) \cdot C_x \\ \epsilon_{by} &= \left( \frac{h-z}{2} + d \right) \cdot C_y \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

となるから、式 (5) のかわりに、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{bx} &= -\frac{6(h-z+2d)}{E(h-z)^3} \left[ \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_x(\zeta) d\zeta - \nu \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_y(\zeta) d\zeta \right] \\ \epsilon_{by} &= -\frac{6(h-z+2d)}{E(h-z)^3} \left[ \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_y(\zeta) d\zeta - \nu \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) \sigma_x(\zeta) d\zeta \right] \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

を考えなければならぬ。

面内力  $N_x, N_y$  による歪は  $d$  の影響をうけないから式 (6) はそのまま用いられる。

従って、式 (9) は変化し、式 (10) の様におけば、積分方程式 (12) にかわって、

$$\left. \begin{aligned} E\epsilon_x &= -\frac{6\{(h-z)+2d\}}{(h-z)^3} \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) u_x(\zeta) d\zeta + \frac{1}{(h-z)} \int_0^z u_x(\zeta) d\zeta \\ E\epsilon_y &= -\frac{6\{(h-z)+2d\}}{(h-z)^3} \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) u_y(\zeta) d\zeta + \frac{1}{(h-z)} \int_0^z u_y(\zeta) d\zeta \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

が此の場合成立する積分方程式で、これを解いて  $u_x, u_y$  を求めればゲージ厚さを考慮した残留応力計算式が得られる。

### 2-2-1. 略 解

積分方程式 (18) 中、添字  $x, y$  を除いて

$$E\epsilon = -\frac{6\{(h-z)+2d\}}{(h-z)^3} \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) u(\zeta) d\zeta + \frac{1}{(h-z)} \int_0^z u(\zeta) d\zeta \quad (18')$$

の解法を考える。

式 (15) の  $a$  の値も、実際にはさ程大きな変動はないから、先づ

$$a = \text{常数}$$

として取扱った解を求め、残留応力を計算するに当って、各々の  $z$  に対して変動する  $a$  の値をその部度採用する方法をとる。

式(15)を考慮すれば式(18')は,

$$E \cdot \varepsilon = -\frac{6a}{(h-z)^2} \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) u(\zeta) d\zeta + \frac{1}{h-z} \int_0^z u(\zeta) d\zeta \quad (19)$$

先づ式(19)の両辺に  $(h-z)^2$  をかけ

$$E (h-z)^2 \cdot \varepsilon = -6a \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) u(\zeta) d\zeta + (h-z) \int_0^z u(\zeta) d\zeta$$

この式を  $z$  で微分して

$$E \left\{ (h-z)^2 \frac{d\varepsilon}{dz} - 2(h-z)\varepsilon \right\} = -(3a-1)(h-z)u(z) - (3a+1) \int_0^z u(\zeta) d\zeta$$

更に  $z$  で微分して

$$E \left\{ (h-z)^2 \frac{d^2\varepsilon}{dz^2} - 4(h-z) \frac{d\varepsilon}{dz} + 2\varepsilon \right\} = -(3a-1)(h-z) \frac{du}{dz} - 2u$$

従って

$$\frac{du}{dz} + \frac{2}{(3a-1)} \frac{u}{(h-z)} = -\frac{E}{(3a-1)} \left\{ (h-z) \frac{d^2\varepsilon}{dz^2} - 4 \frac{d\varepsilon}{dz} + \frac{2\varepsilon}{(h-z)} \right\} \quad (20)$$

なる微分方程式が導かれる。

今

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{2}{3a-1} \\ B &= -\frac{E}{3a-1} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

とおけば、式(20)の一般解は

$$\begin{aligned} u &= B (h-z)^A \cdot \left\{ (h-z)^{-(A-1)} \cdot \frac{d\varepsilon}{dz} - (A+3)(h-z)^{-A} \cdot \varepsilon \right. \\ &\quad \left. + (A+1)(A+2) \int_0^z (h-\zeta)^{-(A+1)} \cdot \varepsilon d\zeta \right\} + C (h-z)^A \end{aligned} \quad (22)$$

で与えられるが、式(22)が式(19)を満足する条件から積分常数  $C$  を定めれば、

$$C = 0$$

となり、結局、積分方程式(18)の解として

$$\left. \begin{aligned} u_x &= -\frac{E}{(3a-1)} \left\{ (h-z) \frac{d\varepsilon_x}{dz} - \frac{(9a-1)}{(3a-1)} \cdot \varepsilon_x \right. \\ &\quad \left. + \frac{6a(3a+1)}{(3a-1)^2} (h-z)^{\frac{2}{3a-1}} \int_0^z \frac{\varepsilon_x}{(h-\zeta)^{\frac{3a+1}{3a-1}}} \cdot d\zeta \right\} \\ u_y &= -\frac{E}{(3a-1)} \left\{ (h-z) \frac{d\varepsilon_y}{dz} - \frac{(9a-1)}{(3a-1)} \cdot \varepsilon_y \right. \\ &\quad \left. + \frac{6a(3a+1)}{(3a-1)^2} \cdot (h-z)^{\frac{2}{3a-1}} \int_0^z \frac{\varepsilon_y}{(h-\zeta)^{\frac{3a+1}{3a-1}}} \cdot d\zeta \right\} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

