



Title	充填塔による板状固体抽出操作の一考察
Author(s)	平沼, 充安; Hiranuma, Mitsuyasu; 久郷, 昌夫 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 29, 25-34
Issue Date	1962-03-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40697
Type	departmental bulletin paper
File Information	29_25-34.pdf



充填塔による板状固体抽出操作の一考察

平 沼 充 安
久 郷 昌 夫

Kinetics of A Fixed Bed System for Diffusion in Flakes

Mitsuyasu HIRANUMA
Masao KUGO

Abstract

As the rate determining factor of liquid-solid extraction system, the problem of solid diffusion in the flakes and of the liquid film surrounding them was studied in this paper.

The system applied here consists of a column packed with (soybean) flakes through which the solvent flows at a constant linear velocity.

In the solution obtained, the concentration of effluent was given by a function of bed length and time.

To simplify the problem, certain assumptions which could be approximately satisfied in many cases of practical application, were made in obtaining this result.

The exact solution was given by the integral eq. (28) as a function of the three parameters. If the effect of the film resistance can be neglected, the exact solution may be reduced to the simpler integral eq. (29).

I. 序 論

抽出速度機構については、二つの一般的形式が考えられる。即ち

- (1) 一つは流体と固体粒子間の物質移動速度が明らかに流体の濃度 c と固体粒子の濃度 q との項によって与えられる場合であり、 $F(c, q)$ の速度函数を導入してよい場合である。抽出速度式は

$$\frac{\partial q}{\partial t} = F(c, q)$$

と表わせるから、偏微分方程式の系に導かれる。この形の一次的、非一次的系に対しては、伝熱、吸着の理論的な研究がなされている。

- (2) 第二の一般形式は充填粒子内部の固相拡散が重要な律速段階となるとときである。この場合にはもはや、速度式に(1)式の形を用いることは不可能であり、速度函数 $F(c, q)$ は積分表式によって置き換えられる。完全な方程式は、偏微分積分方程式系である。速度機構の第二型式は研究されている。実際、解は Lowan, Wicke, Thomas, Kasten, Rosen によって得ら

れているが、この場合固体内部の拡散機構は等方性であり、浸潤も考えられていない。そこでこの論文では植物油の溶剤抽出について上述の考えが成り立たないと考え、特に生物体の細胞中に抽質がある場合の抽出の機構を従来の多くの文献中の実験データより考察し、その機構によって抽出されるものとして抽出量及び抽出速度に対する数学的解析を試みたものである。

II. 抽出の機構

Donald F. Othmer 等による丸大豆又は半片大豆（但し鋭い刃物で切り、切り口はかるく hexan で洗う）の長時間溶剤との接触にかかわらず、ほとんど抽出されないとの報告にもよる如く、又 King, Katz, Karnofsky の結果の如く細胞膜を通しての拡散は考えられないが、Donald F. Othmer の如く植物油の溶剤抽出に於いて Fick の法則を適用出来ぬとして拡散は油抽出に於いて他の物質移動操作におけるほど重要でないと思断するには早いと思う。細胞膜を通しての拡散が考えられないので、従来工場で行なわれて来た如く大豆を細片とするか、又はそれから油が抽出されるよう変形しなければならない。そこで筆者は次の様に機構を仮定する。

- (1) 細胞膜は実際の目的に対し油に対しても溶剤に対しても滲透もせず拡散もしない。
- (2) それ故加圧又は切断により破壊された細胞膜の口よりのみ油は抽出されるものとする。
即ち、キャピラリーの偶然迷路の如きものであり、溶剤は薄片内部に浸潤し溶けた油はキャピラリー内の拡散によって表面に導かれ液境膜を通過して抽剤本体に達する。
- (3) キャピラリー様細胞内に於いては浸潤液は静置している故外部液の流速によって影響されないから向流によって抽出速度は影響されることはないと考え、これは今までの実験の結果とよく一致する。

