HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	河流の流体力学的特性と水温日変化との関係について
Author(s)	八鍬, 功
Citation	北海道大學工學部研究報告, 30, 153-220
Issue Date	1962-09-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40700
Type	departmental bulletin paper
File Information	30_153-220.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

河流の流体力学的特性と水温日変化との関係について

八　鍬　　功

The Relationship betweent the Diurnal Variation of Water Temperature and the Hydrodynamical Properties of a River Flow

Isao YAKUWA

Abstract

The relation between the diurnal variation of water temperature and the hydrodynamical properties of a river flow was studied.

At the upper reaches of a river, the diurnal variation of water temperature is controlled by the heat transfer from the environment. In consequence, the mean water temperature and the amplitude of the variation of water temperature increase with the flow. And the influence of longitudinal turbulent motion is introduced when the condition $\frac{v^2}{4\eta}+K \fallingdotseq \sigma$ is satisfied,

where $K=\frac{k}{c\rho h}$, $\sigma=\frac{2\pi}{24}\left(\frac{1}{hr}\right)$

and c is the specific heat and ρ is the density of water,
v is the mean velocity and h is the mean depth of the flow,
η is the coefficient of longitudinal turbulent diffusion
and k is the heat transfer coefficient between water and the air near the water surface.

On the other hand, at the lower reaches where the discharge has increased by gathering some branch rivers and the flow has a large heat capacity, the heat is transported only with the flow of water mass. Therefore, the mean water temperature is constant and the amplitude decreases by the influence of turbulent motion in contrast with the case of the upper reaches. These relations were ascertained by actual observations of meteorological and hydrological elements along natural rivers.

At the Etanbetsu River, the mean value of heat transfer coefficient was expressed as:

$\bar{k}=0.78\times10^{-3}$ (*C.G.S.*).

目　　次

1. 序　　論 …… 2
2. 上流部における水温上昇の基礎方程式 …… 3
3. 平均水温と平均気温との関係 …… 5
4. 振幅および位相の変化 …… 10

5. 十勝川における観測 …… 12
6. 中流部の水温変化の機構 …… 23
7. 流下方向の乱流交換を考慮した水温上昇の方程式 …… 27
8. 江丹別川における観測 …… 32
9. 外界と河水との熱交換 …… 36
10. 江丹別川の水温日変化 …… 49
11. ある地点の水温が与えられた場合の水温変化の式 …… 52
12. 下流部における水温日変化 …… 55
13. 結　　語 …… 59
文　　献 …… 61
附　　録 (1) …… 62
附　　録 (2) …… 66

1. 序　　論

河川の水温は雪渓などの水源を発した河水が渓谷，山間部および平野を流下して河口に到達するまでの間に，外界からいろいろな形で熱を与えられ，それを吸収することによって上昇するのであるが，その間に水温がどのような日変化を示すかは河川の流れの状態によって定まるものということが出来る。事実いままでに各方面で行なわれた多くの観測の結果によれば，一つの河川についても，川幅が狭く勾配が急で水深の浅い上流部と，いくつかの支流が集まって水量の増加した中流部，および水深にくらべて川幅が非常に大きく流量もさらに増加した下流部では流れの状態が全く異なり，従って水温日変化の状態もそれに応じて変化しているのがみられる。すなわち河水が水源を発した当時は水温が低く，日変化の振幅も小さいのであるが上流部では河水の流下につれて平均水温が上昇するとともに振幅もだんだん大きくなる。しかしさらに中流部，下流部と進むにつれて平均水温の変化はほとんどなくなり，振幅はいままでと逆にだんだん減少することが観測されているのである。このような現象は，河水と外界との熱交換と同時に河川の流れの状態を考慮してはじめて説明することが出来るのであって，河川の水温が地球物理学的にきわめて興味ある問題であることが分る。さらに外界と河水との間で交換される熱量にしても，水面附近の気層の状態や，日射などの影響によって大きく変化するのであって，河水に与えられる熱量を算出することもまた地球物理学的研究にまたなければならないということが出来る。

とくにわが国においては，河水が農業用水または工業用水として広く利用されるため，河水の温度はわれわれの生活にとってきわめて重要な問題であるということが出来る。たとえば発電用水として水路を通って来た冷い水が河川に放流されるとき，夏期河川の水温が1°C低くなっても稲作には大きな影響をおよぼすのであって，このような学問上あるいは実用上の見地から，いままでにも河川の水温に関する多くの研究が行なわれて来た。

はじめに述べたところによっても明らかなように，河川の水温の問題は，どれだけの熱量

が外界から河水に与えられるかという熱学的問題と，流れの状態によって水温がどのような日変化を示すかという流体力学的問題とに大別することが出来よう。河川の水温を熱学的に取扱うことが行なわれたのは比較的最近のことであって，それまではただ現象を記述するに止っていた。しかし1952年に孫野教授ら[1]が美生川の水温，流速および気象要素を実測してはじめて水温上昇の熱学的解析を行ない，また高月教授ら[2] (1956) は大堰川において，三原博士ら[3] (1959) は温水路においてそれぞれ熱収支に関する観測を行なった。また同様の見地から温水池の熱収支に関する研究も多く行なわれており，たとえば三原博士ら[4,5]や内島技官[6]の研究などがある。このように多くの実測および考察が行なわれているのであるが，現象そのものが複雑であるため，いまだ交換熱量をもとめるための確定した観測法や計算法がえられていない現状であり，またいままでに行なわれた観測ならびに理論的解析も河川の上流部に相当する現象に限られており，一つの河川の上流および中流，下流における水温日変化の相違を，流れの流体力学的性質にもとづいて考察した例は現在までのところみあたらない。とくに河川の流下方向の乱流交換作用は，当然水温日変化に影響を与えるのであるが，この問題については理論的にも全く手がつけられておらず，また乱流交換係数を実測によってもとめ，これと水温日変化との関係について考察した例はない。

筆者は河川の上流部および中流部，下流部の乱流交換作用(流下方向の)をも含めた流体力学的特性に対応する水温変化の基礎方程式を別々につくり，外界から与えられる熱量をすべてみかけの気温なる量に含めて方程式を簡単化し，その解をもとめてそれぞれの区間における平均水温ならびに水温日変化の振幅，位相をあらわす式をみちびいた。さらにこの結果と乱流交換作用を考慮しない式からみちびいた結果とを比較することによって，乱流交換作用が水温日変化におよぼす影響を明らかにし，とくに下流部にみられるような水温日変化の振幅が河水の流下とともに減衰する現象は，河水の乱流混合を考慮することによってよく説明しうることを示した。また上に述べたような理論的考察を進めると同時に，十勝川の中流部で水温，気温および水位，流速の4日間連続観測を2年にわたって行ない，上流部とは全く異なった水温日変化の観測結果が，理論的にえられた中流部の水温変化の式とよく一致することをたしかめた。また江丹別川では，4地点で熱学的および流体力学的諸量の測定を行なって，河水と外界との交換熱量をもとめる一方法を示し，河水と空気との間の熱交換係数を算出した。さらに塩分法によって流下方向の乱流交換係数ならびに平均流速，平均断面積を測定し，水温日変化とこれら諸量との関係について考察を加えた。

本研究は，これらの理論的考察ならびに観測結果を総合し，主として河川の流れが水温日変化におよぼす影響について論じたものである。

2. 上流部における水温上昇の基礎方程式

水路における水温の上昇を与える式はいままでにもいくつかみちびき出されている。たと

えば井上教授[7]，小沢技官[8]は水面を通して水柱に与えられる熱量を，測定しうるいくつかの量であらわして水温上昇の基礎方程式をみちびき，Laplace 変換によって解をもとめ，温水路の水温上昇に応用した。また高月教授ら[9]は同様な基礎方程式の解を淀川水系大堰川の水温，流速，気象要素の24時間連続観測の結果に適用し，また三原博士ら[10]も独自の解を小滝温水路の観測結果に適用して，それぞれ実測値と合う結果をえている。

筆者もはじめに上に述べたのと同様な方法によって水温上昇の基礎方程式をみちびき，さらに式を簡単化してこれを解き[11]，平均水温および水温日変化の振幅，位相をあらわす式をもとめる。

河水が外界との接触面を通じて熱を授受する機構としては，主として次のような方法が考えられる。

i) 河水面に到達した太陽の直射光および散乱光(いずれも短波輻射)のうち一部は水面で反射し，残りが水中に進入して河水に熱量を与える。

ii) 大気および雲からの長波輻射が河水に熱を与え，逆に河水から大気中への長波輻射によって熱が奪われる。

iii) 河水と水面附近の空気との間に接触面を通じて熱交換が行なわれる。

iv) 水面からの蒸発により蒸発熱が奪われる。あるいは逆に水蒸気の凝結によって熱が与えられる。

v) 河水と河床，河岸との接触面を通じて，両者の間に熱交換が行なわれる。この場合とくに川底が砂礫から成っているときは，熱伝導によるよりもはるかに多くの熱量が底から流出する河水によって運び去られるものと思われる。

このようにして河水と外界との間で交換された熱量は，河川の水深や流速などの流れの状況に応じてその水温を変化せしめる。

いま　c: 河水の比熱，　ρ: 河水の密度，　θ: 河水の温度，　h: 平均水深

とし，外界から河水に与えられる熱量の総和を単位時間につき，水面および底面の単位面積毎に Q とすれば，底面積が単位面積，高さが水深 h にひとしい水柱の水温上昇の方程式は次式によってあらわされる。

$$c\rho h\frac{D\theta}{Dt}=Q$$

平均流速を v とすれば，上の式を Euler の方式によって次のようにかくことが出来る。

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+v\frac{\partial\theta}{\partial x}=\frac{1}{c\rho h}Q \qquad (1)$$

いま水面附近の気温を T_a，河水と空気との熱交換係数を k とすれば，河水と空気の間の交換熱量は単位時間，単位面積毎に $k(T_a-\theta)$ であらわされるから，空気との熱交換以外の機構によって河水に与えられる熱量を Q' とすれば，(1)式は

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+v\frac{\partial\theta}{\partial x}=\frac{1}{c\rho h}\{k(T_a-\theta)+Q'\}$$

のようにかき直される。さらに $T=T_a+\frac{Q'}{k}$ によって定義される Q' をも含めたみかけの気温 T を上式に代入すれば，水温上昇の方程式は簡単に次のようにあらわされる。

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+v\frac{\partial\theta}{\partial x}=\frac{k}{c\rho h}(T-\theta) \tag{2}$$

いま水温 θ およびみかけの気温 T の日変化が 24 時間を周期とする正弦関数であらわされるものと仮定し，それぞれの平均値 $\bar{\theta}$, $\overline{T}$ および水温の振幅 Θ が源流点 $(x=0)$ からの距離 x の関数であるとすれば，θ および T は時間を t として次のようにあらわされる。

$$\left.\begin{aligned} T&=\overline{T}(x)+Te^{i\sigma t}\\ \theta&=\bar{\theta}(x)+\Theta(x)\,e^{i\sigma t}\\ \sigma&=\frac{2\pi}{24}\ (1/\mathrm{hr}) \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

ここに T は T の振幅で常数とする。(3) 式を (2) 式に代入して方程式を解けば，もとむる水温変化をあらわす式をうることが出来る。(3) 式における θ の形は，水温の変化がみかけの気温 T の変化により強制されて生ずることをあらわしているが，方程式 (2) は線型であるから T が正弦関数であらわされない場合でも，T を Fourier 級数に展開した各項について (3) と同様の式をつくり，別々に解をもとめれば，θ はそれらの解の和によってあらわすことが出来る。このように T および θ を正弦関数として取扱うことにより，平均水温と水温日変化の振幅，位相をあらわす式を別々にみちびくことが出来，従来の方法にくらべ方程式の解を容易にもとめることが出来た。後に述べるように乱流交換作用を考慮した方程式もこれと同様の方法によって解くことが出来る。

3. 平均水温と平均気温との関係

水温上昇の基礎方程式 (2) において，v, k, h がいま考えている河川の区間で常に一定の値をもつものとし，各項の 1 周期すなわち 1 日についての平均をとれば，

$$\int_0^{24}\frac{\partial\theta}{\partial t}\,dt=0$$

なる故，(2) 式から次の方程式をうることが出来る。

$$v\frac{d\bar{\theta}}{dx}=\frac{k}{c\rho h}(\overline{T}-\bar{\theta}) \tag{4}$$

$\overline{T}$ が x の関数として与えられるときは，$\overline{T}(x)$ を (4) 式に代入し，方程式を解くことによって平均水温と平均気温との関係を与える式がえられる。

次に (4) 式より，河川の源流部および上流部における平均水温と平均気温との関係をあら

わす式をみちびく。

i) 河川の源流部における $\bar{\theta}$ と $\overline{T}$ との関係

孫野教授ら[12]は十勝川支流の美生川での観測結果にもとづいて，源流部の平均水温と平均気温との関係をあらわす式をみちびいているが，(4)式より同様の式をうることが出来る。

源流部は水源を発した河水が勾配の急な渓谷の間を流下し，気温も下流にくらべて低い部分であって，標高が高くなるにつれて $\overline{T}$ が逓減率 a で低下するものとし，河底の勾配が一定とすれば，

β： 勾配，

z： 水源からの標高差，

x： 水源からの距離，

T_0： 水源における $\overline{T}$

とするとき仮定により

$$\beta=\frac{z}{x}$$

$$\overline{T}=T_0+az$$

なる故，(4)式より次の方程式をうる。

$$v\frac{d\bar{\theta}}{dz}=\frac{k}{c\rho h\beta}(T_0+az-\bar{\theta})$$

境界条件 $z=0$： $\bar{\theta}=\theta_0$

として上の方程式を解けば，平均水温と平均気温との関係をあらわす式，

$$\overline{T}-\bar{\theta}=\frac{a}{K}+e^{-Kz}\left\{(T_0-\theta_0)-\frac{a}{K}\right\}$$

$$K=\frac{k}{c\rho vh\beta}$$

をうる。水源から遠く離れた地点では，$x\to\infty$ なる故

$$\bar{\theta}=\overline{T}-\frac{a}{K}$$

となる。すなわち第1図に model 的に示してあるように，平均水温は水源から遠ざかるにつれて上昇し，$\overline{T}-\frac{a}{K}$ に近づくが，$\frac{a}{K}$ は平均水温が平均気温と同じ上昇率 a で上昇するために必要な平均気温と平均水温の差であって，これ以上差がちぢまることはない。孫野教授らの実測によれば，美生川の源流点附近のトツタベツ川で $\frac{a}{K}=3.2$℃，清水沢で $\frac{a}{K}=3.6$℃ の値がえられている。

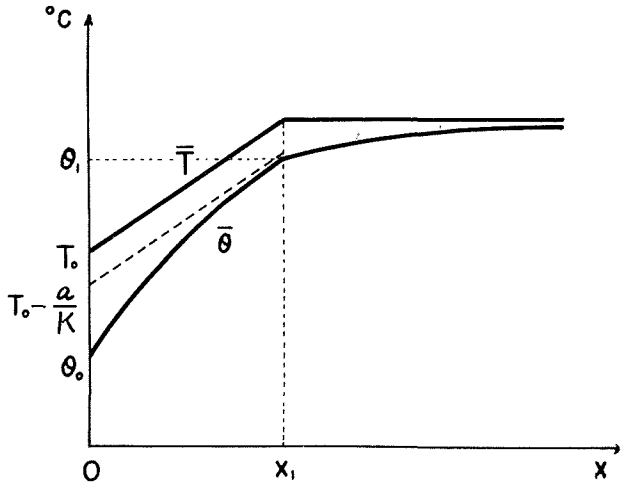


Fig. 1

ii) 上流部における $\bar{\theta}$ と $\overline{T}$ との関係

源流部からさらに下ると，両岸が開けて川幅も広くなり，勾配もゆるやかになって河川はいわゆる上流部の様相を呈する。この部分では勾配がゆるやかなので平均気温の逓減は考えられず，全区間にわたり一定と考えることが出来よう。従って(4)式において $\overline{T}=\text{const}$ とすれば上流部の平均水温上昇の方程式は，

$$v\frac{d\bar{\theta}}{dt}=\frac{k}{c\rho h}(\overline{T}-\bar{\theta})$$

$$\overline{T}=\text{const.}$$

となる。いま $x=x_1$ の地点から下を上流部 ($\overline{T}=\text{const.}$ となる) とし，その地点の平均水温を θ_1 とすれば，

境界条件は　$x=x_1:\ \bar{\theta}=\theta_1$

従って上の方程式の解は，

$$\overline{T}-\bar{\theta}=e^{-\frac{k}{c\rho vh}(x-x_1)}(\overline{T}-\bar{\theta})$$

となり，さらに $x\to\infty$ なる地点では $\overline{T}=\bar{\theta}$ となることが分る。第1図は源流部および上流部の平均水温の変化の様子を model 的に示したものであるが，実際の河川では勿論源流部と上流部の境界が明瞭にみられることはなく，$\overline{T}$, $\bar{\theta}$ の変化もきわめて徐々に移行するものと思われる。

第2図(1)は北海道開発局が石狩川上流部の水温および気温を1952年7月29日から8月3日まで2時間毎に6日間連続観測した記録[13]の中から，7月29日から7月31日まで3日間の水温と気温の日変化を示したものであるが，河水の流下につれて平均水温が上昇しているの

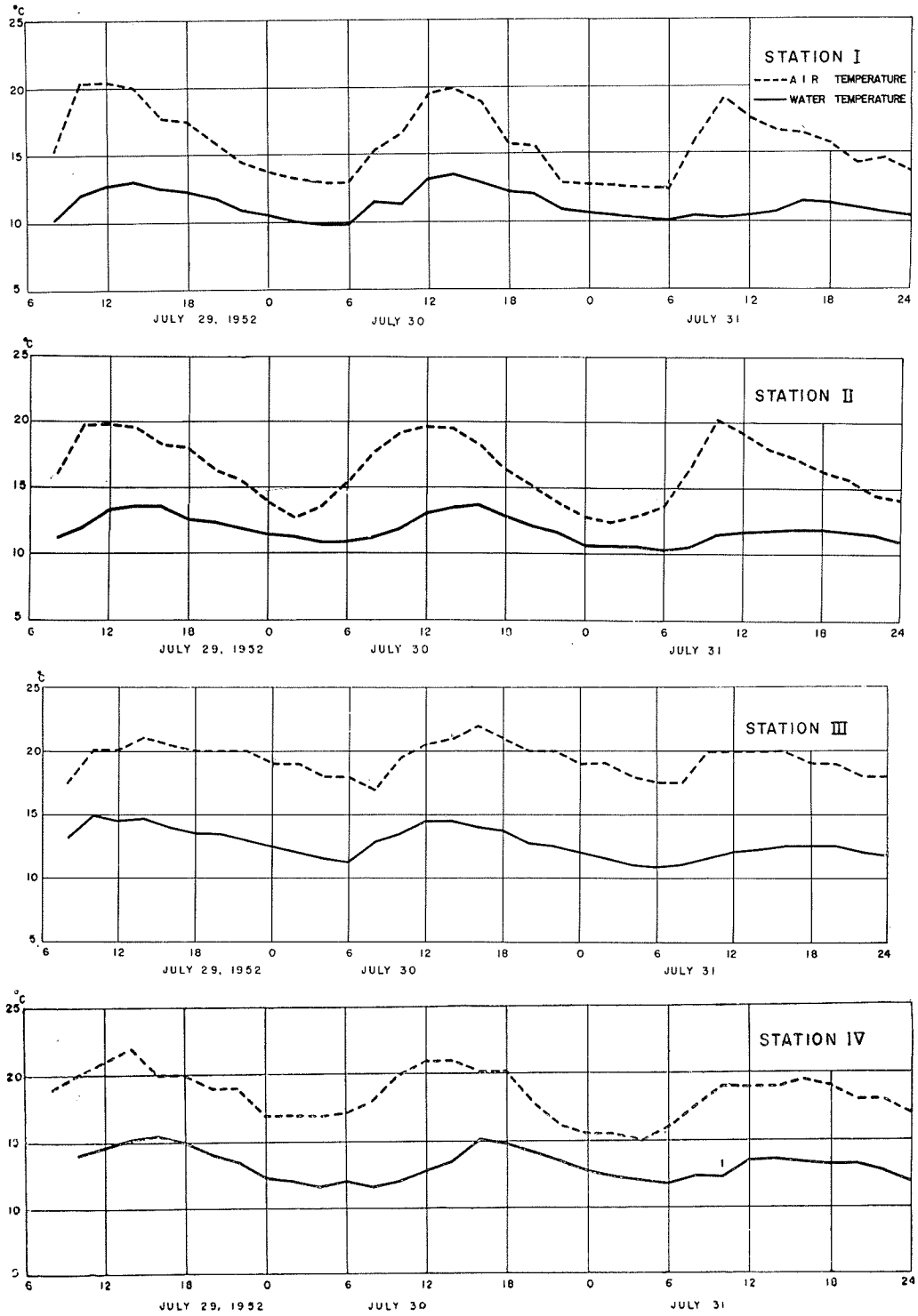

°C
STATION I
AIR TEMPERATURE
WATER TEMPERATURE
JULY 29, 1952
JULY 30
JULY 31
STATION II
STATION III
STATION IV

Fig. 2 (1) a

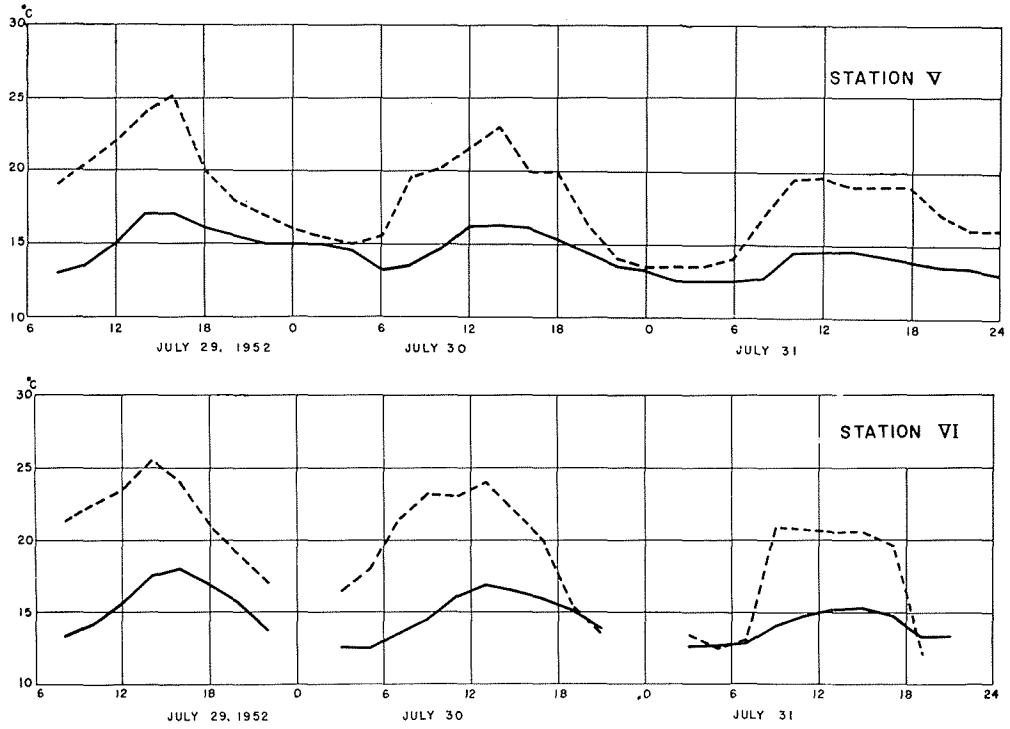


Fig. 2 (1) b

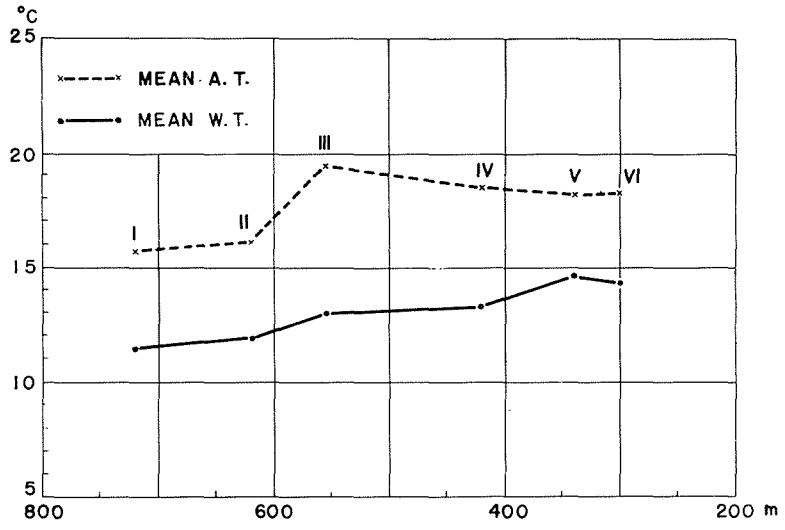


Fig. 2 (2)

