



Title	急勾配開水路の抵抗法則について
Author(s)	尾崎, 晃; Ozaki, Akira
Citation	北海道大學工學部研究報告, 30, 1-49
Issue Date	1962-09-30
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/40701">https://hdl.handle.net/2115/40701</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	30_1-50.pdf



# 急勾配開水路の抵抗法則について

尾 崎 晃

## A Study on the Law of Resistance of Flow in Steeply Sloping Channels

Akira OZAKI

### Abstract

It has been generally recognized that the logarithmic velocity distribution obtained by Prandtl and Kármán may be applied to the velocity distribution in an open channel of a steep slope. In the case of an open channel, however, detailed studies concerning the two numerical constants to be contained in the formula of velocity distribution have not been satisfactorily undertaken. In other words, we have little knowledge as to whether these constants vary in accordance with the slope of channel and the Froude number of the flow or not. The present study was done with intent of clarifying the following two problems: (1) the law of resistance of a rapid flow uniquely applicable for the whole length from the entrance to the end of a long and steep channel. (2) the relation among the numerical constants in the equation of velocity distribution and the slope of an open channel.

### 目 次

概 要 .....	2
I. 開水路水流の領域に関する考察 .....	2
§ 1. 開水路水流の領域の分類 .....	2
§ 2. 摩擦抵抗係数の定義 .....	4
II. 実験法に対する考察 .....	6
§ 1. 急勾配開水路における水面測定法 .....	6
(i) 高速流の水面測定法 .....	6
(ii) 従来測定法と新測定法との比較 .....	12
§ 2. 流速分布測定法 .....	13
III. 開水路水流の領域と抵抗法則との関係 .....	14
§ 1. 乱流における摩擦抵抗係数 $C_f$ の計算法 .....	14
§ 2. 水流の領域と抵抗法則 .....	16
§ 3. 全領域を一貫する抵抗法則 .....	18
§ 4. 水流の分類による領域と壁面摩擦応力 $\tau_0$ との関係 .....	21
IV. 水路勾配と抵抗係数との関係 .....	25
§ 1. 問題の所在について .....	25
§ 2. 従来研究における $u_{*c}$ の求め方 .....	26
§ 3. 実験結果に対する考察 .....	28

## 概 要

急勾配開水路を流下する水流の流速分布は、管水路における流速分布と同様に Prandtl, Kármán による対数分布法則によって表わされることは周知の事実である。しかし開水路に対してこの式を用いる場合、流速分布式中の常数係数が円管内の流速分布に対するものと同じであるか否かに関しては未だ充分な研究が行なわれていない。したがってこれらの常数係数が、水路勾配やフルード数によって変化するかどうかという点も疑問である。本研究は次の二つの問題に行なわれたものである。すなわち (1) 急勾配開水路を流下する射流に対し、水路の始点から末端まで全長にわたって適用できる一貫した抵抗法則。および (2) 対数分布法則式中の二つの常数係数と水路勾配との間の関係。である。

### I. 開水路水流の領域に関する考察

#### §1. 開水路の水流に関する領域の分類

開水路の水流に関してはその本質的な面から見て、常流 (tranquil flow or subcritical flow) と射流 (rapid flow or super critical flow) とに大別される。さらにそれらの各々は乱流、遷移流、層流の領域を有するので、流れは6種類に分けられる。以上は現在用いられている水流の分類であって、支配断面前後の水面形を論ずる場合に意味を持っている。たとえば、常流で乱流という場合には  $F_r < 1.0$ ,  $R_c > R_{c.cr.}$  であり、その流れは水深全部にわたって乱流となっていることを意味し、射流で層流という場合には  $F_r > 1.0$ ,  $R_c < R_{c.cr.}$  であって、水深全部にわたって層流であることを意味している。

しかし貯水池の水が静止の状態から余水路へ流入するような場合、余水路の始点からはじめのしばらくの区間においては水流の状態が上記6種の分類のいずれかに確立されず、したがってこれらの分類のみには取扱うことができない状態が出現する。急勾配開水路の流れの抵抗、水頭損失などの問題を論ずるに当たっては以上の分類法とは別な立場から、未だ流況が一定状態に確立される以前の状態に関する分類を行なう必要がある。ここに云う急勾配水路とは勾配がいくら以上のものを指すかということが先づ問題になるが、この点については特に明確な定義はないようである。自然河川などの場合には勾配が数百分の一でも急流河川と呼ばれることがあるが、我々が今ここで取扱っている問題はどれも水路勾配が水平に対して  $30^\circ$ ,  $50^\circ$  というような急傾斜をなす場合である。少なくとも  $\alpha = 5^\circ 40'$  ( $I = 0.1$ ) 以上の勾配を考えているが、場合によっては  $\alpha = 1^\circ 44'$  ( $I = 0.03$ ) 程度以上を急勾配ということもある。いずれにしても、貯水池又は大水槽などからこのような勾配の開水路へ水が流入する場合には、その水路の始点からある範囲の区間において次の4種の状態が順次にあらわれる。

まず  $I = 0.03$  以上の勾配を持つた滑面開水路においては  $F_r > 1.0$  となり、流れはすべて射流の領域にある。この射流領域をさらに次のように区分することとする。

(A) 主流部 (potential core) と呼ばれる部分と境界層 (boundary layer) とが共存している領域。この境界層にも層流と乱流とがあり、またこの領域の長さは主として水路表面の粗度  $k$ 、および水路幅員と水深との比  $h/B$  の関係によって決る。

(B) 臨界点 (critical point) を境として、主流部が消失するその前後を含む比較的短い領域で一種の遷移領域とも云える。

(C)  $B$  の遷移領域を終って水深全体が境界層のような状態になった領域。この場合には本来の意味における境界層という語は用いられないが、流速分布は境界層内の分布形とよく類似している。もちろん完全な乱流である。

(D) 空気混入現象の発生する領域 (air entrained flow), 臨界点を過ぎると内部の turbulence が直接水面にあらわれるようになるので、ここから空気の捲込みが始まり、実際の大きな水路においては真白い流れ (white water) となる。しかしふつうに用いられる規模の模型水路においては流速が小さいため turbulence の程度も小さく白い流れは発生しない。

以上の4種に分類することが後の研究を進める上にきわめて有用である。いま便宜上最初の (A) 領域を skin friction flow, (C) 領域を internal friction flow と呼んで区別することとする。

次にこれら二つの語の意味について吟味する。言葉の本来の意味において skin friction と云いうる状態と、その拡張解釈としては skin friction とも考えられるが、実際には既に skin friction の定義を越えてしまった状態とが存在する。前者は一樣な流速  $u_0$  で無限に拡がっている流れの中におかれた平板の表面に発生する境界層、および幅の広い急勾配開水路に大流量の水が流れる場合の水路の始点に近い区間における境界層などの場合に適用され、後者は今の流れの下流部において(ただし未だ臨界点には到達しない)境界層の厚さが主流部の水深よりも大となった状態、又は幅の狭い水路(三次元の流れ)において三方より境界層が発達し、主流部が水路の中央部にまだ僅かだけ残っていると云うような状態をさす。これらはいづれも取扱い上からは skin friction flow の領域に加えることができる。

これに対して後者の internal friction flow は臨界点から下流において、境界層が水面に到達してしまつた以後の流れに適用される。この流れは turbulence が流体の内部全体に拡散されて、固体壁面の所で最初に発生した抵抗が流れの全断面に関係するようになった流れという概念の方が実状とよく一致する。

以上の4領域の中、(D)の空気混入流については又別個に考えることとし、本論文においては(A)、(B)、(C)の3領域だけについて考える。この3領域のそれぞれについては既にいくつかの研究が行なわれ、成果が得られている。しかし過去におけるそれらの研究は、各領域が既に確立された状態として存在する場合に対し、各々の領域毎に独立して変数を選び、記号を定めて研究を進めてきたため、各領域の境界附近に対してはそれらの成果を適用できなかった。実際の流れは水路の始点から順次に(A)、(B)、(C)の各領域を移り変って流れて行くのであるか

ら、これらを一貫して取扱い得る法則を求めなくてはならない。次に上記3領域の判定法について述べる。これはごく小型のピトー管(外径 0.3 mm 以下, 孔径 0.1 mm)を用いて流速分布を測定することによって行なうことができるが, 実際問題としては流速分布の測定には非常に時間と労力を要するので, その代わりに流量とフルード数との間に見出される相関関係を利用すると比較的簡単に判定することができる。すなわち, 断面の平均流速  $v_m$ , 平均水深  $h_m$  を用いてあらわしたフルード数  $F_r = v_m / \sqrt{gh_m}$  の値が, 流量の増加に伴って減少する場合にはその流れは (A) の skin friction flow の領域にあり, 逆に流量の増加と共に  $F_r$  が増大する場合にはその流れは (C) の internal friction flow の領域にあることが実験的に判明している。その中間に, このような関係が不明瞭な部分があるが, それが (B) の遷移領域であると考えられる

## §2. 摩擦抵抗係数の定義

抵抗係数又は局所摩擦係数  $C_f$  とは

$$\tau_0 = C_f \frac{\rho u_0^2}{2} \quad (1)$$

ただし  $\tau_0$ ; 固体壁面におけるせん断応力

$\rho$ ; 流体の密度,  $u_0$  は境界層外の一様流速

によって定義される値である。本来この式は境界層の流れに対して適用されたものであって, この場合  $u_0$  はもちろん境界層外の主流の流速をあらわす。前項の (A) 領域に対しては (1) 式を適用することができる。すなわち skin friction flow では水路表面における摩擦応力  $\tau_0$  は水路勾配とは全く無関係であって, 一様流速の流れの中に流れと平行におかれた平板の場合など(以下このような流れのことを便宜上 unconfined flow と呼ぶ)と同様に取扱いうる。

(C) の internal friction flow の領域においては主流部, したがって一様流速  $u_0$  が存在しないので, この場合にも  $C_f$  の定義として (1) 式と同形を用いるとすれば,  $u_0$  の代りに断面の全水深に対応する平均流速  $u_m$  を用いて

$$\tau_0 = C_f \frac{\rho u_m^2}{2} \quad (2)$$

とするか, あるいは又  $u_0$  の代りに断面内の最大流速  $u_{\max}$  を用いて

$$\tau_0 = C_f \frac{\rho u_{\max}^2}{2} \quad (3)$$

と表わされる。このように定義の方法によって係数  $C_f$  の内容はそれぞれ変化する。したがって上記3式のいずれを用いて決めた  $C_f$  であるかを論議の最初にはっきりさせておかななくては単にこの形の式から  $C_f$  を求めても他の実験結果とそのまま比較することはできない。ただここに (3) 式は (1) 式における本来の意味を失っており, その形だけを借用したものに過ぎないが多数の実験結果によれば, (3) 式によって求めた  $C_f$  は  $R_{\delta^*}$  (境界層の排除厚  $\delta^*$  を長さを用いた

レノーズ数) との関係において表わした場合にはいずれも

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 4.07 \log R_{\delta_*} + 2.27 \quad (4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 3.96 \log R_{\delta_*} + 3.04 \quad (5)$$

$$C_f = 0.018 R_{\delta_*}^{-\frac{1}{5}} \quad (6)$$

などの式によつて非常に良く近似されることが実験の結果より判明している。したがって本来は境界層に対して考えられた(1)式を(3)式の形にして internal friction flow に用いても誤りではないことがわかる。

管路における損失水頭を表わす式としては Darcy-Weisbach の式

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v_m^2}{2g} \quad (7)$$

が古くから用いられている。この式において管の直径  $D$  を  $D=4R$  ( $R$  は径深) で径深によつて表わすと

$$f = \frac{8gRI}{v_m^2} \quad (8)$$

(ここに  $I=h_f/L$  で、勢力線の勾配, 又は完全な等速流の場合には水路勾配を表わす)

の形になる。いま  $C_f = \frac{f}{4}$  とおけば

$$C_f = \frac{f}{4} = \frac{2gRI}{v_m^2} \quad (9)$$

となり、従来より摩擦抵抗係数  $C_f$  を求める式として一般に用いられている形の式となる。これを  $\sqrt{2g/C_f} = C$  ( $C$  は Chézy の常数) によつて変形すると, Chézy の式

$$v_m = C\sqrt{RI} \quad (10)$$

が得られる。

又一方においては(1)式を直接開水路に適用するために,  $\tau_0$  に(2)式を用いて

$$\tau_0 = \rho g R \sin \alpha = C_f \frac{\rho u_m^2}{2} \quad (11)$$

とする方法も用いられて来た。この場合には(1)式の  $u_0$  の代りに断面の平均流速  $u_m$  を用いている。これより

$$C_f = \frac{2g R \sin \alpha}{u_m^2} \quad (12)$$

が得られる。これも開水路の摩擦抵抗係数に対する一つの定義である。

層流又は乱流のいずれにおいても、摩擦抵抗係数 ( $C_f$  又は  $f, \lambda$  など種々の記号が用いられてきた) をレノーズ数との関係によつて表現することは古くから用いられてきた方法であった。

円管内の流れに対しても、一様流速の流れの中に平行におかれた平板の抵抗係数、又は流体中に埋没している物体の牽引抵抗に対しても、いずれも現象の理解に大いに役立っている方法である。開水路水流の抵抗法則の研究に当たっても、この方法が取入れられたのは当然のことであった。しかし開水路水流の場合には円管や平板の場合とは異なって、自由水面の存在という開水路の特徴にかかわる困難な問題が含まれていた。それは抵抗係数  $C_f$  又は  $f$ 、およびレノーズ数の表わし方に関する点であった。円管内の流れに関する抵抗法則の場合の  $f \sim R_e$  関係図においては抵抗係数  $f$  には (7) 式より求められる  $f$ 、レノーズ数には  $R_e = Dv_m/\nu$  ( $D$  は直径、 $v_m$  は断面の平均流速、 $\nu$  は流体の動粘性係数) を用いれば、滑面管に対してはどのような管径、流速の場合でも  $f$ 、 $R_e$  とともに定義の通り一義的に定まり、 $f \sim R_e$  図は一通りに表わされる。又平板の抵抗の場合には、 $C_f$  に対しては (1) 式で定義されるそのままの  $C_f$  を、 $R_e$  にはこの場合平板の leading edge から面に沿うて流れの方向に測った距離  $x$  を取入れた  $u_0x/\nu$  の形を用いれば、やはり  $C_f \sim R_e$  の関係が一通りに定まった。この時の  $u_0$  は境界層外の一様流速である。このようにして滑面円管内の流れに対しては Prandtl-Kármán の式

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log R_e \sqrt{f} - 0.8 \quad (13)$$

平板に対しては同じく Kármán による

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 4.13 \log (R_e C_f) \quad (14)$$

又は Schlichting による

$$C_f = \frac{0.455}{(\log R_e)^{2.58}} \quad (15)$$

などの式が求められた。

以上のように円管、平板の場合には抵抗係数  $C_f$ 、 $f$ 、およびレノーズ数  $R_e = Dv_m/\nu$ 、 $R_e = xu_0/\nu$  とともにそれぞれの定義から一義的にきまる性質のものである。

## II. 実験法に対する考察

本研究における水流の抵抗法則に関しての新知見はいずれも以下に述べる実験の結果より考察を進めて到達したものであるので、実験に関する事項の中で特に重要な測定法についてその要点を述べる。

### § 1. 急勾配開水路における水面測定法

#### (i) 高速流の水面測定法

水理模型実験において、開水路水流の流速を測定するにはいろいろの方法があるが、ふつうに最も多く用いられるのはピトー管によって、断面内の数箇所を鉛直面内の流速分布を測り

得られた流速分布曲線を積分して断面の平均流速  $v_m$  を求める方法と、他の一つは水面の高さを測定して水路底の高さととの差によって水深を求め、それより流水の断面積を算出し、同時に他の方法(量水堰、ヴェンチュリ管、タンクによる計量等)で流量を測定しておいて  $v_m = Q/Bh_m$  の関係より平均流速を求める方法である。流量の実測が困難な大水路とか、又は特に流速分布の形を知ることが必要な特殊の場合には、前者の方法によらなくてはならないが、実験の目的上、単にある測定断面における平均流速を知り、又はフルード数を求めたりするだけの目的の場合にはピトー管による流速分布測定は時間と労力とを要するので、後者の水面の高さを測って平均水深を求め、それより  $v_m$  を求める方法によるものがふつうである。

水面の位置を測定するにはポイントゲージが用いられる。静止している水面、又は静かに流れる常流の水面を測るような場合は比較的簡単で、ゲージの針の先端を次第に水面に接近させ、針先が水面に達した時に水面が瞬間的に吸いつけられるように針の先端に附着するので、その瞬間を測定して目盛を読み取ることは肉眼でも容易で、十分正確に測定できる。次に射流の流れでも水面が滑かに鏡の面のように光って流れる部分(これが I. に述べた skin friction flow である)を測る場合にはこれも肉眼による判定が容易であって、流れの表面にポイントゲージがついた瞬間に針先から微細な毛管波が発生するので、これによってゲージがちょうど水面に達したことを知り得る。この種の流れにおいては水面は勿論多少振動してはいるが、その上下動はあまり激しくないのがふつうであって、針先が水面についたり離れたりする度数と時間を考慮して、直接にその平均値を読取ることができる。

次に相当流速の大きい常流の場合には、水面の動揺も相当激しくなって、ゲージの針先が水面に接触した瞬間の判定だけは肉眼でも可能であるが、そのついたり離れたりする度数が早くなって平均値を直接読取るとはかなり困難となる。

最後に、以上述べたような方法がどれも全く使用できなくなるのが、いわゆるざらざらの面に見える射流の水面(I. で述べた internal friction flow)であって、ダム余水路模型などにおいても流量の少ない場合、下流部や水叩における流れにこの種の水面が現われる。この場合には水面というものの定義を改めて考える必要が生じるのであって、上記の三つの場合におけるような意味での水面はこの時には存在しない。したがって前の3者の場合におけるような方法ではほとんど近似値しか読み取れず、その誤差はふつう数ミリメートル以上にも達する。模型実験においてこの種の射流を測定するのは、その水深が2~5 cm 程度以下の場合が多いのでわづか2~3 mm の誤差ではあっても全体の精度に大きな影響を及ぼす。したがって実験結果から射流の抵抗法則に関する特性を見出そうとするような高い精度を必要とする実験に際しては、ポイントゲージに特殊の工夫を必要とする。

実験室内の模型水路(ダム余水路などの急勾配水路)における高速流の水面に2種の外観を呈するものが存在することは既に述べたが、その第2の場合、すなわち水面に光沢がなくなつてすりガラスの面のようなざらざらした感じになったものが従来の方法によっては正確な測定