ここで次の数学的解析に重要な点は(1)、(2)の如く細胞膜を通しては抽質溶剤共に滲透せず破壊口よりのみ拡散すると考えられるから一方向、即ち一次的拡散と考える点である。つまり、無限に長い薄い板に於ける拡散と考えられる点である。

新しい抽料に対する抽剤の浸潤はキャピラリー内の流動と考えられるから、Hagen-Poiseuille の法則により、浸潤に要する時間 t' は

$$t' = \frac{\bar{L}}{\bar{u}} = \frac{32\mu\bar{L}^2}{4Pgd^2}$$

となる。

$4P$ = 管長 L 当りの圧損失

\bar{u} = 平均速度 μ = 流体の粘度

\bar{L} = 平均管長 d = 管径

$4P$ はこの場合流れる流体の表面張力 γ にあたるものである。又実際の操業範囲では従来

の研究により $\frac{r^0}{\mu}$ の値は一定と考えられている。且つ平均密度 $\bar{\rho}$ を用いると $\nu = k\bar{L}^2$ となる。ここで \bar{L} は大豆片の厚みの比例的長さを表わすから比例係数を k 中に含ませるならば \bar{L} を大豆片の厚みとすることが出来る。一定の厚みの大豆で操業する時は ν は一定と考えてもよい。

抽出速度は固体粒子中の拡散と液境膜の二つの効果によってきめられる。速度を決定する要素は粒子自体の固体内拡散の過程であり、その附加的遅滞は粒子をとりまく液境膜間の物質拡散によってもたらされる。もし他のすべての過程が物質の拡散に比較して非常に速い系の様子がこのレポート研究課題である。

この系は溶剤が等速度で流れる場合の固体板状粒子による充填層である。求める結果は、時間と充填層の厚みの函数として、流出濃度 $c(x, \theta)$ によって表わされる。

問題を解析するに当って、問題を単純化する仮定が用いられる。しかし、これは実際の応用の多くの場合に近似的に満足する。

二つの最初の仮定は、

(a) 液境膜係数や固体内拡散係数は位置や濃度によって、この変化の範囲内では変化しない。

(b) この系は平衡の状態で濃度 q_s (即ち固体表面の抽質濃度が $q_s = Kc$ の形によって与えられる系である。この K はこの関係により定義される平衡恒数である。

この二つの仮定は系が液境膜と固体内拡散の組合せの場合に一般の結果を導びくことの出来る一次関係である。この問題に対する実際の解が数積分に適合する形で無限積分として与えられる。

III. 方程式の導出

問題は実際に方程式と満足されるべき境界条件の項によって表わされる。充填層の任意の断面内では濃度や速度の変化は無視出来ると仮定する。それで濃度は位置変数 (充填層の長さ) z と時間 t のみに関係し、濃度の方程式は次式で与えられる。

$$v \left(\frac{\partial c}{\partial z} \right) + \frac{\partial c}{\partial t} = - \frac{1}{m} \left(\frac{\partial q}{\partial t} \right) \quad (1)$$

v = 抽出液の線速度

$c = c(x, \theta)$ = 抽出液中の抽質濃度

z = 充填層の入口より測った距離

t = 充填層の入口に抽剤が到達してより測った時間

$q = q(x, \theta)$ = 固体粒子の平均濃度

m = 空隙率

我々は (1) 式の左辺において考えられる縦の拡散の項 $-D_L \left(\frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right)$ が $v \left(\frac{\partial c}{\partial z} \right)$ より充分小

さいものと仮定して無視してある。省略と変数変換を行なうと

$$x = \frac{z}{mv}$$

$$\theta = t - \frac{z}{v} - t'$$

t' = 浸潤に要する時間

次のようになる。

$$\frac{\partial c}{\partial x} = - \frac{\partial q}{\partial \theta} \quad (2)$$

