



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	疲労破壊に及ぼす切欠き効果について : 低炭素鋼の場合
Author(s)	岸田, 路也; Kishida, Michiya
Citation	北海道大學工學部研究報告, 34, 1-53
Issue Date	1964-03-20
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40720
Type	departmental bulletin paper
File Information	34_1-54.pdf



疲労破壊に及ぼす切欠き効果について

(低炭素鋼の場合)

岸田路也

The Influence of the Notch Effect on Fatigue Failure

(In the case of low carbon steel)

Michiya KISHIDA

Abstract

This report describes the results of fatigue testing for V-grooved notched specimens and gives a dynamical explanation to "non-propagating fatigue crack" by stress analysis.

The author points out that the usual empirical formulae of the relation between the form of notch and the fatigue limit include the "stress concentration factors" which are very difficult to obtain in the case of complicated shapes of notches, and also points out that those forms of function are not adequate.

Now, the author introduced a new empirical formula from the results of "alternating stress" testing for 13 kinds of V-grooved notched mild steel (C: 0.23) specimens;

$$K_f - 1 = a_1 \left(\frac{\pi - \theta}{\pi} \right)^{c_1} \frac{1}{\frac{\rho}{a} + b_1},$$

where

K_f : fatigue strength reduction factor,

a_1, b_1, c_1 : empirical constant,

θ : angle of notch,

ρ : root radius of V-grooved notch,

a : core radius of cylindrical specimen.

As one means of theoretical analysis of fatigue failure, stress analysis is done for hyperbola-boundaries which resemble the shape of V-grooved notches.

Considering the process till the failure of materials, not only elastic but also plastic stress conditions must be dealt with.

So, the author treated this problem of notched specimens having elastic and plastic regions as a plane strain problem.

Moreover, observing "non-propagating crack" which were formed in some specimens, the author discussed the relation between the fatigue limit and depth of crack by means of stress distribution, and explained the propagation or non-propagation of the crack by a correct application of the concept of "influential depth"; on the stress distribution under the circumstances of the nominal stress which is equal to the fatigue limit, the distance

from the root of notch to the point at which the stress value is equivalent to the unnotched fatigue strength.

In other words, by comparing the calculated depth with the measured depth, the following conclusions were obtained ;

1. On the stress that is near the fatigue limit, the sharper the shape of the notch, the shallower the depth of “non-propagating crack”, and “influential depth” corresponds with that depth very well.

2. In case of deep “influential depth” the value of stress gradient at that point is small, so the crack readily propagates and finally the specimen fails.

3. In case of shallow “influential depth” the value of stress gradient at that point is large, so the crack ceases to propagate and becomes the “non-propagating crack”.

4. Dividing the stress gradient at “influential depth” at the fatigue limit by the stress concentration factor, almost constant values are obtained for each V-grooved notch.

目 次

序 言	3
第1章 疲労破壊の特徴	3
§1.1 疲労破壊の特徴	4
§1.2 本研究の目的	5
第2章 疲 労 試 験	6
§2.1 Haigh 式繰返し応力試験機	7
i) 試験機の主構造と主機能 ii) 応力計の補正 iii) 試験片の取り付け	
iv) 試験機の長所と短所	
§2.2 供 試 材 料	12
i) 化学成分組成 ii) 熱 処 理 iii) 試 験 片 iv) 機械的性質	
§2.3 疲労試験結果とその処理法	18
i) 試験結果の処理法 ii) 疲労試験結果	
第3章 実験式の誘導	25
§3.1 種々の実験式	25
§3.2 実験値の統計的処理	27
i) $\theta =$ 一定の場合 ii) $\frac{\alpha}{\rho} =$ 一定の場合 iii) $\frac{\alpha}{\rho}$ と $\frac{(\pi-\theta)}{\pi}$ を共に変数とした場合	
第4章 特殊な切欠き形状に対する応力解析	33
§4.1 弾性域の応力分布	33
i) 座標の表示 ii) 弾性応力分布	
§4.2 塑性域の応力分布	35
i) 座標の表示 ii) 塑性基礎式 iii) 塑性応力分布	
§4.3 弾 塑 性 境 界	38
i) 切欠き底の降伏 ii) 弾塑性境界での条件	
§4.4 必要式のまとめ	40
第5章 “Non-propagating Fatigue Crack” と応力分布	42
§5.1 有限な影響深さ	42
§5.2 計算値と実測値	48
結 言	51
各 章 の 文 献	52