がみられる。各測点における3日間の平均水温と平均気温とを縦軸にとり，各測点の高度（海抜m）を横軸にとって，高度による平均水温の変化を示すと第2図(2)のようになる。各測点の地形をみると，測点Iおよび測点II(層雲峡)では数十mの岩石が両岸に迫って，河底の勾配は急であり，測点IIIでは河水は山間のせまい部分を流れているが，測点IIIから測点IV(真勲別)にかけて視界がひらけ，左岸は平たん地となっている。また測点V(上川)，測点VI（安足間）では両岸がかなりひらけてくる。このような地形からみると，大体測点IIIあたりが源流部と上流部の境界とみられるが，第2図(2)によればたしかに測点IIIより上流では平均気温がだんだん低くなっており，測点IIIから測点VIにかけては平均気温はほとんど一定である。また平均水温は下流に行くにつれて平均気温に近づいているが，これは方程式の解からえられた結果とよく一致している。

4. 振幅および位相の変化

いままでは，源流および上流部における平均水温の変化について述べたのであるが，水温の日変化を考察する場合には，さらに振幅および位相をあらわす式をもとめなければならない。基礎方程式(2)に(3)式であらわされるθおよびTを代入し，さらに$\bar{\theta}$と$\bar{T}$との関係式

$$v\frac{d\bar{\theta}}{dx}=\frac{k}{c\rho h}(\bar{T}-\bar{\theta})$$

を考慮すれば，振幅$\Theta(x)$に関する次の微分方程式がえられる。

$$\frac{d\Theta(x)}{dx}+\frac{i\sigma+\frac{k}{c\rho h}}{v}\Theta(x)=\frac{k}{c\rho vh}T$$

源流点で水温日変化の振幅が非常に小さいと仮定すれば，

境界条件は　$x=0$：　$\Theta(x)=0$

となり，方程式の解は

$$\Theta(x)=T\frac{k(k-ic\rho\sigma h)}{k^2+(c\rho\sigma h)^2}-T\frac{k(k-ic\rho\sigma h)}{k^2+(c\rho\sigma h)^2}e^{-\left(\frac{i\sigma}{v}+\frac{k}{c\rho vh}\right)x}$$

これを式　$\theta=\bar{\theta}+e^{i\sigma t}\Theta(x)$　に代入し，実数部のみをとれば，水温日変化をあらわす解は次のようになる。

$$\theta=\bar{\theta}+T\cos\varphi\cdot\cos(\sigma t-\varphi)-Te^{-\frac{k}{c\rho vh}x}\cdot\cos\varphi\cdot\cos\left\{\sigma\left(t-\frac{x}{v}\right)-\varphi\right\}\qquad(5)$$

ここに

$$\varphi=\cos^{-1}\frac{k}{\sqrt{k^2+(c\rho\sigma h)^2}}.$$

(5)式をさらに簡単な形であらわすために，水温日変化の振幅を$X(x)$，みかけの気温Tの日変

化と水温日変化との位相差を $\Psi(x)$ として，

$$\theta-\bar{\theta}=X(x)\cdot\cos\{\sigma t-\Psi(x)\} \tag{6}$$

とおけば，$X(x)$, $\Psi(x)$ はそれぞれ次の式によって与えられる。

$$X(x)=T\cos\varphi\sqrt{\left\{\cos\varphi-e^{-\frac{k}{c\rho vh}x}\cdot\cos\left(\frac{\sigma x}{v}+\varphi\right)\right\}^2+\left\{\sin\varphi-e^{-\frac{k}{c\rho vh}x}\cdot\sin\left(\frac{\sigma x}{v}+\varphi\right)\right\}^2} \tag{7}$$

$$\Psi(x)=\frac{\sin\varphi-e^{-\frac{k}{c\rho vh}x}\cdot\sin\left(\frac{\sigma x}{v}+\varphi\right)}{\cos\varphi-e^{-\frac{k}{c\rho vh}x}\cdot\cos\left(\frac{\sigma x}{v}+\varphi\right)} \tag{8}$$

とくに源流点から遠く離れた地点では，上式において

$$x\to\infty:\quad \theta=\bar{\theta}+T\cos\varphi\cdot\cos(\sigma t-\varphi)$$

となり，水温日変化の振幅は T の $\cos\varphi$ 倍，位相差は φ となる。いま一例としてに c, ρ, v, h, k に適当と思われる値を入れて，X および Ψ を計算する。(7) 式および (8) 式において

$c=1.0$ (cal/g °C),

$\rho=1.0$ (g/cm³),

$\sigma=\dfrac{2\pi}{24\times60\times60}$ (1/sec),

$k=1.0\times10^{-3}$ (cal/cm²·sec·°C),

$v=100$ (cm/sec),

$h=20$ および 50 (cm)

として，源流点からそれぞれ 5 km, 10 km, 15 km および ∞ の地点における振幅と位相差を計算すれば，第 1 表に示すような値がえられる。

Table 1.

Distance from the source (km)	Mean depth (cm)	$\frac{X}{T}$	$\frac{\Psi}{\sigma}$ (hr)
5	$h=20$	0.22	0.7
	$h=50$	0.10	0.7
10	$h=20$	0.39	1.3
	$h=50$	0.18	1.3
15	$h=20$	0.50	1.8
	$h=50$	0.25	2.0
∞	$h=20$	0.57	3.7
	$h=50$	0.27	5.0

表には水温の振幅とみかけの気温の振幅の比 X/T，および位相差 Ψ を時間であらわした値 Ψ/σ が示してある。表によれば，水温の振幅は源流点から遠ざかるにつれて大きくなり，きわめて遠い地点ではみかけの気温の振幅の 0.6 倍 ($h=20$ cm), 0.3 倍 ($h=50$ cm) に達している。また位相差も大きくなって，遂にはみかけの気温よりも約 4～5 時間おくれることが分る。みかけの気温は前にも述べたとおり，気温以外に日射量やその他河水が外界と交換する熱量をすべて含んだものであって，その位相は気温そのものの日変化の位相とは当然異なっている。一般に気温の最高時は 14 時頃であるが，日射量のもっとも多いのは 12 時頃であるから，後に述べる江丹別川における観測の結果にもみられるように，みかけの気温 T の最高時は 12 時頃であろうと思われる。従って水温の最高時は，たとえば第 1 表の源流点から 15 km 離れた地点では 14 時頃となり，時刻の上では気温の最高時と大体一致する。しかしこの現象からただちに，一般にいわれているように，流量の少ない河川の上流部では，気温そのものと水温の位相が同じであると結論することは出来ない。ある地点で気温と水温とが同位相であるのは現象の偶然の一

致であって,実際はみかけの気温と水温との間には(8)式で与えられる位相差が生ずるものということが出来る。

振幅および位相差のこのような変化は,第2図(1)に示した石狩川上流部の例にもよくあらわれている。各測点とも気温は14時頃に最高となり,また振幅も測点IV以下はほとんど同じであるが,水温の振幅は下流に行くにつれてだんだん大きくなり,また位相のずれも大きくなって,測点VIでは15時頃に最高水温が観測されている。水温,気温観測と同時に行なわれた流量観測の結果によれば,この区間の平均流速は大体1 m/secで平均水深は約30 cmとみられるから,測点VI(水源から45 km以上の距離)における水温最高時は,第1表に示した例からみてもっともな値ということが出来る。

5. 十勝川における観測

これまでの各節では河川の源流および上流部における水温と気温との関係について述べたのであるが,次に河川の中流部の水温日変化を考察するに先だって,まず1952年および1953年に筆者らが十勝川の中流部で行なった水温,気温および水位,流速の観測結果[14]について述べる。

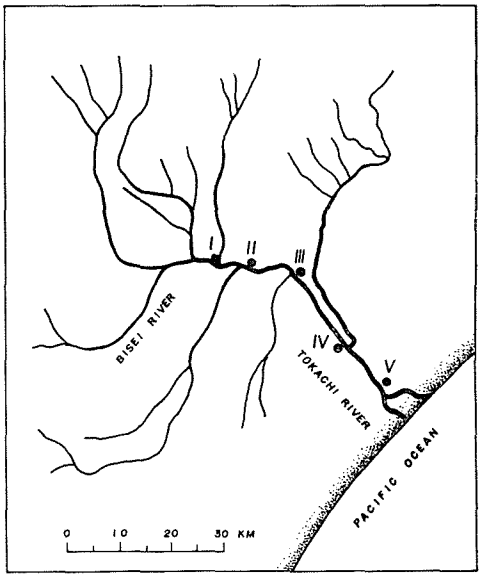


Fig. 3

十勝川は北海道中央部の大雪山連峰に源を発し,途中美生川,然別川,音更川,札内川などの支流を合し,十勝平野を流下してさらに利別川を合し,太平洋にそそぐ延長約180 kmにおよぶ大河川で,石狩川,天塩川とともに北海道における三大河川の一つである。筆者らは第3図に示してある十勝川中流部の5地点,すなわち帯広十勝大橋(測点I),下士幌十勝川温泉(測点II),千代田渡船場(測点III),茂岩大橋(測点IV)および旅来渡船場(測点V)において水温,気温,水位,流速の観測を行なった。観測は1952年5月と1953年5月の2回にわたって行なったのであるが,各回の観測期間と観測点は次のとおりである。

(1) 1952年 5月7日～5月11日 測点I, II, III, IV, V

(2) 1953年 5月13日～5月16日 測点I, III, IV

測定は各測点で,全種目につき昼夜連続して2時間毎に行なったのであるが,次に各種目の測定方法について簡単に述べる。

水温は流心附近で橋上あるいは渡船上から表面の河水をくみとり,棒状温度計で0.1℃ま

Table 2—I

Date	Time	St. I		St. II		St. III		St. IV		St. V	
		W.T.	A.T.	W.T.	A.T.	W.T.	A.T.	W.T.	A.T.	W.T.	A.T.
1952	h	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)
May 7	12	11.3	20.2	12.0	11.0	10.5	18.0	10.5	16.3	12.5	10.0
	14	11.6	18.5	12.0	12.0	13.0	17.4	11.3	15.5	13.0	10.0
	I6	12.8	13.7	12.0	16.0	12.2	10.4	11.8	11.8	11.5	8.0
	18	12.8	11.0	12.0	11.0	13.5	10.0	11.0	8.8	11.0	7.8
	20	12.3	9.0	12.0	8.0	12.0	8.2	11.0	5.6	10.0	7.0
	22	11.6	8.0	11.0	9.0	12.2	7.8	12.0	9.0	11.0	7.6
	24	10.7	7.8	12.0	7.0	11.8	8.3	13.2	8.8	10.0	3.8
May 8	2	9.2	7.0	7.5	7.5	11.0	7.0	13.0	8.6	11.0	6.5
	4	8.0	7.0	9.0	7.0	10.6	7.5	12.5	9.0	11.0	6.5
	6	8.2	8.6	7.5	7.5	9.8	7.6	11.9	9.7	11.5	8.0
	8	8.2	I0.8	8.0	7.0	9.5	9.9	10.0	9.3	12.0	9.0
	10	8.8	13.4	8.0	7.0	9.5	14.5	10.0	13.3	11.5	12.5
	12	10.2	13.2	9.5	7.0	10.5	15.5	10.0	17.2	13.0	17.5
	14	11.7	13.0	10.0	11.0	10.0	14.5	10.5	11.2	12.5	13.5
	16	11.7	9.7	11.0	11.0	9.5	11.5	11.0	15.7	11.5	14.0
	18	11.6	5.4	10.0	9.5	10.5	8.5	10.9	10.1	11.0	9.0
	20	10.8	6.2	10.0	7.0	9.5	6.5	10.8	4.6	7.5	7.0
	22	9.6	4.8	9.0	6.0	10.5	5.5	10.5	6.3	7.5	7.0
	24	8.4	3.0	8.0	4.5	9.0	4.3	10.4	5.3	8.0	6.0
May 9	2	7.0	3.2	6.0	3.0	8.6	2.5	14.2	6.3	8.0	1.5
	4	6.4	3.0	6.5	2.5	7.5	1.5	14.1	4.1	9.0	2.0
	6	6.0	11.5	6.0	6.5	7.0	4.5	12.7	12.7	10.0	8.0
	8	6.4	10.2	6.5	10.0	7.0	9.0	9.6	14.1	10.0	13.0
	10	7.6	17.5	7.0	16.0	7.8	14.9	10.1	18.2	10.0	12.5
	12	9.6	16.5	9.0	16.5	8.7	14.5	10.0	15.9	11.0	12.8
	14	12.0	19.4	—	—	—	17.5	—	—	11.0	15.5
	16	12.6	18.4	11.5	19.0	11.0	18.4	13.0	17.2	10.0	13.0
	18	—	—	—	—	—	14.6	13.0	15.5	10.0	12.5
	20	11.6	9.4	11.0	8.0	12.0	11.0	13.5	11.2	8.0	6.5
	22	—	—	—	—	—	5.9	—	—	9.3	9.0
	24	9.4	5.4	9.0	5.0	10.5	5.3	14.0	4.8	9.0	7.5
May 10	4	7.0	0.8	8.0	1.5	8.6	0.5	13.0	2.0	10.0	2.0
	8	6.8	11.2	6.5	13.0	7.8	11.0	11.0	14.9	10.0	8.5
	12	9.6	21.5	9.0	21.0	8.5	19.2	11.0	26.0	11.0	13.5
	16	12.6	20.6	11.5	20.5	11.0	20.0	12.1	23.5	10.5	13.2
	20	12.3	11.2	11.5	12.0	12.0	10.5	12.2	9.0	9.0	11.0
	24	10.5	9.1	10.0	8.0	11.5	7.6	13.5	10.0	9.0	6.0

Table 2—II

Date	Time	St. I		St. III		St. IV	
		W.T.	A.T.	W.T.	A.T.	W.T.	A.T.
1953	h	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)
May 13	14	—	—	9.0	8.8	7.5	7.5
	16	—	—	9.0	8.0	7.8	7.3
	18	8.0	9.0	8.7	7.4	8.2	6.4
	20	8.0	9.0	8.8	5.8	8.5	6.7
	22	6.0	7.0	8.3	5.9	—	—
	24	7.0	7.0	8.0	5.6	8.5	5.4
May 14	2	6.0	5.0	7.6	4.9	—	—
	4	6.0	4.0	7.5	4.6	—	—
	6	7.0	5.0	7.5	5.5	7.5	5.0
	8	6.0	8.0	7.2	6.2	7.0	6.3
	10	7.0	6.0	7.0	7.8	7.0	8.2
	12	7.0	12.0	10.6	8.0	7.4	12.1
	14	10.0	21.5	9.0	16.6	8.0	12.2
	16	11.2	17.0	10.6	21.2	8.7	11.2
	18	11.0	10.0	11.5	16.4	9.6	10.4
	20	10.5	8.0	11.6	10.4	10.4	5.4
	22	10.0	8.0	11.1	5.3	11.0	4.8
	24	8.5	8.0	10.3	4.1	11.1	3.8
May 15	2	6.0	5.5	9.5	2.3	10.3	3.0
	4	6.0	4.0	8.3	1.8	9.8	1.0
	6	6.5	6.0	7.8	7.1	9.0	4.5
	8	6.5	13.0	7.4	13.8	8.4	12.8
	10	7.0	16.0	8.0	19.8	8.2	12.6
	12	9.5	17.5	9.0	19.6	8.3	9.8
	14	9.5	15.5	10.4	15.7	—	—
	16	11.5	12.5	11.4	14.1	9.5	8.5
	18	10.5	8.0	11.2	7.9	—	—
	20	9.5	8.0	10.3	8.0	—	—
	22	8.5	7.0	9.8	6.4	—	—
	24	7.0	6.0	9.1	4.4	—	—

Table 2—III

(1) Station I

Date	Time	Mean velocity (m/sec)	Mean depth (m)	Discharge (m^3/sec)
1952	h			
May 7	12	—	1.77	—
	14	1.08	1.74	100
	16	—	1.73	—
	18	1.04	1.71	94
	20	0.97	1.72	88
	22	0.91	1.72	83
	24	1.04	1.72	95
May 8	2	1.04	1.72	95
	4	1.08	1.73	99
	6	1.15	1.77	106
	8	1.15	1.79	109
	10	0.99	1.81	95
	12	1.15	1.81	111
	14	1.15	1.80	110
	16	1.15	1.82	111
	18	1.19	1.82	115
	20	1.19	1.81	114
	22	1.15	1.78	109
	24	1.17	1.79	111
May 9	2	1.19	1.81	114
	4	1.21	1.81	116
	6	1.19	1.81	114
	8	1.17	1.78	110
	10	1.11	1.75	103
	12	1.11	1.75	103
	14	1.12	1.75	104
	16	1.11	1.74	102
	18	—	—	—
	20	1.01	1.73	92
	22	—	—	—
	24	0.96	1.70	86
May 10	4	0.97	1.71	88
	8	1.05	1.72	96
	12	1.08	1.73	99

Table 2—III

(2) Station II

Date	Time	Mean velocity (m/sec)	Mean depth (m)	Discharge (m^3/sec)
1952	h			
May 7	12			
	14			
	16			
	18	1.42	1.32	177
	20	1.54	1.31	191
	22	1.49	1.32	186
	24	1.58	1.31	196
May 8	2	1.43	1.33	180
	4	1.35	1.33	170
	6	1.54	1.34	195
	8	1.49	1.37	193
	10	—	1.38	—
	12	1.58	1.39	208
	14	1.61	1.41	215
	16	1.58	1.41	211
	18	1.54	1.41	206
	20	1.55	1.44	212
	22	—	1.44	—
	24	1.45	1.43	197
May 9	2	1.64	1.43	223
	4	1.58	1.43	215
	6	1.49	1.43	202
	8	1.58	1.42	213
	10	1.35	1.40	179
	12	1.52	1.39	200
	14	—	—	—
	16	1.57	1.37	204
	18	—	—	—
	20	1.45	1.34	184
	22	—	—	—
	24	1.28	1.32	160
May 10	4	1.39	1.32	174
	8	1.42	1.32	177
	12	1.35	1.33	170

Table 2—III

(3) Station III

Date	Time	Mean velocity (m/sec)	Mean depth (m)	Discharge (m^3/sec)
1952	h			
May 7	12	1.28	1.54	192
	14	1.43	1.57	219
	16	1.41	1.55	213
	18	1.38	1.51	203
	20	1.30	1.50	190
	22	1.33	1.49	193
	24	1.33	1.49	193
May 8	2	1.35	1.49	196
	4	1.34	1.51	197
	6	1.36	1.52	202
	8	1.32	1.55	200
	10	1.33	1.59	207
	12	1.34	1.61	211
	14	1.36	1.61	214
	16	1.43	1.61	225
	18	1.35	1.62	214
	20	1.38	1.65	223
	22	1.39	1.67	227
	24	1.39	1.69	227
May 9	2	1.40	1.66	228
	4	1.39	1.67	227
	6	1.39	1.67	227
	8	1.38	1.67	226
	10	1.35	1.67	221
	12	1.34	1.63	214
	14	—	1.60	—
	16	1.35	1.59	210
	18	—	1.58	—
	20	1.36	1.57	209
	22	—	1.55	—
	24	1.36	1.53	203
May 10	4	1.34	1.51	197
	8	1.29	1.51	190
	12	1.36	1.52	202

Table 2—III

(4) Station IV

Date	Time	Mean velocity (m/sec)	Mean depth (m)	Discharge (m^3/sec)
1952	h			
May 7	12	0.74	3.58	199
	14	0.72	3.60	195
	16	0.79	3.62	213
	18	0.71	3.64	194
	20	0.74	3.62	201
	22	0.66	3.59	178
	24	0.73	3.57	195
May 8	2	0.80	3.56	213
	4	0.67	3.55	178
	6	0.68	3.56	181
	8	0.75	3.59	202
	10	0.74	3.60	200
	12	0.81	3.64	221
	14	0.77	8.66	212
	16	0.81	3.68	224
	18	0.85	3.70	236
	20	0.80	3.70	222
	22	0.85	3.71	237
	24	0.83	3.74	233
May 9	2	0.81	3.75	228
	4	0.74	3.76	209
	6	0.81	3.76	229
	8	0.77	3.78	219
	10	0.81	3.77	230
	12	0.71	3.76	201
	14	—	—	—
	16	0.75	3.70	208
	18	—	3.68	—
	20	0.68	3.65	186
	22	—	—	—
	24	0.73	3.61	198
May 10	4	0.67	3.58	180
	8	0.68	3.57	182
	12	0.67	3.66	184

Table 2—III

(5) Station V

Date	Time	Mean velocity (m/sec)	Mean depth (m)	Discharge (m^3/sec)
1952	h			
May 7	12	0.76	2.07	272
	14	0.73	2.08	262
	16	0.79	2.10	287
	18	0.73	2.10	265
	20	0.80	2.11	292
	22	0.71	2.12	260
	24	—	2.12	—
May 8	2	0.74	2.09	267
	4	0.74	2.07	265
	6	0.79	2.08	284
	8	0.77	2.08	287
	10	0.80	2.08	287
	12	0.80	2.10	290
	14	0.80	2.12	293
	16	0.80	2.15	298
	18	0.76	2.17	286
	20	—	2.18	—
	22	—	2.18	—
	24	—	2.19	—
May 9	2	0.81	2.20	309
	4	0.81	2.21	311
	6	0.79	2.21	303
	8	0.74	2.21	284
	10	0.84	2.22	324
	12	0.76	2.23	294
	14	—	2.23	—
	16	0.71	2.21	272
	18	0.76	2.19	289
	20	0.76	2.19	289
	22	—	2.17	—
	24	0.74	2.13	273
May 10	4	0.79	2.11	288
	8	0.74	2.08	266
	12	0.80	2.08	287

Table 2—IV

(1) Station III

Date	Time	Mean velocity (m/sec)	Mean depth (m)	Discharge (m^3/sec)
1953	h			
May 13	14	1.53	2.00	343
	16	1.56	2.00	350
	18	1.53	1.97	338
	20	1.55	1.96	340
	22	1.53	1.98	340
	24	1.56	1.98	346
May 14	2	1.55	1.98	344
	4	1.52	1.98	337
	6	1.53	1.99	342
	8	1.55	2.04	355
	10	1.56	2.05	360
	12	1.59	2.06	368
	14	1.62	2.09	381
	16	1.67	2.16	407
	18	1.70	2.26	435
	20	1.76	2.34	468
	22	1.47	2.39	400
	24	1.39	2.44	389
May 15	2	1.41	2.45	394
	4	1.44	2.46	404
	6	1.41	2.46	396
	8	1.75	2.43	485
	10	1.71	2.40	467
	12	1.72	2.40	470
	14	1.72	2.41	472
	16	1.36	2.28	352
	18	1.36	2.15	330
	20	1.39	2.15	337
	22	1.59	2.16	388
	24	1.59	2.14	384