写真—1



写真—2

のできなかった水面である。この種の水面がいかなる構造を持つものであるかを知る必要がある。

その目的のために高速電子閃光器を使用して写真判定をすることを試みた。用いた器械は公称  $1/50,000$  秒の閃光時間(商品名 Evatron)のものである。これによって上記の、一様に光沢を失った鈍い白色に見える高速射流の表面を撮影したものが、写真-1, 2 である。これらはラッカー吹付仕上げ滑面水路の上の水深  $1.0\text{ cm} \sim 1.5\text{ cm}$  の流れの水面であって、そのフルード数は  $9 \sim 11$  程度のものである。水面はこのように拡大して見ると、決して連続的な一枚の面ではなくて、大小無数の水塊の不規則な集合であり、これが非常に速い速度で離合集散しながら下流へ移動して行くものである。この現象をある時点において静止させて見ると、それは一つの不規則な波状面を構成しているのので、実際問題としては平均的な一つの平面(水面)を仮定しなくてはならない。在来の方法によるポイントゲージではその針先がこれら無数の大小の水塊によって次々と衝突され飛沫となって飛び散るため、それらの平均的な高さを眼で判定することができなかった。

これらの微小水塊又は波状面の高さを定量的に測るためには、やはりポイントゲージを用いるが、この実験においては図-1の構造を持つ水面指示計とポイントゲージを組合わせて使用した。この指示計はゲージの針先が水面に触れると magic eye が閉ち、離れるとそれが開くようになっている。写真に示すような状態の水面においては、非常な速さで水面が触れたり離れたりするので、針先をちょうど適当な位地に持ってゆくと magic eye の開閉が一つの色調として目に映るようになる。今このような流れの水面構造を仮りに図-2に示すように模型的に考えて、連続した半球面の頂点にゲージの先端がふれる状態を上限、底にふれる状態を下限と呼

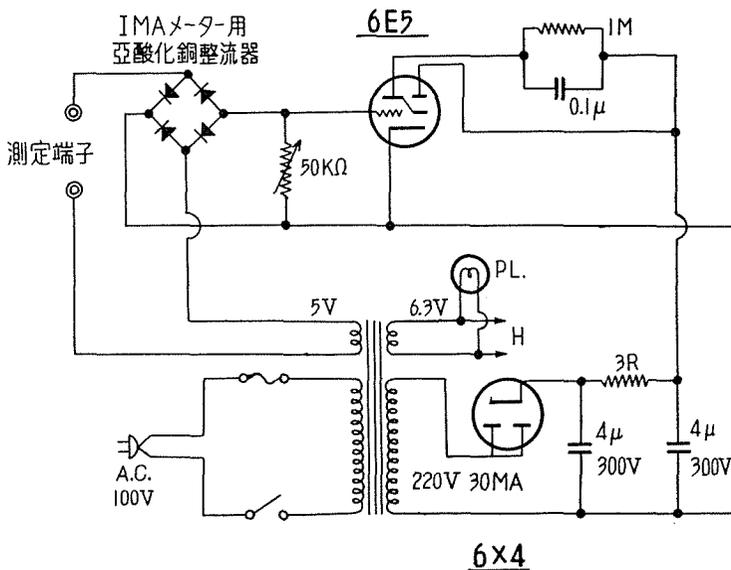


図-1

ぶことにする。ポイントゲージの針先を僅かずつ上下させて、magic eye が所定の色調となった時に、上限又は下限と判定する。この位置が正しいか否かを確認するために、電磁オッシログラフを用いて上限、下限における水面と針先の接触の状態を調べた。写真-3

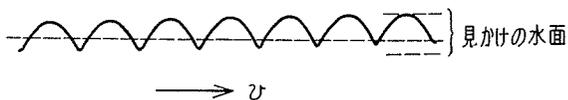


図-2

はその結果の一部を示すものである。記録の線が基線から立上っている部分は針先と水面とが接触している状態、線が基線上に帰っている所は針先が水から離れている状態を示す。写真-

1, 2 に見られる微小水塊がゲージの針先に触れている時間は 1/100 秒程度である。図-3 はこのようにして判定した水面の上下限と、細いピトー管を用いて測った流速分布を同一の流れにおいて比較対照したものであるが、ちょうど下限の位地まではピトー管によって流速がよくとらえられている。これより上に上ると水の実質部分は連続ではなくなり、個々の水滴としてピトー管の先端に衝突しているので、空気が圧入されて正しい流速を示さなくなる。下限を越えるとマンメーターの読みは急激に下りはじめる。

以上のように高速閃光器による水面の観察、水面指示計の使用と併用されたオッシログラフの記録および細いピトー管による流速分布の測定など種々の組み合わせによって高速流の水面をとらえることが可能となった。以後の実験にお

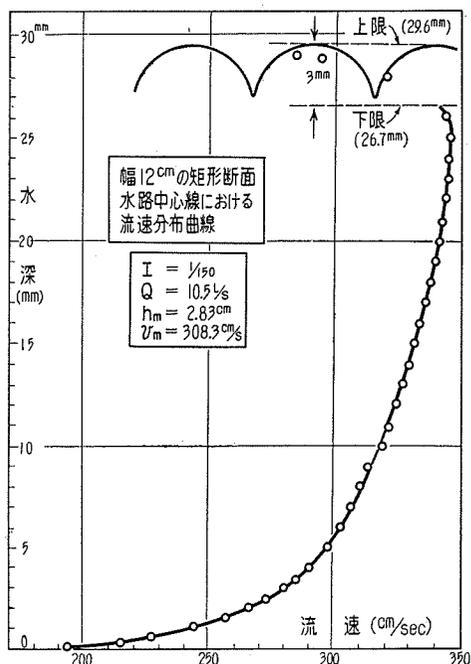


図-3

いては水面指示計のみを使用して上限、下限の値を求め、仮想上の一様な水面を算出した。我々が模型実験の際に取扱う範囲ではこれらの水面の上、下限の差は 2~3 mm 程度であるので、一様水面の高さとしては上、下限の算術平均を取ることとした。写真 1, 2 のような水面は流速が 400~500 cm/sec 程度の場合であるが、これが更に速くなると“白い流れ”すなわち空気混入流へと発展してゆく。それは全体の流速が大になると共に turbulence が激しくなって、水面における微小水塊の上下動も大きく速くなり、遂に一部が流れの本体から離れてとび出し、又ある部分においては水面の凹所が流れの本体中へ捲き込まれる。そのような瞬間の状況が写真-4 に見られる。実験室内の小規模な水路においても空気混入流を発生させることは可能であって G. H. Straub, Halbronn 等はこの種の実験を行ない水深と空気混入率との関係を見出している

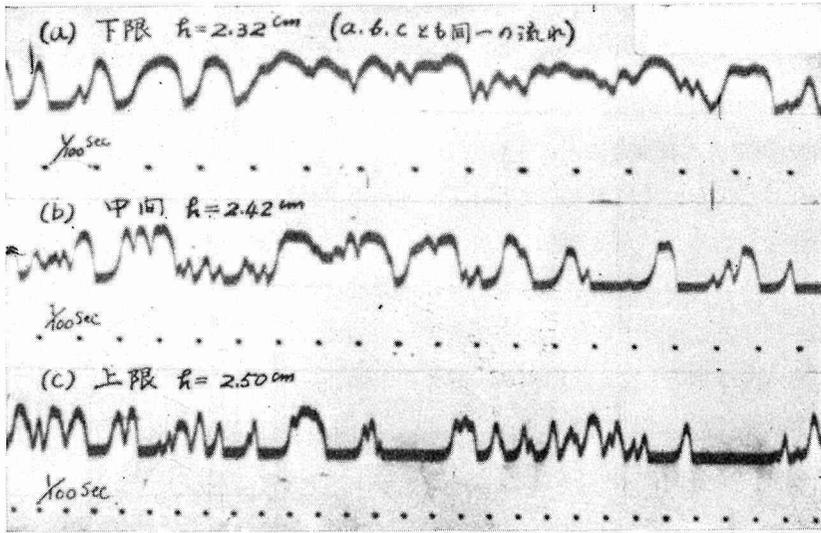


写真-3



写真-4

が、水面の測定については報告されていない。上記の測定法においては水滴として流れの本体から離れてしまったものはゲージの先端に衝突しても indicator には影響を与えないから“白い流れ”の水面測定にも適用が可能である。

### (ii) 従来の測定法と新測定法との比較

前項に述べたように、模型水路における高速流の平均流速を水面測定によって求める場合水面測定の僅少の誤差がいかに大きく影響するかという点に関し実例によって示す。そしてこの水位又は平均流速における誤差、不確かさが後に抵抗法則の問題を論ずるに当って問題の本質に大きな影響を及ぼすのである。今例として、水路幅 24 cm の矩形断面ラッカー吹付仕上げ滑面水路における測定結果について検討して見る。

水面測定は上流側から水路に沿って順次設けられた各測定断面において図-4のように中心線から 5 cm 間幅の 5 箇所で新測定法を用いて測り、それらの平均を求めた。測定結果の 1 例を示すと次表の通りである。

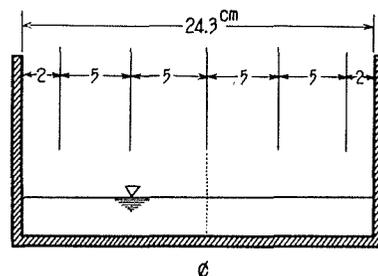


図-4 流速測定位置

各測点における水深および平均水深  
幅 24 cm, 勾配  $\alpha=8^{\circ}45'$  滑面, 矩形水路  $Q=19.71 \text{ l/s}$

断面	測点 1 (cm)	測点 2 (cm)	測点 3 (cm)	測点 4 (cm)	測点 5 (cm)	平均水深 (cm)	平均流速 (cm/s)
0	4.07	3.79	3.67	3.66	3.83	3.80	213.3
1	3.24	3.09	3.03	3.16	3.29	3.16	256.6
2	2.70	2.75	2.98	2.93	2.76	2.82	268.2
3	2.66	2.69	2.64	2.63	2.48	2.62	309.9
4	2.64	2.57	2.47	2.54	2.51	2.55	318.7
5	2.34	2.43	2.56	2.44	2.47	2.45	331.4
6	2.54	2.30	2.30	2.31	2.60	2.41	336.5

(ただし断面番号に 1 を加えた数字が、その断面の水路始点からの距離をあらわす。例えば断面 No.3 は水路の上流端から 4 m の位置にある)

この例のように断面 No.3 以降では水深の差はどれも 1 mm 以下となり、従来のふうの方法によっては、上下限の差が約 3 mm あるので誤差は  $\pm 1.5 \text{ mm}$  あることになり、断面 No.3 以下における水深の差は測定誤差の範囲内に入ってしまう。したがって従来の方法による場合には、断面 No.3 付近は既に水深が一定になった等速流領域と見なされ、それに従って後に述べるような判断が下されていたのであろうと考える。水深 2.5 cm の所では  $\pm 1.5 \text{ mm}$  の誤差は  $\pm 6\%$  の誤差となる。従来の測定法によれば、ここに述べた上限よりも更に高い所を測っていたように思われる。

§2. 流速分布測定法

境界層に関する研究に当っては、非常に薄い層内の流速分布を詳細に測定することが先づ第一に必要となる。水理実験において水流の流速分布を測るためには専らピトー管が用いられるが、ふつうに使用されるものは管径が5 mm~10 mm 程度の太さで、先端に動圧測定孔、側面に静圧測定用の孔又は帯状切欠きを有する型のものであって、主として水深が5 cm 以上、流速は1 m/sec 以下の常流の流速分布測定用として用いられる。境界層の厚さ $\delta$ は、開水路の高速流実験において主として取扱われる範囲では、せいぜい1~3 cm 程度であって、殊に急激に流速が変化する層は3~5 mm 以下の薄い層である。したがって管径が5 mm 以上もの太さのピトー管では境界層の測定には全く用をなさない。この研究に使用したピトー管は外径が1.5 mm のステンレス注射針の先端を切って扁平にし、図-5の寸法に仕上げたものである。管が細いのでふつうのピトー管のように静圧孔を設けることは不可能であった。それで、これによつては動圧のみを測り、静圧は計算により、予備実験の結果で確かめながら算出した。動圧孔の大きさは、幅1.8 mm

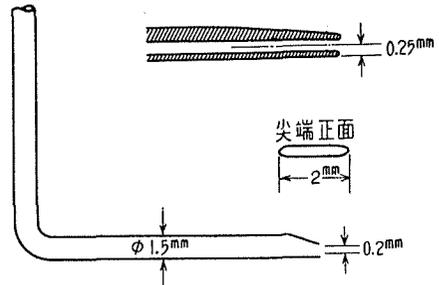


図-5 小型ピトー管

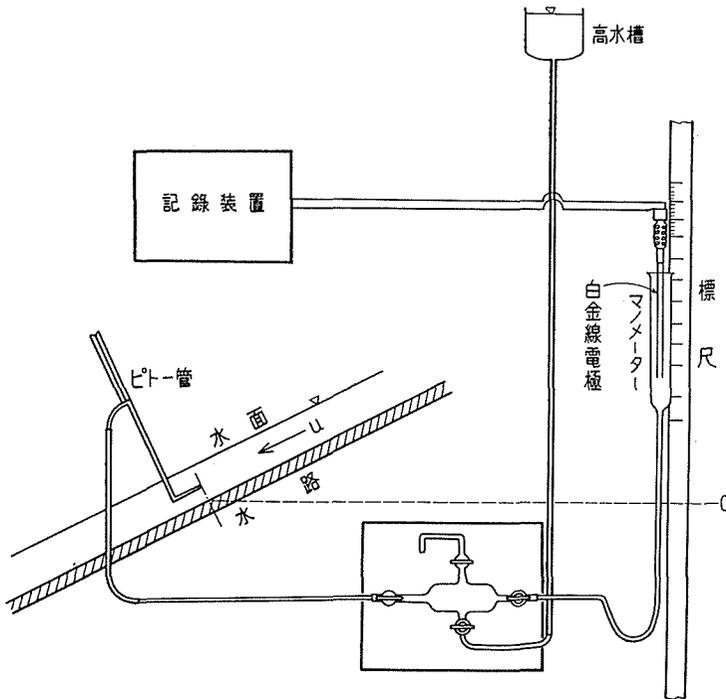


図-6 高速流の流速測定装置

高さ 0.2 mm の細隙で、水路底に密着した場合、動圧孔中心の水路底面からの高さは 0.25 mm であった。このピトー管を 0.1 mm 読みのポイントゲージ先端に取付け、底面上 0.25 mm の高さから出発して 0.1 mm 間隔で流速分布を測定した。ピトー管およびマンオメーター装置は図-6 の通りである。マンオメーターとピトー管とは図示のように途中で四方開きのコックで連結し、動圧管から連結されているビニール管内え気泡が入った場合に、それを抜くため、およびピトー管先端に水中の微細なごみが附着してマンオメーターに正しい値が表われなくなったような場合に、上のタンクから圧力水を送ってピトー管内を洗滌するためとに用いた。マンオメーター水柱の読みは鉛直に立てた物尺上で 1 mm まで読取ることができた。又ピトー管が境界層内にある場合には、マンオメーターの水面が 1~2 cm の範囲で不規則に振動するので、この場合には白金線電極を使用し、記録電流計によってその変動を自記させ、一点毎に約 5 分間記録してその平均値を取った。なお静水圧に関しては水路勾配  $\alpha$  に対し、水深  $h$  の場合に  $p_s = h \cos \alpha$  により求めた。この関係は別に行なった実験において水路底中央に静圧測定孔を設けて圧力測定を行なった結果再確認し、流れは平行流であるので静圧は水底から水面まで直線的に変化するものとして計算した。

### III. 開水路水流の領域と抵抗法則との関係

#### §1. 乱流における摩擦抵抗係数 $C_f$ の計算法

乱流境界層の流速分布は壁面における壁面せん断応力  $\tau_0$  と密接な関係がある。そのためただ単に  $u/u_0 \sim y/\delta$  の関係で流速分布の測定値を plot した場合には各実験毎にそれぞれ異なった多数の曲線が得られるのに対し、 $\frac{u-u_0}{u_*} \sim \frac{y}{\delta}$  の関係によって plot すれば、各々の測定結果がすべて一つの曲線によって表わされることは既に周知<sup>1)</sup> のところである。このような結果が得られたのは、それらの実験においては境界層の流速分布測定と同時に、その際の壁面せん断応力  $\tau_0$  の正しい値が求められていたからである。 $\tau_0$  は一様流れの中に流れに平行におかれた平板の境界層や、円管内の流れに対しては比較的容易かつ正確に求められる。

開水路水流の場合にももちろん平板、円管の場合と同様に  $\tau_0$  が存在し、この値を求めるには水路勾配  $I$  と径深  $R$  より  $\tau_0 = \sqrt{gRI}$  の関係式により計算されてきた。しかしこの関係は境界層が発達しつつある流れ、すなわち skin friction flow に対しては無意味である。その理由は、上の式は energy loss には無関係の主流部をも含んだ径深  $R$ 、および境界層内の energy loss とは関係のない水路勾配 (又は水面勾配)  $I$  を用いていることによる。この場合に対する  $\tau_0$  の算定は境界層の運動量方程式

$$\frac{C_f}{2} = \frac{\tau_0}{\rho u_0^2} = \frac{d\vartheta}{dx} + (H+2) \frac{\vartheta}{u_0} \frac{du_0}{dx} \quad (16)$$

によらなくてはならない。すなわち (16) 式の右辺は  $d\vartheta/dx$ 、 $du_0/dx$  などの  $\vartheta$ 、 $u_0$  が  $x$  方向に

連続的に変化する割合を含んでいるが、これを実験から求めるには適当な間隔毎に選んだ測定面におけるそれぞれの  $\vartheta$ ,  $u_0$  を用いて,  $\Delta\vartheta/\Delta x$ ,  $\Delta u_0/\Delta x$  の関係に書き換え, 又各断面の  $\vartheta$ ,  $H$  は流速分布の実測値を数値積分して得た値を用いる。しかしこの方法は非常に労力を要し, 又測定断面が流れに沿って最小限3箇所以上なくては計算ができない上に, それら断面の間隔も相当に密でなくては(たとえば20~40 cm程度)正確を期し難いという不便がある。本研究においては F. H. Clauser<sup>2)</sup> の提唱にかかる, 以下に述べる方法を開水路の水流に対して応用した。円管又は平板の境界層内の流速分布は次の式によって表わされる。(ただし滑面に対する場合)

$$\text{円管} \quad u/u_* = 5.75 \log u_* y/\nu + 5.5 \quad (17)$$

$$\text{平板} \quad u/u_* = 5.6 \log u_* y/\nu + 4.9 \quad (18)$$

ただし  $u_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$   $u$  は壁面から距離  $y$  のところの流速