が得られる。

試みに、 $d=0$  即ち  $a=1$  とおけば、式(23)は式(14)に帰する。

### 2-2-2. 厳密解

式(18')の両辺に  $(h-z)^3$  をかけて、

$$E(h-z)^3 \cdot \varepsilon(z) = -6(h-z+2d) \int_0^z \left( \frac{h+z}{2} - \zeta \right) u(\zeta) d\zeta + (h-z)^2 \int_0^z u(\zeta) d\zeta \quad (24)$$

とし、先づ、直接積分によって解を求める。

今、

$$\int_0^z \zeta u d\zeta = \left[ \zeta \int_0^z u d\zeta \right]_0^z - \int_0^z d\eta \cdot \int_0^\eta u d\zeta = z \int_0^z u d\zeta - \int_0^z d\eta \int_0^\eta u d\zeta$$

なる関係を考慮すれば、式(24)は、

$$E(h-z)^3 \varepsilon(z) = -6(h-z+2d) \int_0^z d\eta \cdot \int_0^\eta u d\zeta - 2(h-z)(h-z+3d) \int_0^z u d\zeta \quad (25)$$

となり、更に

$$\left. \begin{aligned} \int_0^z d\eta \cdot \int_0^\eta u d\zeta &= X \\ \int_0^z u d\zeta &= \frac{dX}{dz} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

となるから、式(25)は、

$$\frac{dX}{dz} + \frac{3(h-z+2d)}{(h-z)(h-z+3d)} \cdot X = -\frac{E}{2} \frac{(h-z)^2 \cdot \varepsilon(z)}{(h-z+3d)} \quad (27)$$

$X$  についての非同次方程式(27)の一般解を求める為に、先づ式(27)右辺の常数項を省いた同次方程式の一般解を、変数分離の法で

$$\frac{dX}{X} + \frac{2dz}{h-z} + \frac{dz}{h-z+3d} = 0$$

の形にして解き、

$$X = A \cdot (h-z)^2 (h-z+3d)$$

の形に求め、常数変化の法で積分常数  $A$  を改めて  $z$  の函数とみなして式(27)の1つの特解を求めれば

$$X = -\frac{E}{2} (h-z)^2 (h-z+3d) \int_0^z \frac{\varepsilon \cdot d\zeta}{(h-\zeta+3d)^2}$$

となり、方程式(27)の一般解

$$X = -\frac{E}{2} (h-z)^2 (h-z+3d) \int_0^z \frac{\varepsilon d\zeta}{(h-\zeta+3d)^2} + A (h-z)^2 \cdot (h-z+3d) \quad (28)$$

が得られる。

式(26)で、 $z=0$  とおけば  $X=0$  となり、式(28)の積分常数  $A$  は

$$A = 0 \quad (29)$$

又, 式(26)から

$$u = \frac{d^2 X}{dz^2} \quad (30)$$

式(28), (29), (30)の関係を考慮すれば, 結局

$$u = -\frac{E}{2} \left[ \frac{(h-z)^2}{(h-z+3d)} \cdot \frac{d\varepsilon}{dz} - \frac{4(h-z)}{(h-z+3d)} \cdot \varepsilon + 6(h-z+d) \int_0^z \frac{\varepsilon \cdot d\zeta}{(h-\zeta+3d)^2} \right] \quad (31)$$

が式(24)即ち式(18')の解として与えられるから, ゲージベース厚さを考慮する場合の残留応力計算式は最終的に

$$\left. \begin{aligned} u_x &= -\frac{E}{2} \left[ \frac{(h-z)^2}{(h-z+3d)} \frac{d\varepsilon_x}{dz} - \frac{4(h-z)}{(h-z+3d)} \cdot \varepsilon_x + 6(h-z+d) \int_0^z \frac{\varepsilon_x d\zeta}{(h-\zeta+3d)^2} \right] \\ u_y &= -\frac{E}{2} \left[ \frac{(h-z)^2}{(h-z+3d)} \frac{d\varepsilon_y}{dz} - \frac{4(h-z)}{(h-z+3d)} \cdot \varepsilon_y + 6(h-z+d) \int_0^z \frac{\varepsilon_y \cdot d\zeta}{(h-\zeta+3d)^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