Table 2—IV

(2) Station IV

Date	Time	Mean velocity (m/sec)	Mean depth (m)	Discharge (m^3/sec)
1953	h			
May 13	14	0.74	5.45	333
	16	0.77	5.48	349
	18	0.77	5.49	349
	20	0.78	5.49	354
	22	—	—	—
	24	—	5.37	—
May 14	2	—	—	—
	4	—	—	—
	6	—	5.50	—
	8	0.82	5.53	375
	10	0.88	5.54	403
	12	0.76	5.54	348
	14	0.87	5.58	402
	16	0.85	5.60	394
	18	0.83	5.64	387
	20	0.96	5.73	455
	22	1.00	5.83	483
	24	1.00	5.93	492
May 15	2	1.05	6.02	524
	4	0.90	6.07	453
	6	1.07	6.11	543
	8	1.07	6.13	544
	10	1.07	6.13	544
	12	1.01	6.12	513
	14	—	6.11	—
	16	1.05	6.09	531
	18	—	6.04	—
	20	—	5.92	—
	22	—	5.85	—
	24	—	5.81	—

で読みとった。またそれと同時にプライスの流速計により流心の(水深 50 cm における)流速を測定した。各時刻の流速測定はこの代表点で行なったのであるが，流れの状況をしるには断面の平均流速が必要である。代表点の流速から断面平均流速をもとめるために，観測期間中一度各測点の横断面について，川幅 10 m 毎に水面から底まで水深 50 cm 毎の流速を測定して，各断面の平均流速を出し，同時刻の代表点流速との比 κ をもとめた。同一の測点では各時刻につき κ の値が一定であると仮定して，各時刻の代表点流速に κ を乗じ，同時刻の断面平均流速を計算した。また水位は各地点の量水標によって測定したのであるが，下士幌など量水標のないところでは，仮量水標を立てて測定したので水位の相対的な増減しか分らない。横断面観測時の水位をもとにして，各水位に対する横断面積を計算し，断面積と平均流速との積より各時刻における流量をもとめた。また気温は各測点により多少相異はあるが，大体岸から 2～5 m 離れた地上 1 m の点で，アスマン通風乾湿計あるいは棒状温度計によって測定した。このような方法によってえられた観測結果を第 2 表に示してある。

第 4 図には各測点における流量の時間的変化を示してあるが，図によって観測を行なった当時の流れの状況をしることが出来る。1952 年 5 月 7 日～5 月 11 日の期間には，平地の雪はすでにとけていたが，山地にはまだかなりの雪が残っており，観測をはじめた頃に降雨があって融雪水のために水量が増し，流量曲線は観測期間中 5 月 8 日夜半を頂点とする大きな山を示している。測点別にみると，測点 I～II 間には音更川，札内川の支流が入っているため，測点 II の流量が増加しているが，測点 II, III, IV では流量の変化はほとんどなく，また測点 V では利別川の流入のため IV にくらべかなり大きな値となっている。なおある測点の流量が，上流の測点の流量より減少しているのがみられるが，これは平均流速として使用した値が，κ を一定として代表点流速から計算した値であるためで，この傾向は 1953 年 5 月の場合にもみられる。

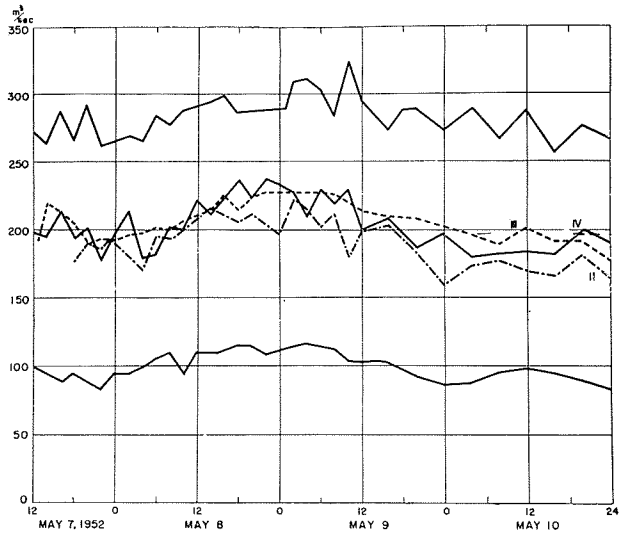


Fig. 4 (1)

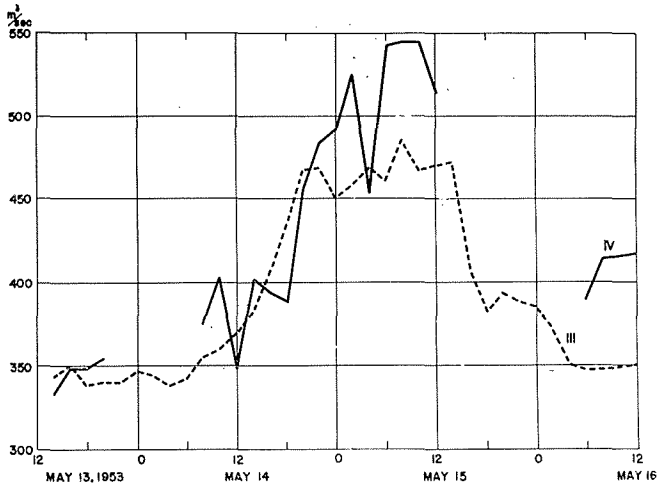
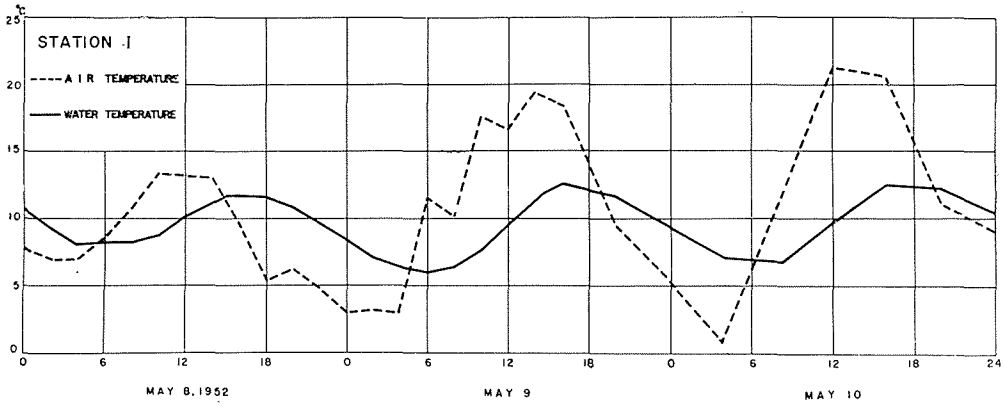


Fig. 4 (2)



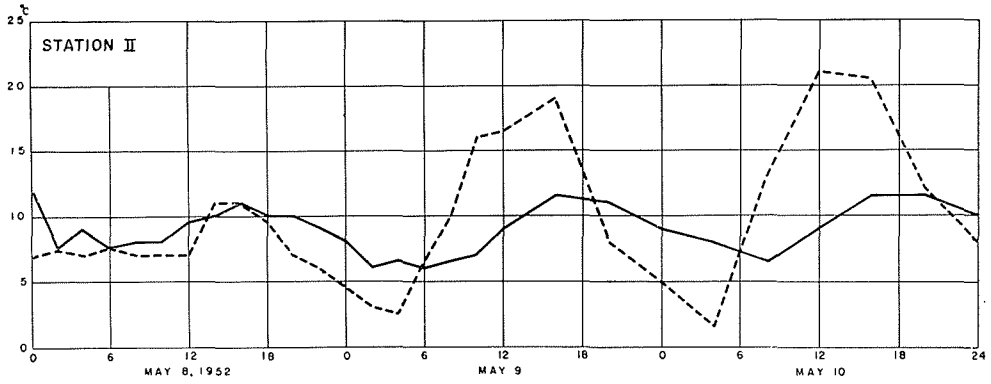


Fig. 5 (1) a

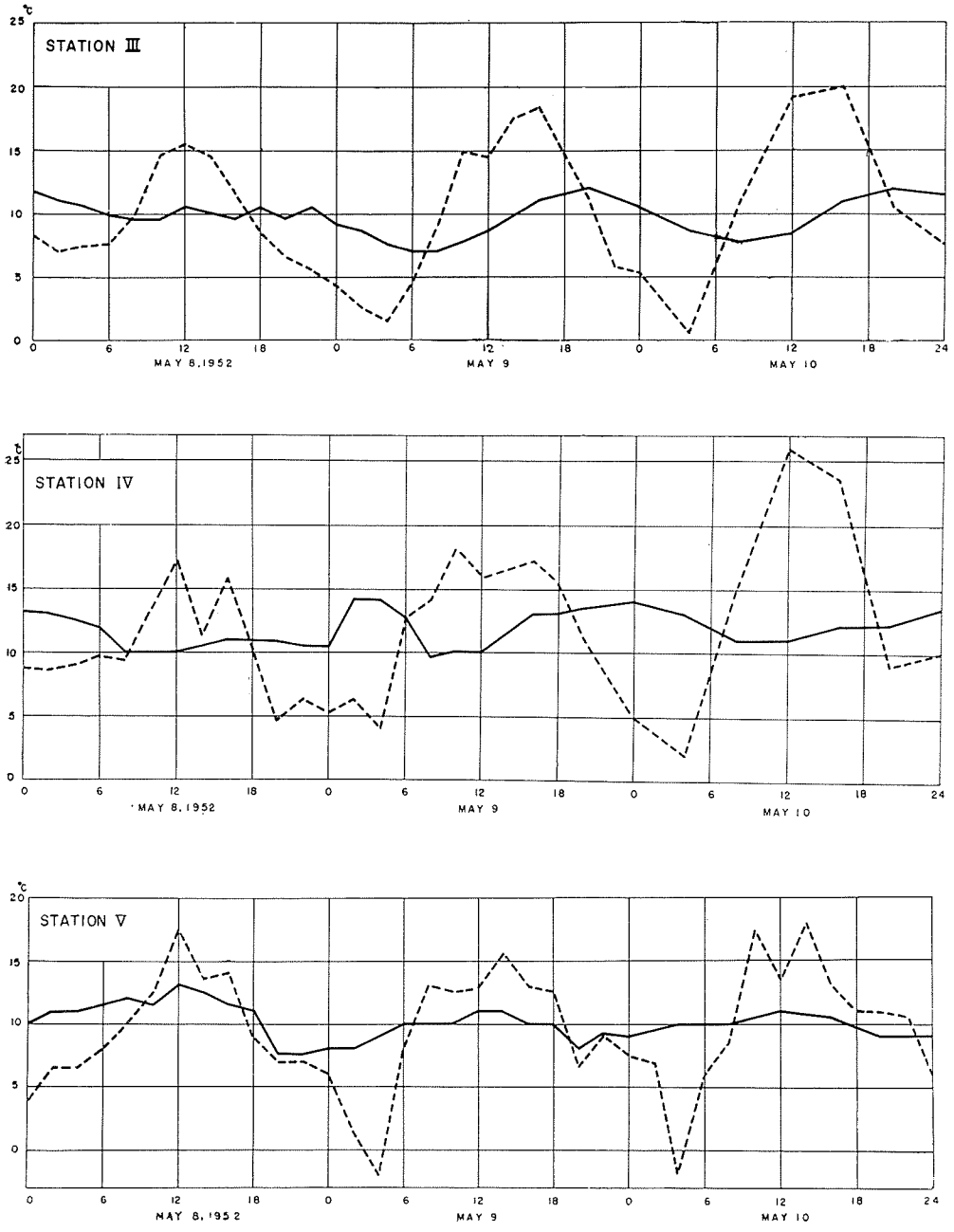


Fig. 5 (1) b

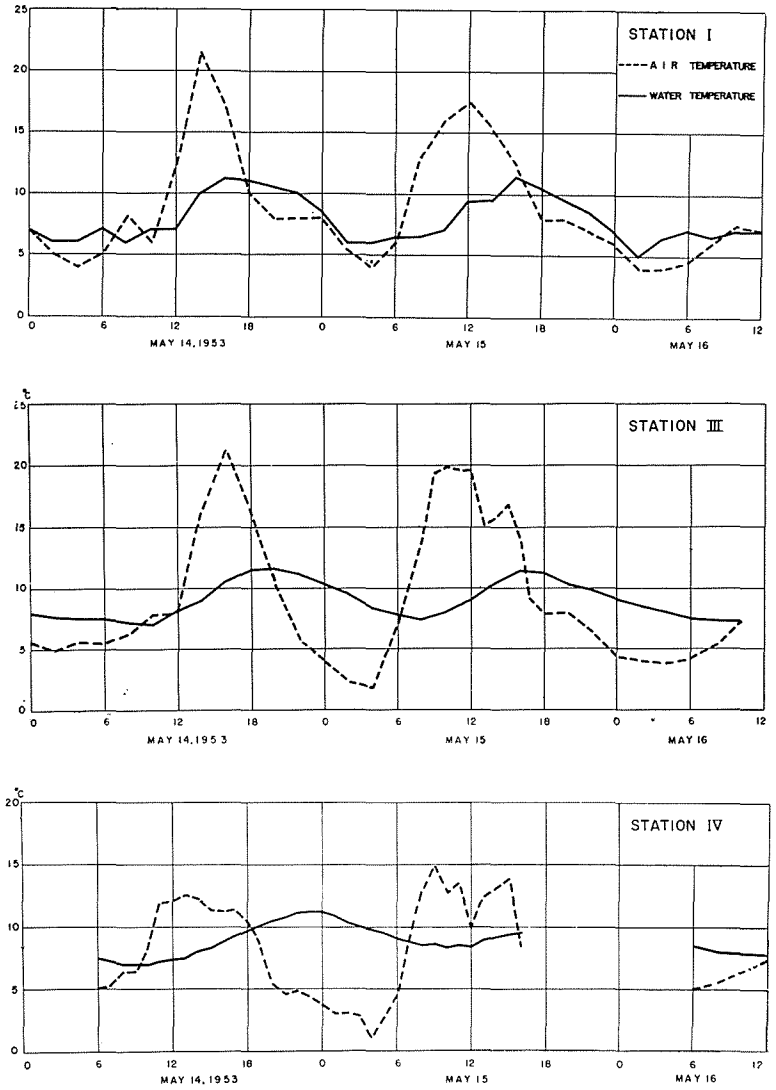


Fig. 5 (2)

1953年5月13日～5月16日の期間には，融雪の状況は前とほとんど同様であったが，観測期間前にかなりの降雨があり，また期間中にも降雨があって，多くの融雪水が流入したため水位は1952年にくらべて数10 cmないし1 m(最高時)も高く，また流速も早くて，流量曲線は5月15日午前を頂点として大きな山を示し，最高時には前年の2倍以上もの流量が観測された。このような流れの状況のもとで，水温がどのように変化するかをみるために，第2表の観測結果のうち水温および気温の日変化曲線を第5図に示す。また各期間中の1日の水温曲線をFourier 級数に展開して正弦関数であらわし，第2項までとると，各測点における水温は次のようにあらわされる。

(1) 1952年5月9日 0時～24時

測 点 I θ(°C)$=9.3+3.3\sin(\sigma t+186°58')$
$+0.3\sin(2\sigma t+30°0')$
$\sigma=15$ (deg/hr)

測 点 II $\theta=8.7+2.9\sin(\sigma t+184°37')$
$+0.1\sin(2\sigma t+246°48')$

測 点 III $\theta=9.4+2.5\sin(\sigma t+162°46')$
$+0.7\sin(2\sigma t+162°40')$

測 点 IV (5月8日，5月9日の平均値)
$\theta=11.7+1.4\sin(\sigma t+95°09')$
$+0.9\sin(2\sigma t+337°58')$

測 点 V $\theta=9.7+1.2\sin(\sigma t+269°54')$
$+0.4\sin(2\sigma t+57°41')$

(2) 1953年5月14日0時～24時

測 点 I $\theta=8.4+2.7\sin(\sigma t+178°59')$
$+0.5\sin(2\sigma t+265°11')$

測 点 III $\theta=9.1+2.4\sin(\sigma t+158°13')$
$+0.4\sin(2\sigma t+223°40')$

測 点 IV $\theta=9.1+1.9\sin(\sigma t+277°0')$
$+0.3\sin(2\sigma t+211°49')$

以上の結果から，(1)の測点IVにおけるような例外を除けば，水温変化は各測点とも近似的に第1項のみをとった正弦関数であらわされることが分る。また各測点における平均水温および第1項の振幅を比較してみると，第3表に示してあるように，3. および4. で述べた上流部の場合とは全く異なり，河水が流下するにつれて平均水温が上昇する現象はみられず，各測点ともほとんど一定の値を示しており，また振幅は上流部とは反対に，区間によりほとんど一定かあるいは減少の傾向を示している。また水温と気温の位相差は，河水の流下につれてだんだん大きくなっているのがみられる。第3表にはまた同じ日の平均気温をも示してあるが，3., 4. で仮定したとおり各測点によって大きな変化はなく，また振幅も第5図にみられるように各測点ともほとんど同じ変化を示している。水温日変化の振幅の減少については後に述べることとし，ここではとくに水温と気温の位相差について考察する。

第5図(1)によれば，1952年5月の観測における測点Iでは水温日変化と気温日変化の位相差は約2時間となっている。第3図によっても明らかなように，測点Iの上流で美生川および然別川が流入するまでは十勝川は割合単調であって，上流部の水温上昇の式が適用出来るものと思われる。事実測点Iにおける位相差は，十勝川上流部の河川状況からみて第1表に示し

Table 3.

(1) May 9, 1952

Station	Mean water temperature (°C)	Amplitude of water temperature (°C)	Mean air temperature (°C)
I	9.3	3.3	11.2
II	8.7	2.9	10.4
III	9.4	2.5	10.0
IV	11.7	1.4	13.6
V	9.7	1.2	8.7

(2) May 14, 1953

Station	Mean water temperature (°C)	Amplitude of water temperature (°C)	Mean air temperature (°C)
I	8.4	2.7	9.4
III	9.1	2.4	9.3
IV	9.1	1.9	7.6

た計算値から充分予想しうる値といえよう。しかし下流に行くにつれて，水温の位相のおくれがだんだん大きくなって，測点 II では水温と気温の位相差が約 4 時間となり，測点 III では約 6 時間となっている。さらに測点 IV の茂岩では約 8 時間となって，夜中の 24 時頃に最高水温が観測された。第 5 図(2)の 1953 年 5 月の観測結果も，(1)の場合と同様に，水温と気温の位相差は測点 I で約 2 時間，測点 III で約 6 時間，測点 IV で約 9 時間となっており，測点 IV における最高水温観測時は 23 時頃であった。

水温日変化と気温日変化の位相のずれがこのように大きくなることは，第 1 表の計算例からもわかるように，上流部においては全く考えられないことである。実際十勝川には，測点 I の附近で美生川，然別川，音更川，札内川などの支流が流入しているため，観測の行なわれた区間では水量が多くて水深も深く，流れの状況は，流量が少なく水深が浅い上流部とは全く異なったいわゆる中流部の様相を呈していたのであって，この観測結果からも河川の中流部における水温変化が，源流および上流部とは全く異なった機構によって生ずるものであることが分る。

6. 中流部の水温変化の機構

いま 2. の場合と同様に底面が単位面積で，高さが水深 h にひとしい水柱について考えるに河川の水量が増して水深 h が大きくなると，水柱の熱容量が大きくなるために，水柱の温度は外界から与えられる熱量によって左右されにくくなるものと思われる。従って前節で述べた十勝川における観測区間のように，水量が多く水深が深い中流部では，水温上昇の基礎方程式

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+v\frac{\partial\theta}{\partial x}=\frac{k}{c\rho h}(T-\theta)$$

の右辺を近似的に

$$\frac{k}{c\rho h}(T-\theta)\fallingdotseq 0$$

とおくことが出来よう。この場合には水温変化の方程式は簡単に次のようになる。

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+v\frac{\partial\theta}{\partial x}=0 \tag{9}$$

いま(3)式の場合と同様に，水温 θ が1日を周期とする正弦関数であらわされるものと仮定し，

$$\left.\begin{aligned}&\theta=\bar{\theta}+\Theta(x)\cdot e^{i\sigma t}\\&\sigma=\frac{2\pi}{24}\ (1/\mathrm{hr})\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

とおく。1., 2., 3. で述べた源流および上流部の場合には源流点を $x=0$ としたのであるが，(10)式の場合には幾つかの支流が集まって水量が増し，河川がいわゆる中流部の様相を呈しはじめる点を便宜上原点とする。河水がその点に到達するまでにはすでに源流および上流部を経て来たのであるから，原点における水温変化は，(7)式および(8)式で与えられる振幅および位相差をもっていることになる。原点における振幅を Θ_0，水温とみかけの気温の位相のずれを Ψ_0 とすれば，境界条件は

$$x=0:\quad \Theta(x)=\Theta_0 e^{-i\Psi_0}$$

まず日平均水温の変化をもとめると，3. の場合と同様に，方程式(9)より

$$\frac{d\bar{\theta}}{dx}=0$$

となるから

$$\bar{\theta}(x)=\mathrm{const.} \tag{11}$$

従って平均水温は測定の位置によらず一定の値をもつことになるが，これは第3表に示したように，十勝川における観測結果と一致している。

次に(10)式を方程式(9)に代入し，平均水温の式(11)を考慮すれば，$\Theta(x)$ に関する微分方程式

$$\frac{d\Theta(x)}{dx}+i\frac{\sigma}{v}\Theta(x)=0$$

がえられる。境界条件を用いて上の微分方程式を解けば，解は

$$\Theta(x)=\Theta_0 e^{-i\left(\frac{\sigma}{v}x+\Psi_0\right)}$$

となるから，実数部のみをとれば，結局 θ は次のようにあらわされる。

$$\theta=\bar{\theta}+\Theta_0\cos\sigma\left(t-\frac{x}{v}-\frac{\Psi_0}{\sigma}\right)$$

いままでは平均流速 v を常数として扱ったのであるが，方程式 (9) は v が測点によって異なる値をとるが，各測点では時間的に一定の場合，すなわち河川の流れが定常の場合にも全く同様の方法によって解くことが出来る。この場合には $v=v(x)$ となって，θ は

$$\theta=\bar{\theta}+\Theta_0\cos\sigma\left(t-\frac{\Psi_0}{\sigma}-\int_0^x\frac{dx}{v}\right) \tag{12}$$

によって与えられる。右辺の積分 $\int_0^x\frac{dx}{v}$ は，流速 $v(x)$ で移動する水塊が，距離 x を流下するに要する時間をあらわすものであり，また $\frac{\Psi_0}{\sigma}$ は $x=0$ における位相差を時間 (hr) であらわしたものである。また水温変化の振幅は，x に関係なく，$x=0$ における振幅 Θ_0 とひとしく一定となっている。(11) 式および (12) 式から明らかなように，河川の中流部では，平均水温および水温日変化の振幅は原点からの距離によらず一定であるが，位相は原点からの距離に関係し原点とある地点の水温日変化の位相のずれは，その間を水塊が流下するに要する時間にひとしい。従って一般に中流部の 2 測点 x_1，x_2 における水温日変化の位相をくらべると，x_2 では x_1

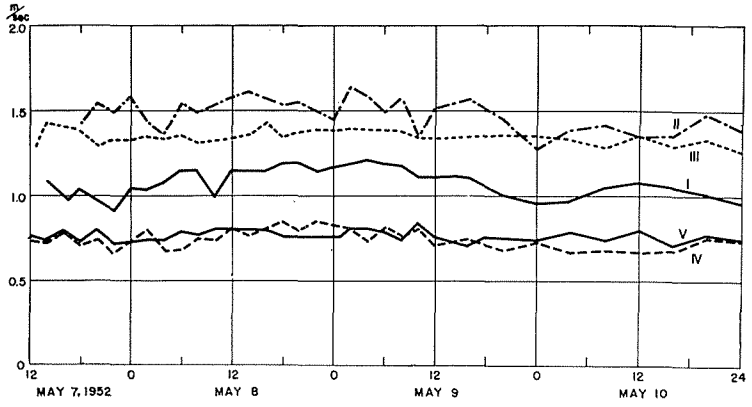


Fig. 6 (1)

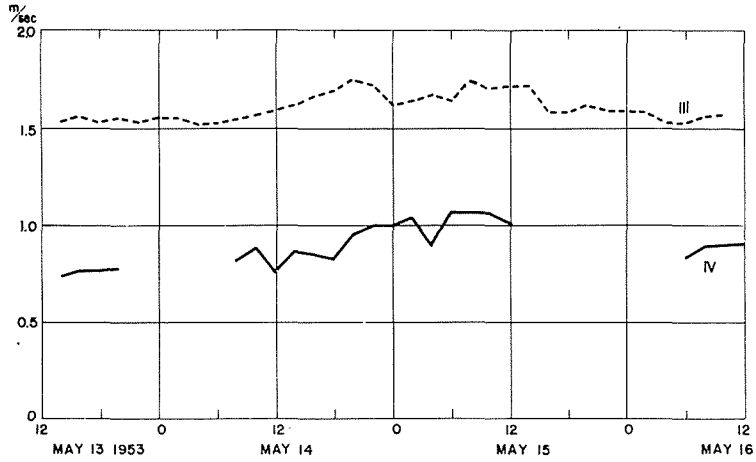


Fig. 6 (2)

(川上側) よりも，水塊が x_1 から x_2 まで流下するに要する時間 $\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{v}$ だけおくれていることになる。次に理論的にえられたこれらの結果を，十勝川における観測の結果と比較する。

まず，観測期間中の流れの状態をみるために，第6図に平均流速の時間的変化を示した。図によれば，1952年5月には平均流速は各測点とも時間的に多少変化しているが，大体定常とみられる状態であり，また1953年5月には流量曲線と同様流速曲線にも山があり，最大約 20 cm/sec の流速変化があるが，便宜上両期間とも全期間の流速の平均値をとり，流れが定常なるものとして取扱うことにする。各測点における水温日変化の位相の観測値と計算値との比較を第4表に示す。観測値は測点Ⅰで最高水温が観測されてから，各測点で最高水温が観測されるまでの時間であり，計算値は水塊が測点Ⅰから各測点まで流下するに要する時間を積分 $\int_0^x\frac{dx}{v}$ によって計算した値である。表によれば，1952年5月，1953年5月とも測点Ⅴを除いて実測値と計算値とはよく一致している。測点Ⅴ(1952年5月)で両者の間にかなり差があるのは，測点ⅣとⅤの間で，本流と同じ位の流量がある利別川が流入しており，水温変化がその影響をうけるためと思われる。表にはまた測点Ⅰから各測点までの距離，各測点における川幅，平均水深および平均流速をも示してある。測点Ⅴのあたりでは川幅が測点Ⅳの2倍近くに広がっており，流れの様相が測点Ⅳまでとは全く異なっていることが分る。

Table 4.