序 言

振動荷重による疲労破壊の問題が研究されはじめてから数十年を経たが、其の間、実験技術の進歩や金属物理学の近年における目ざましい発展等によって、種々の事実が明らかにされてきている。

構造物の破壊において、疲労による破壊がいかに多いかは、卑近な例を取り上げ指適するまでもない事である。かような事から、更に、構造物の対疲労性と言うことが問題となり、部材の設計に際して、疲労破壊に関する資料を要求する声がますます大きくなってきている。

しかるに、疲労破壊は非常に複雑な現象であるから、そのすべてを説明し得る決定的とも言える理論は現在無く、いまだに疲労破壊による事故が発生している様なありさまである。

その場合に、最も注目され、問題にされるのは、部材に切欠きが存在する場合である。構造物から切欠きを全く取り去ることはまず不可能なことであろう。従って、その部分に応力集中を生じ、切欠きを持たない部材よりも強度が著しく低められ破断しやすくなる。

若し、真の理論が確立されていず、実験資料の段階にとどまっている場合には、設計規準となるべき実験式をみちびくのは工学研究者の当然の義務であろう。この様な場合についての研究が多少なされているが、関数型等に不満を感ずることが多い。

従って、著者は、この際、まったく今迄の実験式による先入観念に惑わされることなく、新たに切欠きに関する実験式を導びくことにした。更に、切欠き底附近に観察される“non-propagating crack”を論ずるのに、切欠きが鋭くなると、当然、疲労破壊の過程で生ずるものではない塑性領域が存在しているのに、応力分布には、従来は弾性論でといたものを適用していたが、著者はこれを弾塑性問題として論ずべきであると考え、それを行なった。

従って、本研究は、疲労破壊に影響を及ぼす力学的因子と冶金学的因子のうち、力学的因子の一つを取り上げたことになる。

本研究は、著者が昭和35年4月から同37年10月迄大学院学生として行なったものであり、その間、故藤井忠二教授及び半沢宏教授に終始ご指導をいただき、又、試験片等の製作には、福田善一氏にあたっていただいた。ここに感謝の意を表わす次第である。

第1章 疲労破壊の特徴

疲労破壊は、いかなる特徴を備えた破壊型式であって、又、いかなる外的或は内的因子によってどの様な影響をうけるものであろうか。

この研究は、Wöhler 曲線で著者な Wöhler 氏が1866年に片持式回転曲げ試験機を製作した時から本格的に始まり、現在に至っているが、当初の、いわゆる機械技術者のな巨視的観察から、電子顕微鏡の発明や転位論の発達等によって、金属物理学的な微視的観察へとも進んでいる。が、いずれは細分化した研究が総合されて疲労破壊の根本が解明されるであろう。

その間の研究結果をまとめたものとして、古くは H. J. Gough 氏¹⁾、最近では W. J. Harris 氏²⁾、“Handbuch der Physik”の一部³⁾、“Fracture”の一部⁴⁾、我が国では石橋氏⁵⁾、横堀氏⁶⁾、河本氏⁷⁾等の著書があり、他に論文として提出されたものは非常に多数である。

本章では、最近迄の疲労に関する研究について簡単に述べ、著者の研究の目的を明らかにするものである。

§1.1 疲労破壊の特徴

耐久限度以上の応力での疲労破壊の過程は、全寿命を次の三期に分けて考えることが出来る。

(1)⁸⁾ 負荷開始後、塑性変型と加工硬化が、硬化の限界(飽和)に達する迄の初期間で、きわめて短い。

(2)⁹⁾ 最初の slip-line から観察可能なき裂が形成される中間期。

(3) そのき裂が成長伝播し、近傍の同様な他のき裂と合体して完全な破壊(破断)に至る終期。

平滑材では、いったんき裂が発生すればただちに破断にみちびかれることから、(2)の期間は長く、(3)の期間が非常に短いと言われているが、鋭い切欠き材の場合では(3)の期間が全体の90%も占めると言われてい、“non-propagating crack”の存在からも理解されることである。平氏ら¹⁰⁾は X-線による半価幅の変化の測定を平滑、切欠き両材で行なってこれを確かめているが、これは疲労過程の進行程度を推測するのに有意義なものである。