(17), (18)式は円管内および平板の境界層内の流速分布と, その際の壁面せん断応力  $\tau_0$  とを同時に実測することによって求められたものである。これらの実験データは多数の研究者が異なった場所, 異なった時代に各人の実験装置を用いて得たものであるが, 円管内の流れや, 平板の場合には,  $\tau_0$  を正確に測定できたので多数の実験結果はよく一致し, したがって(17), (18)の両式は乱流の流速分布と壁面せん断応力  $\tau_0$  との間に存在する普遍的関係をあらわすものと云える。そこでこれらの式を逆に利用して, 流速分布だけが測定されていて  $\tau_0$  の測定値がないものに対し, 流速分布から  $\tau_0$  を求めようとするのが Clauser の方法である。

すなわち

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u}{u_0} \sqrt{\frac{2}{C_f}}; \quad \frac{y u_*}{\nu} = \frac{y u_0}{\nu} \sqrt{\frac{C_f}{2}}$$

の関係があるから, これより

$$\left. \begin{aligned} \frac{u}{u_0} &= u/u_* \left/ \sqrt{\frac{2}{C_f}} \right. \\ \frac{y u_0}{\nu} &= \frac{y u_*}{\nu} \left/ \sqrt{\frac{C_f}{2}} \right. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

(17), (18)のいずれかによって  $u/u_*$  と  $y u_*/\nu$  との関係が与えられているので,  $C_f$  に順次適当な数値を試算的に与えれば  $C_f$  をパラメーターとする直線群が対数方眼紙上に画かれる。層流の場合には

$$\frac{u}{u_*} = \frac{y u_*}{\nu}$$

の関係を用いれば, 全く同様にして  $C_f$  をパラメーターとする曲線群が同じく対数紙上に得られる。この図上に流速分布だけがわかっているデータを  $u/u_0$  と  $y u_0/\nu$  との関係で plot してゆくと, 今の直線群(乱流の場合), 又は曲線群(層流の場合)に平行に, 点が plot される。その位置を図上において読み取ることによって, 相当する  $C_f$  の値が求められ,

$$\tau_0 = C_f \frac{\rho u_0^2}{2} \quad \text{又は} \quad u_* = \sqrt{\frac{C_f}{2}} u_0$$

より  $\tau_0$ ,  $u_*$  が求められる。ここで一つ検討を要する点は、この方法によって  $C_f$  を求めるに当り、層流の場合には  $u/u_* = u_* y/\nu$  の関係ただ一つより存在しないので問題はないが、乱流に対しては平板の境界層には (18) 式が、円管内の流速分布に対しては (17) 式が成立するので、開水路の境界層の場合にはどちらによればより良く近似されるかと云う点である。外観的に考えた場合は開水路水流の境界層は平板の場合に近いように見えるが、その流速分布形をよく調べると次のような相異に気付く。すなわち *unconfined flow* 中の平板の境界層では内層と外層が明瞭に区別され

$$u_* y/\nu > 1500 \sim 2000$$

になると、流速分布は対数分布の式から急に上方へ偏移して行く。これに対して円管内の流速分布は壁面から（ただし層流底層を除く）管の中心線に至るまで全部の値が (17) 式の直線上に plot され、平板境界層における内層、外層に相当する部分が存在しない。開水路水流の流速分布を同様の方法で plot すると、円管の場合と同様に境界層全域の値が (17) 式の直線と平行に plot され、平板の場合のような流速分布の急激な偏移が起らない。したがって開水路水流の境界層に対しては円管の場合の (17) 式を用いる方が妥当と考えられる。このことはさらに同一実験結果より (16) 式を用いて計算した  $C_f$  の値と比較することによって確認された。

## §2. 水流の領域と抵抗法則

開水路の水流には常流と射流の別があり、さらにその各々には層流、乱流という本質的に異なった流れがあることは既に述べたが、工学上の問題として抵抗係数又は流速公式を研究するような開水路の水流は、そのほとんど全部が乱流領域の流れであるといつてよい。開水路水流の抵抗係数をレノーズ数との関係において求めた研究としては、たとえば L. G. Straub<sup>3)</sup> らの行なったものでは、流れは常流のみを対象とし、かつ境界層が水面まで発達した後の完全に等流状態となった部分について検討を加えている。この場合には抵抗係数は当然 (12) 式によるものが用いられ、レノーズ数には

$$R_e = \frac{R \cdot v_m}{\nu}$$

ただし  $R$  は径深、 $v_m$  は断面の平均流速

を用いている。開水路水流の  $R_e$  としては長さに径深  $R$  を用いるのがふつうである。滑面の矩形断面水路および底角が  $30^\circ \sim 150^\circ$  までの逆三角形断面水路の場合  $f \sim R_e$  の関係は、円管に対する Blasius の式

$$f = \frac{0.316}{R_e^{0.25}} \quad (20)$$

に非常に良く一致する結果が得られた。又 Keulegan<sup>9)</sup> は Bazin の矩形断面滑面水路の実験値に対して同形の式

$$f = \frac{0.325}{R_e^{0.25}} \quad (21)$$

を与えた。

さらに Ven Te Chow はその著書<sup>5)</sup> において過去の多数の実験データを整理し、 $f \sim R_e$  の関係に plot しているが、大小の滑面矩形断面開水路、逆三角形断面開水路で得られた  $f \sim R_e$  の関係が、いずれも円管内の流れについて得られた結果と非常によく一致し、乱流域においては  $R_e \simeq 6 \times 10^4$  附近までは Blasius の式、Prandtl-Kármán 式のいずれによってもよく近似されることを示している。石原、岩垣、合田の3氏による同様の実験<sup>9)</sup> においては、抵抗係数を  $\lambda$  とおいて ( $\lambda$  は本文における  $C_f$  と同じ意味のもの)

$$\lambda = \frac{2ghI}{u_m^2} \quad (22)$$

(ただし、ここでは  $h$  は水深を表わす)

としているが、この数値を4倍すれば上記の場合の  $C_f$  に等しくなる。この場合の  $\lambda \sim R_e$  図を見ると、plot された抵抗係数  $\lambda$  の値は、円管の抵抗法則と同様の傾向を示してはいるが、水路勾配が大となるにしたがって次第に上の方に移行してゆく。すなわち水路勾配によって抵抗法則が変わるという結果を示す。この場合の抵抗係数  $C_f$  (原文では  $\lambda$ ) の定義は (22) 式であるから、これは (9) 式と同じもので、ただ  $R$  のかわりに水深  $h$  を用いた点が異なる。又レノーズ数には径深と断面の平均流速による  $R_e$  を用いているから、I. の §1. における新分類法にしたがえば、流れは internal friction flow の領域にあるという前提の上に立っていることになる。実験結果の中には Blasius, Prandtl-Kármán の式に良く合うものもあるが、水路勾配が小さい中はこれらの式よりも下方に実験値がならび、勾配が大になるにしたがって次第にそれよりも上の方へ移行してゆくという結果を示している。

以上の各実験例について考察して見ると次のような事実が見出される。

(i) 矩形又は逆三角形断面 (底角が  $30^\circ \sim 150^\circ$ ) の滑面開水路における実験結果より、摩擦抵抗係数  $f$  (又は  $C_f, \lambda$ ) を (9) 式の形であらわし、レノーズ数を  $R_e = R \cdot v_m / \nu$  であらわして、 $f \sim R_e$  図を求めると、plot された点は全体的に見て滑面円管の実験結果より導かれた Prandtl-Kármán の式、あるいは  $R_e$  の小さい範囲では Blasius の式にあてはまる。

(ii) 前項に関してなお詳細に観察すると、plot された点群の中にはそれらの式から相当に偏移するものもあり、その偏移量は水路勾配又は流量と何等かの関係をつけられそうである。

以上のように開水路水流の抵抗法則も本質的には円管の流れに対する法則と同じであると考えられるが、中にはそれにあてはまらぬものが現われる。この事実の原因について著者は多数の実験を行なった結果、以下のような見解に到達した。すなわち上述の諸氏の実験データは

いづれも実験室内における小型水路によって得られたものであり、実物の水路に匹敵するような大規模の人工水路による実験は1865年行なわれた Bazin の実験（水路の総延長 450 m, 板張り矩形断面）だけである。したがって水路勾配, 水路幅員, 流量の種々な組合わせによって, skin friction flow, internal friction flow, 遷移領域のいずれが出現するかは状況によって異なるのであって一定していない。(ただしここでは水路は滑面に限るものとする)。実験はいづれも流れが等速流状態とみなされる区間について行なわれたこととなっていて, このような状況においては抵抗法則を組立てる要素である  $f \sim R_e$  の関係には  $f$  (又は  $C_f$ ) に対しては (9) 式,  $R_e$  に対しては  $Ru_m/\nu$ , 又は  $hu_m/\nu$  のいずれかが用いられている。したがって実験が真に internal friction flow で等速流になった領域で行なわれた場合には円管の結果とよく一致する関係が得られるが, もし skin friction flow 又は遷移領域で行なわれた場合には, 見かけ上は等速流状態になったように見えていても, 上記の  $f \sim R_e$  の関係はあてはまらない。なんとすれば (9) 式による  $f$  (又は  $C_f$ ) を skin friction flow の領域に対して用いた場合には径深  $R$  又は水深  $h$  の中には, 摩擦損失には全く無関係な主流部 (potential core) の厚さをも含み, したがって壁面摩擦応力  $\tau_0$  の値は同一であっても, 主流部の厚さが増加すれば (9) 式の  $f$  (又は  $C_f$ ) の値は大となる。断面平均流速  $v_m$  の算出過程には摩擦力  $\tau_0$  には無関係な主流部の値が含まれているので, 主流部の厚さが増加するにしたがって  $\tau_0$  により減速される部分 (すなわち境界層) の全水深に対する weight が小となる。又一方  $R_e$  の方にも同じ影響が現われて,  $\tau_0$  には直接関係を持たないレノーズ数を表わすことになる。以上の諸関係によって見かけ上円管の場合の結果から偏移した値が得られるのではないかと考える。又遷移領域に対しても同じ傾向があらわれる。これらについては後で実験結果を用いて明らかにする。

### § 3. 全領域を一貫する抵抗法則

以上述べたように従来の研究においては, 開水路の抵抗法則を表現する手段が流れの各領域毎にまちまちであって, ほとんどすべての開水路に関する実験において, 等速流状態と考えられる区間に対しては

$$f = \frac{8gRI}{v_m^2}$$

$$R_e = \frac{Rv_m}{\nu}$$

の関係が用いられている。

これがもしその適用範囲外の領域に対して用いられた場合には誤った結論が得られることは当然であろう。

又一方においては開水路の問題を境界層理論の立場から研究している研究者は, 摩擦抵抗係数にはその本来の形

$$C_f = \frac{2\tau_0}{\rho u_0^2}$$

を、又レノーズ数には

$$R_\delta = \frac{\delta u_0}{\nu} \quad \text{又は} \quad R_{\delta_*} = \frac{\delta_* u_0}{\nu}$$

を用いて、先に挙げた (4), (5), (6) 式又は

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 4.06 \log \sqrt{C_f} R_\delta + 3.28 \quad (23)^*$$

などの関係式を求めた。

これらの関係は元来 *unconfined flow* 中の平板の境界層に関する研究において得られた結果であるが、(4) 式は円管の場合にも適用できる。岩佐<sup>9)</sup> は開水路の水流に対しても境界層が発達しつつある領域においては (5) 式があてはまることを自分の実験データに基づいて述べているが、それらの結果は (5) で表わされる曲線の下方にかなりの範囲に散っている。又 Bauer<sup>7)</sup> も同様に幅の広い急勾配余水路で境界層が発達しつつある領域における実験結果から (23) 式を導いた。

以上のように開水路の流れにおいても、*skin friction flow* の領域では *unconfined flow* の境界層の場合と同じ形の  $C_f \sim R_e$  関係が適用できる。ただしこの場合にはレノーズ数としては平板境界層に対する  $R_x = \frac{x u_0}{\nu}$  の代りに、 $R_{\delta_*} = \frac{\delta_* u_0}{\nu}$  又は  $R_\delta = \frac{\delta u_0}{\nu}$  を用いた方がよい。さらに  $\delta$  よりも  $\delta_*$  の方が明確な量であるから  $R_{\delta_*}$  を用いると一層好都合である。

このように境界層理論を開水路に適用する場合と、従来の Darcy-Weisbach 式から出発した研究とは、互に異なった領域内に踏み止ったままで、それぞれの領域内だけに限って適用できる抵抗係数、レノーズ数を用いて論議しているので、急勾配開水路のように水路の始点から短い距離内で次々と流れの領域が変化して行く水流の場合には、それらの理論はごく一小部分のみに対して適用し得るに過ぎない。又その適用範囲を誤るということも、従来の実験法による精度ではきわめて発生し易いことであつた。緩勾配で延長の長い自然又は人工水路とか、*unconfined flow* 中の平板 (例えば飛行機の翼など) などの場合には、ある一つの領域における状態だけが起るので、それぞれ独自の方法で解決できたが、急勾配開水路の場合にはこれら全部の領域に一貫して適用できる方法が必要になる。

排除厚  $\delta_*$  はその定義から、境界層内で壁面に近づくに従って流速が落ちるため、連続の関係より、その分だけ流路の厚さが大となり、層外の主流部が  $\delta_*$  だけ外方に押しやられるその厚さである。臨界点以下の *internal friction flow* においてはこのような考え方は従来は用いられなかったのであるが、かりにその流速分布を用い  $\delta_*$  の定義を適用して計算すれば、形の上では  $\delta_*$  に相当した長さが求められる。又主流の流速  $u_0$  の代りの流速として、 $u_m$  を用いずその断面の最大流速  $u_{\max}$  を用いて

$$\left. \begin{aligned} C_f &= \frac{2\tau_0}{\rho u_{\max}^2} \\ R_{\delta_*} &= \frac{\delta_* u_{\max}}{\nu} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

と定義する。

なおこの場合の  $\tau_0$  については次項に述べる。

開水路水流において、臨界点を境としてそれ以前の skin friction flow に対してはふつうの境界層の場合と同じ方法を、臨界点以降の internal friction flow に対しては (24) 式によって定義される方法を用いると、流れの全領域を通じてただ一つの関係が求められる。図-7、図-8 はそれぞれ図中に記入されている通り、勾配が水平、 $8^\circ-45'$ 、 $42^\circ-32'$ 、 $55^\circ$ 、水路幅 12 cm、24 cm、60 cm の各種矩形断面滑面開水路における実験より得られた  $C_f \sim R_{\delta_*}$  の関係を示すものである。

図中に plot されている実験値は附表 1, 2, 3 に纏めてある各実験における値である。その結果、層流域から乱流域、臨界点の前後領域を通じて一貫した関係式として次の 3 式が実験的に求められる。

$$\text{層流域に対しては } C_f = 1.71 R_{\delta_*}^{-1} \quad (25)$$

$$\text{乱流域に対しては } \frac{1}{\sqrt{C_f}} = 4.07 \log R_{\delta_*} + 2.27 \quad (26)$$

$$\text{又は } C_f = 0.018 R_{\delta_*}^{-\frac{1}{5}} \quad (27)$$

(ただし滑面水路に対する場合)

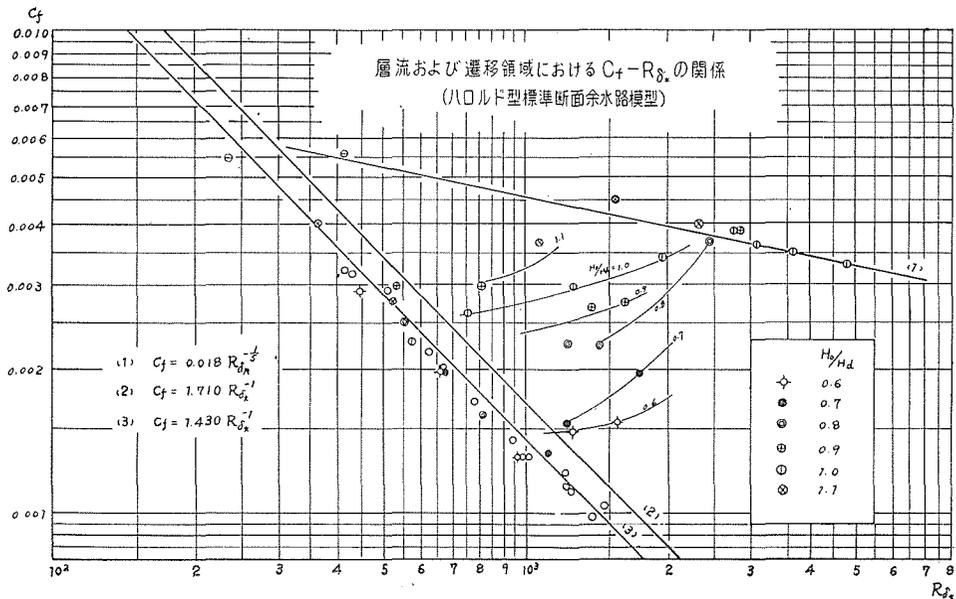


図-7

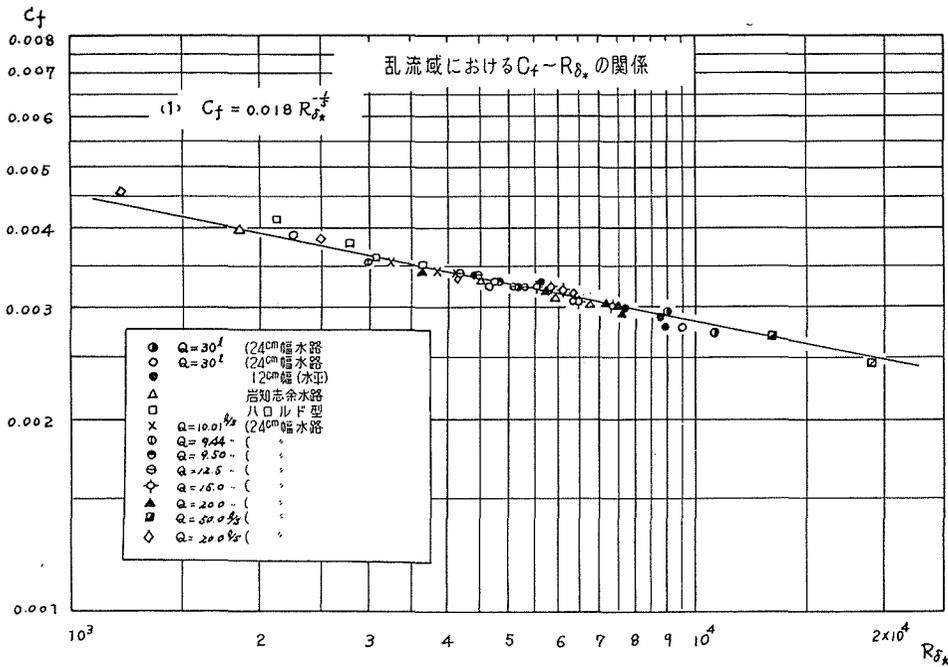


図-8

なお境界層が層流から乱流へと移行する遷移領域に対しては一定の法則が求められなかった。主流の乱れが大きいく程、遷移が早く起り、遷移レイノルズ数  $R_{\delta_* \text{crit}}$  は約 500 と推定される。理論的に計算された結果<sup>9)</sup> は平板の場合に対し  $R_{\delta_* \text{crit}} = 575$  である。