(1) May 7–10, 1952

Station	Distance (km)	Width of river (m)	Mean depth (m)	Mean velocity (m/sec)	Phase lag of water temperature (hr)	
					obs.	cal.
Ⅰ	0	57	1.8	1.07	0	0
Ⅱ	8.8	100	1.4	1.46	2.0	1.9
Ⅲ	19.0	103	1.6	1.35	4.0	3.9
Ⅳ	36.0	80	3.5	0.74	8.0	8.4
Ⅴ	48.5	185	2.1	0.77	20.0	13.0

(2) May 14–15, 1953

Station	Width of river (m)	Mean depth (m)	Mean velocity (m/sec)	Phase lag of water temperature (hr)	
				obs.	cal.
Ⅰ	93			0	
Ⅱ	122	2.1	1.56	4.0	0
Ⅳ	86	5.8	0.97	8.0	3.7

以上の結果から，中流部の水温変化について次のような結論がえられる。すなわち一つの河川において，幾つかの支流が集まって，水量が急に増加し，水深が深くなったいわゆる中流部では，流水の熱容量が大きいため，河水は外界の熱的影響をうけにくく，熱量はもっぱら水塊によって運ばれる。そのため中流部の水温日変化は，水量が少なく，水深が浅くて外界の熱

的影響をうけやすい源流あるいは上流部の水温変化とは全く異なり，平均水温および振幅の変化はなく，水温と気温の位相差は，河水の流下につれてますます大きくなるということが出来る。

7. 流下方向の乱流交換を考慮した水温上昇の方程式

いままでは流水の乱流交換を無視し，水塊が交り合うことなく移動すると考えた場合の河川の水温変化について述べた。しかし実際は河川の流れは乱流であって，水塊は複雑に交り合って流れているのであるから，水温変化も当然その影響をうけるものといわなければならない。とくに中流あるいは下流部では，6. で述べたように熱量はもっぱら流水によって運ばれ，しかも流下方向の乱流交換係数は大きな値をもつのであるから，その水温変化への影響はきわめて大きいものと思われる。しかしながら現在までのところ水温変化を河水の乱流交換を考慮して論じたものはまだみあたらないので，次に河水の流下方向(縦方向)の乱流交換を考慮した水温上昇の方程式をみちびき，さらにその解をもとめて，水温日変化におよぼす乱流の影響を明らかにする。まずはじめに乱流交換作用を考慮した上流部の水温変化について述べる。

いま流れの方向を x，平均流速を v とし，河水単位体積に含まれる平均熱量を Q とする。河水の温度が x 方向に異なっていると，乱流によってある点 x における熱量は Q を平均値として脈動的に変動し，Q' の差を生ずる。従って x 方向の速度変動を v' とすれば，乱流交換によって x に垂直な単位面積を，時間 T の間に x 方向に通過する熱量は，

$$\int_0^T (Q+Q')v'\,dt = Q\int_0^T v'\,dt + \int_0^T Q'v'\,dt = \int_0^T Q'v'\,dt$$

となる。故に単位時間毎に移動する熱量は，

$$\frac{1}{T}\int_0^T Q'v'\,dt = \overline{(Q'v')}.$$

Q' は乱流によって河水が交換混合することによって生ずるのであるが，混合過程のはじめから終りまでの平均距離の x 成分を l(混合長)とすれば，

$$Q' = l\frac{\partial Q}{\partial x}$$

とすることが出来るから，結局単位時間に単位面積を通り，x 方向に乱流交換作用によって運ばれる熱量は，

$$\overline{(Q'v')} = \overline{(Q'l)}\frac{\partial Q}{\partial x} = \eta\frac{\partial Q}{\partial x} \tag{13}$$

となる。この η を流下方向(縦方向)の乱流交換係数と称し，流れの状態によって非常に変化した値をとる[15,16]のであるが，一般にはある区間の平均値をとり，その区間内では一定として取扱われている。

いま水中に，x 方向の辺の長さが δx，それと直角な水平方向の辺の長さが単位長で，高さが水深 h にひとしい静止せる直方体を考え，その中の水柱の熱収支について考える。流れに直角な水平方向および鉛直方向には水温の差はないものと仮定すれば，水柱に与えられる熱量は次のようになる。まず両端面を通じ，外界(外気および河底)から単位時間に与えられる熱量は 2. の場合と同様に，

$$k(T-\theta)\delta x$$

ここに T はみかけの気温，θ は水温，k は河水と空気との熱交換係数である。次に流れに直角な面から，流れによって単位時間に運び込まれる熱量は，河水の比熱を c，密度を ρ とすれば，

$$c\rho h\, v\theta$$

運び去られる熱量は，

$$c\rho h\left(v\theta+\frac{\partial(v\theta)}{\partial x}\delta x\right)$$

となるから差引き

$$-c\rho h v\frac{\partial\theta}{\partial x}\delta x$$

の熱量が水柱に与えられることになる。また縦方向の乱流交換作用によっては，(13)式より単位時間に差引き

$$c\rho h\left[\left(-\eta\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)-\left\{\left(-\eta\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)+\frac{\partial\left(-\eta\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)}{\partial x}\delta x\right\}\right]=c\rho h\frac{\partial}{\partial x}\left(\eta\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)\delta x$$

の熱量が水柱に与えられることになる。これらの熱量の和が単位時間における水柱の温度上昇に要した熱量

$$c\rho h\frac{\partial\theta}{\partial t}\delta x$$

にひとしいから，結局次の熱収支方程式がえられる。

$$c\rho h\frac{\partial\theta}{\partial t}\delta x=k\left(T-\theta\right)\delta x-c\rho h v\frac{\partial\theta}{\partial x}\delta x+c\rho h\frac{\partial}{\partial x}\left(\eta\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)\delta x$$

$$\therefore\quad\frac{\partial\theta}{\partial t}+v\frac{\partial\theta}{\partial x}=\frac{k}{c\rho h}\left(T-\theta\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\eta\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)$$

η は一般に x の関数であるが，ある区間の平均値をとることとし，その区間内では常数と考えれば，水温上昇の基礎方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+v\frac{\partial\theta}{\partial x}=\frac{k}{c\rho h}\left(T-\theta\right)+\eta\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}\qquad(14)$$

方程式(14)を解くために，2. の場合と同様，水温 θ およびみかけの気温 T の日変化が，同周期

の正弦関数であらわされるものと仮定し，日平均水温 $\bar{\theta}$，振幅 Θ が x の関数であるとして，θ および T を次のようにあらわす。

$$\left.\begin{aligned}\theta&=\bar{\theta}(x)+\Theta(x)\cdot e^{i\sigma t}\\ T&=\overline{T}+Te^{i\sigma t}\\ \sigma&=\frac{2\pi}{24}\ (1/\mathrm{hr})\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

方程式(14)は線型であるから，Tが正弦関数であらわされないときは，2. でも述べたように，T を Fourier 級数に展開し，その各項について(15)式のようにおいて解をもとめると，θ はそれらの和によってあらわされる。

方程式(14)から平均水温上昇の微分方程式をもとめるには，両辺を t で積分し，1 周期 (1 日) についての平均をとれば，

$$\int_0^{24}\frac{\partial\theta}{\partial t}\,dt=0$$

であるから，

$$v\frac{d\bar{\theta}}{dx}=\frac{k}{c\rho h}\left(\overline{T}-\bar{\theta}\right)+\eta\frac{d^2\bar{\theta}}{dx^2}\tag{16}$$

となる。源流点の平均水温を θ_0 とし，

境界条件　　$x=0:\ \bar{\theta}=\theta_0$

として方程式(16)を解けば，$\bar{\theta}$ と $\overline{T}$ との関係は，

$$\left.\begin{aligned}\overline{T}-\bar{\theta}&=(\overline{T}-\theta_0)e^{\left\{\frac{v}{2\eta}-\sqrt{\left(\frac{v}{2\eta}\right)^2+\frac{K}{\eta}}\right\}x}\\ K&=\frac{k}{c\rho h}\end{aligned}\right\}\tag{17}$$

によって与えられる。

次に上流部における水温日変化の振幅および位相差をあらわす式をみちびく。2. で述べた源流および上流部の場合と同様に，源流点で水温の振幅が非常に小さいと仮定すれば，

境界条件は　　$x=0:\ \Theta(x)=0$

(15)式を方程式(14)に代入し，(16)式の関係を考慮して式を簡単にすれば，次の $\Theta(x)$ に関する微分方程式がえられる。

$$\frac{d^2\Theta}{dx^2}-\frac{v}{\eta}\frac{d\Theta}{dx}-\frac{K+i\sigma}{\eta}\Theta=-\frac{KT}{\eta}$$

境界条件を満足する解をもとめ，実数部のみとれば，θ は次の式によってあらわされる。(この解をもとめる過程は附録(1)に示してある)

$$\theta=\bar{\theta}+T\cos\varphi\cdot\cos(\sigma t-\varphi)$$

$$-T\cdot\cos\varphi\cdot e^{\left\{\frac{v}{2\eta}-\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)^2+\sigma^2}+\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)}{2\eta}}\right\}x}$$

$$\times\cos\left\{\sigma t-\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)^2+\sigma^2}-\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)}{2\eta}}\,x-\varphi\right\} \tag{18}$$

ここに

$$\varphi=\cos^{-1}\frac{K}{\sqrt{K^2+\sigma^2}}$$

$$K=\frac{k}{c\rho h}$$

さらに(18)式を

$$\theta-\bar{\theta}=X(x)\cdot\cos\{\sigma t-\Psi(x)\} \tag{19}$$

とおいて振幅 X および T と θ の位相差 Ψ を計算すれば,

$$X=T\cos\varphi\sqrt{\{\cos\varphi-e^{P\cdot x}\cdot\cos(Q\cdot x+\varphi)\}^2+\{\sin\varphi-e^{P\cdot x}\cdot\sin(Q\cdot x+\varphi)\}^2} \tag{20}$$

$$\Psi=\tan^{-1}\frac{\sin\varphi-e^{P\cdot x}\cdot\sin(Q\cdot x+\varphi)}{\cos\varphi-e^{P\cdot x}\cdot\cos(Q\cdot x+\varphi)} \tag{21}$$

ここに

$$\begin{cases}P=\dfrac{v}{2\eta}-\sqrt{\dfrac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)^2+\sigma^2}+\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)}{2\eta}}\\[2ex] Q=\sqrt{\dfrac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)^2+\sigma^2}-\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)}{2\eta}}\end{cases}$$

となる。源流点から遠く離れた地点では,(18)式において $x\to\infty$ とすれば,

$$\theta=\bar{\theta}+T\cos\varphi\cdot\cos(\sigma t-\varphi)$$

となって,乱流交換を考慮しない上流部の水温変化の場合と同一の式をうる。従って流量が少なくて外界の熱的影響をうける場合は,乱流による交換作用を考慮した場合も,考慮しない場合も $x\to\infty$ においては結局同一の水温変化となるが,ただその過程において乱流交換作用の影響があらわれるということが出来る。

いま一例として v, h, k, η に 8. で述べる江丹別川における観測の結果えられた値を入れて,(20)式および(21)式から X と Ψ とを計算する。(20)式,(21)式において

$$c=1.0\,(\mathrm{cal/g\cdot ^\circ C})$$

$$\rho=1.0\,(\mathrm{g/cm^3})$$

$$\sigma=\frac{2\pi}{24\times60\times60}\ (1/\mathrm{sec})$$

$$k=0.78\times10^{-3}\,(\mathrm{cal/cm^2\cdot sec\cdot ^\circ C})$$

$$v=30\,(\mathrm{cm/sec})$$

$h=20$ (cm)

$\eta=6.5\times10^5$ (C.G.S.)

として源流点 ($x=0$) から 2 km, 4 km, 6 km, 8 km および 10 kmの地点における水温の振幅 X と, 水温とみかけの気温の位相差 Ψ とを計算すれば, 第 5 表 (2) のような結果がえられる。

Table 5.

Distance from the source (km)	$\frac{X}{T}$		$\frac{\Psi}{\sigma}$ (hr)	
	(1)	(2)	(1)	(2)
2	0.23	0.22	0.9	1.0
4	0.40	0.38	1.7	1.7
6	0.51	0.48	2.4	2.4
8	0.56	0.54	3.0	3.0
10	0.58	0.57	3.5	3.5

表には X とみかけの気温の振幅 T の比 X/T, および Ψ を時間 (hr) であらわした値 Ψ/σ が示してある。また第 5 表 (1) は, 上と同じ c, ρ, v, h, k の値を用い, 乱流交換を考慮しない場合の振幅と位相差を, (7) 式および (8) 式から計算した結果である。第 5 表の (1) と (2) とを比較すれば, 上に与えられたような状況においては, 乱流が水温変化におよぼす影響はきわめて少なく, 振幅は乱流を考慮しない場合にくらべてやや減少しているが, 位相差への影響は全くみられない。また平均水温についても, (17) 式と (5) 式に上に与えられた数値を代入すれば,

$$e^{\frac{v}{2\eta}-\sqrt{\left(\frac{v}{2\eta}\right)^2+\frac{K}{\eta}}} \fallingdotseq e^{-\frac{k}{c\rho vh}}$$

となるから, 乱流の影響はあらわれないことが分る。次に如何なる場合に河水の乱流交換の影響が水温日変化にあらわれるかについて考察する。

(18) 式において

$$\frac{v^2}{4\eta}+K \gg \sigma$$

なるときは,

$$\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)^2+\sigma^2}+\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)}{2\eta}} \fallingdotseq \sqrt{\left(\frac{v}{2\eta}\right)^2+\frac{K}{\eta}}$$

$$\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)^2+\sigma^2}-\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)}{2\eta}} \fallingdotseq \frac{\sigma}{\sqrt{v^2+4\eta K}}$$

となるから, (18) 式は次のように書き直される。

$$\theta=\bar{\theta}+T\cdot\cos\varphi\cdot\cos(\sigma t-\varphi)$$
$$-T\cdot\cos\varphi\cdot e^{\left\{\frac{v}{2\eta}-\sqrt{\left(\frac{v}{2\eta}\right)^2+\frac{K}{\eta}}\right\}x}\cdot\cos\left\{\sigma t-\frac{\sigma}{\sqrt{v^2+4\eta K}}x-\varphi\right\}$$

上の式において，さらに $\frac{v^2}{4\eta}\gg K$ なるときは，

$$\frac{v}{2\eta}-\sqrt{\left(\frac{v}{2\eta}\right)^2+\frac{K}{\eta}}\fallingdotseq-\frac{K}{v}$$
$$\sqrt{v^2+4\eta K}\fallingdotseq v$$

となるから，θ は結局次のように，乱流交換作用を考慮しない場合の式(5)と同じ形であらわされる。

$$\theta=\bar{\theta}+T\cdot\cos\varphi\cdot\cos(\sigma t-\varphi)$$
$$-T\cdot\cos\varphi\cdot e^{-\frac{K}{v}x}\cdot\cos\left\{\sigma\left(t-\frac{x}{v}\right)-\varphi\right\}$$

また上の条件が満足されるときは，平均水温をあらわす式(17)は(5)式と同じ形になる。一般に河川の上流部においては，$K\fallingdotseq\sigma$ あるいは $K<\sigma$ となるものと思われるので，$\frac{v^2}{4\eta}+K\gg\sigma$ なる条件が成立するときには当然 $\frac{v^2}{4\eta}\gg K$ の関係も成立し，水温変化は(5)式によってあらわされることになる。従って逆に，乱流交換作用の影響が，水温日変化にあらわれはじめるのは $\frac{v^2}{4\eta}+K\fallingdotseq\sigma$ の場合であるということが出来る。

上に述べた例(第5表)の場合には，

$$\frac{v^2}{4\eta}=35\times10^{-5}\ \text{(C.G.S.)}$$
$$K=3.9\times10^{-5}\ \text{(C.G.S.)}$$
$$\sigma=7.3\times10^{-5}\ \text{(C.G.S.)}$$

であるから

$$\frac{v^2}{4\eta}+K\fallingdotseq5.3\,\sigma$$

となり，乱流交換作用の影響がほとんどあらわれないことが予想される。

8. 江丹別川における観測

河川の上流部における水温日変化についての考察は2., 3., 4. で行なったのであるが，実際の河川において，水温観測と同時に，気象要素と流況の観測を併せ行ない，それらの状況と水温変化との関係について論じた例はきわめて少なく，とくに縦方向の乱流交換係数を算出するための観測をも同時に行なって，流れの乱流交換作用が水温日変化におよぼす影響について考察した例はいままでのところみあたらない。流れの状況と水温変化との関係を論ずるには，観測の対象となる河川が，支流の流入や，ダムなどの構造物がない自然のままの河川であって

その上比較的一様な川幅をもち，また観測の時期が，雨期前でしかも水田用水として河水を使用する期間外であることが必要である。

筆者はこのような諸条件を考慮の上，江丹別川を対称にえらび，1960年8月25日，26日の両日，水温，気象および流水の乱流交換を含めた流れの状況の観測を同時に行ない，熱交換係数および乱流交換係数をもとめて，水温を熱学的ならびに流体力学的に論ずる基礎資料をうることが出来た。

江丹別川は旭川市西北方の山間部に源を発し，上江丹別附近で支流と合して，山間のせまい平地を南に流下し，石狩川，忠別川の合流点からさらに約4km下った地点で石狩川に流入している全長約23kmの小さな河川で，上江丹別の合流点から石狩川への流入点まで約15.5kmの間は，流れの状態に変化を与えると思われる程の支流もなく，また川幅も大体一様であって，流水と水温の観測を行なうには好適であった。観測地点は第7図に示すように，上江丹別合流点から石狩川への流入点までの間の4地点で，何れの地点にも橋があり，流心部の流速および水温測定には好都合であった。各測点間の距離は，

測点 I ～測点 II 間　5.1 km

測点 II ～測点 III 間　4.2 km

測点 III～測点 IV 間　2.6 km

である。

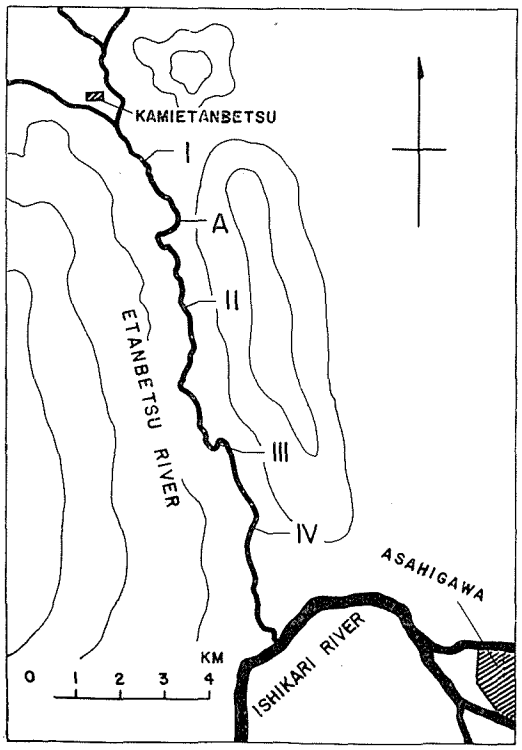


Fig. 7

観測期間は，1960年8月25日12時から8月26日16時までで，各測点で水温(毎時)気温，湿度，風向，風速および水位，流速(各2時間毎)を昼夜連続観測した。とくに測点IIIでは後に述べるように日射量，川底の温度など気象要素をさらに詳細に測定した。観測期間は丁度渇水期にあたり，流量は平水時よりも減少していた。次に項目別に測定の方法について述べる。

i) 水温　水温は川の中央部の表面水をくみとり，棒状温度計で測定した。また測点IIIではサーミスタ温度計で直接測定したのであるが，何れも0.1℃まで正確によみ取った。

ii) 気温および湿度　各測点ともアスマン通風乾湿計により，川の中央部で水面上3cm，1mおよび橋上(2.5～3m)の3点で気温および湿度を測定した。温度目盛は通風後3分，5分の2回よみ，その平均値を使用した。また測点IIIでは川岸に高さ6mのポールを立て，地上

20 cm, 50 cm, 110 cm, 280 cm および 6 m の 5 点でサーミスタにより気温を測定し，また小型ロビンソン風速計によって風速を測定した。

iii) 風速　ビラム風速計により橋上で 2 時間毎に測定した。その他天候，雲型，雲量，風向などを随時観測した。

iv) 水位　各地点とも量水標を立て 2 時間毎に水位を測定した。絶対的な水位は分らないが，流量計算にはこれで十分である。

v) 流速　プライスの流速計により橋上から測定した。川の流心附近に代表点を定め，2 時間毎に同一点で測定したのであるが，流量を出すためには断面平均流速をもとめなければならない。そのために十勝川における観測の場合と同様，連続観測期間中各測点で一回川幅 1 m 毎に，水深および流速(1 点ないし 2 点)を測定して断面積および断面平均流速をもとめ，各時刻の断面積は水位の差から，また断面平均流速は，断面平均流速と代表点流速の比 κ が常に一定であると仮定して，代表点流速から計算した。各時刻の流量は断面積と断面平均流速との積によってもとめることが出来る。

以上に直接測定しうる諸量の測定方法について述べたのであるが，次に流れの乱流交換係数をもとめる方法について述べる。

vi) 乱流交換係数の算出法　河川の鉛直方向の乱流交換係数に関しては，すでに多くの理論的考察がなされ，また多くの観測も行なわれているのであるが，縦方向の乱流交換係数に関しては，実測が困難であって，観測例も少ない。筆者は，ある地点で粗塩を投入し，下流で河水の電気抵抗を連続的に測定して，塩分濃度の分布からその区間の乱流交換係数をもとめる方法[17] (塩分法) によって，

(1) 測点 I ～A 地点間 (1.8 km)