抽剤により固体粒子より抽出される物質は液境膜抵抗と固体内の拡散の二重効果によって決定される。固体粒子の内部を拡散した抽質は粒子をとりまく液の静的膜を拡散して抽剤本体に到達しなければならない。この層の効果を計算するために我々は次の様な方法で状態を理想化設定する。我々は同じ厚みの板状粒子であること、液境膜の最外部に於ける濃度 (変数 θ , x に於ける) が液本体の濃度即ち $c(x, \theta)$ であると仮定する。液境膜内拡散が行なわれる速度はそれ故液境膜内の濃度差即ち $\frac{q_s}{K} - c$ に比例する。固体粒子をとりまく流体 (機構) の静的層は粒子を均一にとりまいていないと思われる。しかし $h \left(\frac{q_s}{K} - c \right)$ が単位表面積に対する物質移動の平均を与えるように液境膜係数 h の値を選ぶことは可能である。この場合理想化された上の模型が有効であり、我々は有効境膜係数を考えることが出来る。模型の粒径にあたる濃度変化が無視出来る位充分小さい時のみ応用出来ることは明らかである。これは $2b \left(\frac{\partial c}{\partial z} \right) \ll c$ を要求することである。ここで b は粒子の長さである。この状態で抽出速度 $\frac{\partial q}{\partial \theta}$ は次の二つの式を解決することによって表面濃度 q_s の項で与えられる。

$$- \frac{\partial q}{\partial \theta} = \frac{1}{R_f} \left[\frac{q_s}{K} - c \right]$$

$$\frac{\partial q_s}{\partial \theta} = D \nabla^2 q_s$$

R_f = 有効境膜係数

$q_i = q_i(r, x, \theta)$ = 粒子内部の抽質濃度分布

$q_s = q_i(0, x, \theta) = q_i(2b, x, \theta)$ = 粒子表面濃度

r = 板状粒子の任意の厚み

次式により粒子の平均濃度は次の様に与えられる。

$$q(x, \theta) = \frac{1}{2b} \int_0^{2b} q_i(r, x, \theta) dr \quad (5)$$

今計算の都合上、初期及び境界条件を次の様にして求め、その結果を用いて本問題の要求する形に変えることが出来るようにする。

$$\begin{aligned}
 q_i(r, x, 0) &= 0 & 0 \leq r \leq 2b & \quad x \geq 0 \\
 u(0, \theta) &= \frac{c(0, \theta)}{c_0} = \begin{cases} 0 & \theta < 0 \\ 1 & \theta > 0 \end{cases} & & (6)
 \end{aligned}$$

初期及び境界条件の直線性から

$$u(x, \theta) = \frac{c(x, \theta)}{c_0}$$

という表現が一般的流出濃度に用いることが出来る。最初に充填塔を通じて $q(x, 0) = q_i(r, x, 0) = q_0$ であり、又 $\theta > 0$ で流入濃度が c_0 である。

流体濃度は次の様に表される。

$$c(x, \theta) = \frac{q_0}{K} [1 - u(x, \theta)] \quad (7)$$

根本的に設定された物理的問題の数学的表式はこれで完全である。故に三つの函数 $c(x, \theta)$ 、 $q(x, \theta)$ と $q_i(r, x, \theta)$ を見出すことである。

その解は式 (2), (3), (4), (5) を満足するはずである。又初期及び境界条件に適合する。この型から直接解を得ることは困難であるから、これらの解を求める前に問題を単純化する必要がある。それには未知函数二つを消去して未知函数 $c(x, \theta)$ のみの函数として解を得ることである。

Duhamel の理論により我々は q_s の項で q_i の表現を得ることが出来る。

$$q_i(r, x, \theta) = \int_0^\theta q_s(x, \lambda) \frac{\partial}{\partial \theta} H(r, \theta - \lambda) d\lambda \quad (8)$$