§4. 水流の分類による領域と壁面摩擦応力  $\tau_0$  との関係

乱流境界層の壁面摩擦応力  $\tau_0$  に関しては、流速分布との関係において多数の詳細な研究が行なわれ、§1. に述べたよ

うに流体が空気でも水でも同様に (17) 式, (18) 式によって定量的に流速分布との関係があらわされる。これに対し開水路の  $\tau_0$  をあらわすには 図-9 のように完全な等速流状態となった所

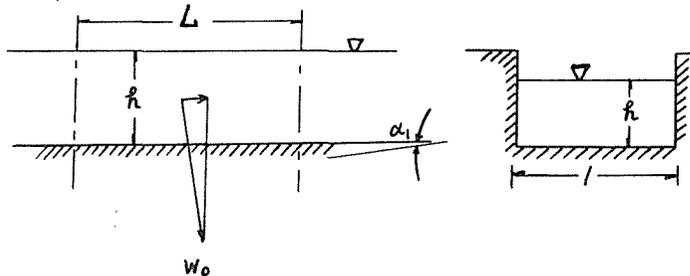


図-9

では、水路幅を単位長に取り、壁面の単位面積当り摩擦応力を  $\tau_0$  とすれば

$$w_0 h L \sin \alpha = \tau_0 (1 + 2h) L$$

$$\therefore \tau_0 = w_0 R \sin \alpha \tag{28}$$

これより

$$\left. \begin{aligned} u_* &= \sqrt{\tau_0/\rho} = \sqrt{gR \sin \alpha} \\ \sin \alpha &= I \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

が得られる。(28)式はその形から明らかなように、径深  $R$  又は勾配  $I$  が大になれば  $\tau_0$  は大きな値となる。したがって図-10のような skin friction flow の場合に、この式によって  $\tau_0$  を計算すれば、 $\tau_0$  の真の値は唯一つであるにもかかわらず、水深  $h_2$  の場合の方が  $h_1$  の場合よりも大きな  $\tau_0$  の数値を与えることになる。 $h$  の代りに径深  $R$  を用いれば三次元の要素が入るが、しかし上の関係はやはり同様である。図-10において水深  $h$  が  $\delta$  に等しくなると、その時に始めて(9)式が適用できる。これが internal friction flow の状態であって、その水深は常に  $\delta$  に相当するものであり、流速の最大はほぼ水面に近い所に

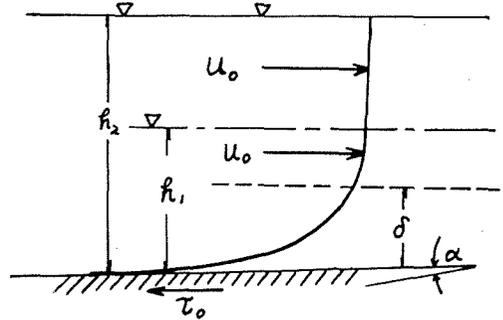


図-10

ある。したがって壁面摩擦応力  $\tau_0$  はそれぞれの領域によって異なった方法で求めなくてはならない。まず skin friction flow の領域に対しては unconfined flow の平板の境界層と同様の方法によらなくてはならないことは図-10の説明から明らかになったが、しかし開水路の水流に対しては平板や、風洞実験の際に用いられるような直接  $\tau_0$  を測定する方法は用いられないので、既に実験的に確認されている境界層内の流速分布とそれに対応する  $\tau_0$  との関係を表わす Clauser の方法による以外にはないと考える。境界層運動量方程式を、狭い間隔で配置された測点毎にその流速分布から数値計算する方法によっても同じ結果が得られるが、これは先にも述べたように相当の手数を要し、実験技術の上から見て精度もあまり良好とは云われない。

次に臨界点以降の internal friction flow 領域に対しては、流れが二次元流の場合には(28)式で求めた値と、流速分布式から Clauser の方法で求めた  $C_f$  の値を用い、(24)式によって計算した値とが一致するので、どちらの方法によっても差支えない。しかし臨界点の位置は流れの状況のわずかな変動に対しても敏感に移動し、又その前後には領域の性質がどちらともはっきりしない遷移区間があるので、十分に長い水路の場合以外は流速分布から計算する方が確実であると考えられる。このようにして求めた  $\tau_0$  はいかなる領域に対しても共通の基準による値となる。

次に水路幅又は水深と水路幅の比  $h/B$  に対する水路中心線上の  $\tau_0$  と、全断面の平均値との関係を検討する。図-11に示すのは、幅 24 cm 勾配  $\alpha=8^\circ 45'$  の矩形断面滑面水路における、流量  $Q=9.44 \text{ l/s}$  の場合の、水路上流端から 6 m の測点における流速分布である。これによれば水路幅の約 2/3 の部分に対しては近似的に二次元流とみなしうる状態であって、これはもちろん internal-friction flow の領域である。この場合に対し中心線流速分布から求めた  $\tau_0$  と全断面の平均値とを比較して見る。各 line における  $C_f$  の値は Clauser 法によって求めたものである。

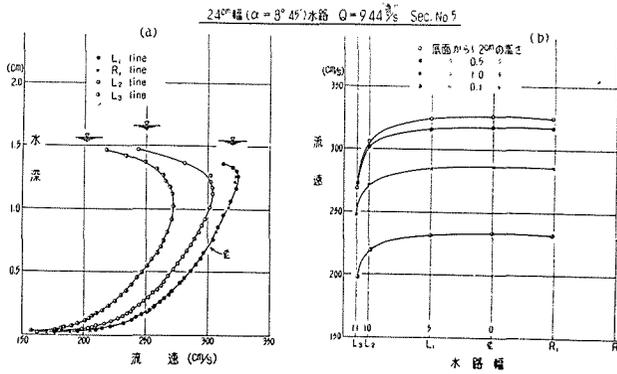


図-11

位置	$C_f$	$u_{max}$ (cm/s)	$\tau_0 \left( = C_f \frac{\rho u_{max}^2}{2} \right)$	$u_{**}$
Center line	0.00355	325.8	188.4	13.72
$L_1$ line	0.00350	325.2	185.1	13.60
$L_2$ line	0.00365	304.6	169.3	13.01

いま、各 line 間の  $\tau_0$  の平均値にその間の長さをかけて  $L_2 \sim R_2$  間の  $\tau_0$  の平均値を求めると

$$\tau_0(m) = \frac{186.75 \times 10 + 2 \times 177.2 \times 5}{20} \doteq 182$$

$$\therefore u_{**(m)} = \sqrt{\tau_0 / \rho} = 13.48$$

両側の  $L_2$  および  $R_2$  line から側壁までの 2 cm の間はここでは一応省略して考えることにすると、中心線における  $u_{**(c)}$  と幅全体の平均の  $u_{**(m)}$  とは

$$\frac{u_{**(L)} - u_{**(m)}}{u_{**(c)}} = \frac{13.72 - 13.48}{13.72} = 1.75\%$$

すなわち、 $L_2 \sim R_2$  line 間 20 cm の幅における平均の  $\tau_0$  は中心線上の流速分布から求めた  $\tau_0$  よりも 1.75% だけ小さいという結果になる。又従来の方法による場合には、 $Q = 9.44$  l/s の時の同一測定断面においては径深  $R = 1.286$  cm であるから (附表-2)

$$u_{**(R)} = \sqrt{gRI} = \sqrt{980 \times 1.286 \times 0.152} = 13.84$$

これは上記の方法による中心線の値よりも約 0.88% 大である。しかしこの程度の差であればどちらも殆んど一致していると考えて差支えない。なおこの場合の水深と水路幅の比は

$$h/B = 0.059$$

である。次に同じ水路における  $Q = 20.18$  l/s の場合に、水路上流端から 5 m の測点について同様の考察を行なうと、図-12 の通りで、これより

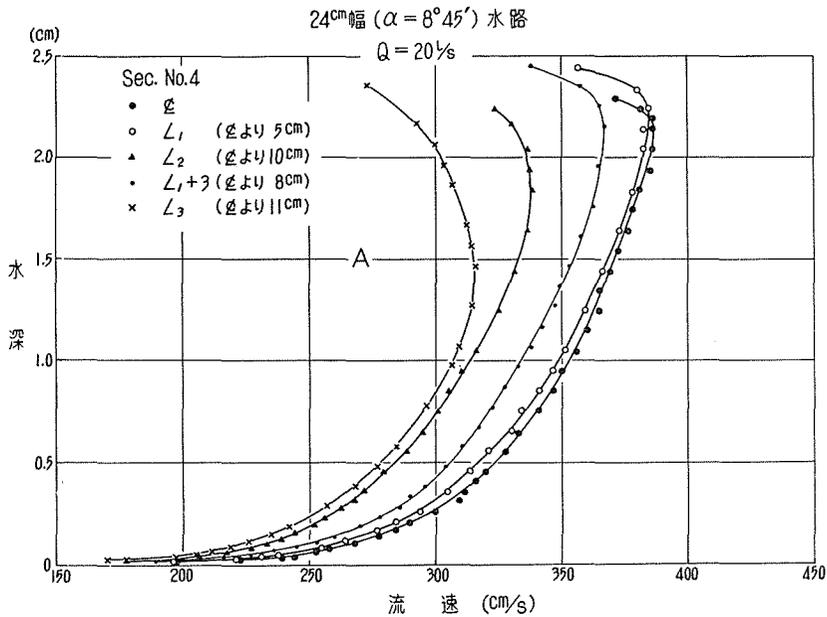


図-12

測定位置	$C_f$	$u_{\max}$ (cm/s)	$z_0$	$u_{**}$	受持つ幅 (cm)
Center line	0.00315	386	234.4	15.31	5
$L_1$	0.00310	384	228.5	15.10	4
$L_1+3$	0.00315	367	212.2	14.58	2.5
$L_2$	0.00325	339	187.0	13.66	2
$L_3$	0.00350	316	174.8	13.22	1

上の表が得られる。前同様各 line によって代表される  $u_{**}$  を line 間隔で weight をつけて全断面の  $u_{**}$  の平均値を求めると

$$u_{**(m)} = 14.63$$

$$\frac{u_{**(\phi)} - u_{**(m)}}{u_{**(\phi)}} = \frac{15.31 - 14.63}{15.31} = 4.44\%$$

これに対し従来の方法によって求めると、 $Q = 20.18 \text{ l/s}$  の場合、同断面における径深は  $R = 2.104 \text{ cm}$  (附表-2) したがって

$$\begin{aligned} u_{**(R)} &= \sqrt{gRI} \\ &= \sqrt{980 \times 2.104 \times 0.152} \\ &= 17.7 \end{aligned}$$

これを  $u_{**(\phi)}$  と比較すると

$$\frac{u_{**(\phi)} - u_{**(\beta)}}{u_{**(\phi)}} = \frac{17.71 - 15.31}{15.31} = 15.6\%$$

すなわち全断面平均値と、中心線の値とは約4%の差であるのに対し、 $u_{**(\beta)}$ の方は中心線の値より15%も大である。すなわち勾配  $\alpha = 8^\circ 41'$  ( $I = 1/6.5$ ), 24 cm 幅員の矩形断面滑面水路においては、上流端から約5 m の位置において水深が 2.6 cm 場合 ( $h/B = 0.107$ ) には

$$u_{**(\beta)} = \sqrt{gRI}$$

の関係がまだ用いられないことが判明する。これを用いて  $u/u_{**(\beta)} \sim u_{**(\beta)}y/\nu$  の関係を plot すると、(17) 式の加常数は 5.5 よりも小となる。流量  $Q = 9.44$  l/s の場合と比較すると次の通りである。

$h/B$	$u_{**(\phi)}$ と $u_{**(\beta)}$ との差	$u_{**(\phi)}$ と $u_{**(\beta)}$ との差
0.059	(-) 1.7%	(+) 0.9%
0.107	(-) 4.4%	(+) 15.6%

実験例が少ないので一般的な結論は導きかねるが、上のような結果から見て、滑面水路では  $h/B \doteq 0.1$  以下のものに対しては中心線における値をもって全断面の平均値とみなしても大きな誤りはないと考えられる。

#### IV. 水路勾配と抵抗係数との関係

##### §1. 問題の所在について

急勾配開水路の抵抗法則に関する問題の中で、II に述べたように流れの分類による各領域を通じて一貫した形の係数を定義する場合、次に残されている大きな問題は、水路勾配によって抵抗法則が変化するかどうかと云う点である。skin friction flow においては境界層内の流れが十分に発達した乱流の場合には境界層内の流速分布は対数分布法則に従っている。又 internal friction flow においてもその水深全体の流速分布が対数分布法則に従っている。この点に関しては過去の多くの実験研究の結果により疑問は存在しない。しかし開水路に関するこれらの流速分布の測定値を(17)式の形に整理した場合、 $u/u_{**}$  と  $u_{**}y/\nu$  を夫々計算して対数目盛で plot してゆくと、過去のいずれの研究結果によっても plot された点は片対数方眼紙上で一直線になり、かつその傾斜は円管に対する(17)式によるものと平行になっている。したがって第1項の常数は 5.75 であることがわかるが、滑面円管の場合には第2項の常数  $A_s = 5.5$  であるのに対し、開水路水流の流速分布においては  $A_s$  が一定ではなくて、 $A_s \cong 5.5$  の3通りの場合が存在する。この点に関し議論が行なわれていた。

このように常数  $A_s$  の値が変化することに関連して以下の事実に注意する必要がある。すなわち流速分布  $u \sim y$  の関係は実験によって得られるもので、一つの流れの状態に対してはた

だ一つの関係より存在し得ないものであるのに対し、 $u_{**} = \sqrt{\tau_0/\rho}$  に関しては、もし仮りに幾通りもの値が存在し得るものと仮定すれば、(17)式右辺の第2項  $A_s$  の値は  $u_{**}$  が大となるに従って小となり、又逆に  $u_{**}$  の値が小となれば大となる。右辺第1項の係数 5.75 は円管の場合の  $\kappa=0.4$  によるものであって、これは  $u \sim y$  の関係によって変化する。例えば遷移領域では  $\kappa < 0.4$  であるので 5.75 よりも大となり、片対数紙上における直線の傾斜は乱流に対するものよりも大となるが一定でない。流れが乱流の領域においては流速分布はすべて対数分布法則に従うので  $\kappa=0.4$  (円管)、 $\kappa=0.41$  (流れに平行におかれた平板の境界層) となり、円管の場合には中心線に至るまでの流速分布が(17)式に乗り、平板の場合には“law of the wall”によって、境界層外的主流部が等速流又は加速流のいずれの場合においても乱流境界層内の流速分布は(18)式に良く乗っている。これに対し開水路の流速分布測定結果を同じ方法で整理した場合には、第1項の常数は 5.75 で円管の場合に等しく、第2項の常数だけが一定しない。これはいかなる理由によるものであるか。従来諸研究においてはこれを水路勾配と関係づけて説明しようとしているが、本論文においては著者の実験結果に基づき以下に述べるような考察を行なった。

## § 2. 従来研究における $u_{**}$ の求め方

§ 1. に述べたところにより、対数法則による流速分布の(17)式右辺第1項の常数に影響をおよぼすのは流速分布  $u \sim y$  の形それ自身の問題であり、第2項の常数に影響をおよぼすのはそれぞれの流速分布を持った流れに対応する  $u_{**}$ 、すなわち壁面摩擦応力  $\tau_0$  の値であることが明らかになった。したがって円管や、平板境界層の場合には  $R_e$  や境界層外主流の速度勾配などとは無関係に(17)式又は(18)式が成立するのに対して、開水路における境界層内流速分布又は internal friction flow における流速分布が、常数  $A_s$  の値に関してのみばらついている原因は開水路水流に関する壁面摩擦応力  $\tau_0$  の中にあるものと考えられる。

すなわち円管内の流れにおいては  $\tau_0 = \frac{R}{2} \frac{dP}{dx}$  の関係により、又平板境界層の場合には流れによる摩擦抵抗(又は牽引力)を直接測定できることによって、壁面摩擦応力  $\tau_0$  が正確に与えられるのに対し、開水路の場合には円管におけるような簡易な式が成立しないこと、および流体は水であるため、電気的な  $\tau_0$  測定法を応用し難いという点である。

開水路水流の場合、 $\tau_0$  の求め方は(29)式によっているが、この式はその誘導過程において流れは完全に等速流であるという前提条件を用いているから、完全な等速流でかつその水深が与えられた場合に限り用いられる式である。更に(29)式における今一つの問題点は、このような形による摩擦抵抗の表現法は流体の抵抗を skin friction と internal friction とに区別する場合には internal friction を現わしているものであって skin friction flow の表現としては、この式のように径深  $R$  (又は水深  $h$ ) を含むものは不適当である。その理由は skin friction flow においては、境界層以外の部分は抵抗には無関係であるが、(29)式によれば  $u_{**}$  は  $R$ 、したがって全水深の関数となり、境界層外的主流部(抵抗損失には無関係)の厚さが増加すれば  $u_{**}$  が大となり

真値と異なった  $u_*$  の値を与える結果となる。

以上のように  $u_*$  を求めるには (28) 式, (29) 式によるのが従来用いられていた方法であったが, この式の構成要素の他に実験公式を導くために使用された実験水路の長さにも又問題があったと考えられる。今, 過去の代表的な実験例について調べてみると, 以下いずれも滑面水路の場合に限るが, (i) 延長 5 m, 幅 50 cm の矩形断面木製水路<sup>10)</sup>, (ii) 長さ 10 m (ただし有効長さとする), 幅 40 cm の木製矩形断面水路<sup>11)</sup>, (iii) 長さ 3.8 m (有効長) 幅 20 cm の矩形断面木製水路<sup>12)</sup>, (iv) 長さ 15 m, 幅 20 cm で底面は金属, 側壁はプラスチック板の矩形断面水路<sup>13)</sup> などである。