となる。

さて, 積分方程式(18')を解くには, 別に次の方法がある。即ち, 式(18')を変形した式(24)を3度 $z$ で微分して,

$$\begin{aligned} & \left\{ (h-z)^2 + 3d(h-z) \right\} \frac{d^2 u}{dz^2} - 3 \left\{ (h-z) + d \right\} \frac{du}{dz} - 3u \\ &= -\frac{E}{2} \left\{ (h-z)^3 \frac{d^3 \varepsilon}{dz^3} - 9(h-z)^2 \frac{d^2 \varepsilon}{dz^2} + 18(h-z) \frac{d\varepsilon}{dz} - 6\varepsilon \right\} \end{aligned} \quad (33)$$

なる2階の微分方程式とし,  $d$ の値が小さい事を考慮して摂動法によって解を

$$u = u_0 + du_1 + d^2 u_2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} d^n \cdot u_n \quad (34)$$

の形に仮定し, 式(34)を式(33)に代入, 式(33)が $d$ の値の如何に関せず成立すべき事から,  $d$ の各次数の項を各々0とおく事により, 一般に

$$(h-z)^2 \frac{d^2 u_n}{dz^2} - 3(h-z) \frac{du_n}{dz} - 3u_n = q_n(z) \quad (35)$$

但し

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

$$q_n(z) = -3 \left\{ (h-z) \frac{d^2 u_{n-1}}{dz^2} - \frac{du_{n-1}}{dz} \right\} \quad (36)$$

$q_0(z)$ は式(33)の右辺で

$$q_0(z) = -\frac{E}{2} \left\{ (h-z)^3 \frac{d^3 \varepsilon}{dz^3} - 9(h-z)^2 \frac{d^2 \varepsilon}{dz^2} + 18(h-z) \frac{d\varepsilon}{dz} - 6\varepsilon \right\} \quad (37)$$

である。

従って, 式(35), (36), (37)から $u_0, u_1, u_2, \dots$ を解いて一般に

$$u_n = -\frac{1}{4} \left\{ (h-z) \int_0^z (h-\zeta)^{-2} \cdot q_n(\zeta) d\zeta - (h-z)^{-3} \int_0^z (h-\zeta)^2 q_n(\zeta) d\zeta \right\} \quad (38)$$

を更に計算すれば

$$u_n = -\frac{(-3)^n \cdot E}{2} \left[ (h-z)^{-n+1} \frac{d\varepsilon}{dz} - 4(h-z)^{-n} \cdot \varepsilon - 2n \int_0^z (h-\zeta)^{-(n+1)} \cdot \varepsilon \cdot d\zeta \right. \\ \left. + 6(n+1)(h-z) \int_0^z (h-\zeta)^{-(n+2)} \varepsilon d\zeta \right] \quad (39)$$

これを式(34)に代入して  $u$  を求めれば,

$$u = -\frac{E}{2} \left[ \left\{ (h-z) \frac{d\varepsilon}{dz} - 4\varepsilon \right\} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left( -\frac{3d}{h-z} \right)^n \right. \\ \left. + 2(h-z+d) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ 3^{n+1}(n+1)(-d)^n \int_0^z (h-\zeta)^{-(n+2)} \varepsilon \cdot d\zeta \right\} \right] \quad (40)$$

$$\frac{3d}{h-z} < 1$$

ならば

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left( -\frac{3d}{h-z} \right)^n = \frac{h-z}{h-z+3d}$$

となり最終的に

$$u = -\frac{E}{2} \left[ \frac{(h-z)^2}{(h-z+3d)} \frac{d\varepsilon}{dz} - \frac{4(h-z)}{(h-z+3d)} \cdot \varepsilon \right. \\ \left. + 2(h-z+d) \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ 3^{n+1}(n+1)(-d)^n \int_0^z (h-\zeta)^{-(n+2)} \cdot \varepsilon \cdot d\zeta \right\} \right] \quad (41)$$

の形に書く事が出来る。

式(40)又は(41)は、解を級数の形で表わしたもので、実際、式(31)を展開して導く事も出来る。

尚、最後に、式(31)又は(32)において、

$$\left. \begin{aligned} \psi_x(z) &= \frac{\varepsilon_x(z)}{(h-z+3d)^2} \\ \psi_y(z) &= \frac{\varepsilon_y(z)}{(h-z+3d)^2} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

とにおいて、積分記号の中を簡単な形に書きかえれば、式(32)のかわりに

$$\left. \begin{aligned} u_x &= -\frac{E}{2} \left[ (h-z)^2 \cdot (h-z+3d) \frac{d\psi_x}{dz} - 6(h-z)(h-z+2d) \psi_x \right. \\ &\quad \left. + 6(h-z+d) \int_0^z \psi_x(\zeta) d\zeta \right] \\ u_y &= -\frac{E}{2} \left[ (h-z)^2 (h-z+3d) \frac{d\psi_y}{dz} - 6(h-z)(h-z+2d) \psi_y \right. \\ &\quad \left. + 6(h-z+d) \int_0^z \psi_y(\zeta) d\zeta \right] \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