(2) 測点 II ～測点 II の下流 66 m の地点間

(3) 測点 III ～測点 IV 間 (2.6 km)

の乱流交換係数をもとめた。

まず 50～70 kg の粗塩を完全に水に溶かして一時に川の中央部に注ぎ，下流では塩分の到達によって刻々に変化する河水の電気抵抗を測定する。電気抵抗の測定には縦横 4 cm の白金板を間隔 5 cm に向い合わせ，向い合った面のみが水に接するように絶縁体に固定したものを水中に沈め，極板間の電気抵抗を Kohlrausch bridge でよみとった。あらかじめ粗塩の濃度 (g/ℓ) と極板間の電気抵抗との関係を各温度について測定しておけば，抵抗と同時に水温をも測定することにより，その時刻の塩分濃度をしることが出来る。しかし一般に河水そのものもある抵抗値をもっているので，塩分到達前の河水の電気抵抗 R を測定しておく。R に対するみかけの塩分濃度を C，塩分到達後ある時刻の抵抗変化を $-\Delta R$ とすれば，その時刻の塩分濃度変化量，すなわち到達した塩分量 ΔC は，

$$\frac{\Delta C}{C} \fallingdotseq -\frac{\Delta R}{R}$$

の関係によってもとめることが出来る。

いま投入粗塩量を S, 河川の平均断面積を a, 平均流速を v, 投入点から塩分測定点までの距離を x_0 とすれば, 塩分測定点における最大塩分濃度変化量 C_0, および粗塩投入時から最大塩分変化観測時までの時間 t_0 はそれぞれ次の式によって与えられる。

$$C_0=\frac{S}{ax_0}\frac{1}{4\pi\alpha(\sqrt{\alpha^2+1}\,\alpha-)}\cdot\exp\left(-\frac{\sqrt{\alpha^2+1}-1}{2\alpha}\right) \tag{22}$$

$$t_0=\frac{x_0}{v}\left(\sqrt{\alpha^2+1}-\alpha\right) \tag{23}$$

$$\alpha=\frac{\eta^*}{vx_0}$$

ここに η^* は塩分に関する縦方向の乱流交換係数であるが, 同一の流水については熱量に関する乱流交換係数 η と η^* とは同じ値をもつものとして取扱う。 なお(22)式および(23)式をみちびく過程は附録(2)に示してある。

塩分観測時の流量を q とすれば, $q=av$ であるから, (22)式および(23)式より次の関係式をうる。

$$\frac{C_0\cdot t_0\cdot q}{S}=\sqrt{\frac{\sqrt{\alpha^2+1}-\alpha}{4\pi\alpha}}\cdot\exp\left(-\frac{\sqrt{\alpha^2+1}-1}{2\alpha}\right) \tag{24}$$

ここに

$$\alpha=\frac{\eta}{vx_0}.$$

C_0, t_0, q, S はいずれも測定しうる量であるから(24)式の左辺は測定によってもとめうる量で

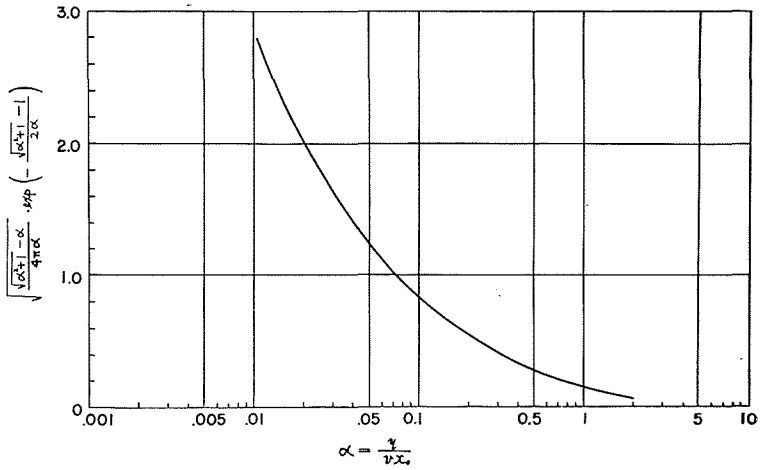


Fig. 8

ある。従って第8図に示したように，α の値を任意に与えて(24)式の右辺を数値計算しておけば，測定によってえた $\frac{C_0 \cdot t_0 \cdot q}{S}$ の値に対応する α をもとめることが出来る。さらにその α を(22)式，(23)式に代入すれば，C_0, S, x_0 および t_0 は既知であるから，平均流速 v，平均断面積 a がえられ，また $\alpha=\frac{\eta}{vx_0}$ なる関係より η をもとめることが出来る。このようにして乱流交換係数および平均流速，平均断面積をもとめたのであるが，その結果については後に述べることにする。

江丹別川の各測点における河川状況の観測結果を第6表に，水温および水面上1mの点における気温の観測値を第7表に示してある。第6表から明らかなように，観測期間中は渇水期であったため，流量はわずか 0.3 m^3/sec ほどできわめて少なく，各測点では 30 cm/sec 位の流速があったが，測点間には所々によどみがみられ，その部分は深くて，水深1mほどの所もあり，流速はほとんど0に近かった。また期間中の気象状況は，8月25日の15時頃までは日が照って微風が吹いていたが，夕方から夜にかけて次第に雲が厚くなり，湿度は高く，時々雨がパラつくこともあった。また夜間はほとんど無風状態で，ロビンソン風速計はほとんど廻転しなかった。8月26日朝にはうす日が射していたが，9時から9時半頃までにわか雨があり，その後は気象状況が一変して，急に日が照りはじめて気温は急激に上昇し，また風速 1.5 m/sec ほどの風が吹きはじめた。このにわか雨によって各測点とも流量が増し，流速も早くなったので期間中の流れが定常であったとはいえないが，後の計算では v として全期間の平均流速を用い流れが定常なるものとして取扱った。

上に述べたような各測点における測定以外に，とくに測点 III では外界から河水に与えられる熱量をもとめるための測定をも行なったので，次にその方法および結果について述べ，さらに交換熱量をもとめる一方法を示すことにする。

9. 外界と河水との熱交換

河川の水温がどのような日変化を示すかは，外界から河水に与えらる熱量と，河川自身の流れの状況によって定まるものであることは，いままで述べたところによっても明らかであるが，ここでは外界と河水との熱交換について論ずることにする。

河川の水温を熱学的に取扱ったものとしては，1. で述べたような研究があり，その他水面あるいは地面に接した気層内の微気象や，水面からの蒸発，大気輻射などを独立に取扱った研究は実に多い。このように多くの研究が行なわれているにもかかわらず，外界と河水の熱交換という現象そのものが複雑であるため，まだ確定した交換熱量の算出法がえられていない状態である。筆者は江丹別川の測点 III でえた観測値から交換量を算出し，河水と空気との熱交換係数をもとめたので，次にその方法および結果について述べる。

2. で簡単に述べたように，熱交換の機構としては日射，有効輻射，河床との熱交換，水面附近の空気との熱交換，蒸発などが考えられる。

Table 6.

(1) Station I

Date	Time	Mean velocity (m/sec)	Mean depth (m)	Discharge (m^3/sec)
1960 August 25	h 12	0.26	0.13	0.20
	14	0.24	0.13	0.19
	16	0.25	0.13	0.18
	18	0.25	0.13	0.19
	20	0.25	0.13	0.18
	22	0.25	0.13	0.18
	24	0.26	0.13	0.20
August 26	2	0.26	0.13	0.20
	4	0.27	0.13	0.20
	6	0.30	0.13	0.22
	8	0.28	0.13	0.21
	10	0.38	0.14	0.33
	12	0.38	0.14	0.34
	14	0.42	0.15	0.41
	16	0.43	0.15	0.41

Table 6.

(2) Station II

Date	Time	Mean velocity (m/sec)	Mean depth (m)	Discharge (m^3/sec)
1960 August 25	h 12	—	0.12	—
	14	—	0.12	—
	16	—	0.12	—
	18	0.45	0.12	0.31
	20	0.47	0.12	0.32
	22	0.46	0.12	0.30
	24	0.46	0.12	0.32
August 26	2	0.46	0.12	0.31
	4	0.46	0.12	0.31
	6	0.43	0.12	0.29
	8	0.41	0.12	0.28
	10	0.54	0.14	0.43
	12	0.58	0.15	0.52
	14	0.64	0.15	0.57
	16	0.62	0.15	0.57

Table 6.

(3) Station III

Date	Time	Mean velocity (m/sec)	Mean depth (m)	Discharge (m^3/sec)
1960 August 25	h 12			
	14	0.34	0.15	0.31
	16	0.30	0.15	0.27
	18	0.34	0.15	0.31
	20	0.33	0.15	0.30
	22	0.30	0.15	0.27
	24	0.34	0.15	0.31
August 26	2	0.34	0.15	0.31
	4	0.32	0.15	0.29
	6	0.34	0.15	0.31
	8	0.32	0.15	0.29
	10	0.32	0.15	0.30
	12	0.29	0.16	0.30
	14	0.34	0.17	0.37
	16	0.35	0.17	0.38

Table 6.

(4) Station IV

Date	Time	Mean velocity (m/sec)	Mean depth (m)	Discharge (m^3/sec)
1960 August 25	h 12	0.32	0.21	0.41
	14	0.25	0.21	0.32
	16	0.24	0.20	0.29
	18	0.25	0.21	0.32
	20	0.26	0.20	0.31
	22	0.25	0.20	0.31
	24	0.26	0.20	0.31
August 26	2	0.26	0.21	0.33
	4	0.27	0.21	0.34
	6	0.25	0.21	0.32
	8	0.26	0.20	0.31
	10	0.27	0.21	0.37
	12	0.28	0.22	0.43
	14	0.27	0.22	0.43
	16	0.27	—	—

Table 7.

Date	Time	Weather	St. I		St. II		St. III		St. IV	
			W.T.	A.T.	W.T.	A.T.	W.T.	A.T.	W.T.	A.T.
1960	h		(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)
August 25	12	F	24.9	28.5	23.5	28.8	23.5	27.4	24.2	27.6
	13		25.8		24.3		—		—	27.7
	14	F	25.8	28.6	24.7	23.4	23.9	28.4	25.9	28.8
	15		25.4		24.7		24.0		—	27.7
	16	C	25.0	26.7	24.8	26.7	23.9	26.9	25.9	26.6
	17		24.4		24.5		23.8		25.7	23.9
	18	C	23.8	22.1	24.1	22.2	23.4	22.1	25.0	23.5
	19		23.4		23.3		23.1		24.1	21.5
	20	C (L.R.)	23.0	21.6	23.3	20.0	23.0	21.2	23.6	21.4
	21		22.6		23.1		22.8		23.1	21.3
	22	C (L.R.)	22.2	21.0	22.7	21.2	22.7	20.9	22.7	20.7
	23		—		20.1		22.6		22.0	20.8
	24	C	21.5	20.4	22.3	20.2	22.5	21.0	22.0	20.6
August 26	1		—		21.9		22.3		21.9	20.6
	2	C	21.1	19.9	21.9	19.5	22.2	20.4	20.6	19.4
	3		—		22.0		22.1		20.9	19.5
	4	C	20.8	20.0	22.1	19.6	21.9	20.3	21.5	19.8
	5		20.5		21.6		21.9		21.3	19.8
	6	C	20.6	21.3	21.4	19.8	21.8	20.5	21.3	20.3
	7	C	20.6		21.2		21.9		21.3	21.2
	8	R	20.6	20.7	21.3	21.2	21.8	21.3	21.3	21.1
	9	R	20.6		21.3		21.8		21.4	21.1
	10	C	21.0	22.4	21.3	22.1	21.8	22.8	21.7	22.8
	11	F	22.3		21.7		22.6		22.7	25.4
	12	F	22.9	24.7	22.5	23.7	23.0	25.4	23.8	25.2
	13	C	23.3		22.5		23.2		24.7	25.5
	14	F	24.1	26.3	23.3	24.8	23.5	25.4	25.1	24.9
	15	F	24.1		23.4		23.6		25.1	24.4
	16	F	23.7	24.7	23.8	23.1	23.5	23.6	24.9	25.4

i) 日　　射

太陽の直射光および散乱光からなる短波輻射は水温上昇にもつとも大きな影響を与えるものと思われる。日射量を測定するために，測点 III の川岸から約 10 m 離れた所にロビッチ日射量計を設置し，水平面日射量を自記記録させた。水面に到達した日射のうち一部は水面で反射され，残りが水中に進入して川水に熱量を与え，水温を上昇せしめるのであるが，さらにその一部は川水に吸収されずに川底に到達し，川底で反射されてまた水中にもどるものと，川底に吸収されるものとに分れ，水中に反射されたものはまた水に吸収されるというような過程をくり返すものとおもわれる。それらの量を計算によってもとめることは不可能であるが，水中に入ってからは，水深 10 cm で 45%，50 cm の間に 60% と比較的早く吸収されることがしられており[18,19]，また測点 III のように底が礫から成っている場合には，底に吸収される量は少なく大部分が底から再反射されて水に吸収されるものとおもわれるので，水中に進入した日射はすべて川水に吸収されるものとした。水面での反射量は太陽の高度によって異なり，太陽高度と反射率との関係は，静水面の場合には Fresnel の式で与えられる。しかし水面が波立っている場合には，反射率は多少大きくなるものとおもわれるので，ここでは Burt[20] (1954) が実験的にえた値を用い，各時刻の太陽高度を考慮の上，7 時および 16 時に反射率 10%，8 時および 15 時に 8% とし，8 時から 15 時までは一率に 5%，16 時から翌日の 7 時までは日射があっても全部反射されるものとして計算した。自記記録からよみとった各時刻の日射量のうち反射される分を除いた残り，すなわち河水に吸収された熱量を第 10 表 (1) に示してある。

ii) 有効輻射

有効輻射によって水面から奪われる熱量は，河水から大気中への長波輻射と，逆に大気および雲から河水に与えられる長波輻射の差であって，その量を理論的に計算することは困難なので，普通行なわれているように，実験的にもとめられた式によって計算した。有効輻射量に関しては，多くの実験式が出されているのであるが，ここでは Brunt の式[21]を用いた。雲が全くない場合に，水面から奪われる熱量を R_0 とすれば，R_0 は

$$R_0=\sigma T^4(1-a-b\sqrt{e})$$

によってあらわされる。ここに σ は Stefan-Boltzmann 常数，T は河水の温度を絶対温度であらわしたもの，e は水面附近の水蒸気圧 (mb) である。ここでは e として水面上 3 cm および 1 m における水蒸気圧の平均値を用いた。また a および b としては山本の常数[22] $a=0.51$, $b=0.066$ を使用した。上空に雲がある場合には，水面からの放熱量 R は，雲がない場合の放熱量 R_0 よりも少なくなるのであって，Ångström によれば R は

$$R=R_0(1-\kappa n)$$

であらわされる。ここに n は雲量 ($\times$ 1/10)，κ は第 8 表に示したように，雲の高さによって異なる値をとる係数である。

Table 8.

Cloud height (km)	1–2	3	7
κ	0.86	0.75	0.20

観測期間中の雲量および雲型は第9表に示してあるが，8月26日の午後を除いておおむね雲が低かったので $\kappa=0.86$ を使用した。有効輻射量の計算値は第10表(1)に示してあるが，夜間は全天雲におおわれ，水蒸気量も多くて，放熱量はわずかであった。

iii) 川底への熱伝達

川水と接触している川岸および川底の温度が水温と異なる場合には，当然川水との間に熱交換が行なわれる。一般に水深が浅い河川では，川底の温度日変化は水温日変化と位相がずれており，川水の温度が川底の温度よりも高いときは川底に熱を与え，夜間川水の温度が下ると逆に川底から熱が与えられて，1日の平均をとれば，熱の出入は大体相償うと考えられるが底が礫から成っていて漏水が多い場合には，漏水によって運び去られる熱量は川水と川底との接触面を通じ，熱伝導によって交換される熱量にくらべはるかに多いものと思われる。このように川底を通じての熱伝達は，非常に複雑なものであって，その量をつかむことは容易ではないが，筆者は次に述べるような方法によって川底の温度を実測し，計算によって交換熱量をもとめた。温度計を川底に入れるために，長い鉄管を使用すれば，中に水が入ったり，鉄管の熱伝導のために正確な値がえられないので，第9図に示すような長さ 14.7 cm，径 1.3 cm の弾丸型の容器をつくり，中に細い穴をあけてサーミスタを入れ，キャプタイヤコードを連結して中に水が入らないように密閉した。これを川底の礫の中に差し込んで，2時間毎にサーミスタ温度計で温度を測定した。底が礫であったため，深く差し込むことが出来ず，サーミスタの部分の水底面からの深さは 17 cm であった。温度の実測値は水温観測値とともに第14図(3)に示してあるが，図から分るように川底の温度は，測定期間中常に水温より低かった。これは漏水によって熱が奪い去られるためであろうとおもわれる。川底の表面の温度が水温と同じであるとすれば，川底の表面および深度 17 cm における温度日変化が分ることになるから，両者の振幅の比および位相のおくれから Ångström の方法によって，みかけの温度伝導率をもとめることが出来る。すなわち一般に表面の温度日変化の振幅を A，深さ h における振幅を B とし，後者の前者に対する位相のおくれを ε とすれば，温度伝導率 κ は

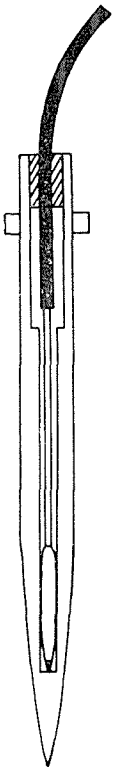


Fig. 9.

$$\kappa=\frac{\pi h^2}{T\left(\log\frac{A}{B}\right)^2} \quad \text{または，} \quad \kappa=\frac{\pi h^2}{T\varepsilon^2}$$

ここに周期：$T=24$ (hr)

によって与えられる。第14図(3)からも分るように，この観測結果では位相のおくれがはっきりしないので，振幅の比から κ をもとめた。上の式において，$h=17$ (cm)，$T=24\times60\times60$ (sec)，$A=1.1$ (℃)，$B=0.35$ (℃) であるから $\kappa=0.80\times10^{-2}$ (cm²/sec) をうる。さらに底質の比熱を c，密度を ρ とすれば，熱伝導率 K は，$K=c\rho\kappa$ によって与えられるのであるが，この場合は底質が礫と水との混合物とみられるので，礫は十分水をすい込んでおり，またすき間も水で満たされているとして計算により，$c=0.32$ (cal/g·℃)，$\rho=2.1$ (g/cm³) をえた。従って熱伝導率は，$K=0.54\times10^{-2}$ (cal/cm·sec·℃) となる。ある時刻における水温を θ (℃)，川底の温度を θ_b (℃) とすれば，単位時間に川底の単位面積を通して奪い去られる熱量は，$\frac{K}{h}(\theta-\theta_b)$ (cal/cm²·sec) となる。観測期間中2時間毎の川底への伝達熱量の計算値は第10表(1)に示してある。

iv) 水面附近の空気との熱交換

川水と水面附近の空気との間には，接触面を通じて熱交換が行なわれるのであるが，交換される熱量は水温および気温のほかに，河川の流れの状態や，水面上の気象状況によって大きく左右され，同一地点においても刻々に変化しているものとおもわれる。そのため交換熱量を直接測定することはきわめて困難であり，たとえば内島技官が温水池で行なった[23]ように，水面上の気柱の熱収支から逆に川水と気柱との交換熱量をもとめるというような間接的な方法が考えられる。

いま水温を θ (℃)，水面附近の空気の温度を T_a (℃) とし，交換熱量が $k(T_a-\theta)$ (cal/cm²·sec) の形であらわされるものとする。ここに k (cal/cm²·sec·℃) は熱交換係数であって，流れの状態や気象状況の複雑な関数であるが，実際にはある期間の平均値を用い，その期間中では常数として取扱われている。k についても，河川あるいは温水池における観測の結果からいろいろな値が出されており，たとえば孫野教授ら[24]は美生川において $k=3.8\times10^{-4}$ (cal/cm²·sec·℃) をえ，また東博士ら[25]は温水路で $k=1.2\times10^{-4}$ (cal/cm²·sec·℃)，内島技官[26]は温水池で $k=(1\sim9)\times10^{-4}$ (cal/cm²·sec·℃) をえている。河川により，また同一の河川についても時期によって，k の値は当然異なるものとおもわれる。

川水と空気との交換熱量および熱交換係数 k をもとめる方法はまだ確定したものがなく，たとえば T_a としてどの点の温度をとるかさえ各人まちまちの状態である。筆者は次に述べるような，現在としては最良とおもわれる方法により，江丹別川の測点 III における観測結果から交換熱量および k をもとめた。

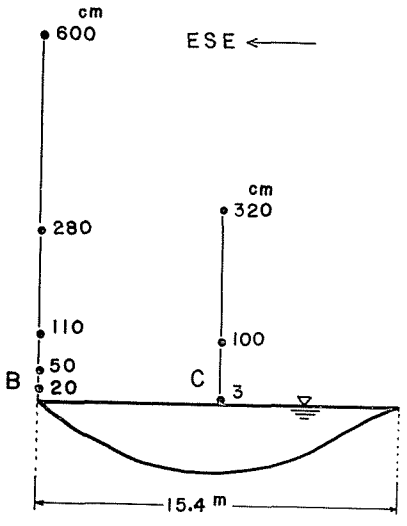


Fig. 10

測点 III においても他の測点と同様，1時間毎

に流心附近で水温を測定し，また2時間毎に水面上3 cm，1 mおよび3.2 mにおける気温，湿度，を測定したのであるが，さらに第10図に示すように右岸に高さ6 mのポールを立て，地上20 cm，50 cm，110 cm，280 cm，6 mの高さに小型ロビンソン風速計を設置して，5分間の平

Table 9.

(1) Station III

Date	Time	Weather	Wind direction	Cloud amount	Cloud form	Water temperature (°C)
1960 August 25	h 14	F	NE	7	St	23.9
	16	C	E	7	St	23.9
	18	C		3	As	23.4
	20	C		10	—	23.0
	22	C		10	—	22.7
	24	C		10	—	22.5
August 26	2	C		10	—	22.2
	4	C		10	—	21.9
	6	C		10	Ns	21.8
	8	R		10	Ns	21.8
	10	C	W	9	Ns	21.8
	12	F	WSW	4	As	23.0
	14	F	W	4	As, Ac	23.5
	16	F	WNW-W	2	Ci	23.5

Table 9.

(2) Station III (Point B)

Date	Time	$z=3$ (cm)		$z=100$ (cm)		$z=325$ (cm)	
		Air temp. (°C)	Humidity (mmHg)	Air temp. (°C)	Humidity (mmHg)	Air temp. (°C)	Humidity (mmHg)
1960 August 25	h 14	27.9	16.6	28.4	16.0	—	—
	16	26.8	18.0	26.9	18.3	—	—
	18	22.4	19.8	22.1	19.0	22.2	18.8
	20	21.4	18.6	21.2	18.4	—	—
	22	20.9	18.1	20.9	18.2	—	—
	24	21.1	18.5	21.0	17.8	20.6	17.5
August 26	2	20.3	17.2	20.5	17.4	20.0	17.0
	4	20.3	17.3	20.3	16.9	20.0	16.7
	6	20.4	17.4	20.5	17.7	20.6	17.4
	8	21.5	118.8	21.3	18.2	—	—
	10	22.2	19.3	22.8	19.2	22.8	18.9
	12	25.2	18.9	25.4	18.0	25.1	17.6
	14	24.6	18.1	25.4	16.3	25.1	16.6
	16	23.8	17.3	23.6	15.1	23.8	14.5

Table 9.