ここで $H(r, \theta)$ は粒子表面濃度を一定に保ったときの固体内拡散の解であり即ち $H(r, \theta)$ は $q_i(r, \theta) = 0$, $0 \leq r \leq 2b$, $\theta = 0$; $q_s = 1$ $\theta > 0$ の時の (4) 式の解である。

$H(r, \theta)$ の値は次によって与えられる。

$$H(r, \theta) = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} [1 - (-1)^n] \frac{2}{n\pi} e^{-D\sigma_n^2\theta} \sin[\sigma_n r] \quad (9)$$

ここで $\sigma_n = \frac{n\pi}{2b}$ である。収斂の証明の細部は長くなるので省略した。

我々はそれで (9) 式は

$$\frac{\partial H(r, \theta)}{\partial \theta} = 2D \sum_{n=1}^{\infty} [1 - (-1)^n] \frac{\sigma_n^2}{n\pi} \sin[\sigma_n r] \exp[-D\sigma_n^2\theta]$$

(8) 式にこれを代入し積分の順序をかえると

$$q_i(r, x, \theta) = 2D \sum_{n=1}^{\infty} [1 - (-1)^n] \frac{\sigma_n^2}{n\pi} \sin \sigma_n r \int_0^\theta q_s(x, \lambda) \exp[-D\sigma_n^2(\theta - \lambda)] d\lambda \quad (10)$$

この表現を (5) 式に用いるならば積分と和を再び行なって次の式を得る。

$$q(x, \theta) = \frac{2D}{b} \sum_{n=1}^{\infty} [1 - (-1)^n] \int_0^\theta q_s(x, \lambda) \exp[-D\sigma_n^2(\theta - \lambda)] d\lambda$$

r に関して積分したのち速度 $\frac{\partial q}{\partial \theta}$ の表式を得るため部分積分により $q_s(x, 0)=0$ の事実を用いて次の式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^\theta q_s(x, \lambda) \exp[-D\sigma_n^2(\theta-\lambda)] d\lambda \\ &= \int_0^\theta \frac{\partial q_s(x, \lambda)}{\partial \lambda} \exp[-D\sigma_n^2(\theta-\lambda)] d\lambda \end{aligned}$$

この関係を用いることにより我々は表面濃度 q_s の変化の時間割合の項をもって粒子平均濃度 q の変化の時間割合を表わすことが出来る。即ち (2) 式は次のように書き表わすことが出来る。

$$\frac{\partial c}{\partial x} = -\frac{\partial q}{\partial \theta} = \frac{2D}{b} \sum_{n=1}^{\infty} [1-(-1)^n] \int_0^\theta \frac{\partial q_s(x, \lambda)}{\partial \lambda} \exp[-D\sigma_n^2(\theta-\lambda)] d\lambda \quad (11)$$

我々は未知函数 $c(x, \theta)$ とその導函数のみを含む函数を得るため (2), (3) 式を用いて c の項による q_s を得る。

$$q_s = K \left[c + R_f \frac{\partial c}{\partial x} \right] \quad (12)$$

これによって一次偏積分微分方程式として与えられる。これは $c(x, \theta)$ によって満足する。

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{2D}{b} \sum_{n=1}^{\infty} [1-(-1)^n] \int_0^\theta \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[K \left\{ c + R_f \frac{\partial c}{\partial x} \right\} \right] \exp[-D\sigma_n^2(\theta-\lambda)] d\lambda \quad (13)$$

我々はいま三つの未知数を含む問題を未知函数 $c(x, \theta)$ のみの方程式を解くことに帰し得た。(13) 式の実際の解を求めることにする。

IV. 実 際 の 解

前述のごとき境界条件をもつこの方程式を解くにあたって、Laplace 変換を用いる。そうして (13) 式の変数 θ に関して変換する。我々は $f(x, \theta)$ の θ に関する変換を

$$L \{ f(x, \theta) \} = F(x, s)$$

の様に表記する。

又次の定理をもちいる。

$$L \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \right) f(x, \theta) \right\} = SF(x, s) - f(x, 0) \quad (14)$$

$$L \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) f(x, \theta) \right\} = \frac{\partial F(x, s)}{\partial x} \quad (15)$$

$$L \left\{ \int_0^\theta f_1(x, \lambda) f_2(x, \theta-\lambda) d\lambda \right\} = F_1(x, s) F_2(x, s) \quad (16)$$

$$L \left\{ \exp[-D\sigma_n^2\theta] \right\} = \frac{1}{S + D\sigma_n^2} \quad (17)$$