以上列記したような各種の水路において, 流れを射流とし, いずれの場合も水路全長の中央以降では等速流状態になったものとして取扱っている。延長の短い水路の場合には水門流出による射流を水路の始点から流している。それらの実験結果の一部 (測定数値が発表されているのはごく一部に過ぎないので) を調べてみると, 例えば前記 (iii) の実験においては, 水路中心線に沿って水面形を測定し, その結果水路上流端より 2.5 m の附近から水深がほぼ一様となり, その水深が等流水深とみなされるから, 3 m の位置において水深および流速分布を測定したと述べられている。この実験の際の水路勾配は  $1/40$  ( $\alpha=1^\circ-26'$ ),  $1/20$  ( $\alpha=2^\circ-52'$ ), および  $1/4.5$  ( $\alpha=12^\circ-50'$ ) であった。ここにおいて疑問となる点は, 上記の滑面水路で上流端より大体 2.5 m 附近から水深がほぼ一様になり, 等流水深とみなされるようになったので 3 m の位置において流速分布および水深を測定したという点である。著者が用いた 24 cm 幅滑面矩形水路における実験結果によれば, 水路勾配は  $1/6.5$  ( $\alpha=8^\circ-45'$ ) であったが, 表-3 に記載されている通り, 最もはやく等速流状態になり易い, 最小流量  $Q=5.2$  l/s の場合について見ても, 水路上流端から 2.5~3.0 m の附近においては, 測定断面の平均水深は下の表に示す通り変化しておりこのあたりではまだ加速流の領域であることを示している。5.2 l/s 以上の流量の場合にはこの傾向は更に著しくなることは当然である。したがってこの程度の急勾配滑面水路 (矩形断面) においては, 水路の上流端から 2~3 m 附近では等速流状態はまだ存在しないと考えられる。

測点 流量	2 m (cm)	3 m (cm)	4 m (cm)	5 m (cm)
5.2 l/s	1.116	1.083	1.027	0.986

さらに他の実験例によれば, 前記 (ii) においては上流端から 5 m の所で水深および流速分布を測っている。この場合は勾配  $1/476$ ,  $1/200$ ,  $1/100$ ,  $1/50$ , および  $1/41.7$  であった。勾配が  $1/200$  以上の急勾配の場合には流れはすべて射流であった。これらの場合に対する実験流量および水深の実測値に関するデータは記載されていないので, 実験の詳細に関しては不明であるがただ流速分布測定値を  $u/u_* \sim u_* y/\nu$  の関係で片対数紙に plot したとき, その点群は円管の場合の (17) 式に平行に分布するが (すなわち右辺第 1 項の係数は 5.75 又は  $\kappa=0.4$ ), 水深が増加

(したがって流量が増す) するにしたがって、それらの点群は(17)式によるものよりも下に来る傾向があると述べられている。滑面急勾配水路においては、水路上流端より5 mの附近では、著者の実験結果より判断しても流況は skin friction flow から internal friction flow への遷移領域であって、まだ完全な等速流状態には達していないと考えられる。流量が大になって平均水深(5 m 附近における)が2.5 cm 以上に達すると、上流端から3 m 附近まではまだ skin friction flow の領域で、境界層と主流部がはっきり区分される。更にこれよりも流量(したがって水深)が増加するに従い、上記観測点における流況は完全な skin friction flow の流況に近づくため、先にもふれたようにますます過大な  $u_{*c}$  の値が得られるようになるものと考えられる。

著者の実験においては高速流の水面測定には特殊の装置と方法を用いたのであるが、従来からのふつうのポイントゲージによる水面測定法によっては、たとえば前記の  $Q=5.2 \text{ l/s}$  における上流端よりの距離3 m, 4 m, 5 m 附近では水深の減少率は非常に微小であるため、1~2 mm の差を判別することは不可能で(射流で水面がざらざらで光沢が無くなったように見える場合)水深はほとんど等しくなったように観測される。したがって等速流状態になったと判断されるのは当然である。これは流れが internal friction flow となった場合のことであるが、もし従来からのふつうのポイントゲージによる水面測定法によつて1 mm 以下の微小差まで正確に読み取ることができたとするならば、それは当然滑らかな輝いた水面を呈していなくてはならず、それは同時に流れが skin friction flow の領域にあることを示すことになる。skin friction flow の領域においては先にも述べたように(29)式が適用できないことは勿論である。

### §3. 実験結果に対する考察

前項における考察の中心点は、急勾配の開水路における高速射流の  $\tau_0$  又は  $u_{*c}$  の求め方に関する従来の方法の適否を論じた所であるが、その目的は急勾配開水路の水流に関する抵抗法則が、同一の滑面水路の場合にも水路幅や勾配によって変るものであるか、それとも全部を一貫した一つの法則が成立するかを明らかにすることであった。

このためにはそれぞれ異なった勾配や幅の水路における流速分布の特性と抵抗の関係を実験的に研究するのが一番手近かな方法である。ある与えられた水路の流れにおいて流速分布を測定する場合、それを測る位置を一つの断面内の何処に選定するかは重要な問題である。円管の場合には一つの直径を択べばよいから簡単であるが、開水路でも矩形又は梯形など、その中心線に対して左右対称な断面を持つ水路では、中心線における流速分布が最も代表的なものとなる。水路幅が水深に比較して充分広い場合には、側壁の近傍を除いては何処を取つても中心線における流速分布と一致するから問題は無いが、水深に対して水路幅が狭くなってくると、中心線における流速分布を、その断面の代表と考える以外によい方法がない。その場合、全断面の平均値と中心線上の値との関係を  $h/B$  の関数として求めるというような方向に進むべきであろう。このように中心線上の流速分布を問題にする以上、壁面摩擦応力  $\tau_0$  も、その値に直

接大きな影響をおよぼす部分のものを取上げるべきである。 $\tau_0$ の全断面に関する平均値は、水深水路幅の比  $h/B$  の値によって、直接中心線における流速分布の形を決定する働きをするところの、水路幅中央部における底面摩擦応力  $\tau_{0(c)}$  とは異なった値を示す。その変化の程度はまだ定量的に正確には求められないが、同じ滑面水路の場合には  $h/B$  および水路の上流端からの距離の関数としてあらわされるものとする。したがって中心線における流速分布の本質的な性格を調べる為に用いる  $u_{cs}$ 、すなわち  $\tau_0$  の値は、やはり中心線における流速分布を直接左右するところの値を用いるべきである。以上の考察より中心線における流速分布の実測値のみからその部分の  $\tau_{0(c)}$  を求めるのに最も適した方法として(19)式に示される Clauser の方法を応用した。

実験に用いた矩形断面の滑面水路は次の4種類である。

- (i) 長さ 8.43 m, 幅 24 cm, 勾配  $\alpha = 8^\circ 45'$
- (ii) 長さ 3.00 m, 幅 12 cm, 勾配  $\alpha = 42^\circ 32'$
- (iii) 長さ 4.00 m, 幅 12 cm, 勾配  $\alpha = 0^\circ 23'$
- (iv) 長さ 1.70 m, 幅 60 cm, 勾配  $\alpha = 55^\circ$

これらの各水路において、小流量から大流量まであらゆる場合にわたる中心線の流速分布測定値を用い、上記の方法により  $C_f$  を算定した。それらの結果は 図-13 から 図-23 までに示されている。又それらの数値は表-1, 表-2 および 図-7, 図-8 の通りである。この方法を用いて求めた  $C_f$  の値が  $C_f \sim R_{0*}$  の関係において、理論式から導かれた結果に非常によく一致していることは注目すべき点である。

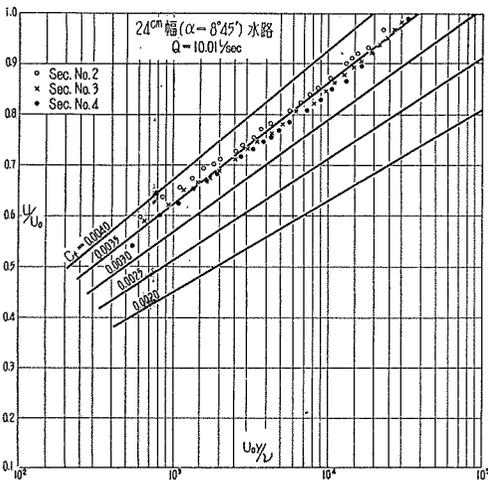


図-13

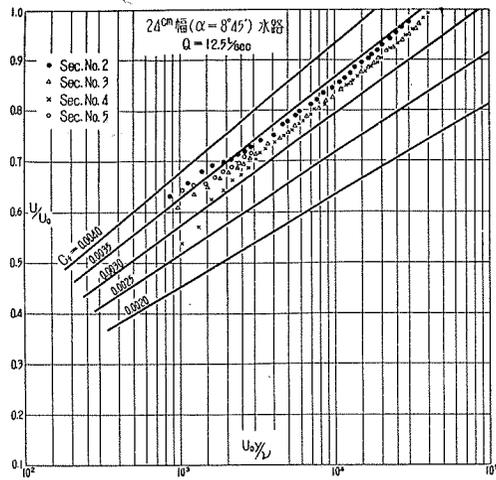
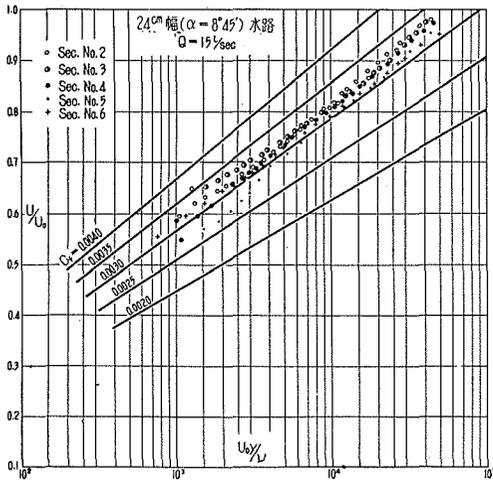
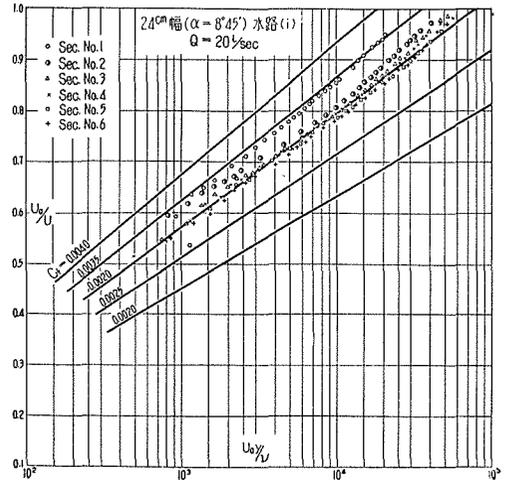


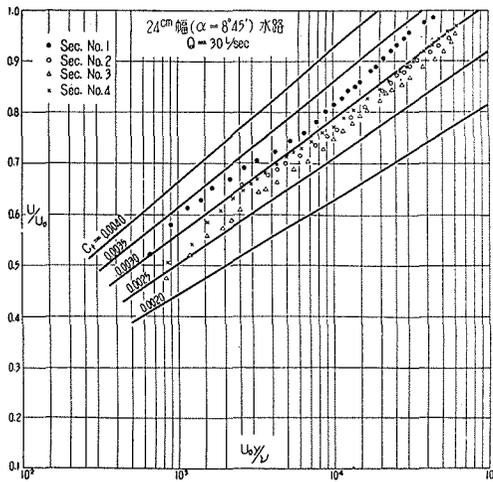
図-14



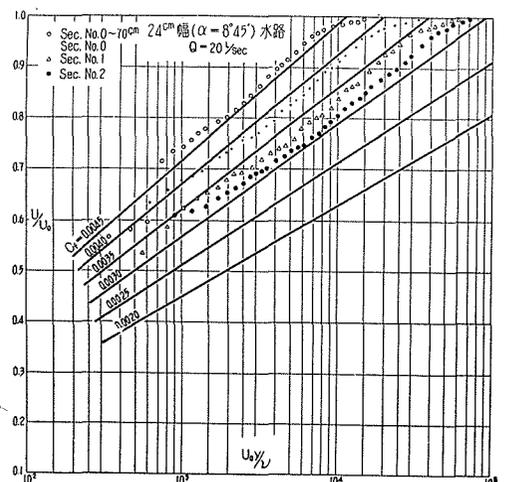
图—15



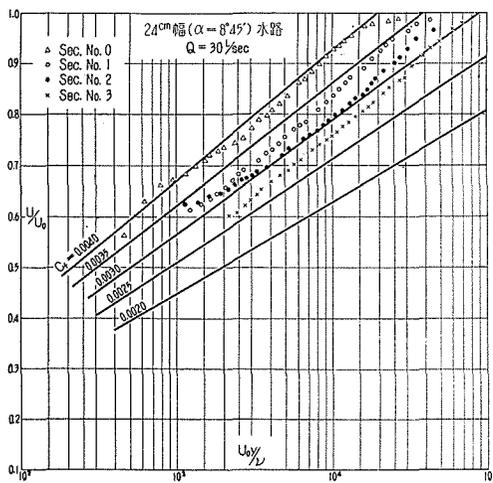
图—16



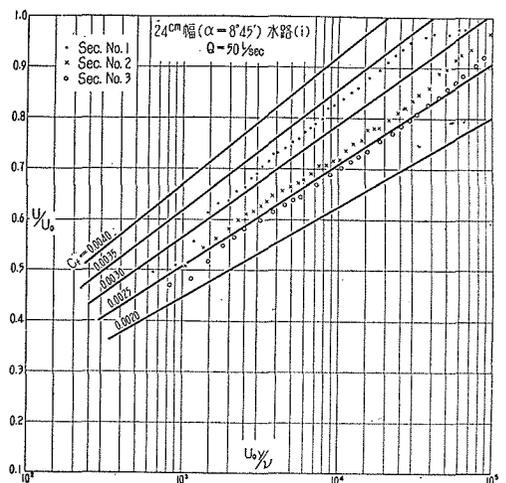
图—17



图—18



图—19



图—20

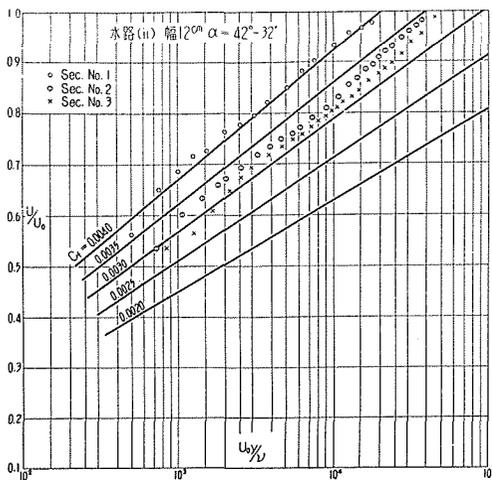


図-21

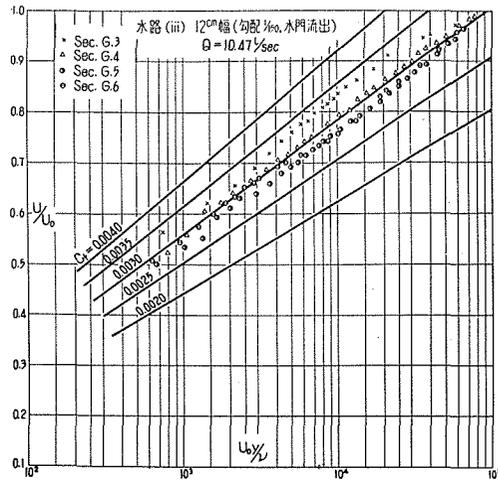


図-22

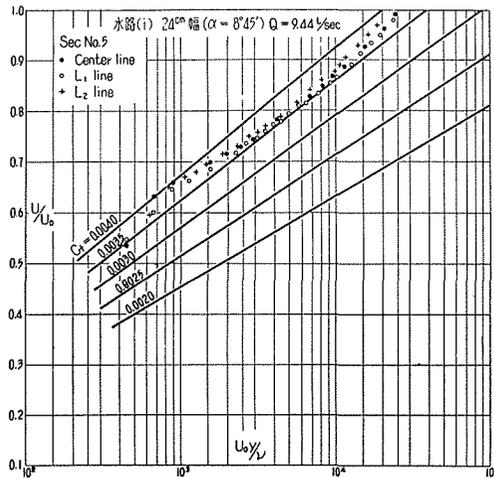


図-23

次にこれらの  $C_f$  と中心線流速分布図中の最大流速  $u_{max}$  (流れが internal friction flow の場合), 又は  $u_0$  (流れが skin friction flow の場合) により

$$\tau_0 = C_f \frac{\rho u_0^2}{2} \quad \left( \text{or } C_f \frac{\rho u_{max}^2}{2} \right)$$

より  $\tau_0$  を求め,  $u_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$  が計算される。

上記の (iv) の場合に対しては 図-24, (i) の水路に対しては 図-25 から 図-30 までに, (ii) の水路に対しては 図-31 から 図-32 に示すような流速分布測定結果を用いて, 今述べたようにして計算された  $u_*$  の値を用いて  $u/u_* \sim u_*y/\nu$  の関係を片対数紙上に plot したものが 図-34 から 図-48 までに示すものである。図中の実線は滑かな円管内の流速分布を示す式

$$\frac{u}{u_*} = 5.75 \log \frac{u_*y}{\nu} + 5.5 \tag{17}$$

であって、plotされた多数の点はいずれの場合にも(17)式によって非常によく近似されている。

さらに詳細に述べると、図-34は(i)の水路(24 cm幅、勾配 $8^{\circ}-45'$ )において流量 $Q=9.5 \text{ l/s}$ (単位幅当り $q=395 \text{ cm}^2/\text{s}$ )の場合の、断面No. 5, No. 6(それぞれ水路上流端から6 mおよび7 mの位置の測点)の中心線流速分布を示す。図-35は同じく流量 $Q=10.01 \text{ l/s}$ ( $q=418 \text{ cm}^2/\text{s}$ )の場合の、測点No. 2, No. 3, No. 4(夫々上流端より3, 4, 5 mの位置)における流速分布を、又図-36は同じく $Q=12.5 \text{ l/s}$ ( $q=521 \text{ cm}^2/\text{s}$ )の時の測点No. 1, No. 2, No. 3, No. 4(上と同様)における流速分布を示す。図-37, 図-38も同様で、流量はそれぞれ $15 \text{ l/s}$ ( $q=625 \text{ cm}^2/\text{s}$ )、 $20 \text{ l/s}$ ( $q=833 \text{ cm}^2/\text{s}$ )に対する場合を示す。図-39も同様である。以上の例は、 $lQ=20/\text{s}$ の場合の測点No. 0-70およびNo. 1を除いてあとはすべて臨界点以後の internal friction flow の流れである。このように流量、水路上流端からの距離、skin friction flow 又は internal friction flow の別なくいずれの場合に対してもその流速分布(水路中心線における)はすべて円管の流速分布と同一の法則に支配されている。