以上の如き過程を経て疲労破壊が生ずるのであるが、次に、現在迄に観察されている実験的事実についてのべる。

(1)¹¹⁾ 延性金属でも巨視的塑性変形無くして破壊する。そして、顕微鏡的にみて、疲労破壊では破壊迄に必ず塑性変形が起つてい、そのすべり面、方向は結晶学的には一方向応力による破壊の場合(静的試験)と同じであるが、塑性変形領域は、後者が全般的なのに対し、前者は顕微鏡的領域に局所化している。そして、特殊な金属では¹⁰⁾金属がすべり面から突出していたり、すべり面に沿って入り込んだりしている。疲労破断面は、き裂の発生点からそれが伝播した滑らかな光沢のある面と、断面減少、き裂先端の応力集中等で材料の静的強度に耐えられなくなって破断した面とに分けられる。き裂は、普通平滑材にみられる様に局部的に発生するが、切欠き材に見られる様に円周に沿っていたり、或いは、それらの組合せの型式をとったりする¹²⁾。

(2) 繰返し応力振幅が静的破壊強度より低くても、あるいは、弾性限度以下でも破壊する。

(3) 応力振幅 S と繰返し数 N との間に、いわゆる $S-N$ 曲線が存在する。 N が $10^6 \sim 10^7$ で水平になる場合が多いが、Al 等では 10^8 でも曲線は水平にならない。ある繰返し数に耐えう

る応力の極限值を時間疲労限と言うが、例えば、 10^7 回で耐久限度を考えれば、これは厳密には時間疲労限である。

(4) 一定の応力振幅 S に対する破壊迄の繰返し数 N のばらつきが大きい。この統計的性質についての研究もある^(例えば 2), 6)。

(5)¹²⁾ 踊り場を持つ降伏点を示す鋼では、ある応力振幅以下では無限の繰返し数に耐え破壊しない。これを耐久限度と言ひ、降伏点の温度依存性、炭素量依存性、結晶粒度依存性等と きわめて類似した特性を示す。又、耐久限度以下でも塑性変形がおこっているが、降伏点を支配する機構とは (4), (6)~(9) 等の点で異なる。

(6) 繰返し速度に影響される。Harris 氏²⁾らによれば、Al 合金で、高速度、低寿命ほど疲労強度の増加をみている。

(7) 疲労被害、過大応力及び過小応力の、damage⁷⁾ 及び coxing 効果^{13), 7)}。

(8) 寸法効果がある。例えば丸棒であれば、直径¹⁴⁾及び長手方向¹⁵⁾とも存在する。しかし、応力勾配が零の一様な応力分布の場合にはあまりみられず、応力勾配のある応力分布のものに著しくみられることから、表面からの有限な深さで説明されよう。

(9) Non-propagating crack が存在する。

(10) 疲労強度は、一定の静的応力 (平均応力) を加えても、後者が弾性限度に比べて小さい場合にはあまり影響をうけない。この平均応力 σ_m と応力振幅 σ_r の大ききで荷重形式を分類し、 $\sigma_m=0$ を両振り、 $\sigma_m=\sigma_r$ を片振りと呼んでいる。 σ_m と σ_r との関係は耐久限度線図で一般に知られているが、 $\sigma_r=0$ では $\sigma_m=\sigma_r$ (静的破断応力) 或いは σ_B (抗張力) とどちらを取り上げても結果に左程影響を及ぼさぬことから、線図自体の意義は明瞭ではない。従って、降伏応力で規定した方が設計にはより安全性を保証することになる。この平均応力に関する研究として、J. O. Smith 氏¹⁶⁾ は平均圧縮応力が対疲労性に良い影響を持つことを報告している。

又、金属材料の組織との関係を研究したのものには、鉄における結晶粒度との関係¹⁷⁾、共析鋼におけるパーライト間隔との関係¹⁸⁾、共析鋼における炭化物形状との関係¹⁹⁾、熱処理組織との関係²⁰⁾ 等があるが、いずれも同一鋼材でも組織への依存性のあることを示している。更に、非金属介在物及び材料欠陥の及ぼす影響についての論文もある^(例えば 21)。