(16) の関係は合成函数で、二つの函数の変換の乗法はこれらの函数の合成函数に対応する。

今 (12) の変換と (15) 式を用いて

$$Q_s(x, s) = K \left\{ C(x, s) + R_f \left(\frac{\partial C(x, s)}{\partial x} \right) \right\}$$

又 (14) から

$$L \left\{ \frac{\partial q_s(x, \theta)}{\partial \theta} \right\} = S Q_s(x, s) - q_s(x, 0) = S Q_s(x, s)$$

もし我々が (11) 式の変換を (16), (17) の関係を用いるならば

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(x, s)}{\partial x} &= \frac{2DK}{b} \sum_{n=1}^{\infty} [1 - (-1)^n] \frac{S}{S + D\sigma_n^2} \left[C(x, s) + R_f \frac{\partial C(x, s)}{\partial x} \right] \\ &= 2\gamma \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S}{S + D\sigma_{2n-1}^2} \left[C(x, s) + R_f \frac{\partial C(x, s)}{\partial x} \right] \\ &= - \left[C(x, s) + R_f \frac{\partial C}{\partial x} \right] Y_D(s) \end{aligned}$$

$$\text{ただし } \gamma = \frac{2DK}{b}$$

$$Y_D(s) = 2\gamma \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S}{S + D \left\{ \frac{(2n-1)\pi}{2b} \right\}^2} \quad (18)$$

したがって

$$\frac{\partial C(x, s)}{\partial x} = - Y_D(s) C(x, s) \quad (19)$$

$$Y_D(s) = \frac{Y_D(s)}{1 + R_f Y_D(s)} \quad (20)$$

が得られる。

式 (12), (2) より $Y_D(s)$ の値はその位置に於ける濃度が粒子内を拡散する物質の速度に関するある要素と考えられる。(19) 式は (13) 式の変換であるパラメーターとして S の常微分方程式として扱うことが出来る。(6) 式より得られる

初期条件

$$\frac{C(0, s)}{C_0} = \frac{1}{S}$$

を満たすその解は次によって与えられる。

$$U(x, s) = \frac{C(x, s)}{C_0} = \frac{1}{S} e^{-2Y_D(s)} \quad (21)$$

求むる結果 $u(x, \theta)$ は $U(x, s)$ の逆変換で表わされる。Laplace 変換の複素反転積分とよばれる

$$u(x, \theta) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_{\alpha - i\beta}^{\alpha + i\beta} \frac{1}{S} e^{S\theta - xY_T(s)} dS \quad (22)$$

ここで積分の路は $\Re(s) = a > 0$ によって表わされる虚軸に平行な直線である。

この形の $u(x, \theta)$ に対する表式は (13) 式を満たし表で与えられた $Y_T(s)$ の極値を用いる境界条件を満たすことを示すことが出来る。

我々は数的結果がもっと容易に得ることの出来るよう (22) 式を実無限積分の型で得たい。そこで最初に $Y_D(s)$ に三角法表現を与えなければならない。次の関係を用いる。

$$2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-z^2}{n^2 - z^2} = \pi z \cot(\pi z) - 1 \quad (23)$$

$$2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-z^2}{(2n-1)^2 - z^2} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{-z^2}{n^2 - z^2} - \frac{(\frac{z}{2})^2}{n^2 - (\frac{z}{2})^2} \right\}$$