(3) Station III (Point C)

Date	Time	z=20 (cm)		z=50 (cm)		z=110 (cm)		z=280 (cm)		z=600 (cm)	
		Air temp. (°C)	Wind speed (m/sec)	Air temp.	Wind speed	Air temp.	Wind speed	Air temp.	Wind speed	Air temp.	Wind speed
1960	h										
8-25	14	32.5	0	31.2	0.2	30.6	0.2	30.4	0.7	30.0	0.8
	16	28.3	0.3	27.8	0.5	27.6	0.7	27.2	1.4	27.2	1.5
	18	21.3	0	21.4	0	21.4	0	21.5	0	18.8	0
	20	20.9	0	20.9	0	20.7	0	20.7	0	20.9	0
	22	20.5	0	20.5	0	20.2	0	20.2	0	20.5	0
	24	20.5	0	20.6	0	20.3	0	20.4	0	20.6	0
8-26	2	19.9	0	20.0	0	19.8	0	19.9	0	19.6	0
	4	19.6	0	19.5	0	19.3	0	19.4	0	19.5	0
	6	20.4	0	20.4	0	20.1	0	20.1	0	20.1	0
	8	21.3	0	21.0	0	20.7	0	21.2	0	20.8	0
	10	24.9	0.7	25.4	1.1	25.4	1.3	23.4	1.9	23.7	1.6
	12	28.3	0.9	28.2	1.3	27.1	1.4	27.1	2.1	26.7	2.5
	14	28.0	0.7	27.7	0.9	26.7	1.1	26.5	1.7	26.0	2.2
	16	27.9	0.4	26.7	0.6	25.8	0.8	25.4	1.4	25.7	2.0

均風速を測定し，同時に各点の気温をサーミスタ温度計によって測定した。測定はいずれも2時間毎に行なったのであるが，第10図のB点およびC点における観測値は第9表に示してある。昼間気温が水温より高いときは，空気から川水に熱が与えられるため，C点(流心)の温度はB点(岸)の温度にくらべて低く，また夜間水温が気温より高くなると，逆に河水から空気に熱が与えられるため，C点の温度がB点より高くなっている。第11図は一例として，8月25日14時における気温，湿度，風速を示したものであるが，他の時刻の測定値についても，第11図と全く同様な高度分布がみられた。すなわち観測期間中気温，湿度，風速の鉛直分布は，一般に接地気層あるいは接水気層内の風速，気温が示すような対数分布であらわされる[27)28)29)]ことがたしかめられた。風速分布が2mを境として傾斜が急になっているのは，各時刻とも同じであって，これは現地の地形の影響によるものとおもわれる。8月25日17時頃から26日9時頃までは，風速はほとんど0で，気温およ

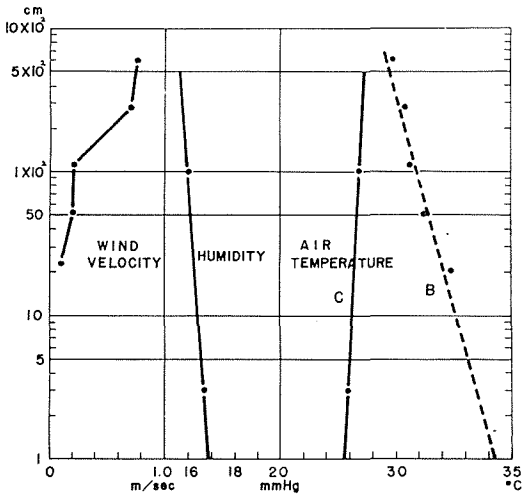


Fig. 11

び湿度の高度による変化はみられなかった。次にこの観測結果から，水面上の気柱の熱収支を計算する方法によって，川水と空気との交換熱量を計算する。

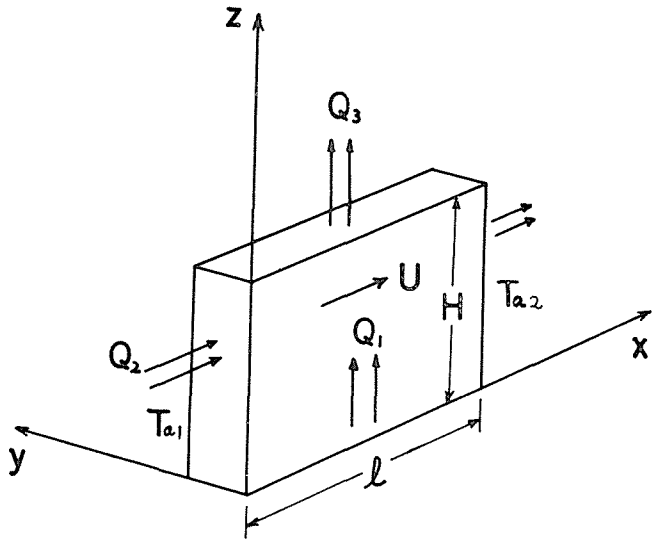


Fig. 12

いま水面上の一点における気温を T_a，平均風速を U とし，平均風向に平行に x 軸，x 軸に直角に水平方向に y 軸，鉛直方向に z 軸をとり，y 方向には温度傾度がない $\left(\frac{\partial T_a}{\partial y}=0\right)$ とする。第12図に示すように，x 軸上に長さ L の辺，y 軸上に単位幅を有し，水面からの高さが H である水面に接した気柱の熱収支について考える。気柱に与えられる熱量は，単位時間につき下の面から川水との熱交換によって与えられる熱量 Q_1，風向と直角な面から空気の移動によって出入する熱量の差 Q_2，上の面から空気の乱流拡散によって輸送される熱量 Q_3 で，これらの熱量の和が空気柱の温度上昇に使用されるのであるから，空気の定圧比熱を c_p，密度を ρ とすれば，次の関係式が成立つ。

$$\int_0^L \int_0^H c_p \rho \frac{\partial T_a}{\partial t}\, dz \cdot dx = Q_1 + Q_2 + Q_3 \tag{25}$$

ただし空気の分子拡散による熱輸送，および空気柱が輻射を吸収することによって生ずる温度上昇は，いずれも少ないものとして無視した。いま気柱の風上側の面の温度が一様に T_{a1}，風下側の面の温度が T_{a2} なるものとし，U が気柱について一様であるとすれば，Q_2 は次のようにあらわされる。

$$Q_2 = c_p \rho H U (T_{a1} - T_{a2})$$

また気層が neutral の場合には気層内の乱流による運動量拡散係数 K_m は，

$$K_m = (\kappa z)^2 \frac{\partial U}{\partial z} \qquad \kappa\text{: Kármán 常数}$$

なる関係式であらわされる[30,31]が，熱拡散係数 K_h は近似的に運動量拡散係数にひとしい[32,33]ので，高さ H なる面から輸送される熱量は，結局次のようにあらわすことが出来る。

$$Q_3=-\int_0^L c_p\rho K_h\frac{\partial T_a}{\partial z}$$
$$=-\int_0^L c_p\rho(\kappa z)^2_{z=H}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_{z=H}\left(\frac{\partial T_a}{\partial z}\right)_{z=H}dx$$

Q_2, Q_3 の式を (25) 式に代入すれば，

$$\int_0^L\int_0^H c_p\rho\frac{\partial T_a}{\partial t}dz\cdot dx=Q_1+c_p\rho HU(T_{a1}-T_{a2})-\int_0^L c_p\rho(\kappa H)^2\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_{z=H}\left(\frac{\partial T_a}{\partial z}\right)_{z=H}dx$$

となる。上の式において気柱の温度変化が小さくて無視出来るものとすれば，河水から単位時間に気柱に与えられる熱量 Q_1 は，

$$Q_1=-c_p\rho HU(T_{a1}-T_{a2})+\int_0^L c_p\rho(\kappa H)^2\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_{z=H}\left(\frac{\partial T_a}{\partial z}\right)_{z=H}dx$$

によって与えられる。

実際に計算を行なう場合には，川の流れに直角に x 軸，平行に y 軸をとって，B 点，C 点に両端を有する $L=7.7$ m の気柱を考え，川の流れの方向 (y 方向) には温度傾度がないと考えられるので，U としては風速の x 方向の成分をとった。また水面に近いところでは，常に neutral の場合と同様に取扱うことが出来るので，気柱の高さは $H=80$ cm とし，$z=0$〜40 cm の気層に対しては $z=20$ cm における風速を，また $z=40$〜80 cm の気層に対しては $z=50$ cm における風速をそれぞれ代表風速 U として使用した。また乱流拡散係数 K_h には風速の大きさが影響するので，上面から輸送される熱量を計算するには，$z=50$ cm および $z=110$ cm における風速をそのまま (x 方向の成分をとらずに) 用い，近似的に

$$\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_{z=80\text{ cm}}\fallingdotseq\frac{U_{z=110\text{ cm}}-U_{z=50\text{ cm}}}{60}$$

として計算した。風が C→B の向きに吹いているときは，川面をわたって来た冷い空気と，岸側の暖い空気とが B 点附近で混合し，気温分布は複雑になるが，川面に近い部分では空気の移動が少ないため，冷い空気と暖い空気の混合も少ないものと思われるので，風上側の岸の水面附近の気温分布が，B 点における気温分布と同じものと仮定した。風速が 0 の場合には，上に述べた方法によって Q_1 をもとめることは出来ないので，次の蒸発の項で述べるように，山本の実験式によって蒸発量を計算し，(26) 式，(27) 式を用いて k をもとめ，$k(T_a-\theta)$ を計算して交換熱量をもとめた。各時刻における交換熱量 Q_1 の計算値は第 10 表 (1) に示してある。

次にこの Q_1 の値から各時刻における熱交換係数 k をもとめる。ある時刻の気温を T_a，水温を θ とすれば，その時刻における Q_1 は，$Q_1=k(T_a-\theta)$ であらわされるのであるから，気温と水温の観測値を用いて上式から k を算出することが出来る。T_a として川岸における気温を

とった例もみられるが，ここでは後に蒸発によって奪われる熱量を計算することをも考慮し，もっとも合理的とおもわれる，B点およびC点における水面上3 cm と1 m の気温の平均値を使用した。各時刻における k の値は第10表(2)および第13図に示してあるが，水面附近の気象

Table 10.

(1) Quantity of heat given to river water (cal/cm² min)

Date	Time	Solar radiation	Nocturnal radiation	Heat transmission to river bottom	Heat trans. to the air	Evaporation
1960	h					
8—15	14	1.03	− 0.04		0.04	− 0.07
	16	0.26	− 0.04	− 0.04	0.07	− 0.15
	18	0	− 0.08	− 0.03	− 0.01	− 0.03
	20	0	− 0.01	− 0.02	− 0.01	− 0.03
	22	0	− 0.02	− 0.01	− 0.01	− 0.03
	24	0	− 0.01	− 0.01	− 0.01	− 0.03
8—26	2	0	− 0.02	− 0.01	− 0.01	− 0.03
	4	0	− 0.02	− 0.01	− 0.01	− 0.03
	6	0	− 0.02	0.00	− 0.01	− 0.02
	8	0.05	− 0.01	− 0.01	0.00	− 0.02
	10	0.32	− 0.02	− 0.01	0.40	− 0.13
	12	1.01	− 0.07	− 0.03	0.52	− 0.70
	14	0.89	− 0.08	− 0.03	0.35	− 0.91
	16	0.63	− 0.11	− 0.03	0.33	− 0.85

Table 10.

(2)

Date	Time	Q' (cal/cm² min)	k (cal/cm² min °C)	$\frac{Q'}{\bar{k}}$ (°C)	T_a (°C)	$T_a+\frac{Q'}{\bar{k}}$ (°C)
1960	h		$\times 10^{-2}$			
8—25	16	0.03	0.17		27.8	
	18	− 0.14	0.62	− 3.0	21.8	18.8
	20	− 0.06	0.54	− 1.3	21.1	19.8
	22	− 0.06	0.50	− 1.3	20.7	19.4
	24	− 0.05	0.64	− 1.1	20.8	19.7
8—26	2	− 0.06	0.54	− 1.3	20.2	18.9
	4	− 0.06	0.57	− 1.3	19.9	18.6
	6	− 0.04	0.53	− 0.9	20.4	19.5
	8	0.01	0.70	0.2	21.2	21.4
	10	0.16	19.7	3.4	23.9	27.3
	12	0.21	13.4	4.5	26.9	31.4
	14	− 0.13	11.1	− 2.8	26.6	23.8
	16	− 0.36	7.74	− 7.7	25.9	18.2

$\bar{k}=4.7\times10^{-2}$ (cal/cm² · min · °C)

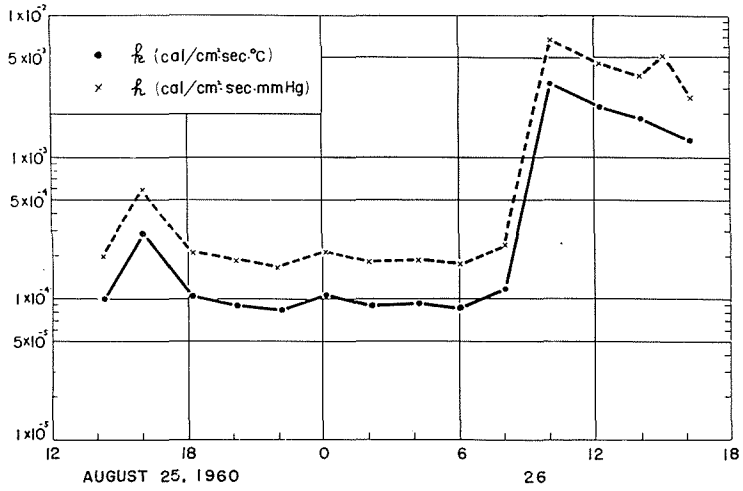


Fig. 13

条件によって，非常に変化しているのがみられる。すなわち風の全くない 25 日 17 時～26 日 9 時の間は，k の値は小さく，1×10^{-4}(C.G.S.)程度であるが，風が強くなって気温が上昇した 26 日午後には 2×10^{-3}(C.G.S.) とかなり大きな値を示している。25 日 16 時から 26 日 16 時まで 24 時間の k の平均値は，$\bar{k}=0.78\times10^{-3}$ (cal/cm^2・sec・°C) となるが，以後水温の振幅，位相，平均水温などについて論ずる場合には，k としてこの値を使用することにする。

v) 水面からの蒸発により奪われる熱量

まず水面からの蒸発量をあらわす式をみちびく。水面附近では気温および湿度の鉛直分布が対数分布をなすことはよくしられた事実であり，また測点 III における観測の結果もその通りであったことは前に述べたとおりである。従って一般に湿度を比湿 S であらわすことにすれば，気温 T および S は，水面附近では次のようにあらわされる。

$$T_a(z)=T_a(0)-T_* \ln\frac{z}{z_0}$$

$$S(z)=S(0)-S_* \ln\frac{z}{z_0}$$

ここに $T_a(0)$, $S(0)$ は，z_0 の高さにおける気温および比湿である。いま乱流境界層内において，単位時間に単位面積を通り，鉛直方向に輸送される熱量を K とすれば，上の式により

$$K=-c_p\rho K_h\frac{\partial T_a}{\partial z}$$

$$=-c_p\rho K_h\frac{T_a(z)-T_a(0)}{\ln\dfrac{z}{z_0}}$$

ただし K_h は熱量に関する乱流拡散係数である。 同様に水蒸気に関する乱流拡散係数を K_v とすれば，蒸発量 E は次のようにあらわされる。

$$E=-\rho K_v\frac{\partial S}{\partial z}$$
$$=-\rho K_v\frac{S(z)-S(0)}{\ln\frac{z}{z_0}}$$

上の式において，z_0 として水面のごく近くをとれば，近似的に $T(0)$ は水温 θ にひとしく，また $S(0)$ は水温における飽和蒸気圧にひとしいとおくことが出来る。また気化熱を l とすれば，蒸発によって奪われる熱量 H は，$H=lE$ であらわされるから，結局

$$K\fallingdotseq-\frac{c_p\rho K_h}{\ln\frac{z}{z_0}}(T_a-\theta)$$

$$H=lE\fallingdotseq-\frac{\rho l K_v}{\ln\frac{z}{z_0}}\{S(z)-S(\theta)\}$$

となる。ここに $S(\theta)$ は水温 θ における飽和蒸気量をあらわす。K は水面附近の空気と河水との交換熱量と考えられるので，熱交換係数を k とすれば，iv)で述べたように，$K=k(T_a-\theta)$ なる形であらわされる。この式と上にもとめた式の $(T_a-\theta)$ の係数を比較することにより，k は

$$k\fallingdotseq-\frac{c_p\rho K_h}{\ln\frac{z}{z_0}}$$

によってあらわされることをしる。次に湿度を水蒸気圧 mmHg であらわしたものを e として，蒸発熱 H を $K=k(T_a-\theta)$ と同様の形

$$H=h\{e(z)-e(0)\} \tag{26}$$

とおけば，

$$S\fallingdotseq\frac{0.621}{P}e \qquad P:\text{ 大気圧 (mmHg)}$$

なる故，k の場合と同様に

$$h\fallingdotseq-\frac{\rho l K_v}{\ln\frac{z}{z_0}}\cdot\frac{0.621}{P}$$

をうる。しかるに $K_h\fallingdotseq K_v$ とみなすことが出来る[34,35]から，

$$\frac{h}{k}\fallingdotseq\frac{0.621\,l}{c_p\cdot P}\ (\text{°C/mmHg})$$

となる。上の式において，$l=580$ (cal/g)，$P=760$ (mmHg)，$c_p=0.24$ (cal/g·°C) とおけば，

$$\frac{h}{k}\fallingdotseq 2.0\ (\text{°C/mmHg}) \tag{27}$$

(27) 式より湿度を水蒸気圧 mmHg，蒸発によって水面から奪われる熱量を cal/cm²·sec であら

わせば，(26)式の係数 h の値は熱交換係数 k の2倍となる[36,37]ことが分る。

ここでは，(27)式で与えられる h と k の関係を用いて蒸発熱 H を計算する。まず iv) で述べた方法によって算出した k の値から，各時刻における h をもとめ，$e(z)$ としてはその時刻の水面上3 cm および1 m における湿度の平均値を使用し，また $e(\theta)$ は同時刻の水温に対する飽和蒸気圧 (mmHg) を表からもとめ，(26)式によって H を算出した。風速が0の場合には，iv) の方法によって k を算出することが出来ず，従って上に述べた方法により H をもとめることは出来ないので，山本教授が実験的にもとめた[28]静止空気中への蒸発の場合の係数 $h=0.165$ (cal/cm^2・sec・mmHg) を使用し，$e(z=3.2\text{ m})$ と $e(\theta)$ から，

$$H=0.165\{e(z=3.2\text{ m})-e(\theta)\}$$

によって H を算出した。

各時刻における H の値は第10表(1)に示してあるが，表により，日が照って風が強くなった26日午後には，蒸発により多くの熱量が川水から奪われているのに対し，風が全くなくて湿度が高かった25日夜には，蒸発によって水面から奪われる熱量はごくわずかであったことが分る。

外界と川水との間で，単位時間に単位面積毎に交換される熱量を，いままで各項目別に述べた方法によって計算した結果は，各機構別に第10表(1)にまとめてある。これらのうち空気と川水の間の交換熱量を除いた外の熱量の総和 Q' を各時刻毎にもとめ，熱交換係数としては，25日16時から26日16時まで24時間の k の平均値 $\bar{k}=0.78\times10^{-3}$ (cal/cm^2・sec・°C) を用いて，その間の各時刻におけるみかけの気温 T を，2. で T を定義した式

$$T=T_a+\frac{Q'}{\bar{k}}$$

によって計算すれば，第10表(2)に示してあるように実際の気温 T_a よりも振幅の大きい値がえられる。このみかけの気温 T の変化 (25日16時から26日16時まで) を Fourier 級数に展開し，第2項までとると次のようになる。

$$T=21.9+4.7\sin(\sigma t+152°17')+3.6\sin(2\sigma t+216°29')\quad(°\text{C})$$

$$\sigma=15\text{ (deg/hr)}$$

この式は，後に測点IVにおける水温日変化を測点IIIにおける水温日変化から計算によってもとめる際に使用する。

10. 江丹別川の水温日変化

次に江丹別川の水温日変化について述べる。第14図は測点I, II, III, IVにおける観測期間中の水温変化を示すものであるが，図から明らかなように，平均水温は下流に行くにつれて

上昇しているが，水温日変化の振幅は測点 I から III までは，川水の流下につれて小さくなり，測点 III と IV の間では逆にかなり大きくなっているのがみられる。 江丹別川は前にも述べたように流量が少なく，水深も浅いので，外界の熱的影響をうけやすく，3., 4. で述べたように，平均水温の上昇とともに振幅も当然下流ほど大きくなることが予想される。 実際第5表(2)の

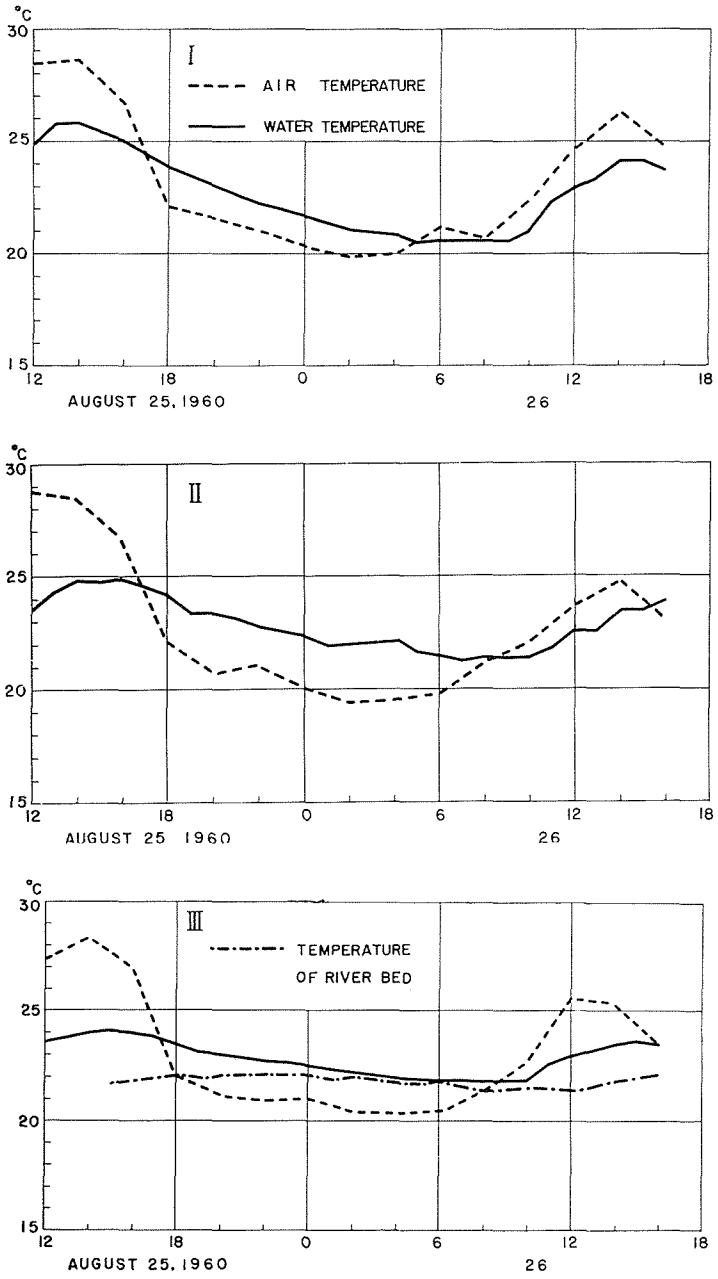


Fig. 14 a

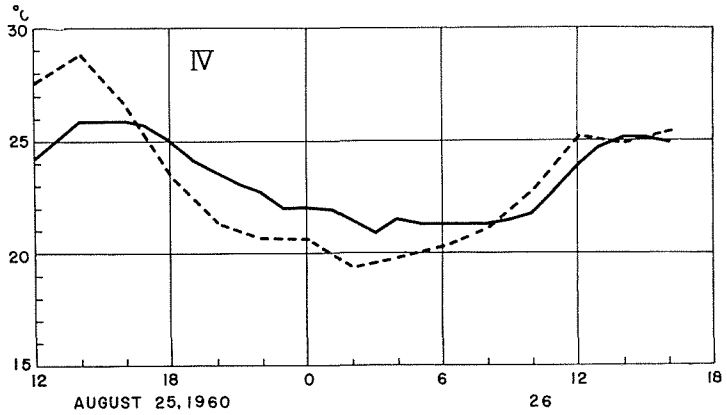


Fig. 14 b

例は，江丹別川の観測でえた k, h, v, η の値を用いて計算したものであるが，源流点から遠ざかるにつれて，振幅，位相差ともに大きくなっているのがみられる。このように江丹別川の測点 I～III の間では，いままでの理論的考察の結果および観測例からは考えられない水温変化が観測されたのであるが，次にその理由について考察する。

Table 11.