以上のごとき様相を、いわゆる材料強度学的見地から論じた横堀氏の理論¹¹⁾がある。巨視の見地から疲労機構を説明しようとするものには、E. Orowan 氏²²⁾の理論がある。一方、物理的意義は問題とせず、設計規準のための疲労破壊の criterion としては、G. Sines 氏²³⁾、J. A. Pope 氏²⁴⁾等のものがある。

以上述べたことが、現在迄の疲労に関する主な研究結果である。

§1.2 本研究の目的

前節の記述は、疲労破壊の機構に直接迫る研究であって、それは主に金属物理学の分野で

あるが、この外に考えなければならない、しかも、部材を設計する場合に必ず考えなければならない問題、“応力集中による破壊”すなわち切欠きの問題があり、これは材料力学的分野のものである。機械部品の設計にあたって、“切欠きを全く持たぬもの”と言う事は不可能であり、その切欠きが疲労強度の低下に著るしい影響を及ぼすこと等から、非常に重要な問題を提起する。更に、切欠きが存在することによって生ずる応力成分によって、それらの破壊に関する寄与を論じうるし、破壊現象即ちき裂の挙動をほぼ予想しうる場所に限定し、観察を容易にする。

ここで本研究の主目的を明確にすれば、切欠き形状の疲労強度に及ぼす影響を実験によって求めることを主とし、それから附随的に観察される耐久限度における“non-propagating crack”の深さを応力分布と関連させ、疲労破壊の応力分布による影響の一端を研究することである。

この様に、ある因子のみを取り上げる場合には、他の因子は可能な限り一定とすべきであるから、前節でのべた各因子で作用を及ぼすものを一定にしなければならない。

熱処理によって組織を一定にすることで、冶金的な因子を一定にしておく。

試験片表面の仕上げ程度は切欠きの作用をさそうから²⁶⁾、出来るだけなめらかに一樣にする。

表面層の加工硬化は、試験片製作後の焼きならしで取りのぞく。

試験機の型式(応力型式)によって異なった結果をうるから、本研究では、両振り引張・圧縮繰返し荷重とする。

試験速度は常に一定に保つ。速度の不連続的变化の影響の研究はまだない様である。

停電が予知出来れば、試験の一時停止で材料に歪時刻の影響²⁵⁾を生ぜしめない様に、時期をずらす様考える。

電源電圧の変動による荷重の変動及び負荷開始直後に目的とする荷重にする途中、damageを考慮して、目的の応力を超過しない様にながら負荷することに配慮する。

以上に配慮し、切欠き形状の変化による影響を観測する。

第2章 疲 労 試 験

本研究は両振り引張・圧縮疲労試験であり、それには Haigh 式試験機が用いられた。試験機の性能が試験結果に及ぼす影響の大なることを考えると、ここにそのあらまし及び調整について多少述べることに意義がある。従って、本章ではまずこれからのべ、更に、試験片の仕上がりまでの種々の冶金的な処理及び機械加工的処理等、明らかにされなければならない材料の履歴や性質、最後に、結果の統計的な処理方法として少数本の場合の staircase 法と、試験結果をしるすものである。

§2.1 Haigh 式繰返し応力試験機

いかなる試験においても、試験機械の機能が満足に発揮され、要求される試験が正しく行なわれなければならない。

本実験は両振り引張・圧縮繰返し疲労試験であり、Haigh 式繰返し応力試験機が使用された。他にも同目的の試験機が種々あり、それぞれ使用されているが、ここではそれらについて説明をしない。

構造及び機能のあらましは、上下に配置された二つの電磁石にはさまれた振動子が、二相交流発電機で発生した位相の異なる交流で磁化された前述の電磁石の磁力作用で上下に振動し、これを試験片に伝達するものである。荷重は振動子に示差的に巻かれた二次コイル中に誘起される電圧で測定されるものである。この型式の試験機では定応力試験が行なわれ、変形(歪)に対する拘束は何もない。

i) 試験機の主構造と主機能

試験機の外形は図 2.1 及び写真 2.1~2.3 に、その配線は図 2.2 に示されている。

外形寸法は約高さ 150 cm、底面積 36 cm×36 cm、板ばねの横幅 76 cm であり、約 61 cm×61 cm の面積、地上約 15 cm、地下約 30 cm のコンクリート・ブロック上に植込みボルトを介して設置されている。