流速分布 水路(iv)  $60 \text{ cm}$ 幅  $\alpha = 55^{\circ}$   $q = 880 \text{ cm}^2/\text{sec}$

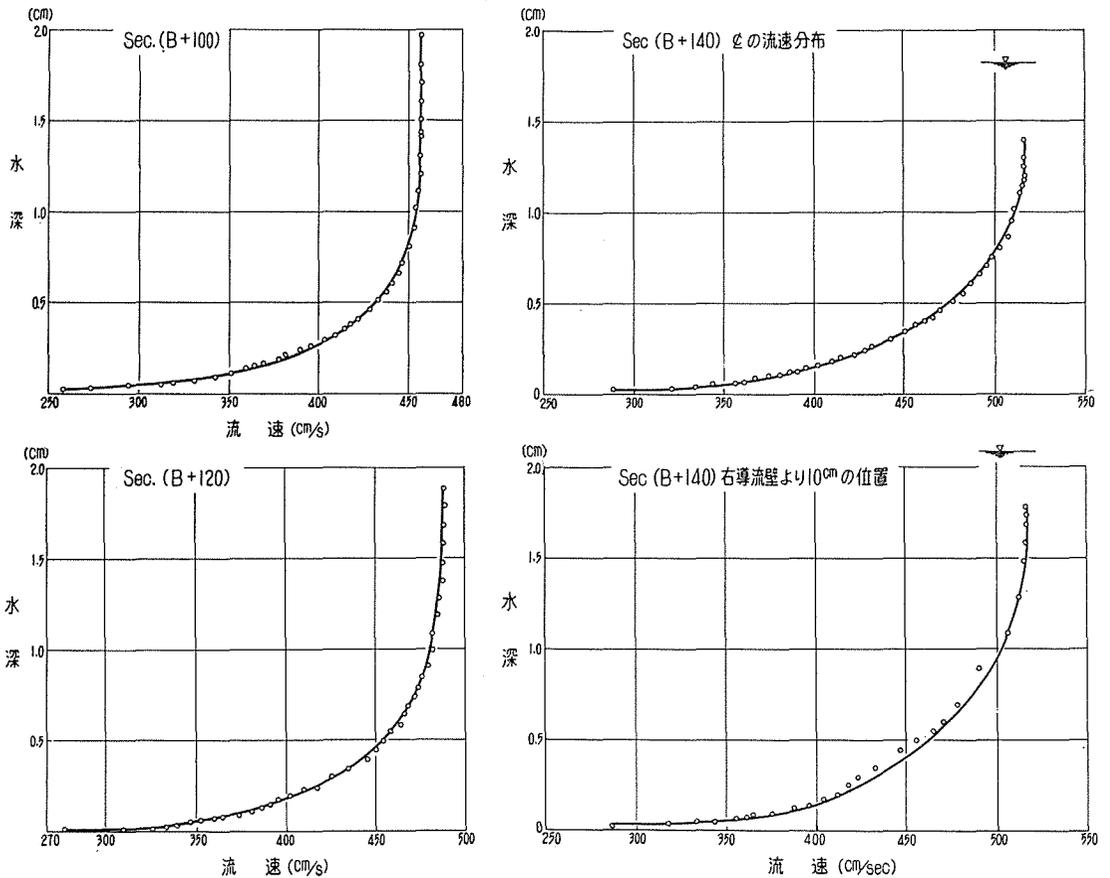


図-24

流速分布 水路(i)

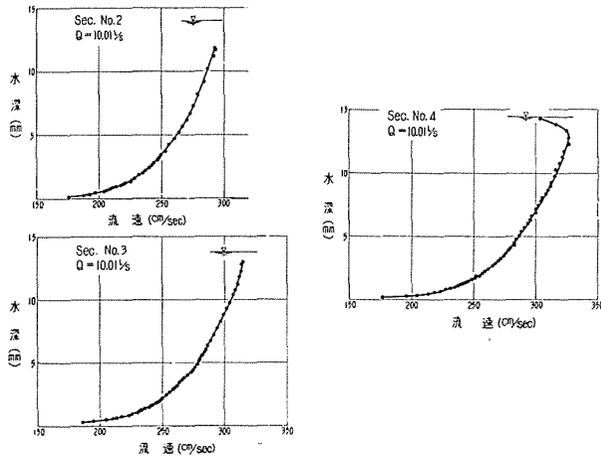


図-25

流速分布 水路(i)

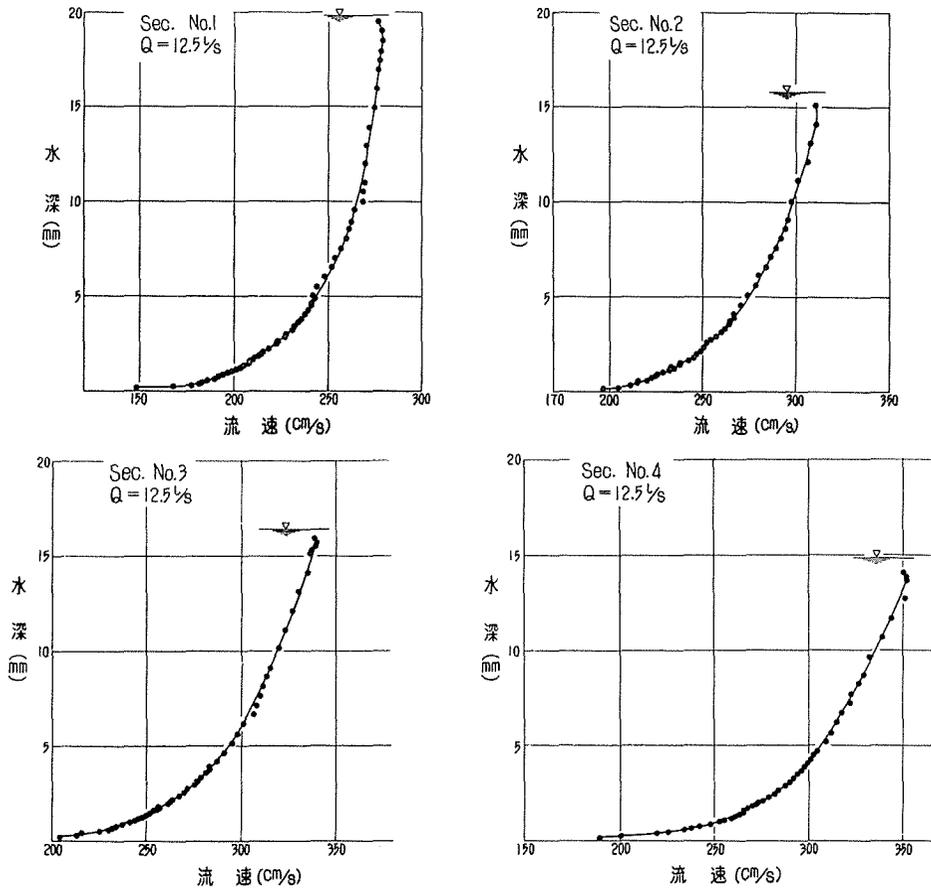


図-26

流速分布 水路(i)

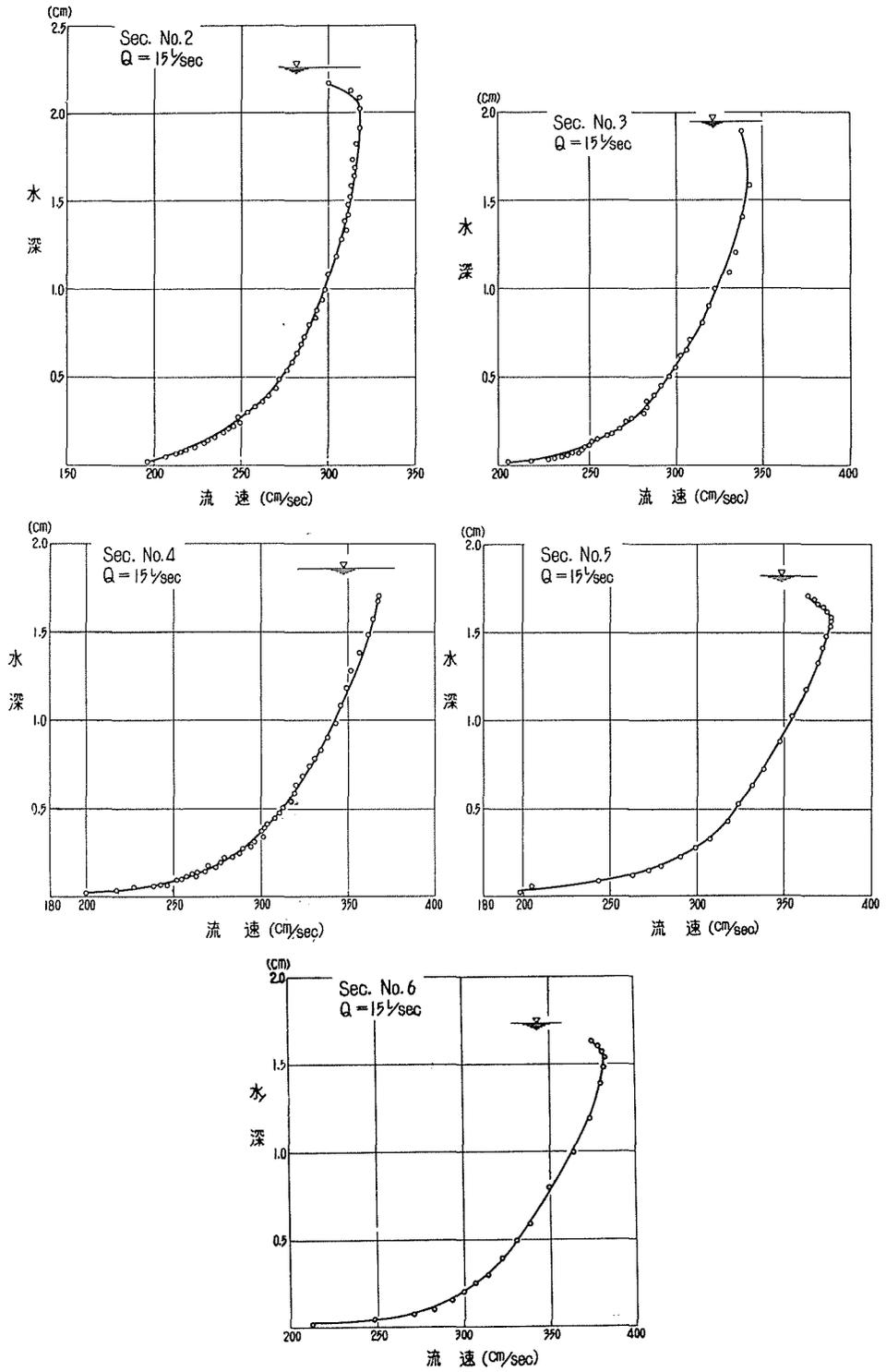
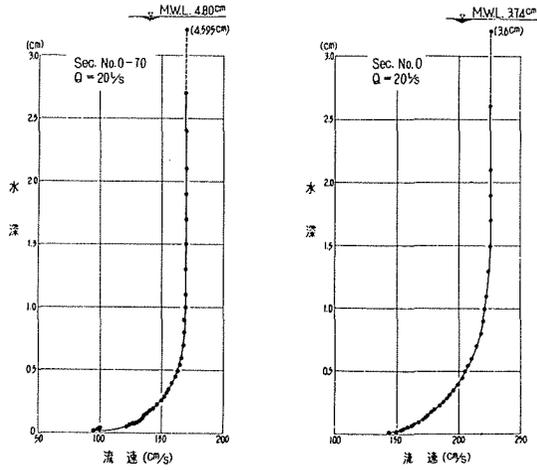


图-27

流速分布 水路(i)



流速分布 水路(i)

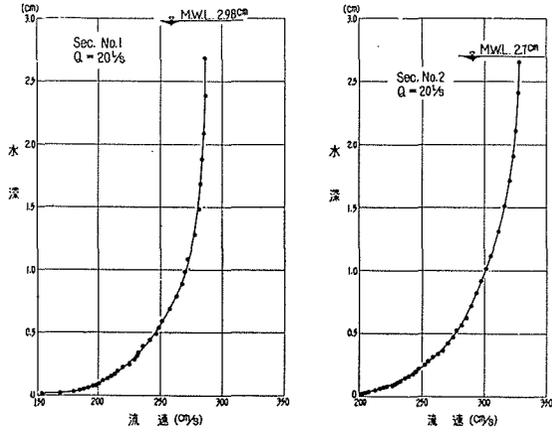
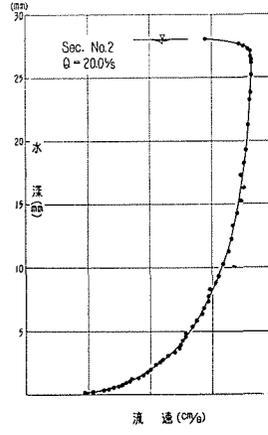
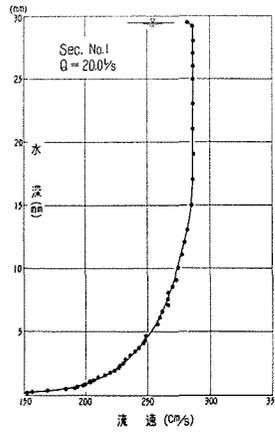
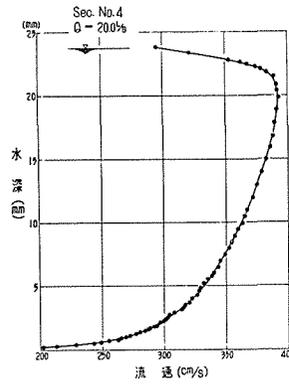
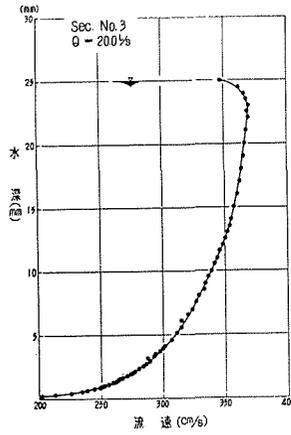


図-28

流速分布 水路(i)



流速分布 水路(i)



流速分布 水路(i)

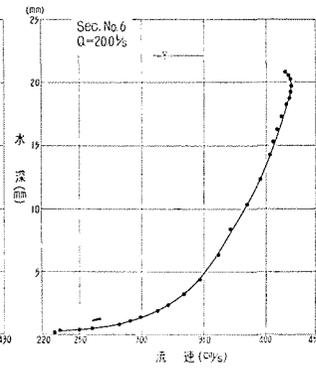
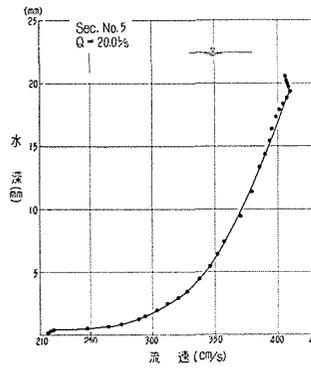