が得られる。即ち、 $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  から式(42)によって  $\psi_x$ ,  $\psi_y$  を計算し、 $\psi_x$ ,  $\psi_y$  と  $z$  の関係曲線を作れば、式(32)のかわりに、式(43)によって残留応力を計算してもよい。

### 3. 試片の巾に対する考察

平板の残留主応力測定に際し、各々の主応力の方向に細長い短冊試片を切出し、一方の表面から順次薄層をとり去りつつ、撓み法においては試片の曲率の変化を、抵抗線歪計法においては曲率と伸縮の合成された裏面における歪の変化を測定するが、その場合測定される長さ方向の曲率及び伸縮が、長さの方向と巾の方向の残留主応力によって定まるとして計算式を導いておる。この考えは、夫々の主応力方向に無限に長い板に対しては当然認められるが、試片の長さはかなり長くとりけれども、巾は 10~20 mm 程度の狭い試片を採用するから、果して巾の影響が入るか否かを吟味する必要がある。

実用上巾の狭い試片を用いる理由は、試片有効長さ(露出部)両端の溶解しない部分が、溶解部分の巾方向の曲りや伸縮を妨げる影響を少なくする為であるが、逆に過度に狭くする時は、試片を切出す場合、加工の効果が巾全体に影響する点と、電解又は腐蝕を行う場合、角の部分の溶出が早く進行して巾方向の厚さの均一性が失われるおそれがある点から避けなければならない。

ここではこの問題は別にして、巾の狭い試片を切り出す時、端に近い部分の応力状態が変化する事を考慮して、測定値が巾の影響を受けるか否かについて考える。

試片の長さ方向を  $x$ 、巾の方向を  $y$ 、厚さの方向を  $z$  とする。

さて、残留応力とは、固有応力又は元応力と称せられるもので、物体内の各要素が元歪成分即ち固有応力源  $\epsilon'_x, \epsilon'_y, \epsilon'_z, \gamma'_{xy}, \gamma'_{yz}, \gamma'_{zx}$  を有し、それらが適合条件を満足せず、為に物体内の各要素が永久変形後も互の連続性を失う場合に生ずる。この時、適合条件を満足する為には、之等各要素について、その表面に  $\sigma'_x, \sigma'_y, \sigma'_z, \tau'_{xy}, \tau'_{yz}, \tau'_{zx}$  なる応力を加えなければならないのであって、この応力成分が残留応力である。この要素の表面力は、各要素の集合体である物体に加えるべき適当な物体力  $X, Y, Z$  及び表面力  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$  に置き換える事が出来る。

試片の表面からある有限の厚さをとり去った時に、残りの厚さ  $h$  の層の残留応力の為に生ずる変形を求めるのであるから、以上の置き換えられた物体力、表面力を解放した時の変形、云いかえれば固有応力源のない状態で、以上の置き換えられた物体力、表面力を、符号を逆にして働かせた場合に生ずる変形を求めればよい。

今、問題は  $y$  方向の残留主応力の存在が、 $x$  方向の変形に及ぼす影響を論ずるのであるから簡単に

$$\begin{aligned}\sigma'_y(z) &\approx 0 \\ \sigma'_x &= \sigma'_z = \gamma'_{xy} = \gamma'_{yz} = \gamma'_{zx} = 0\end{aligned}$$

とみなす。従って

$$\sigma'_x = -(\lambda e' + 2G e'_{xx}) = -\frac{(1-\nu)\epsilon'_x + \nu\epsilon'_y + \nu\epsilon'_z}{(1+\nu)(1-2\nu)} = 0$$

$$\sigma'_z = -(\lambda e' + 2G\epsilon'_z) = -\frac{\nu\epsilon'_x + \nu\epsilon'_y + (1-\nu)\epsilon'_z}{(1+\nu)(1-2\nu)} = 0$$

から,

$$\epsilon'_x = \epsilon'_z = -\nu\epsilon'_y(z)$$

$$\sigma'_y(z) = -(\lambda e' + 2G\epsilon'_y) = -E \cdot \epsilon'_y(z)$$

又, 物体力は

$$\begin{cases} X = -\frac{\partial}{\partial x}(\lambda e' + 2G\epsilon'_x) = 0 \\ Y = -\frac{\partial}{\partial y}(\lambda e' + 2G\epsilon'_y) = -E \cdot \frac{\partial \epsilon'_y}{\partial y} = 0 \\ Z = -\frac{\partial}{\partial z}(\lambda e' + 2G\epsilon'_z) = 0 \end{cases}$$

表面力は

$$\begin{cases} \bar{X} = \lambda e' + 2G\epsilon'_x = 0 \\ \bar{Y} = \lambda e' + 2G\epsilon'_y = E\epsilon'_y(z) = -\sigma'_y(z) \\ \bar{Z} = 0 \end{cases}$$