容量は荷重範囲で約 1300 kg、試験片長さ最大 380 mm、試験片直径 5~7.6 mm、すなわち

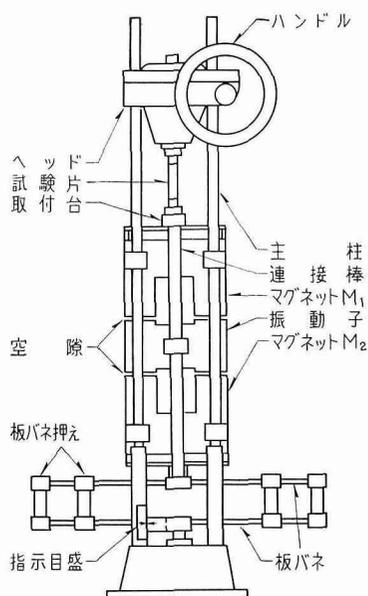


図 2.1 Haigh 式繰返し応力試験機

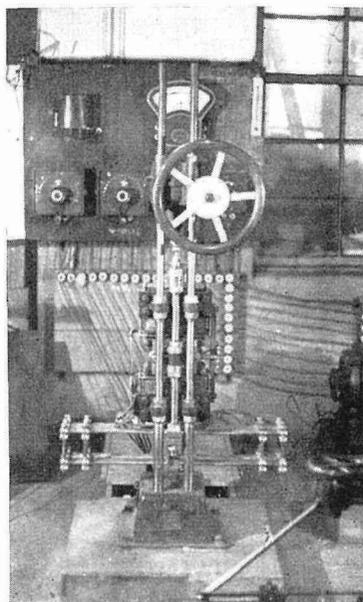


写真 2.1 試験機 (前)

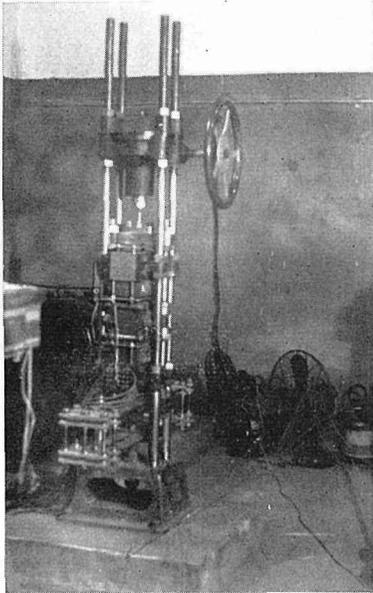


写真 2・2 試験機 (横)