$z^2 = \frac{-4b^2 S}{\pi^2 D}$ とすると (18) 式の分子分母に $\frac{4b^2}{\pi^2 D}$ の項を掛けることによって次のごとく得られる。

$$Y_D(s) = \gamma [2\omega \cot 2\omega - \omega \cot \omega] \quad (24)$$

ここで $\omega = \omega(s) = ib \left(\frac{S}{D} \right)^{\frac{1}{2}} = i \left(\frac{2S}{\sigma} \right)^{\frac{1}{2}}$, $\sigma = \frac{2D}{b^2}$ である。函数 $Y_D(s)$ と $Y_T(s)$ の主なる性質は表に集録した。

$Y_D(s)$ は点 $S = -D\sigma_{2n-1}^2$, $n=1, 2, \dots$ に於ける負の実軸に沿った無限の極をもつ。これらの極を除いて $Y_D(s)$ は S -平面全体に解析的である。実際 $Y_D(s)$ は $\Re(s) > -\frac{\pi^2 D}{b^2}$ の半平面で解析的である。この性質から函数 $\left(\frac{1}{S} \right) e^{-xY_D(s)}$ が $Y_D(s)$ の各々の極の特異点と $S=0$ に於ける単極を除いていたるところで解析的である。

$U(x, s) = \left(\frac{1}{S} \right) e^{-xY_T(s)}$ に関する状態は同様期待出来る。この場合は $1 + R_f Y_D(s) = 0$ となる点が相当する特異点で負の実軸に沿っている。特異点が無限に存在するから留数による逆変換の評価の一般的方法は用いられない。しかし $U(x, s)$ は $S=0$ 点以外で $\Re(s) \geq 0$ に対して解析的であるから、我々は原点を含む半径 $\epsilon \rightarrow 0$ の小半円 Γ をもつ虚軸にそって積分の道を選ぶことが出来る。

$$u(x, \theta) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\int_{-i\infty}^{-i\epsilon} + \int_{i\epsilon}^{i\infty} + \int \right] \frac{1}{S} e^{S\theta - xY_T(s)} dS \quad (25)$$

Γ の廻りの積分をするため極座標に変換し $|S| \rightarrow 0$ の時 $Y_T(s) \rightarrow 0$ を用いる。そうして $\epsilon \rightarrow 0$ の時最後の積分が $u(x, \theta)$ に対して $\frac{1}{2}$ となる。第一、第二項の積分は $S = i\beta$ と $S = -i\beta$ とし極限をとることによって結合出来る。即ち

$$u(x, \theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} [e^{i\beta\theta} U(x, i\beta) + e^{-i\beta\theta} U(x, -i\beta)] d\beta \quad (26)$$

さて $e^{-i\beta\theta}$ は $e^{i\beta\theta}$ の複素共軛である。 $U(x, s)$ が変換であるときは $U(x, -i\beta)$ は $U(x, i\beta)$ の共