図-29

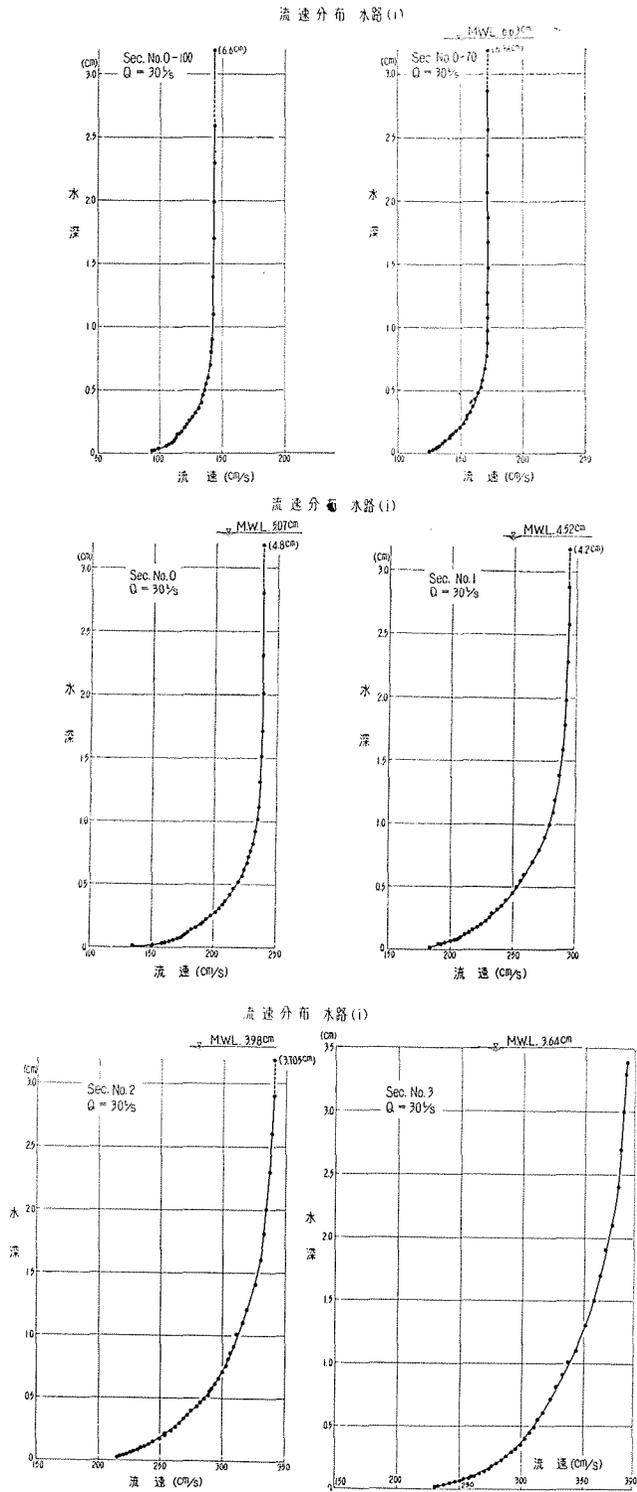


図-30

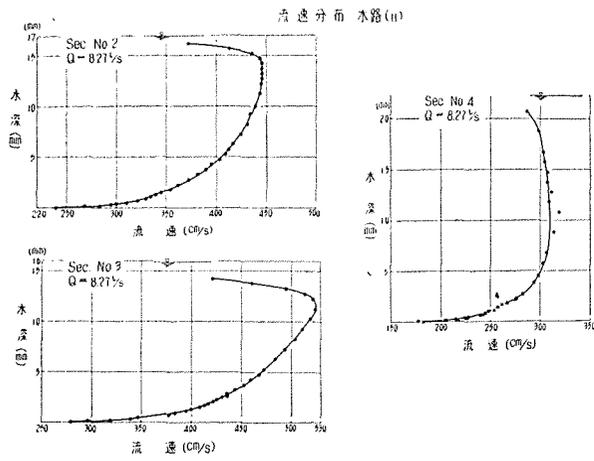


図-31

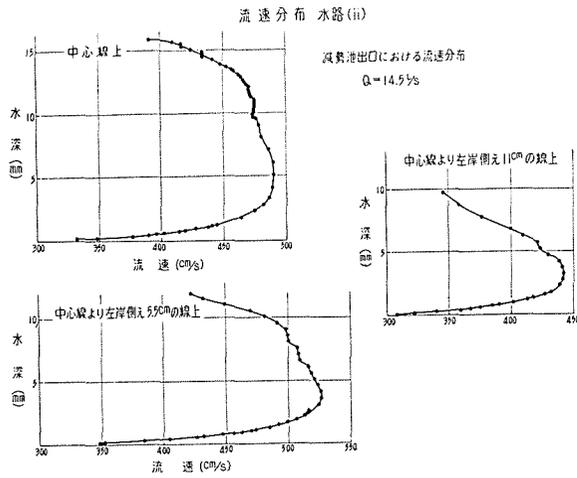


図-32

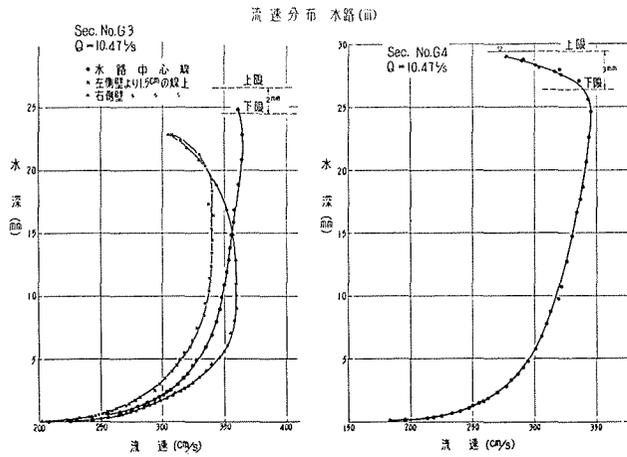


図-33

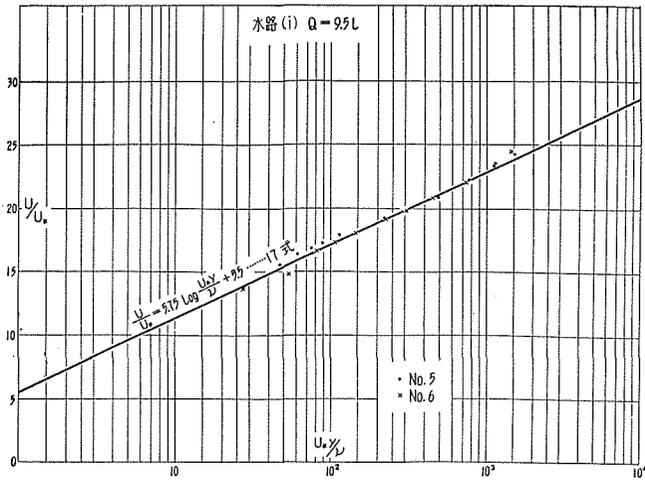


図-34

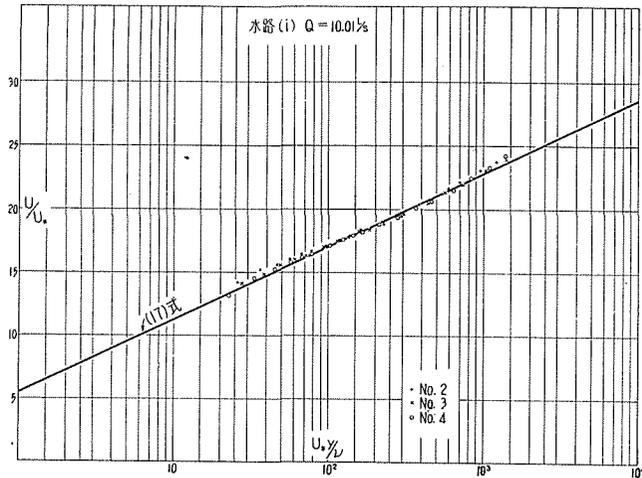


図-35

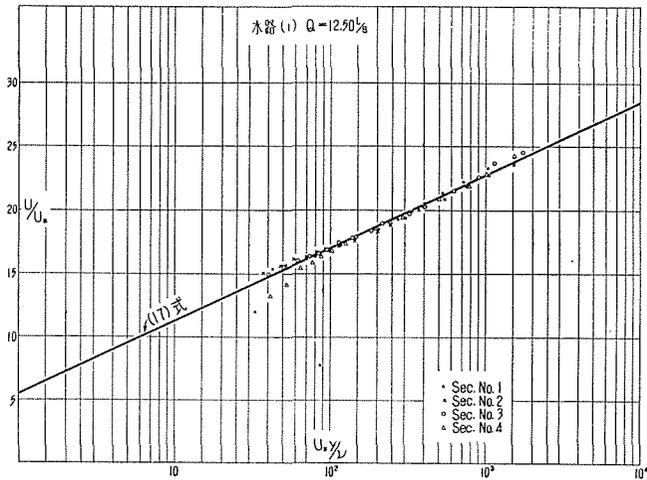


図-36

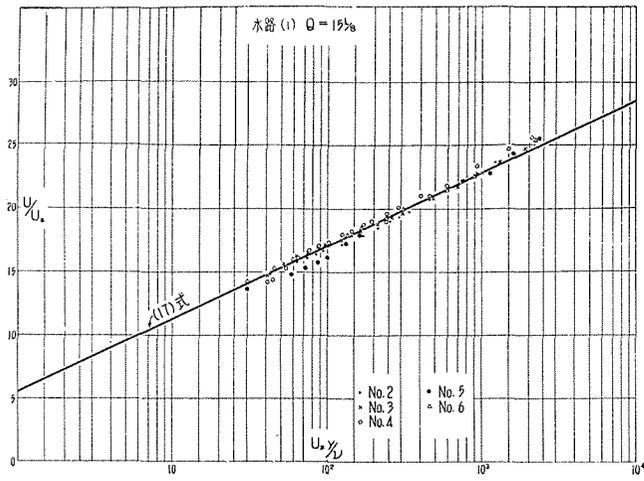


図-37

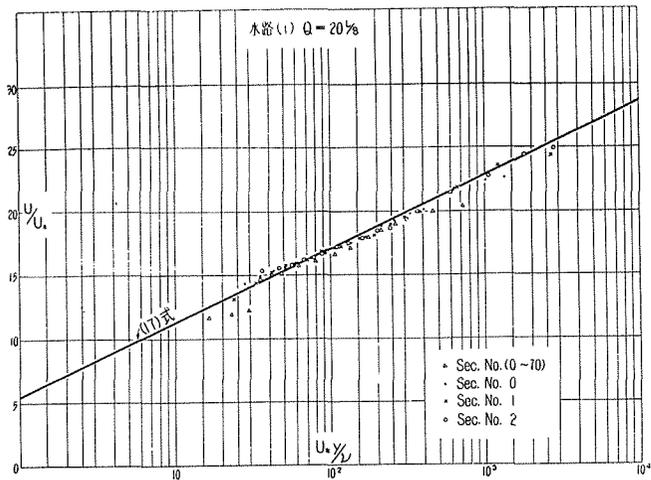


図-38

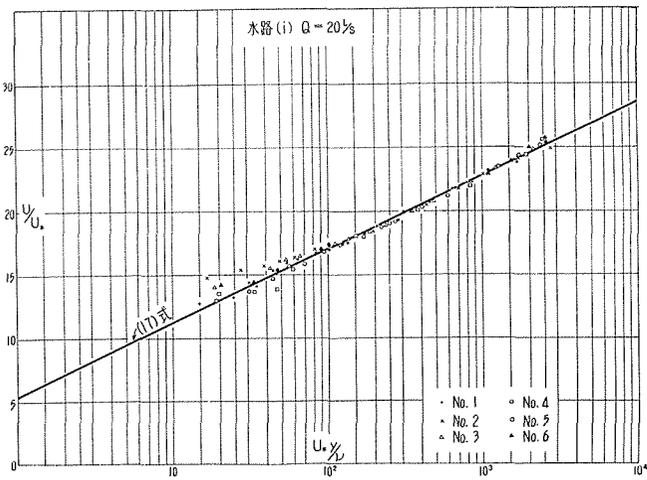
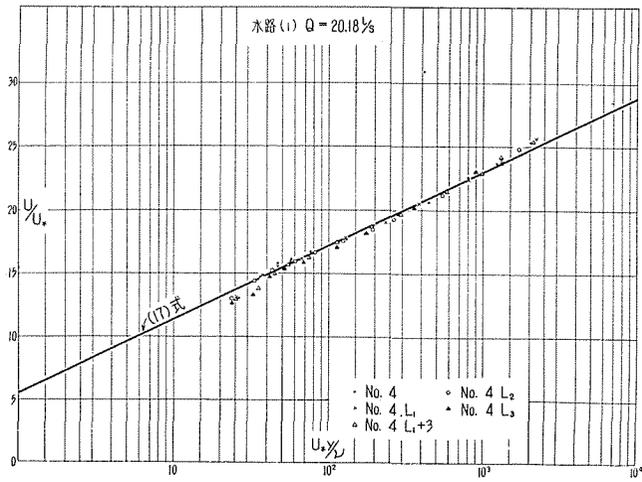
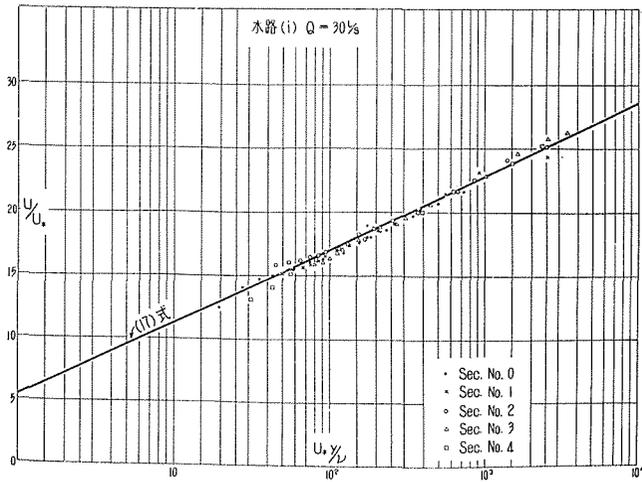


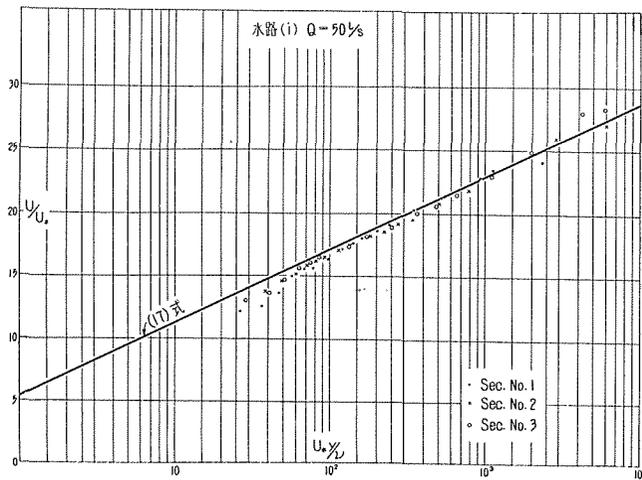
図-39



図—40



図—41



図—42

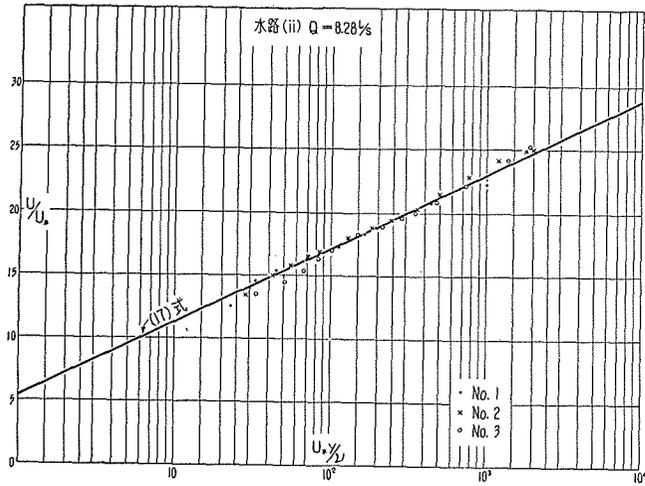


图-43

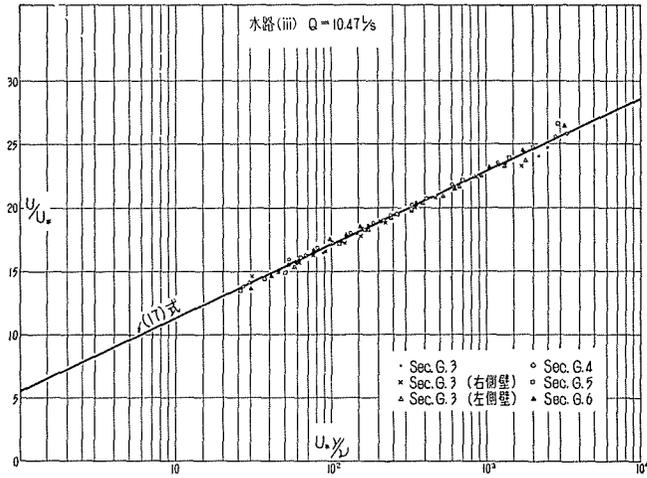


图-44

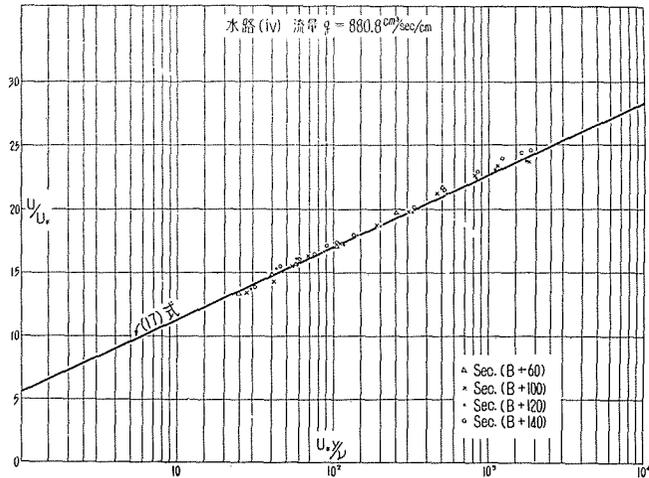


图-45

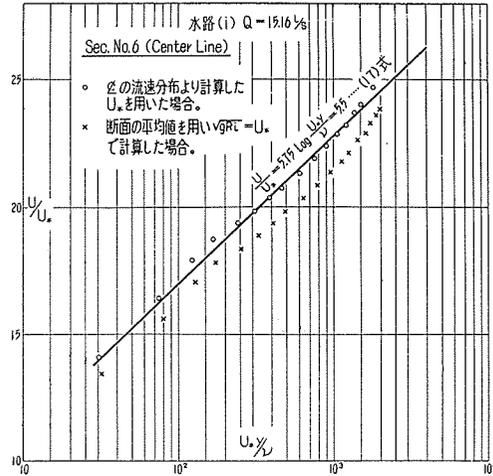


図-46

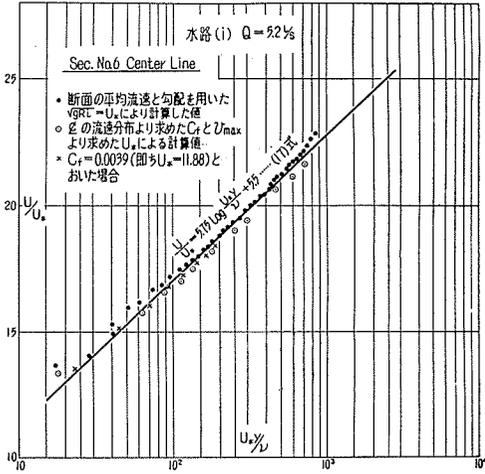


図-47

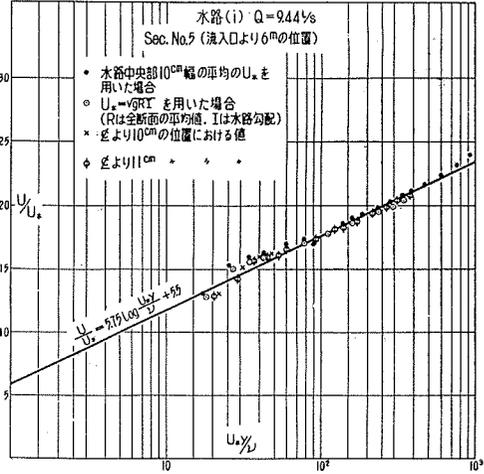


図-48

図-40 は同じく (i) の水路における  $Q=20.18 \text{ l/s}$  の場合の実験であるが、ここでは測点 No. 4 (上流端からの距離 5 m) について、中心線以外に 4 箇所の流速分布を測定して同様に整理したものであるが、それらも全部 (17) 式に一致する。これより  $C_T$  の値それぞれ自身は各々の測定 line (同一の測定断面における) ごとに異なるが、 $u/u_* \sim u_*y/\nu$  の関係において整理された流速分布の関係はすべて一致するものであることがわかる。以下流量  $Q=30 \text{ l/s}$ ,  $50 \text{ l/s}$  の場合も同様の結果となる。図で  $u_*y/\nu$  の値が小さい間は点が多少ばらついているが、この付近では  $y$  の値の僅少な誤差 (0.01 cm 以下) が非常に大きく影響するので、測定に用いたパーニヤ目盛が 0.01 cm までのものであったので、水路底からの距離測定における誤差の影響であろうと考える。

以上の結果は水路勾配が  $\alpha=8^\circ-45'$  ( $I=1/6.5$ ) の場合についてであったが、勾配が変わった場合にどのようなになるかを次に調べる。図-43 に示すのは勾配  $\alpha=42^\circ-32'$  の (ii) の水路におけ