(a)

Date	Time	Mass of salt used (kg)	Distance (km)	Water temp. (°C)	Discharge (m^3/sec)	t(Cmax) (min)	Cmax (g/ℓ)	$\alpha=\frac{\eta}{v\ell}$ (C.G.S.)
1960	h m							
(1) 8-25	14 00	68	1.8	23.2	0.20	367	0.0076	0.24
(2) 8-26	7 10	70	66(m)	21.3	0.30	18.6	0.032	0.99
(3) 8-26	10 51	51	2.6	25.1	0.30	214	0.013	0.077

(b)

	Mean velocity v (cm/sec)	Mean area of cross sections (m^2)	η (C.G.S.)	$\frac{v^2}{4\eta}$ (C.G.S.)
(1)	6.5	3.1	2.8×10^5	3.8×10^{-5}
(2)	2.5	10	0.16×10^5	9.8×10^{-5}
(3)	18	1.6	3.6×10^5	24×10^{-5}

第 11 表 (b) は塩分法によってもとめた平均流速，平均断面積，縦の乱流交換係数を示したものであり，また第 11 表 (a) にはそれらの値を計算するために必要な諸量が示してある。表の (1) は測点 I から A 点まで，(2) は測点 II から 66 m 下流の地点まで，(3) は測点 III から IV までの区間における観測値である。第 11 表 (b) の (2) によれば，塩分法によってもとめた平均流速は 2.5 cm/sec で，測点 II の実測値 40 cm/sec と比較してきわめて小さく，また平均断面積は 10 m^2 で実測値 0.8 m^2 とくらべて逆にきわめて大きな値を示している。測点 II 附近の流れの状

況は，粗塩投入点から下約 40 m の間は水深約 1 m のよどみとなっており，その区間では流れはほとんど静止の状態であった。しかしそれから塩分測定点までは，水深が浅く，流速も早くて，流れはいわゆる上流部の様相を呈していた。測点 II における流速測定はこのような流れの部分で行なわれたものであり，また塩分法によってもとめた値は，この部分とよどみの部分とを合わせた区間の平均値であって，塩分法によってもとめた平均流速および平均断面積が測点 II における測定値と異なるのは，途中によどみの部分があるためであろうとおもわれる。第 11 表 (b) の (1) の場合も，塩分法による平均流速 6.5 cm/sec は測点 I における実測値 25 cm/sec にくらべて小さく，また平均断面積 3.1 m^2 は実測値 0.7 m^2 よりもかなり大きな値となっている。しかし (3) の場合は，塩分法による平均流速 18 cm/sec，流速の実測値 (測点 III と測点 IV の平均値) 30 cm/sec，平均断面積 1.6 m^2，断面実測値 0.9 m^2 で，塩分法によってもとめた値は，(1), (2) の場合よりもはるかに実測値に近い値を示している。これは測点 III～IV の間よりも，測点 I～A 地点間によどみの部分が多いことを示すものとおもわれるが，実際岸からの観察によれば，測点 I～III 間にはよどみの部分が断続的にかなりみられたが，測点 III から IV までは割合一様な流れであった。このような水深が深くて流速がきわめておそいよどみの部分では，流水が一時蓄積され，しかも川水は外界の熱的影響をうけにくいので，水温日変化の振幅は減衰するものとおもわれる。しかしよどみ以外の水深が浅く，流速が早い部分では，振幅は大きくなるから，結局ある区間で振幅が減衰するか，あるいは大きくなるかは，その区間によどみの部分が多いか，少ないかによって定まるものということが出来よう。測点 I～III の間で振幅が減衰し，測点 III～IV 間で大きくなるのも，上に述べたとおり前者によどみの部分が多く，後者に少ないことによって説明することが出来る。

このような現象は，流れが一様な (あるいはそれに近い) 場合にはみることの出来ない現象であって，水深の深いところで振幅が減衰することを示す一例である。

11. ある地点の水温が与えられた場合の水温変化の式

7. では源流点 ($x=0$) における振幅が 0 なる場合の水温変化を与える式をみちびいたのであるが，ここでは境界条件が 7. と異なる場合，すなわちある地点の水温日変化が分っている場合に，さらに下流の任意の地点における水温日変化を与える解をもとめる。

水温上昇の基礎方程式

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+v\frac{\partial\theta}{\partial x}=\frac{k}{c\rho h}(T-\theta)+\eta\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}$$

において，

水温： $\theta=\bar{\theta}(x)+\Theta(x)\,e^{i\sigma t}$

みかけの気温： $T=\bar{T}+T\,e^{i\sigma t}$ $\qquad(\bar{T}=\text{const.})$

$$\sigma=\frac{2\pi}{24}\ (1/\text{hr})$$

とおき，水温既知なる地点 $(x=0)$ における平均水温：θ_0，水温日変化の振幅：Θ_0，みかけの気温と水温との位相差：Ψ_0 とすれば，

境界条件は

$$x=0:\ \begin{cases}\bar{\theta}=\theta_0\\ \Theta=\Theta_0 e^{i\Psi_0}\end{cases}$$

7. の場合と同様に，上の方程式を解けば，平均水温は (17) 式と同じ式

$$\bar{\theta}=\overline{T}+(\theta_0-\overline{T})\,e^{\left\{\frac{v}{2\eta}-\sqrt{\left(\frac{v}{2\eta}\right)^2+\frac{K}{\eta}}\right\}x} \tag{28}$$

によって与えられ，さらに振幅および位相は次のようにあらわされる。

$$\theta-\bar{\theta}=T\cos\varphi\cdot\cos(\sigma t-\varphi)$$
$$-e^{\left(\frac{v}{2\eta}-\sqrt{P}\right)x}\times\{T\cos\varphi\cdot\cos(\sigma t-\sqrt{Q}\,x-\varphi)-\Theta_0\cos(\sigma t-\sqrt{Q}\,x+\Psi_0)\} \tag{29}$$

ここに

$$K=\frac{k}{c\rho h}$$

$$\varphi=\cos^{-1}\frac{K}{\sqrt{K^2+\sigma^2}}$$

$$\sqrt{P}=\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)^2+\sigma^2}+\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)}{2\eta}}$$

$$\sqrt{Q}=\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)^2+\sigma^2}-\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)}{2\eta}}$$

なお解をもとめる過程は附録 (1) に示してある。(29) 式はある地点の水温変化が与えられたとき下流の任意の地点における水温日変化をもとめる式であって，(18) 式から (20) 式および (21) 式をもとめたときと同様の過程を 2 度繰り返すことによって，

$$\theta-\bar{\theta}=X(x)\cdot\cos\{\sigma t-\Psi(x)\}$$

の形にかき直すことが出来る。

いま一例として，江丹別川の測点 III における水温観測値から (29) 式によって測点 IV の水温を計算する。測点 III～IV 間の平均流速 v，縦方向の乱流交換係数 η としては，塩分法によってもとめた値を使用し，川幅は一様に 7.0 m とすれば，平均断面積が 1.6 m^2 なる故，平均水深は $h=0.23$ m となる。(28) 式および (29) 式において。

$c=1.0$ (cal/g · °C)

$\rho=1.0$ (g/cm^3)

$k=0.78\times10^{-3}$ (C.G.S.)

$h=23$ (cm)

$v=18$ (cm/sec)

$\eta=3.6\times10^5$ (C.G.S.)

とし，測点 III における水温およびみかけの気温の日変化としては，25 日 16 時から 26 日 16 時までの観測値を Fourier 級数に展開し，第 2 項までとった次の式を用いる。

$$\theta\ (^\circ\mathrm{C}) = 22.6+0.9\sin(\sigma t+73^\circ31')+0.3\sin(2\sigma t+126^\circ06')$$

$$T\ (^\circ\mathrm{C}) = 21.9+4.7\sin(\sigma t+152^\circ17')+3.6\sin(2\sigma t+216^\circ29')$$

$$\sigma = 15\ (\mathrm{deg/hr})$$

上の 2 式の第 1 項より，測点 IV ($x=2.6$ km) における水温日変化の振幅および位相をもとめれば，

$$\theta-\bar{\theta}=1.6\cos(\sigma t-47^\circ16')$$

また第 2 項より

$$\theta-\bar{\theta}=0.9\cos(2\sigma t-59^\circ49')$$

をうる。次に (28) 式から，測点 IV における平均水温をもとめると，

$$\bar{\theta}=22.3\ (^\circ\mathrm{C})$$

となる。従ってもとむる測点 IV の水温日変化は次式によって与えられる。

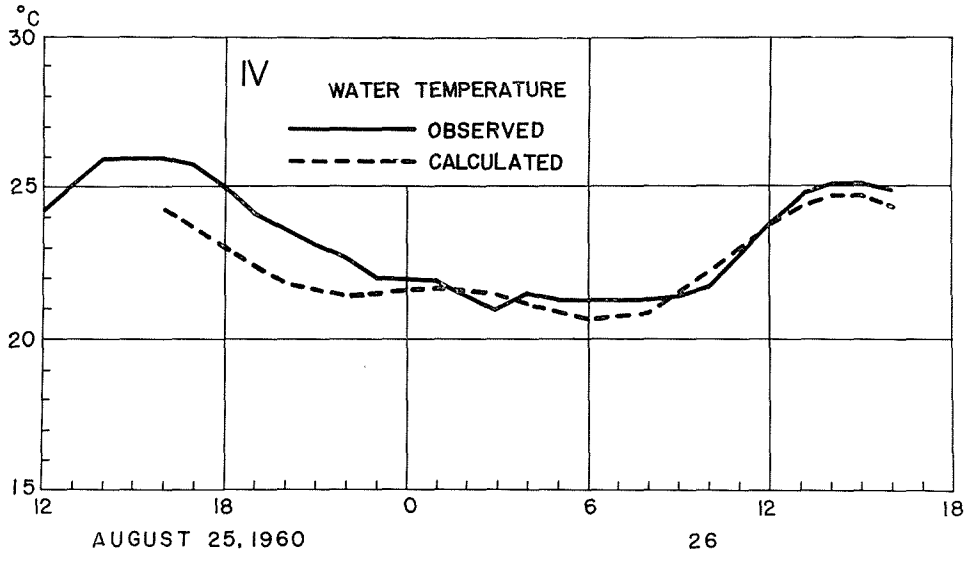


Fig. 15

(℃)
$$\theta = 22.3 + 1.6\cos(\sigma t - 47°16') + 0.9\cos(2\sigma t - 59°49')$$

上の式から各時刻の水温を計算した結果は第15図に示してある。図には測点IVにおける水温観測値をも示してあるが，計算値と観測値とはよく一致しているということが出来よう。25日の観測値と計算値との間に位相のずれがみられるのは，次のようなな理由によるものとおもわれる。すなわち塩分法による平均流速の測定をはじめたのは26日10時50分であるが，26日9時頃に降ったにわか雨のため，当時の流れの状況は降雨前とは異なっていた。しかし計算の都合上，流れが定常なるものとして取扱ったために25日の計算値と観測値にずれが生じたものとおもわれる。

12. 下流部における水温日変化

6. で述べたように，いくつかの支流が流入して水量が増し，水深が深くなった河川の中流部および下流部では，流水の熱容量が大きいため，河水は外界の熱的影響をうけにくく，熱量はもっぱら流水によって運ばれる。そのため水深が浅くて外界の熱的影響をうけやすい上流部とは全く異なった水温日変化を示すのであるが，とくに水深にくらべて川幅が非常に大きい下流部では，流水の乱流交換作用がはげしく，水塊によって運ばれる熱量も，その影響により平均化される傾向にあるため，水温日変化の振幅は河水の流下につれて減衰して行くことが予想される。

いま流水の平均流速を v，縦方向の乱流交換係数を η とすれば，水温変化の基礎方程式は，

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + v\frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{k}{c\rho h}(T-\theta) + \eta\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}$$

となるが，水深が深くて外界の熱的影響をうけにくいときは，6. でも述べたように，$\frac{k}{c\rho h}(T-\theta) \fallingdotseq 0$ としてよいから，上の方程式は結局次のようになる。

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + v\frac{\partial\theta}{\partial x} = \eta\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} \tag{30}$$

いままでと同様に，水温日変化が正弦関数であらわされるものとし，

境界条件　$x=0: \theta = \theta_0 + \Theta_0 e^{i\sigma t}$

とすれば，方程式(30)の解は次のようにもとめられる。

$$\theta = \theta_0 + \Theta_0 e^{\left\{\frac{v}{2\eta} - \sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}\right)^2 + \sigma^2} + \frac{v^2}{4\eta}}{2\eta}}\right\}x} \times \cos\left\{\sigma t - \sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}\right)^2 + \sigma^2} - \frac{v^2}{4\eta}}{2\eta}}\,x\right\} \tag{31}$$

この式は，11. でもとめた，ある地点 $(x=0)$ の水温変化が与えられた場合に，下流の任意の地点 x における水温をあらわす式(29)において，$K=0$ としたときにえられる式と全く同じであ

る。($K=0$ なるときは $\cos\varphi=0$)。(31)式は，河水の流下につれて水温日変化の振幅は減衰し，位相はますますおくれることをあらわしている。また(28)式において $K=0$ とおけば，$\bar{\theta}=\theta_0$ となり，振幅や位相が変化しても平均水温は常に一定であることがわかる。

(31)式においてとくに $\frac{v^2}{4\eta}\gg\sigma$ なるときは，

$$\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}\right)^2+\sigma^2}+\frac{v^2}{2\eta}}{2\eta}}\fallingdotseq\frac{v}{2\eta}$$

$$\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}\right)^2+\sigma^2}-\frac{v^2}{4\eta}}{2\eta}}\fallingdotseq\frac{\sigma}{v}$$

となるから，

$$\theta=\theta_0+\Theta_0\cos\left(\sigma t-\sigma\frac{x}{v}\right) \tag{32}$$

となる。また $\frac{v^2}{4\eta}\ll\sigma$ なるときは，

$$\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}\right)^2+\sigma^2}+\frac{v^2}{4\eta}}{2\eta}}\fallingdotseq\sqrt{\frac{\sigma}{2\eta}}$$

$$\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}\right)^2+\sigma^2}-\frac{v^2}{4\eta}}{2\eta}}\fallingdotseq\sqrt{\frac{\sigma}{2\eta}}$$

なる故，(31)式は簡単に次のようにかき直される。

$$\theta=\theta_0+\Theta_0 e^{\left(\frac{v}{2\eta}-\sqrt{\frac{\sigma}{2\eta}}\right)x}\cdot\cos\left(\sigma t-\sqrt{\frac{\sigma}{2\eta}}x\right) \tag{33}$$

(32)式は 6. でもとめた中流部における水温変化をあらわす式(12)と全く同じであって，ある二点における水温日変化の位相のずれは，その間を河水が流下するに要する時間にひとしく，また振幅は一定で，乱流交換による振幅減衰の現象はみられないことを示している。すなわち 7. でも述べたように，$\frac{v^2}{4\eta}\gg\sigma$ (いまの場合 $K=0$) なるときには，乱流交換作用の影響が水温日変化の上にあらわれないことがわかる。

第 11 表(b)に，江丹別川でえた平均流速 v および縦方向の乱流交換係数 η の実測値を用いて計算した $\frac{v^2}{4\eta}$ の値を示してあるが，(1), (2) では大体 $\sigma=7.3\times10^{-5}$(1/sec) と comparable な値で，乱流交換作用の影響が水温変化の上にあらわれることを示している。この例にもみられるように，平均流速 v の値が小さくなると，乱流交換係数 η の値も小さくなるので，一般に河川の流れでは，$\frac{v^2}{4\eta}$ は大体 σ と comparable な値となるものとおもわれる。しかしたとえば一つの河川がいくつかの水路に分れたり，合したりして網の目状に流れているような場合，あるいは大きな河川の下流部にみられるように，水深にくらべ川幅が非常に大きい場合には，水

塊の混合が激しく行なわれるので，ある区間についての平均をとれば，乱流交換係数ηは，同じ平均流速をもつ普通の流れのηにくらべ大きな値となることが予想される。この場合には，乱流交換作用の影響によって，水温の振幅には大きな減衰がみられ，vとηとが$\frac{v^2}{4\eta} \ll \sigma$なる関係にあるときには，水温日変化は近似的に(33)式によってあらわされるであろう。これに対し，川幅にくらべて水深が深い流れでは，河水の乱流混合は比較的少なく，乱流交換係数ηは同じ平均流速の普通の流れのηにくらべて小さい値となるものとおもわれる。さらにこの傾向がいちじるしいときには，$\frac{v^2}{4\eta} \gg \sigma$となって，水温日変化は(32)式であらわされるであろう。このような川幅にくらべて水深が深い断面形は，よく河川の中流部にみられるので，とくに(32)式であらわされる水温日変化を中流部の水温日変化と称したのであるが，実際の河川においては極端な場合はまれで，中流部でも下流部でも，程度の差はあるが，水温日変化には乱流交換作用の影響があらわれるものとおもわれる。乱流の影響による振幅の減衰は，かならずしも中流部あるいは下流部のみでみられる現象とは限らず，たとえば江丹別川の測点I～III間で，下流に行く程水温日変化の振幅が小さくなっているのは，水深の深いよどみの部分で，下流部と同様の機構によって振幅が減衰するためであろうとおもわれる。

下流部における振幅減衰の一例として，平均流速が80, 90, 100, 110, 120, 130, 140 cm/secなるときの，縦方向の乱流交換係数ηと，(31)式における振幅の減衰係数

$$\frac{v}{2\eta} - \sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}\right)^2+\sigma^2}+\frac{v^2}{4\eta}}{2\eta}}$$

との関係を計算した結果を第16図(1)に示す。また第16図(2)には縦方向の乱流交換作用を考慮したときの水温日変化の位相のおくれ(みかけの気温からの)

$$\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}\right)^2+\sigma^2}-\frac{v^2}{4\eta}}{2\eta}} \cdot x$$

と，乱流の影響を考慮しない，いわゆる中流部における位相のおくれ$\frac{\sigma x}{v}$との比とηとの関係を示してある。図によって明らかなように，ある平均流速に対し，ηが比較的小さいときは位相のおくれは中流部の場合とほとんど同じで，河水の流下に要した時間にひとしいが，ηが大きくなると位相のおくれにも乱流の影響があらわれて，中流部の場合よりもおくれが少なくなる。また振幅の減衰率については，ある平均流速に対しηが大きいときは，減衰率は一定の値に近づくが，ηが小さくなると，減衰率は急激に小さくなって中流部の場合（振幅が常に一定)に近づく。第16図(1)および(2)より，平均流速vと乱流交換係数ηの値のとり方によって，水温変化が中流部の型から下流部の型にいたるまでのいろいろな形を示すのをみることが出来る。

またある河川の2地点で水温日変化および平均流速を測定すれば，振幅の減衰および位相

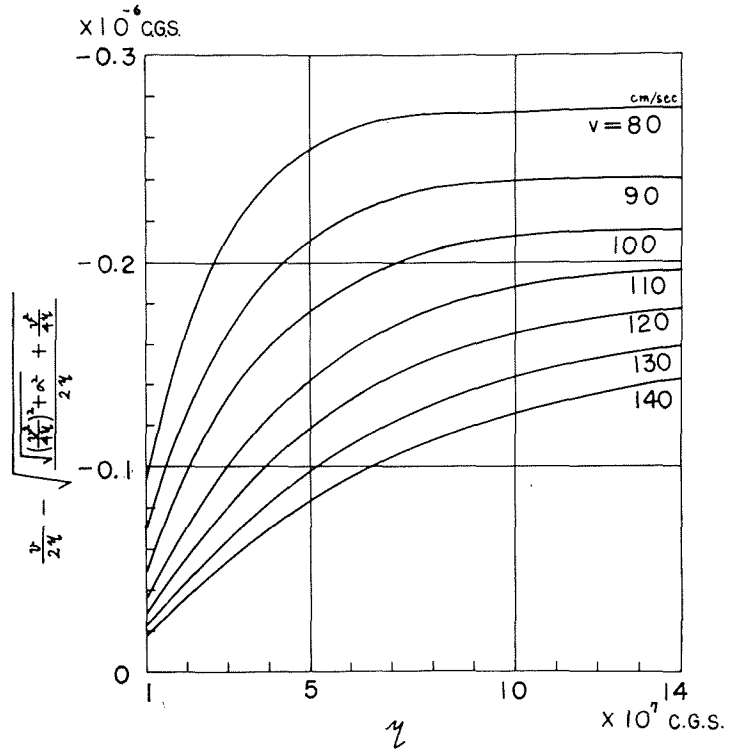


Fig. 16 (1)

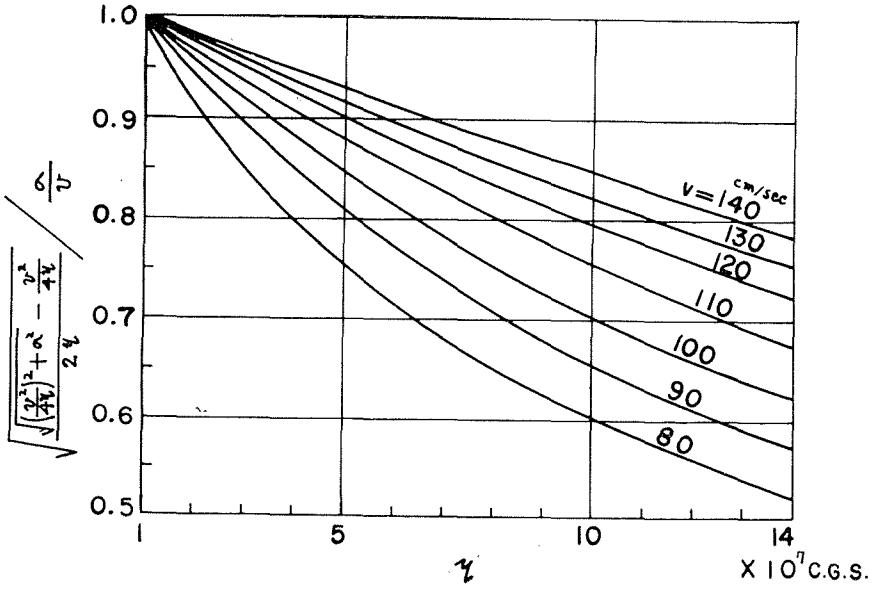


Fig. 16 (2)

のおくれをもとめることにより,第16図を用いてその2地点間のηの平均値をもとめることが出来る次に一例として，5. で述べた十勝川の水温および流速観測の結果から，十勝川中流部におけるηをもとめる。十勝川の観測区間のうち，途中で支流が流入している測点 I～II 間を除いて，流量の変化がない測点 II～IV 間のみをとることとし，1952年5月9日および1953年5月14日の水温観測値から，測点 II～III 間と測点 III～IV 間のηを次のようにしてもとめた。水温日変化の振幅としては，1日の最高水温と最低水温の差の 1/2 をとり，2測点における振幅の比から振幅減衰率を出し，各区間の平均流速は第4表からもとめて，第16図(1)よりその区間のηをもとめた。結果は第12表に示してあるが,表にはまたこのηとvに相当する位相差比 (第16図(2)からもとめたもの) をも示してある。第12表によれば，十勝川におけるηの値は,江丹別川におけるηの実測値の100倍にも達していることが分る。また1952年5月9日の data によれば，測点 II～III 間では測点 III～IV 間よりも平均流速が早く，従ってηの値も大きくなっており，また1952年5月9日と1953年5月14日とを比較すれば，同一区間(測点 III～IV 間)においても後者の方が流速も早く，ηの値も2倍近く大きくなっている。これは1953年5月の観測期間には，降雨による融雪水のために，流量が前者の2倍にも増大し，流れの状況が前者と全く異なっていたためである。また表にも示してあるように，位相のおくれはいずれの場合もほとんど $\frac{\sigma x}{v}$ と同じ値になっているが，これは 5., 6. でも述べたように，各測点における水温観測値からえられた結果とよく一致している。

Table 12.