表 $u(x, \theta)$ を計算するために用いる函数とその極限値

函 数	完 全 表 式	そ の 極 根 値	
		$ s \rightarrow 0 \quad \lambda \rightarrow 0$	$ s \rightarrow \infty \quad \lambda \rightarrow \infty$
$Y_D(s)$	$\gamma [2w(s) \cot 2w(s) - w(s) \cot w(s)]$	$-\gamma \left[\frac{(2w)^2}{3} + \frac{(2w)^2}{45} \dots \right]$ $+\gamma \left[\frac{w^2}{3} + \frac{w^2}{45} \dots \right]$	$\left(\frac{2 s }{\lambda} \right)^{\frac{1}{2}}$
$Y_D(i\beta)$	$\gamma [H_{D_1}(\lambda) + iH_{D_2}(\lambda)]$	H_{D_1}	H_{D_2}
$H_{D_1}(\lambda)$	$\frac{2\lambda [\sinh 4\lambda + \sin 4\lambda]}{\cosh 4\lambda - \cos 4\lambda} - \frac{\lambda [\sinh 2\lambda + \sin 2\lambda]}{\cosh 2\lambda - \cos 2\lambda}$	$\frac{4}{3} \lambda^4$	λ
$H_{D_2}(\lambda)$	$\frac{2\lambda [\sinh 4\lambda - \sin 4\lambda]}{\cosh 4\lambda - \cos 4\lambda} - \frac{\lambda [\sinh 2\lambda + \sin 2\lambda]}{\cosh 2\lambda - \cos 2\lambda}$	$2\lambda^2$	λ
$Y_T(s)$	$\frac{Y_D(s)}{1 + R_f Y_D(s)}$	$Y_D(s)$	$\frac{1}{R_f}$
$Y_T(i\beta)$	$\gamma [H_1(\lambda, \nu) + iH_2(\lambda, \nu)]$	H_1	H_2
$H_1(\lambda, \nu)$	$\frac{H_D + \nu (H_{D_1}^2 + H_{D_2}^2)}{(1 + \nu H_{D_1})^2 + (\nu H_{D_2})^2}$	H_{D_1}	$\frac{1}{\nu}$
$H_2(\lambda, \nu)$	$\frac{H_{D_2}}{(1 + \nu H_{D_1})^2 + (\nu H_{D_2})^2}$	H_{D_2}	$\frac{1}{2\nu^2 \lambda}$

$$S = \alpha + i\beta \quad w(s) = i \left(\frac{2s}{\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \quad w(i\beta) = (i-1)\lambda \quad \lambda = \left(\frac{\beta}{\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \nu = rR_f \quad \lambda = \frac{2D}{l^2}$$

輓である。したがって積 $e^{-i\beta\theta} U(x, -i\beta)$ は積 $e^{i\beta\theta} U(x, i\beta)$ の共輓でありそれ故二つの積の和はそれらの一つのものの実部の二倍となる。

$$u(x, \theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \Re [e^{i\beta\theta} U(x, i\beta)] d\beta \quad (27)$$

(21) 式と $\beta = \sigma\lambda^2$ と $Y_T(i\beta)$ の表式によって最後に

$$u(x, \theta) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty e^{-r\alpha H_1(\lambda, \nu)} \sin [\sigma\theta\lambda^2 - r\alpha H_2(\lambda, \nu)] \frac{d\lambda}{\lambda} \quad (28)$$

これはただ三つのパラメーター $r\alpha$, $\sigma\theta$, ν の函数であり、無限積分の形で与えられた問題の解である。

特に液境膜抵抗がない時我々は

$$u(x, \theta) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty e^{-r\alpha H_{D_1}(\lambda)} \sin [\sigma\theta\lambda^2 - r\alpha H_{D_2}(\lambda)] \frac{d\lambda}{\lambda} \quad (29)$$

となし得る。

む す び

抽出特に生物体の細胞内に抽質が存在する場合の抽出機構及び抽出速度に対する数学的解析を試みたものである。

本問題の解は $1-u(x, \theta)$ で表わされる。

参 考 文 献

- 1) Furnas, C. C.: Trans. Am. Inst. Chem. Engrs. 24, 142 (1930).
- 2) Grossman, L. V.: 同上, 42, 535-51 (1946).
- 3) King, C. O. and D. L. Katz: 同上, 40, 533 (1944).
- 4) Carslaw, H. S. and J. C. Jaeger: Conduction of Heat in Solids.
- 5) Donald F. Othmer and Jagdish C. Agarwal: Chem. Engrg. Progress, 372, August, 1955.
- 6) Rosen, J. B.: J. Chem. Phys, 20, 387 (1952).
- 7) Churchill, R. V.: Mordern Operational Mathematics in Engineering.
- 8) Knopp, K.: Theory and Application of Infinite Series.
- 9) 理工学のための数学ハンドブック, 数学ハンドブック編集委員会編.
- 10) Marshall and Pigford Application of Differentill Equation.