る実験結果であるが、測定断面 No. 1 (水路上流端から 74 cm のところ)、No. 2 (同じく 149 cm)、No. 3 (同じく 224 cm) とともに、前記の (i) の水路における場合と同じく (17) 式に良く一致している。次の 図-44 は (iii) の水路 (勾配  $\alpha=0^\circ-23'$   $I=1/150$ ) における実験結果であるが、この場合の流れは水門流出による射流で減速流であった。測定断面 G3, G4, G5, G6 は水路上流端からそれぞれ 1, 2, 3, 4 m の位置である。plot されている点はこれら測定断面の中心線の流速分布であるが、G3 においてはそれ以外に両側壁からそれぞれ 2 cm 離れた line 上の値も記入されている。これらのすべてが前同様に (17) 式と一致している。図-45 は (iv) の水路 (幅 60 cm, 勾配  $\alpha=55^\circ$ ) における結果を示すものである。記入されている値は  $H_0/H_d=1.0$  ( $q=880.8 \text{ cm}^2/\text{s}$ , ここに  $H_d$  は設計水頭) の場合における測点 ( $B+60$ ) 以下 4 測点で求めたものである。測点 ( $B+60$ ) は水路上流端から約 90 cm の位置にある。これ以上の測点を取らなかった理由は、同測点に至って境界層が始めて完全な乱流となったからである。しかしこれらの測点はいづれも未だ臨界点に到達する前なので、流速分布も境界層内のものであるが、これらも前記の場合と全く同様に円管の場合の (17) に一致する。

最後に、従来の方法によった場合との比較のために、(i) の水路において  $Q=15.16 \text{ l/s}$  のとき、測点 No. 6 に対し、上に述べた方法による場合と従来の (29) 式による場合の両方の計算値を併わせて plot したものが 図-46 である。図において○印は新しい方法によって求めた点、×印は (29) 式によって計算された  $u_{**}$  を用いて求めた点をあらわす。×印の方が○印、したがって (17) 式よりも下側に配列されている。

さらに同一断面に関し、流量が小さい場合、 $Q=5.2 \text{ l/s}$  について同じ計算を行なうと、図-47 に見られる通り、今度は二つの方法のいずれによってもほとんど等しい結果を与える。これは完全な internal friction flow の領域においては、本論文の方法による  $u_{**}$  と、(29) 式による  $u_{**}$  とが一致することを示すものである。図-46 の×印の点は流量が  $20 \text{ l/s}$  の場合にはさらに下の方に表われる。

以上の事実より、 $u/u_{**} \sim u_{**}y/\nu$  による流速分布が円管の (17) 式に対して、図上の傾斜はこれに平行であるにもかかわらず、上方又は下方に移行することの原因が水路勾配にあるのではなく、 $u_{**}$  (又は  $\tau_0$ ) の算定の方法に関係していたことが明らかとなった。したがって skin friction flow における境界層においても、又水深全体が境界層と同様の流速分布を示す internal friction flow においても、乱流の場合には、滑面水路 ( $k_s < 5 \frac{\nu}{u_{**}}$ ) であるならば、水路勾配、水路幅に関係なく全部同じ法則で流速分布を表わすことができ、しかもそれは滑面円管内の乱流の流速分布と同一のものである。

表-1

流 量	断 面	$\delta$ (cm)	$\delta_{\%}$ (cm)	$\vartheta$ (cm)	$H$	$C_f$	$R_{\delta^*}$
$H_0/Hd=0.3$ ( $\text{cm}^3/\text{s}/\text{cm}$ ) $q=127$	0	0.093	0.0232	0.0083	2.80	0.00749	100
	0+10	0.107	0.0291	0.0114	2.55	0.00541	236
	B	0.149	0.0378	0.0161	2.34	0.00291	516
	B+20	0.151	0.0422	0.0178	2.37	0.00207	780
	B+40	0.165	0.0421	0.0186	2.26	0.00141	948
	B+60	0.187	0.0467	0.0199	2.34	0.00127	1209
$H_0/Hd=0.4$ $q=197.8$	0	0.086					
	0+10	0.134	0.0339	0.0146	2.32	0.00555	418
	B	0.110	0.0310	0.0117	2.64	0.00218	628
	B+20	0.145	0.0389	0.0162	2.41	0.00182	1035
	B+40	0.155	0.0379	0.0158	2.39	0.00112	1210
	B+60	0.18	0.0380	0.0166	2.29	0.00098	1392
$H_0/Hd=0.5$ $q=283.3$	0	0.085					
	0+10	0.104	0.0298	0.0113	2.63	0.00404	388
	B	0.117	0.0329	0.0131	2.51	0.00228	667
	B+20	0.136	0.0368	0.0150	2.45	0.00167	988
	B+40	0.156	0.0378	0.0172	2.19	0.00137	1219
	B+60	0.189	0.0400	0.0179	2.23	0.00103	1478
$H_0/Hd=0.6$ $q=381.0$	0	0.093					
	0+10	0.113	0.0330	0.0132	2.50	0.00390	457
	B	0.124	0.0322	0.0126	2.55	0.00197	665
	B+20	0.155	0.0357	0.0148	2.41	0.00165	968
	B+40	0.181	0.0384	0.0173	2.21	0.00147	1251
	B+60	0.287	0.0424	0.0219	1.93	0.00153	1572
$H_0/Hd=0.7$ $q=491.8$	0	0.081					
	0+10	0.106	0.0297	0.0116	2.57	0.00319	432
	B	0.125	0.0322	0.0127	2.52	0.00196	678
	B+20	0.194	0.0409	0.0185	2.21	0.00190	1110
	B+40	0.210	0.0372	0.0172	2.16	0.00151	1220
	B+60	0.335	0.0465	0.0252	1.84	0.00195	1729
$H_0/Hd=0.8$ $q=615.8$	0	0.099					
	0+10	0.130	0.0362	0.0155	2.34	0.00332	557
	B	0.170	0.0383	0.0165	2.32	0.00248	810
	B+20	0.231	0.0436	0.0205	2.12	0.00224	1203
	B+40	0.275	0.0431	0.0236	1.82	0.00221	1420
	B+60	0.56	0.0648	0.0422	1.53	0.00365	2430
$H_0/Hd=0.9$ $q=742.8$	0	0.085					
	0+10	0.13	0.0334	0.0138	2.41	0.00299	537
	B	0.18	0.0372	0.0176	2.11	0.00298	806
	B+20	0.32	0.0497	0.0272	1.82	0.00265	1393
	B+40	0.37	0.0487	0.0285	1.72	0.00274	1604
	B+60	0.63	0.0752	0.0511	1.46	0.00400	2830
$H_0/Hd=1.0$ $q=880.8$	0	0.095					
	0+10	0.129	0.0342	0.0146	2.35	0.00229	575
	B	0.177	0.0339	0.0155	2.18	0.00260	754
	B+20	0.310	0.0451	0.0253	1.77	0.00297	1270
	B+40	0.500	0.0582	0.0371	1.59	0.00340	1940
	B+60	0.710	0.0731	0.0547	1.36	0.00389	2770
$H_0/Hd=1.1$ $q=1027.5$	0	0.094					
	0+10	0.130	0.0297	0.0127	2.33	0.00176	368
	B	0.171	0.0327	0.0149	2.20	0.00275	522
	B+20	0.390	0.0527	0.0316	1.66	0.00363	1072
	B+40	0.540	0.0659	0.0429	1.53	0.00359	1570
	B+60	0.810	0.0850	0.0598	1.42	0.00400	2312

表-2

	$Q$	Section	$u_0$ OR $u_{\max}$	$\delta_{**}$	$\vartheta$	$H$	$R_{\delta_{**}}$	$C_f$
24 cm 幅 ( $\alpha=8^\circ 45'$ ) 水路・滑面	$\ell/s$ 10.01 ( $q=412$ )	No. 2	294.4	0.131	0.105	1.25	3213	0.00355
		No. 3	316.9	0.145	0.118	1.23	3828	0.00345
		No. 4	328.3	0.150	0.119	1.26	4101	0.00340
	12.5 ( $q=514$ )	No. 1	278	0.181	0.135	1.34	4169	0.00340
		No. 2	311.8	0.170	0.128	1.34	4417	0.00340
		No. 3	340.1	0.192	0.142	1.35	5280	0.00325
		No. 4	353.8	0.180	0.132	1.36	5307	0.00325
	15.0 ( $q=617$ )	No. 2	319.4	0.209	0.148	1.41	5562	0.00325
		No. 3	350.1	0.202	0.145	1.39	5893	0.00325
		No. 4	368.4	0.200	0.151	1.32	6140	0.00320
		No. 5	380.0	0.192	0.144	1.34	7296	0.00300
		No. 6	384.0	0.180	0.135	1.33	6910	0.00305
	20.0 ( $q=823$ )	No. 1	286.3*	0.153	0.123	1.25	3650	0.00345
		No. 2	333.6	0.207	0.171	1.21	5750	0.00320
		No. 3	370.4	0.219	0.176	1.25	6760	0.00305
		No. 4	392.8	0.216	0.162	1.33	7120	0.00305
		No. 5	410.0	0.223	0.176	1.26	7420	0.00300
		No. 6	421.0	0.218	—	—	7545	0.00295
	20.0	No. 0-70	170.2*	0.088	0.067	1.31	1198	0.00460
		No. 0	227.4*	0.137	0.108	1.26	2492	0.00385
		No. 1	287.0*	0.181	0.155	1.16	4156	0.00335
		No. 2	330.0	0.240	0.180	1.38	6336	0.00317
	30.0 ( $q=1234.5$ )	No. 1	293.3*	0.212	0.182	1.16	5160	0.00325
		No. 2	340.1*	—	—	—	—	—
No. 3		378.0	0.340	0.268	1.26	10700	0.00275	
No. 4		390.3	0.275	0.213	1.29	8960	0.00295	
30.0	No. 0-70	184*	0.089	—	—	1252	0.00440	
	No. 0	239*	0.127	0.105	1.2	2248	0.00400	
	No. 1	296*	0.213	0.167	1.27	4670	0.00325	
	No. 2	342*	0.251	0.201	1.24	6359	0.00310	
	No. 3	384	0.335	0.259	1.29	9529	0.00280	
50.0 ( $q=2057$ )	No. 1	310.5*	0.251	0.206	1.21	6490	0.00325	
	No. 2	356.0*	0.459	0.356	1.29	13620	0.00270	
	No. 3	393.5	0.561	0.438	1.28	18400	0.00245	
	No. 4	428.5	—	—	—	—	—	
岩知志余 水路模型 $\alpha=0^\circ\sim 23'$	$\ell/s$ 10.47 ( $q=872$ )	No. G 3	365.6	0.154	0.128	1.20	5630	0.00330
		No. G 4	346.5	0.222	0.162	1.37	7678	0.00300
		No. G 5	334.6	0.268	0.214	1.25	8967	0.00280
		No. G 6	313.1	0.281	0.225	1.25	8798	0.00290
岩知志余 水路模型 $\alpha=42^\circ\sim 32'$	8.28 ( $q=690$ )	No. 1	313.6	0.073	0.059	1.25	1851	0.0040
		No. 2	447.9	0.126	0.101	1.25	4551	0.0033
		No. 3	526.2	0.131	0.103	1.27	5559	0.0031

註:  $Q$ : 全流量 ( $\ell/s$ )

$q$ : 単位幅当り流量 ( $cm^3/s/cm$ )

$\delta_{**}$ : cm

$\vartheta$ : cm

$u_0$  は skin friction flow の場合の主流 (\*印)

$u_{\max}$  は internal friction flow の場合の最大流速 ( $cm/s$ )

表—3 24 cm 幅 ( $\alpha=8^\circ45'$ ) 水路における水深測定 ( $\nu=0.0118$ )

流量 ( $l/s$ )	測点 断面	各測点の水深 (cm)					平均水深 (cm)	断面積 ( $cm^2$ )	平均流速 (cm/s)	径深 $R$ (cm)	$F$
		1	2	3	4	5					
5.20	0	1.355	1.315	1.250	1.170	1.090	1.236	30.034	173.1	1.121	4.97
	1	1.115	1.170	1.160	1.125	1.010	1.116	27.118	191.7	1.022	5.79
	2	1.005	1.075	1.115	1.100	1.120	1.083	26.320	197.5	0.994	6.06
	3	1.010	1.030	1.085	1.040	0.970	1.027	24.960	208.3	0.947	6.56
	4	1.080	1.035	0.995	0.920	0.900	0.986	23.960	217.0	0.911	6.91
	5	0.975	1.020	1.025	1.100	0.955	1.015	24.660	210.8	0.936	6.68
	6	0.995	1.015	0.935	0.995	1.115	1.011	24.570	211.6	0.936	6.72
7.40	0	1.890	1.700	1.740	1.545	1.555	1.686	40.970	180.6	1.480	4.44
	1	1.435	1.475	1.465	1.485	1.365	1.445	35.110	210.7	1.291	5.59
	2	1.325	1.330	1.390	1.425	1.375	1.369	33.270	222.4	1.230	6.07
	3	1.390	1.320	1.400	1.355	1.290	1.351	32.830	225.4	1.215	6.19
	4	1.310	1.295	1.280	1.185	1.140	1.242	30.180	245.1	1.126	7.02
	5	1.215	1.265	1.280	1.205	1.250	1.243	30.200	245.0	1.127	7.02
	6	1.190	1.235	1.180	1.220	1.320	1.229	29.860	247.8	1.115	7.14
9.52	0	2.285	2.070	1.965	1.930	1.995	2.049	49.790	191.2	1.753	4.26
	1	1.715	1.820	1.805	1.785	1.720	1.769	42.990	221.4	1.544	5.31
	2	1.760	1.660	1.740	1.660	1.660	1.705	41.430	229.7	1.495	5.62
	3	1.690	1.570	1.625	1.600	1.470	1.591	38.660	246.2	1.406	6.23
	4	1.505	1.510	1.495	1.440	1.370	1.464	35.580	267.5	1.306	7.06
	5	1.400	1.455	1.460	1.425	1.455	1.439	34.970	272.2	1.286	7.25
	6	1.350	1.410	1.415	1.410	1.520	1.421	34.530	275.7	1.272	7.38
12.70	0	2.915	2.560	2.610	2.450	2.600	2.627	63.836	198.9	2.159	3.92
	1	2.165	2.245	2.125	2.200	2.215	2.190	53.217	238.6	1.855	5.15
	2	1.950	2.070	2.090	2.115	1.965	2.038	49.523	256.4	1.745	5.73
	3	2.010	1.915	1.930	1.920	1.830	1.921	46.680	272.0	1.658	6.22
	4	1.875	1.820	1.780	1.805	1.695	1.795	43.619	291.1	1.592	6.94
	5	1.710	1.800	1.775	1.755	1.720	1.752	42.574	298.3	1.531	7.20
	6	1.665	1.680	1.660	1.640	1.835	1.696	41.213	308.1	1.488	7.55
15.16	0	3.385	2.965	3.010	2.855	3.010	3.045	73.994	240.8	2.434	3.74
	1	2.530	2.465	2.445	2.475	2.650	2.513	61.066	248.2	2.082	5.00
	2	2.215	2.350	2.295	2.440	2.215	2.303	55.963	270.8	1.936	5.70
	3	2.210	2.205	2.160	2.190	1.990	2.151	52.269	290.0	1.827	6.31
	4	2.175	2.050	2.005	2.055	2.020	2.061	50.082	302.7	1.762	6.73
	5	1.945	2.050	2.000	2.030	2.020	2.009	48.819	310.5	1.723	6.99
	6	1.935	1.985	1.875	1.890	2.130	1.963	47.701	317.8	1.689	7.24
17.50	0	3.735	3.340	3.435	3.280	3.405	3.439	83.568	209.4	2.680	3.60
	1	3.015	2.785	2.765	2.800	2.995	2.872	69.790	250.7	2.322	4.72
	2	2.445	2.525	2.670	2.670	2.525	2.567	62.378	280.5	2.119	5.59
	3	2.455	2.455	2.415	2.460	2.225	2.402	58.369	299.8	2.005	6.18
	4	2.391	2.315	2.255	2.275	2.280	2.303	55.963	312.7	1.936	6.58
	5	2.110	2.255	2.320	2.310	2.245	2.249	54.651	320.2	1.897	6.82
	6	2.220	2.230	2.330	2.120	2.340	2.248	54.626	320.3	1.930	6.82
19.71	0	4.065	3.785	3.670	3.660	3.825	3.801	92.364	213.3	2.895	3.49
	1	3.240	3.090	3.025	3.160	3.285	3.160	76.812	256.6	2.508	4.61
	2	2.695	2.745	2.975	2.930	2.755	2.820	73.483	268.2	2.421	4.92
	3	2.660	2.685	2.635	2.630	2.475	2.617	63.593	309.9	2.153	6.12
	4	2.640	2.570	2.465	2.540	2.510	2.545	61.844	318.7	2.104	6.38
	5	2.335	2.430	2.560	2.440	2.470	2.447	59.462	331.4	2.036	6.76
	6	2.540	2.300	2.300	2.310	2.600	2.410	58.563	336.5	2.011	6.92



## 引用文献

- 1) F. H. Clauser : The Turbulent Boundary Layer
- 2) F. H. Clauser : Turbulent Boundary Layer in Adverse Pressure Gradient. Journal of the Aeronautical Sciences, Feb. 1954.
- 3) L. G. Straub, E. Silverman, H. C. Nelson : Open Channel Flow at Small Reynolds Numbers. Proc. A.S.C.E. No. 2935, 1956.
- 4) G. H. Keulegan : Laws of Turbulent Flow in Open Channels. Research Paper U. S. Bureau of Standard RP. 1141.
- 5) Ven Te Chow : Open Channel Hydraulics. McGraw-Hill 1959.
- 6) 石原藤次郎・岩垣雄一・合田 健 : 薄層流に関する研究 (第一報) 土木学会論文集 6 号
- 7) W. J. Bauer : Turbulent Boundary Layer on Steep Slopes. Proc. A.S.C.E. No. 281.
- 8) Y. Iwasa : Boundary Layer Growth of Open Channel Flows on a Smooth Bed, and its Contribution to Practical Application to Channel Design. 京都大学工学部紀要 Vol. XIX. No. III, 1957.
- 9) Schlichting : Boundary Layer Theory. p. 339.
- 10) 本間 仁 : 射流現象特に射流の流体抵抗, 土木学会誌, 第 28 卷 5 号, 昭和 17.
- 11) 上記 6) に同じ
- 12) 同 上
- 13) R. W. Powell : Flow in a Channel of Definit Roughness. Trans. A.S.C.E No. 2276, 1944.