但し,

$$e' = \epsilon'_x + \epsilon'_y + \epsilon'_z$$

となる。

従って問題は, 巾  $b$ , 厚さ  $h$ , 長さ無限大の板に, 物体力  $X, Y, Z$  ( $X=Y=Z=0$ ) と, 表面力  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$  ( $\bar{X}=\bar{Z}=0, \bar{Y}(z)=-\sigma'_y(z)$  のみ存在) を, 符号を逆にして加えた影響を論ずる事となる。

$x$  軸 (長さ方向) に直角な断面の中心に原点をとれば, この物体内の応力状態は,  $z$  軸に関しては対称で, 無限に長い  $x$  方向には一様と考えてよいから, 外力を加えた場合,  $x$  軸に直角な平面は変形後も依然として平面のままであり, 従って  $x$  軸方向の単純曲げ及び引張り圧縮と同じ形となる。そこで更に  $x$  方向に一様なモーメントと外力を加えて,  $x$  方向の歪  $\epsilon_x$  を阻止すれば,  $yz$  の平面歪の問題となり,

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} \left\{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \right\} = 0$$

から,

$$\sigma_x = \nu(\sigma_y + \sigma_z)$$

従って,  $x$  方向に加えるべき外力は

$$N_x = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x dz dy = \nu \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_y + \sigma_z) dz \cdot dy$$

又,  $x$  方向に加えるべき曲げモーメントは

$$M_x = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x \cdot z \cdot dz \cdot dy = \nu \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_y + \sigma_z) \cdot z \cdot dz \cdot dy$$

先づ  $z$  に垂直な断面について、

$$\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma_z \cdot dy$$

は、 $z = \pm \frac{h}{2}$  の表面に働く外力  $-\bar{Z} (=0)$  と釣合うべきであるから

$$\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma_z \cdot dy = 0$$

又、 $y$  に垂直な断面について

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y \cdot dz, \quad \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y \cdot z \cdot dz$$

なる力及びモーメントは、 $y = \pm \frac{b}{2}$  の表面に働く外力  $-\bar{Y}$  及びそのモーメントと夫々釣合うべきであるから、

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y \cdot dz = - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Y} \cdot dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma'_y \cdot dz$$

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y \cdot z \cdot dz = - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Y} \cdot z \cdot dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma'_y \cdot z \cdot dz$$

之等の関係から

$$N_x = -\nu \cdot b \cdot \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Y} \cdot dz = \nu b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma'_y \cdot dz$$

$$M_x = -\nu \cdot b \cdot \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Y} \cdot z \cdot dz = \nu \cdot b \cdot \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma'_y \cdot z \cdot dz$$

即ち、 $y$  方向の残留主応力の為に  $x$  方向に表われる力及びモーメントは、試片の巾に比例するのであって、試片の単位巾当りの力及びモーメントについて考えればよい事が明かで、巾の寸法を考慮する必要はないのである。

#### 4. 測定技術

試片を1面から極く薄層を順次とり去る方法として、撓み法に採用したと同様、電解法を利用する事が出来る。

電解法の利点は次の諸点である。

(1) 機械的に削り取る方法では、切削の影響で応力分布を乱し、新たな残留応力を生ずる。電解は電気化学的に溶解除去するものでそのおそれがない。

(2) 単に化学的に腐蝕溶解する方法による場合は、液の濃度が変化したり、化合生成物が試片の表面を掩ったりして溶出速度を一定にする事が出来ない。その為に撓み又は歪の読みをとるその都度、試片を液から取り出して厚さの減量を測定しなければ正確なデータが得られない。途中で読みをとってもそれが正確に厚さの減量と結びつかない。従って、測定点を数多くとる事がわづらわしい。

(3) 電気分解法は電解液を適当に選べば種々の金属材料に対し、その溶出速度(溶解減量)を全く一定に保つ事が出来る。従って、試片は途中で一度もとり出す必要がなく、実験を終り迄中断せずに継続し、連続的に測定する事が出来る。即ち、時々刻々読みの変化を溶解減量と正しく対応させる事が出来る。

(4) 腐蝕法でも電解法でも、試片の面を一樣な厚さに、平らにとり去る事が問題となるが、之に対しては電解液の攪拌器を工夫して液の流れを適当にすれば、場所による溶出の速度を一樣にする事が出来る。

(5) 此の試験法において、試片の一樣な温度変化の影響は、撓み法においては現われず、歪計法においては、温度補償用ターミーゲージによって除く事が出来るが、試片の厚さの方向に温度の勾配が生ずれば曲率に影響し、測定誤差となる。此の問題については、歪計法も撓み法も同様であるが、完全に焼鈍した試料について予備試験をした結果、電流密度を適当にして液を攪拌し、且つ必要があれば更に電解液を冷却する事により、読みの変化を全くなくする事はさ程困難ではない。即ち、電流密度の選択と攪拌、冷却によって、温度勾配の影響を除く事が出来る。