Date	Section	$\frac{v}{2\eta}-\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}\right)^2+\sigma^2}+\frac{v^2}{4\eta}}{2\eta}}$ (C.G.S.)	Mean velocity (m/sec)	η (C.G.S.)	$\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}\right)^2+\sigma^2}+\frac{v^2}{4\eta}}{2\eta}}\Big/\frac{\sigma}{v}$
May 9, 1952	St. II-St. III	-0.93×10^{-7}	1.41	5.8×10^{7}	0.92
May 9, 1952	St. III-St. IV	-0.75×10^{-7}	1.05	1.8×10^{7}	0.97
May 14, 1953	St. III-St. IV	-0.68×10^{-7}	1.27	3.1×10^{7}	0.98

第12表の測点 III～IV 間の例からも明らかなように，同一の水路においても，流れの状況によって，平均流速および乱流交換係数の値は変化するので，同一地点の水温日変化もまた流れの状況に応じて変化するものとおもわれる。

13. 結　　語

筆者は河川の流れが水温日変化におよぼす影響について，いままで述べたような観測ならびに考察を行なったのであるが，その結果を要約すると次のようになる。

I) 水温およびみかけの気温の日変化が，同周期の正弦関数であらわされるものとして，水温上昇の基礎方程式を解き，河川の上流部における平均水温ならびに水温日変化の振幅，位相をあらわす式をみちびいた。数値計算の結果によれば，水温と気温の位相がみかけ上同じに

なる場合もあるが，これは一般にいわれているように，水深が浅くて外界の熱的影響をうけやすいから，水温と気温が同位相になるのではなく，みかけの気温 T と気温 T_a の位相の相違によるものであることがたしかめられた。

II) 江丹別川において，水温ならびに気象要素の観測と，河川観測とを同時に行ない，次のような結果をえた。

i) 川水と外界との間で交換される熱量をもとめ，さらに川水と水面附近の空気との熱交換係数 k を算出し，k が水面附近の気象条件によって，1×10^{-4}(C.G.S.) から 3×10^{-3}(C.G.S.) にいたる広い範囲の値をとることを示した。1960年8月25日16時から26日16時までの平均値をとれば，$\bar{k}=0.78\times10^{-3}$(cal/cm^2·sec·℃) となる。

ii) 江丹別川のような水量が少なく，水深の浅い河川では，方程式の解およびいままでの例からみて，当然下流に行く程平均水温は上昇し，水温日変化の振幅は大きくなるものとおもわれるのであるが，測点I～IIIの間では逆に振幅が小さくなっているのが観測された。このような例はいままでにみられなかったものであるが，塩分法によって平均流速および平均断面積を測定した結果より，これはよどみの部分で振幅が減衰するためであることが明らかになった。

III) 河川の中流部では，いくつかの支流が流入して水量が増し，水深が深くなっているため流水の熱容量が大きくて，河水は外界の熱的影響をうけにくく，熱量はもっぱら流水によって運ばれる。そのため任意の2地点における水温日変化の位相のずれは，その間を河水が流下するに要する時間にひとしくなることを基礎方程式からみちびいた。また十勝川中流部の測点III, IV で観測された水温と気温の非常に大きな位相のずれは，上に述べた考察の結果によってよく説明することが出来た。

IV) 河川の流下方向の乱流交換を考慮した水温上昇の基礎方程式をみちびき，さらにこれを解いて，乱流交換作用を考慮した場合の平均水温および水温日変化の振幅，位相をあらわす式をもとめた。この式は $\frac{v^2}{4\eta}+K\gg\sigma$ なる条件が成立するときは，I)で述べた乱流を考慮しない場合の式と，近似的に同じになるので，結局乱流の影響が水温日変化の上にあらわれはじめるのは $\frac{v^2}{4\eta}+K\fallingdotseq\sigma$ の場合であることがわかった。

V) 大河川の下流部のように，乱流交換作用の大きい流れでは，河水の乱流混合によって水温日変化の振幅は河水の流下とともにかえって減衰し，また位相のおくれも，III)で述べた中流部の場合よりも小さくなることを基礎方程式の解からみちびいた。

VI) 十勝川の水温観測結果から，測点II～III間および測点III～IV間における水温日変化の振幅減衰率を出し，さらに第16図(1)より各区間の縦方向の乱流交換係数 η をもとめた。その結果，同一の水路においても流れの状況により，η の値は非常に異なることがわかった。しかし各区間とも η の値は 10^7(C.G.S.) の order であるが，これは流量が 0.3 m^3/sec にすぎない江丹別川における η の実測値の約 10^2 倍にあたる。

終りにのぞみ，筆者は本研究に対し絶えず御指導ならびに御激励をいただいた福島久雄教

授に深い感謝の意を表するものである。

文　献

1) 孫野・熊井・東： 河川の水温について，農業物理研究 II (1952) 41-54.
2) 高月・高橋・手島： 発電施設が水温におよぼす影響に関する研究 (IV) —原況河川の水温について，農業土木研究，24 (1956) 277-284.
3) 三原・内島・中村： 温水路の熱収支に関する研究，農技研報告 A-7 (1959) 45-67.
4) 三原・内島・大沼・山本・萩原： 温水池の熱効率に関する研究 [1]，農技研報告 A-4 (1955) 45-92.
5) 三原・内島・中村・大沼： 温水池の熱収支および水温上昇の研究，農技研報告 A-7 (1959) 1-43.
6) 内島： 温水池上における運動量，熱量，水蒸気量の乱流輸送，農技研報告 A-7 (1959) 69-99.
7) 井上： 北海道の気候と水田水温の上昇に就いて，農業物理研究 II (1952) 111-138.
8) 小沢： 小地域における水温分布の調査研究 (2)，農業気象 11 (1956) 137-142.
9) 高月・高橋・手島： 前出.
10) 三原・内島・中村： 前出.
11) Yakuwa, I.: Phase of the Diurnal Variation of Water Temperature of a River, Memo. Engi. Hokkaido Univ., 11 (1960) 1-10.
12) 孫野・熊井・東： 前出.
13) 北海道開発庁： 双雲別電源開発計画調査報告 (1953).
14) 北海道大学工学部理学第一研究室： 十勝川の流水に関する調査報告 (1953).
15) Hayami, S.: On the Propagation of Flood Waves, Bull. Disaster Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., No. 1 (1951).
16) 17) 柏村： 空知川の縦の乱流拡散について，北海道大学地球物理学研究報告 5 (1957) 79-90.
18) 高月・高橋・手島： 前出.
19) 熊井・千葉： 水田水温の物理的調査，農業物理研究 II (1952) 81-94.
20) Burt, W. V.: Albedo over Wind-roughened Water, J. Meteor., 11 (1954) 283-290.
21) Brunt, D.: Physical and Dynamical Meteorology, Chap. 6 (1934).
22) Yamamoto, G.: On Nocturnal Radiation, Sci. Rep. Tohoku Univ. Ser. 5, 2 (1950) 27-43.
23) 内島： 前出.
24) 孫野・熊井・東： 前出.
25) 東・羽生： 水路式水温上昇池の効果に就いて，農業物理研究 II (1952) 55-69.
26) 内島： 前出.
27) Pasquill, F.: Eddy Diffusion of Water Vapour and Heat near the Ground, Proc. Roy. Soc. A, 198 (1949) 116-140.
28) Deacon, F. L.: Vertical Diffusion in the Lowest Layers of the Atmosphere, Quart. Jour. Roy. Met. Soc., 75 (1949) 89-103.
29) Fleagle, R. G., Deardorff, J. W. and Badgley, F. I.: Vertical Distribution on Wind Speed, Temperature and Humidity above a Water Surface, J. Mar. Res., 17 (1958) 141-155.
30) Sutton, O. G.: The Application to Micrometeorology of the Theory of Turbulent Flow over Rough Surfaces, Quart. Jour. Roy. Met. Soc., 75 (1949) 335-350.
31) 32) Pasquill, F.: 前出.
33) 34) 内島： 前出，6) と同じ.
35) Pasquill, F.: 前出.
36) Bowen, I. S.: The Ratio of Heat Losses by Conduction and by Evaporation from any Water Surface, Phys. Rev., 27 (1926) 779-787.
37) Penman, H. L.: Natural Evaporation from Open Water, Bare Soil and Grass, Proc. Roy. Soc. A, 193 (1948) 120-145.
38) 山本： 有限容器からの蒸発の実験，気象集誌 II, 27 (1949) 318-330.

附 録 (1)

縦方向の乱流交換を考慮した水温上昇の基礎方程式の解

水温上昇の基礎方程式

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\theta}{\partial t}+v\frac{\partial\theta}{\partial x}&=K(T-\theta)+\eta\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}\\ K&=\frac{k}{c\rho h}\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

において，

$$\left.\begin{aligned}\text{水温：}\ \theta&=\bar{\theta}(x)+\Theta(x)\,e^{i\sigma t}\\ \text{みかけの気温：}\ T&=\overline{T}+T\,e^{i\sigma t}\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

とおき，

初期条件

$$x=0:\begin{cases}\bar{\theta}=\theta_0\\ \Theta=\Theta_0\,e^{i\Psi_0}\end{cases}$$

すなわち $x=0$ において平均水温が θ_0，水温日変化の振幅が Θ_0，水温とみかけの気温の位相差が Ψ_0 なる場合の解をもとめる。

平均水温に関する方程式は，

$$v\frac{d\bar{\theta}}{dx}=K(\overline{T}-\bar{\theta})+\eta\frac{d^2\bar{\theta}}{dx^2}\qquad(3)$$

となり，その解は

$$\bar{\theta}=\overline{T}+(\theta_0-\overline{T})\,e^{\left\{\frac{v}{2\eta}-\sqrt{\left(\frac{v}{2\eta}\right)^2+\frac{K}{\eta}}\right\}x}$$

となることは，本文で述べたとおりである。(2)式を方程式(1)に代入し，(3)式を考慮すれば，

$$\frac{d^2\Theta}{dx^2}-\frac{v}{\eta}\frac{d\Theta}{dx}-\Theta\frac{K+i\sigma}{\eta}=-\frac{KT}{\eta}\qquad(4)$$

なる $\Theta(x)$ に関する微分方程式をうる。これを解くために，

$$Y(x)=\Theta(x)-\frac{\frac{KT}{\eta}}{\frac{K+i\sigma}{\eta}}=\Theta(x)-\frac{KT}{K+i\sigma}$$

とおけば，方程式(4)は，

$$\frac{d^2Y}{dx^2}-\frac{v}{\eta}\frac{dY}{dx}-\frac{K+i\sigma}{\eta}Y=0$$

となる。上の式においてさらに $Y=e^{i\alpha}$ とおけば，

$$\lambda^2-\frac{v}{\eta}\lambda-\frac{K+i\sigma}{\eta}=0$$

$$\therefore\quad \lambda=\frac{\frac{v}{\eta}\pm\sqrt{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K+i\sigma}{\eta}}}{2}$$

いま p, q を実数として，

$$\sqrt{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K+i\sigma}{\eta}}=p+iq$$

とおくと，

$$\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K+i\sigma}{\eta}=p^2-q^2+2ipq$$

となるから，両辺の実数部および虚数部をひとしいとおけば，

$$p^2-q^2=\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+\frac{4K}{\eta}$$

$$pq=\frac{2\sigma}{\eta}$$

をうる。上の両式から q を消去すれば，

$$p^4-p^2\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\right\}-\left(\frac{2\sigma}{\eta}\right)^2=0$$

$$\therefore\quad p^2=\frac{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\pm\sqrt{\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+\frac{4K}{\eta}\right\}^2+4\left(\frac{2\sigma}{\eta}\right)^2}}{2}$$

p は実数であるから平方根の前が＋の項のみをとると，

$$p=\pm\sqrt{\frac{\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\right\}+\sqrt{\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\right\}^2+4\left(\frac{2\sigma}{\eta}\right)^2}}{2}}$$

従って

$$q=\pm\sqrt{\frac{\sqrt{\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\right\}^2+4\left(\frac{2\sigma}{\eta}\right)^2}-\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\right\}}{2}}$$

$$\therefore\quad p+iq=\pm\left[\sqrt{\frac{\sqrt{\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\right\}^2+4\left(\frac{2\sigma}{\eta}\right)^2}+\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\right\}}{2}}+i\sqrt{\frac{\sqrt{\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\right\}^2+4\left(\frac{2\sigma}{\eta}\right)^2}-\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\right\}}{2}}\right]$$

ゆえに

$$\sqrt{P}=\sqrt{\frac{\sqrt{\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\right\}^2+4\left(\frac{2\sigma}{\eta}\right)^2}+\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\right\}}{2}}$$

$$\sqrt{Q}=\sqrt{\frac{\sqrt{\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\right\}^2+4\left(\frac{2\sigma}{\eta}\right)^2}-\left\{\left(\frac{v}{\eta}\right)^2+4\frac{K}{\eta}\right\}}{2}}$$

とおけば，p の＋をとったときは，

$$\lambda=\frac{\frac{v}{\eta}\pm\left\{\sqrt{P}+i\sqrt{Q}\right\}}{2}$$

p の－をとったときは，

$$\lambda=\frac{\frac{v}{\eta}\mp\left\{\sqrt{P}+i\sqrt{Q}\right\}}{2}$$

従って A, B を任意常数として，

$$Y(x)=A\cdot\exp\frac{\frac{v}{\eta}+\left\{\sqrt{P}+i\sqrt{Q}\right\}}{2}x+B\cdot\exp\frac{\frac{v}{\eta}-\left\{\sqrt{P}+i\sqrt{Q}\right\}}{2}x.$$

ゆえに

$$\Theta(x)=A\cdot\exp\frac{\frac{v}{\eta}+\left\{\sqrt{P}+i\sqrt{Q}\right\}}{2}x+B\cdot\exp\frac{\frac{v}{\eta}-\left\{\sqrt{P}+i\sqrt{Q}\right\}}{2}x+\frac{KT}{K+i\sigma}$$

となる。しかるに $x\to\infty$ なるとき $\theta-\bar{\theta}\to\infty$ とはならないから，$A=0$ とならなければならない。上の式において $A=0$ とすれば，

$$\Theta(x)=B\cdot\exp\frac{\frac{v}{\eta}-\left(\sqrt{P}+i\sqrt{Q}\right)}{2}x+\frac{KT}{K+i\sigma}.$$

次に 境界条件 $x=0$： $\Theta=\Theta_0 e^{i\Psi_0}$

によって B の値をきめると，

$$B=\Theta_0 e^{i\Psi_0}-\frac{KT}{K+i\sigma}$$

$$\therefore\quad \Theta(x)=\left(\Theta_0 e^{i\Psi_0}-\frac{KT}{K+i\sigma}\right)e^{\left(\frac{v}{2\eta}-\frac{\sqrt{P}+i\sqrt{Q}}{2}\right)x}+\frac{KT}{K+i\sigma}$$

(2) 式より $\theta=\bar{\theta}+\Theta(x)\cdot e^{i\sigma t}$ なるゆえ，

$$\theta-\bar{\theta}=\left\{\Theta_0 e^{i\Psi_0}-\frac{TK(K-i\sigma)}{K^2+\sigma^2}\right\}e^{\left(\frac{v}{2\eta}-\frac{\sqrt{P}+i\sqrt{Q}}{2}\right)x}\times e^{i\sigma t}+\frac{TK(K-i\sigma)}{K^2+\sigma^2}e^{i\sigma t}$$

となる。上式において実数部のみをとれば，

$$\theta-\bar{\theta}=T\cos\varphi\cdot\cos(\sigma t-\varphi)$$
$$-e^{\left\{\frac{v}{2\eta}-\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)^2+\sigma^2}+\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)}{2\eta}}\right\}x}$$
$$\times\left[T\cos\varphi\cdot\cos\left\{\sigma t-\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)^2+\sigma^2}-\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)}{2\eta}}x-\varphi\right\}\right.$$
$$\left.-\Theta_0\cos\left\{\sigma t-\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)^2+\sigma^2}-\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)}{2\eta}}x+\Psi_0\right\}\right] \qquad (5)$$

をうる。ここに

$$\sin\varphi=\frac{\sigma}{\sqrt{K^2+\sigma^2}}$$
$$\cos\varphi=\frac{K}{\sqrt{K^2+\sigma^2}}$$

である。(5)式がもとむる水温日変化の振幅および水温と，みかけの気温の位相差を与える式である。

上流部の水温変化を与える式は，境界条件が $x=0$ (源流点) で振幅 $\Theta_0=0$，位相差 $\Psi_0=0$ であるから，(5)式において $\Theta_0=0$，$\Psi_0=0$ とおけば，次のようになる。

$$\theta-\bar{\theta}=T\cos\varphi\cdot\cos(\sigma t-\varphi)$$
$$-Te^{\left\{\frac{v}{2\eta}-\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)^2+\sigma^2}+\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)}{2\eta}}\right\}x}$$
$$\times\cos\varphi\cdot\cos\left\{\sigma t-\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)^2+\sigma^2}-\left(\frac{v^2}{4\eta}+K\right)}{2\eta}}x-\varphi\right\}$$

また上流部の平均水温は，上に述べた場合と同様に，

$$\bar{\theta}=\overline{T}+(\theta_0-\overline{T})e^{\left\{\frac{v}{2\eta}-\sqrt{\left(\frac{v}{2\eta}\right)^2+\frac{K}{\eta}}\right\}x}$$

によって与えられる。

下流部における水温変化の基礎方程式は，本文で述べたように，方程式(1)において $K\fallingdotseq0$ としたものであるから，(5)式において $K\fallingdotseq0$ とすることによって，下流部の水温変化を与える式がえられる。$K\fallingdotseq0$ なるときは $\cos\varphi\fallingdotseq0$ となるから，下流部の水温変化を与える式は，

$$\theta-\bar{\theta}=\Theta_0e^{\left\{\frac{v}{2\eta}-\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}\right)^2+\sigma^2}+\frac{v^2}{4\eta}}{2\eta}}\right\}x}\times\cos\left\{\sigma t-\sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{4\eta}\right)^2+\sigma^2}-\frac{v^2}{4\eta}}{2\eta}}x\right\}$$

となる。

附 録 (2)

塩分法により平均流速，平均断面積および縦方向の乱流交換係数を算出する方法

河川を一様な水路と考えたときの平均流速を v，縦方向の乱流交換係数を η とすれば，塩分濃度 C の拡散をあらわす方程式は，

$$\frac{\partial C}{\partial t}+v\frac{\partial C}{\partial x}=\eta\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \tag{1}$$

上の式において $C=C^* e^{\frac{v}{2\eta}x} e^{-\frac{v^2 t}{4\eta}}$ とおけば(1)式は，

$$\frac{\partial C^*}{\partial t}=\eta\frac{\partial^2 C^*}{\partial x^2} \tag{2}$$

となる。いま

初期条件 $t=0: C=f(x)$ すなわち $C^*=f(x)\cdot e^{-\frac{v}{2\eta}x}$ とし，無限固体の熱伝導の場合と同様に方程式(2)を解けば，解は

$$C^*=\frac{1}{2\sqrt{\pi\eta t}}\int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda)\, e^{-\frac{v}{2\eta}\lambda}\cdot e^{-\frac{(x-\lambda)^2}{4\eta t}}\, d\lambda$$

ゆえに

$$C=\frac{e^{\frac{v}{2\eta}x}\cdot e^{-\frac{v^2 t}{4\eta}}}{2\sqrt{\pi\eta t}}\int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda)\, e^{-\frac{v}{2\eta}\lambda}\cdot e^{-\frac{(x-\lambda)^2}{4\eta t}}\, d\lambda$$

となる。

粗塩を水に溶かし，一時に川に投入したときの塩分濃度を S_0 とすれば，微小幅（流れの方向の）$2b$ において塩分濃度は一様と考えられるから，粗塩投入点を $x=0$ として，

$$-b<x<b : f(x)=S_0$$
$$-b>x,\ x>b : f(x)=0$$

となる。$2b$ は微小幅なるゆえ，その範囲では $e^{-\frac{v}{2\eta}\lambda}\cdot e^{-\frac{(x-\lambda)^2}{4\eta t}}$ が一定の値（$\lambda=0$ における値）をもつと考えられるから，

$$C=S_0 2b\frac{e^{\frac{v}{2\eta}x}\cdot e^{-\frac{v^2 t}{4\eta}} e^{-\frac{x^2}{4\eta t}}}{2\sqrt{\pi\eta t}}$$
$$=\frac{S_0 2b}{\sqrt{4\pi\eta t}}\ e^{-\frac{(x-vt)^2}{4\eta t}} \tag{3}$$

上の式から x 地点において塩分濃度が極大になる時刻 t_0 をもとめると，

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{1}{\sqrt{t}}\ e^{-\frac{(x-vt)^2}{4\eta t}}\right\}=0$$

なる関係から，

$$t_0=\frac{x}{v}\left\{\sqrt{\left(\frac{\eta}{vx}\right)^2+1}-\frac{\eta}{vx}\right\} \tag{4}$$

をうる。またこの t_0 を(3)式に代入すれば，任意の地点 x における極大塩分濃度をもとめることが出来る。いま投入塩量を S，断面積を a とすれば，$S=S_0 2ab$ なるゆえ，塩分測定点 x_0 における極大塩分濃度 C_0 は

$$C_0=\frac{S}{ax_0}\frac{1}{\sqrt{4\pi\frac{\eta}{vx_0}\left\{\sqrt{\left(\frac{\eta}{vx_0}\right)^2+1}-\frac{\eta}{vx_0}\right\}}}\exp\left\{-\frac{\sqrt{\left(\frac{\eta}{vx_0}\right)^2+1}-1}{\frac{2\eta}{vx_0}}\right\} \tag{5}$$

によって与えられる。また流量を q とすれば，$q=va$ となるから，(4)式および(5)式より，

$$C_0\cdot t_0=\frac{S}{q}\sqrt{\frac{\sqrt{\alpha^2+1}-\alpha}{4\alpha\pi}}\cdot\exp\left(-\frac{\sqrt{\alpha^2+1}-1}{2\alpha}\right)$$

ただし $$\alpha=\frac{\eta}{vx_0}$$

をうる。C_0，t_0，S，q が既知であれば上の第1式によって α をもとめることが出来る。さらにこの α の値を用い，関係式

$$v=\frac{x_0}{t_0}\left(\sqrt{\alpha^2+1}-\alpha\right)$$
$$\eta=\alpha v x_0$$
$$a=\frac{q}{v}$$

から，それぞれ平均流速 v，縦方向の乱流交換係数 η，平均断面積 a を計算することが出来る。

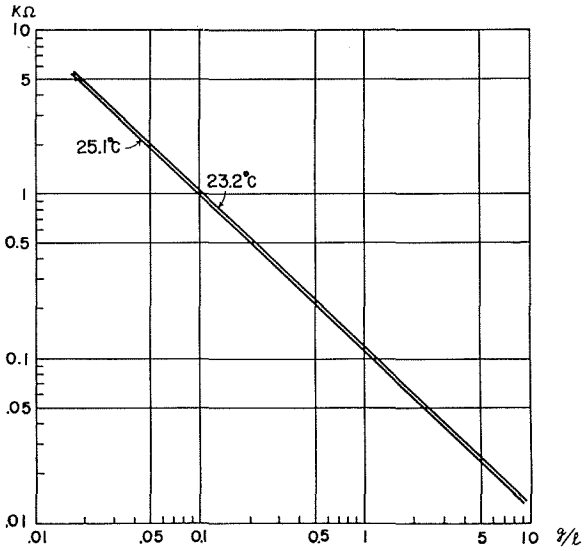


Fig. 17

なお第17図は，江丹別川で使用した塩分測定用極板の，極板間抵抗と塩分濃度との関係を示したものである。図は横軸に粗塩を水に溶かした濃度 (g/ℓ)，縦軸に極板間抵抗 (kΩ) をともに対数目盛で示し，水温が 23.2°C (第 11 表 (a) の (1) に相当) および 25.1°C (第 11 表 (a) の (3) に相当) なるときの両者の関係をあらわしている。