(6) 溶出速度は、金属材料、電解液の種類、電流密度によって左右されるもので、材料に応じた電解液、電液密度を選ぶ事によって測定時間を短縮する事が出来る。電流密度を上げれば溶出速度は増加するが、ある限度を越すと陽極から気泡を生じ、溶出速度の増加の割合は小となる。電流密度が過大となれば発熱も多く、液温も上昇して冷却も困難となるから、適当な値を選ぶ方が得策である。

電解液は、種々試験の結果、鉄鋼材料に対し、次のものが最適で、試験に採用した電流密度の値を併記すと、次の様になる。

(A) 鋼材一般、特に低炭素鋼に適当なものとして、塩化第1鉄、塩化カルシウム水溶液が好成績で、陽極電流密度を上げ、溶出速度を大にして試験を能率的に行なえる利点がある。

塩化第1鉄	300 gr
塩化カルシウム	335 gr
水	1 ℓ
陽極電流密度	500~700 A/dm <sup>2</sup> .

(B) 高炭素鋼、鋳鉄に対しては硝酸水溶液が利用される。この電解液は、面を平滑に仕上げるのに有利であるが、酸化性が強い点、取扱いに注意を要する。

硝 酸	20~30% 水溶液
陽極電流密度	100~150 A/dm <sup>2</sup> .

歪計法に用いる歪ゲージは、普通の格子型単軸のもので、ベースの薄いものがよい。ベースの薄いものを採用する理由は、板厚に対して、ベースと接着剤の層を加えた厚さが無視出来ぬ場合には、前項 2-2. の様な補正を施す必要が生じ、計算が繁雑になるからである。

歪ゲージ取扱い上の注意としては、接着時、過大の加圧力をかけたり、抵抗測定、絶縁抵抗測定に際し、過大電圧をかけると、ベースの絶縁を破壊するので、加圧力は 1 kg/cm<sup>2</sup> 以内、負荷電圧は 25 V 以下に留めなければならぬ点である。

電解法により、試料を陽極とし、電解液中において電圧をかけるのであるから、試料にはりつける歪ゲージは特に、試料との絶縁を十分 (500~1000 MΩ 以上) とする必要がある。更に、ゲージ表面及び導線の露出部を、グリース等を以て被覆し、電解液に対し完全に防水、絶縁すると共に、試料にかける電解電圧も 25 V 以下におさえる。

この様に、ベースの絶縁の点から電解電圧の制限がある為、極間電圧を上げないで能率を上げ得る、云いかえれば電解電圧の割合に、電解量の大きい電解液を選ぶべきで、その点、塩化第一鉄、塩化カルシウム水溶液は効果がある。

以上の様に、電解法により、時間と歪の関係が連続的に測定されれば、之を溶解厚さと歪の関係曲線に書き直し、それをもととして残留応力を計算する事が出来る。

## 5. 応用例——特に薄板における撓み法との比較

### 5-1. 試 料

素材は丸源製 5 吋巾, 19 B.W.G. 高炭素鋼製材用帯鋸で、炭素量 0.9%, 厚さ 1.04 mm である。

此の素材から、長手方向 ( $x$ ), 横方向 ( $y$ ) に夫々別々の短冊試片を剪断し、側面を研磨して 120×10 mm に仕上げた。

縦弾性係数  $E$  を測定する為に、別に素材から試片をとり、金属材料引張試験片 JIS 5 号 (原厚さ) によって、標点距離 50 mm, 平行部長さ 70 mm, 巾 25 mm に仕上げ、アムスラー万能引張試験機により、マルテンス歪計を用いて試験した。その結果、

$$E = 2.10 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$$

の値を得た。

一方此の方法の blank test の為、上述の素材から切取った 120×10 mm の試片について、850°C に加熱、炉中冷却し、後述の方法で残留応力の測定を行い、スケールの読み及び歪の変化が全くない事をたしかめた。

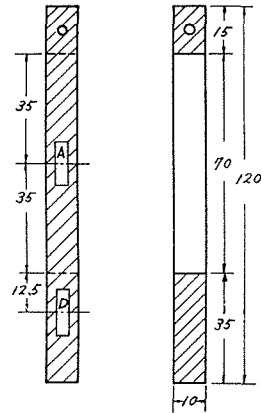
### 5-2. 測定装置及び方法

試片の処理は第 2 図の如く、片面 70 mm の長さ露出する事とし、その裏面、図の様な溶

解部分中央の位置に歪ゲージ A をはり、アクチブゲージとする。A は、試料表面から溶解した時、残留応力の平衡が破れて生ずる歪に感ずる。別に、溶解部分からはなして歪ゲージ D をはり、温度補償用のダミーゲージとする。ゲージ A, D は、試片との絶縁を完全にする。

試料が 1 mm 程度の薄板である為、特にベースの薄いものを選び、共和無線 K.K. 製 K-22-1 ペーパーゲージを採用した。このゲージは普通市販のものでは最も小型で、歪感度は 2 である。

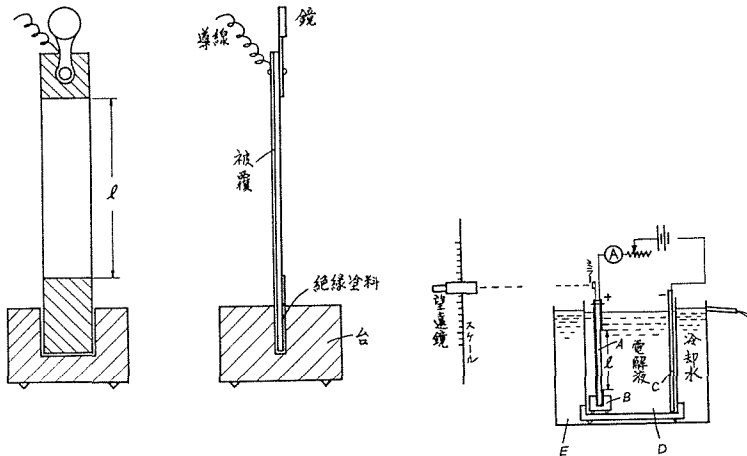
ゲージをはった試片は、表面 70 mm を残してラッカーを塗り、更に裏面のゲージ及びそれに連る導線の露出部分は、グリースで完全に防水絶縁する。



第 2 図

ゲージ A, D はスイッチボックスを経て歪計のターミナルに導かれ、ホイートストーンブリッジを形成する。使用した歪計は共和無線 K.K. 製 SM-4J 静歪測定器で、最小目盛は  $1 \times 10^{-6}$ 、測定法は零点法による。スイッチボックスは、SS-12K 型で、12 点用、4 枚ゲージ測定法が可能である。

試片は電解法により連続溶出を行う。第 3 図の装置により試片に導線を取りつけ、電解液中に入れ、陰極板と対立させて直流回路を作り、別に直列可変抵抗を入れて電流を一定にする。



第 3 図

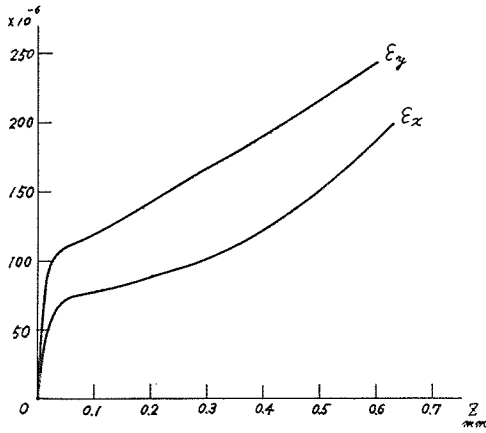
更に撓み法を併せ行う為、試片の下端は重い台に絶縁固定し、上端に鏡を取りつけ、望遠鏡とスケールで先端の撓み角を測定出来る様にしてある。

以上の様にして、試片の溶解に伴い、歪の変化を歪計で、撓み角の変化を望遠鏡とスケールで適当時間毎に読みとる。

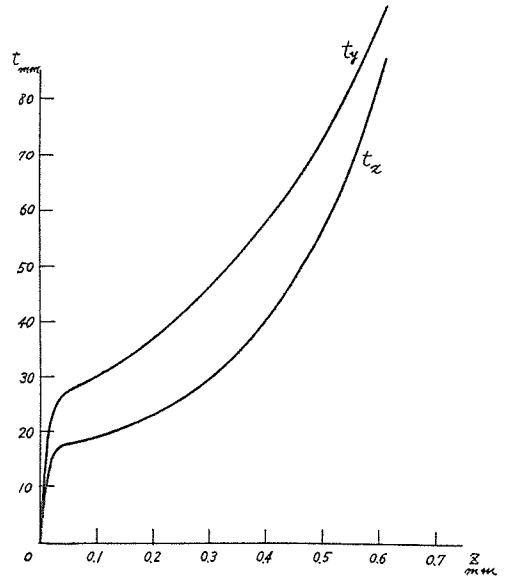
5-3. 実験結果

上記帯鋸試料について、片面から電解除去しつつ、ゲージの歪の変化  $\epsilon_x, \epsilon_y$  を測定すると、第4図に示す結果が得られる。又同時に、同一試片について測定した試片の撓みは、鏡とスケールを用い

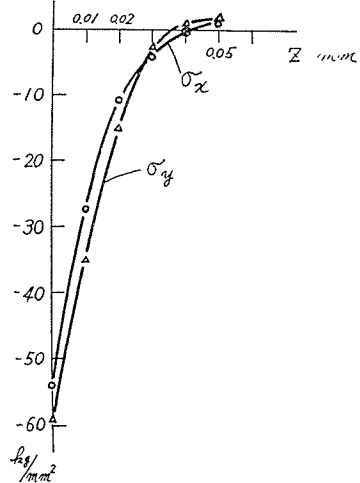
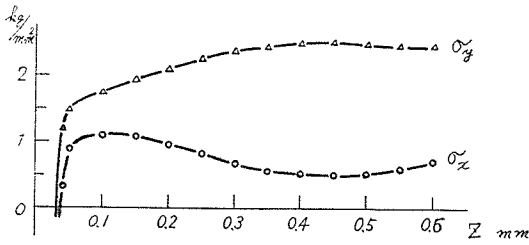
鏡とスケールの距離  $L = 1000 \text{ mm}$



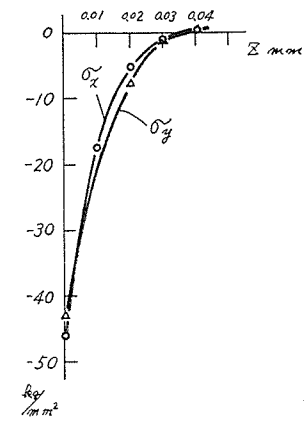
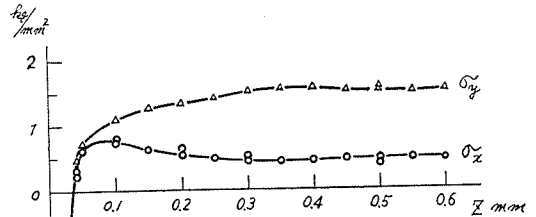
第 4 図



第 5 図



第 6 図



第 7 図

試片有効長さ  $l = 70 \text{ mm}$

の場合、スケールの読みの変化  $t_x, t_y$  が、第 5 図の如く得られた。

第 4 図をもとにし、歪計法の基本式 (11) と (14) から、夫々の方向の残留主応力を計算したものが第 6 図である。

一方、第 5 図により、撓み法の残留主応力計算式から求めた残留応力分布が第 7 図である。

第 6 図と第 7 図を比較すると、同一の試験片であるから全く等しい結果が期待されるにわかかわらず、歪計法によって測定された応力値が撓み法によって求められたものより大きく出ている事に気づく。

そこで、歪ゲージのベース厚さを考慮する為、ゲージをはった試片について、ゲージをはった上からマイクロメーターで測定し、次にゲージをはがして厚さを測り、その差からゲージベースの厚さを求めると、

ゲージベース厚さ  $d = 0.13 \text{ mm}$

となる。

試料の厚さ  $h = 1.04 \text{ mm}$

であるから、

$$a = 1 + \frac{2d}{h-z}$$

の値は、 $z=0 \sim h/2$  に対し

$$a = 1.25 \sim 1.50$$

と、1 よりかなり大きな値が得られる。

ゲージベース厚さを考慮する為、試みに実用計算式 (23) を用い、この式中  $a$  を、式 (15) に従って、 $z$  の種々の値に対して計算しておき、各々の  $z$  及び  $a$  の値に対し、第 4 図の  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  をもととして計算するのである。

かくして得られた残留応力値  $\sigma_x, \sigma_y$  は、撓み法によって得られた値とよく一致し、第 7 図に記入すると、殆んど重ってしまう。

ベース厚さの補正を考えない場合は、計算された応力の絶対値が、表面で約 20~40%、板の中央部で約 40~60% 大きめに現われており、更に応力分布の形状もかなり異っておる。

此の様に、板厚が薄く、ゲージベースの厚さを無視出来ぬ場合には、基本式 (14) で計算したのでは不正確であって、ベース厚さを考慮した計算式によらなければならぬ事がわかる。

## 6. む す び

(1) 抵抗線歪計によって板の残留 2 主応力を厳密に定める機械的測定法について、その理論を Volterra の積分方程式から出発して解き、応力計算式を求めた。

(2) 試片板厚が厚く、ゲージベースの厚さが無視出来る場合には、基本的な計算式を適用

出来る。

(3) 板厚が薄く、ゲージベースの厚さが無視出来ない場合には、ベース厚さを考慮した、やや複雑な計算式になる。

(4) 短冊試片の巾に対しては弾性学の立場から解析を行って、理論的には板の巾を小さくとっても残留応力の測定値には影響しない事実を証明した。

(5) 残留応力測定に際し、試片からごく薄い層を順次とり去る技術として、電気分解法を応用した。

(6) 厚さ 1 mm 程度の帯鋸に抵抗線歪計法と撓み法を同時に適用して残留主応力を求め、試料の厚さが 1 mm 程度になると、ゲージベースの厚さを考慮するのとならないのでは、結果の数値に数十%の開きが現われること、ゲージベース厚さを考慮した場合の応力値が撓み法の結果とよく一致する事を確めた。

#### 文 献

- 1) 土肥 修：“抵抗線歪計による板の残留応力測定．特に薄板に対する考慮”日本機械学会北海道地方講演会(室蘭), 昭 34. 10. 4 (1959).
- 2) 久野陸夫・土肥 修：“金属板の残留内力測定”北海道大学工学部研究報告第 9 号. 昭 28. 10 (1953).