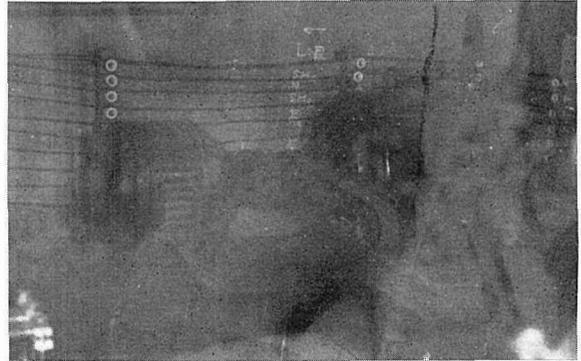


写真 2・3 動力系統概観

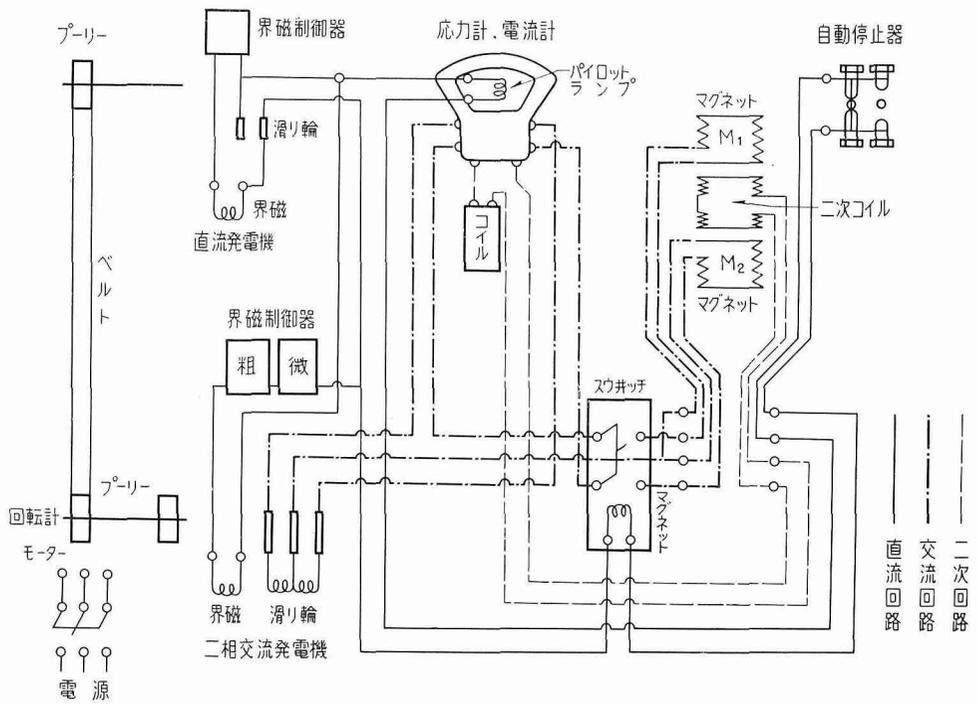


図 2・2 配線図

最大可能応力は $\pm 33 \text{ kg/mm}^2$ である。

又、附属装置として、別のコンクリート・ブロック上に、動力として三相誘導電動機、負荷用として積算回転計付きの二相交流発電機、その励磁用等として直流発電機があり、負荷調整器として粗と微の調整をしよう界磁制御器、負荷の計測器として電流計つき応力計である電圧計等が配電板に取りつけられている。他に自動停止器がある。この相互関係は図 2・2 を参照すればよい。

つぎに、配線図及び機構図を参照して、機構、機能、作動系統について簡単にのべることにする。

昼夜送電されている動力線 220 V を電源として三相交流誘導電動機を作動させ、同じ軸に直結して二相交流発電機、ベルト伝達で直流発電機を運転する。発生した直流は自己励磁及び交流発電機の界磁励磁をし、他はパイロットランプをへて自動停止器系に回路をつくる。交流は試験機の電磁石の励磁に働いている。発生電圧の調整、即ち試験機の電磁石の磁力、即ち試験片に作用させる負荷の調整は各々の界磁制御で行なう。この 180° 相差のずれた二相交流は四本の支柱にヘッドとともに固定された一対の電磁石 M_1 , M_2 にその相差だけずれて作用するから、 M_1 , M_2 の間で、本体と板ばねを介して上端に試験片を取り付ける台を持つ連接棒でつながっている振動子は、発電機の一回転に対して 2 応力サイクルだけ振動する。

試験片の一端を試験片の長さによって移動させうる固定端（ヘッド）に、他端をこの振動子に取り付けられれば、供給電圧の大小による磁力の強弱によって負荷の大小を調整し要求する負荷を作用させうる。

板ばねを介して浮いている振動子は、本体とは位置強制とダンパーの役割を果している真鍮板で押えられている。

板ばねは、それに乗る重量の振動系が試験片に攪乱力を加えない様にするため、強制振動数と共鳴状態になる様にばね押えの位置ではりの長さを変えて固有振動数を調整出来る様になっているが、実際には振動計を併用してこの調整を行なった。

次に、負荷量の測定についてのべる。試験片に作用させる力は、同じ電圧を電磁石に作用させても電磁石と振動子間の空隙の 2 乗に反比例することを考えてはじめに適当な距離をとる必要があるが、ここでは最大荷重範囲が 1300 kg となる様にした。しかし、 M_1 と振動子、 M_2 と振動子の間は 元来 M_1 と M_2 とが同特性を持っていれば同じになるはずであるが、実際には少々異なる。振動子のまわりには四ケの二次コイルがあつて、振動子が磁力線を切る状態によって変化する電圧変化を感知し、応力計（電圧計）につながっている。又上下の電磁石の振動子に対する作用の均衡は差動電流計で指示され、等しく作用していれば 0 を指示する。

もう一つは自動停止器系統である。その作動は 写真 2・4 を参照して、破断時には A から突出している爪の振幅が大となり B をたたき、C を瞬間的に切断するから スウイッチ箱の電磁石が作用を失い、内蔵するばねの力で“off”となるわけである。

1 応力サイクルはここでは交流発電機の 1/2 回転であり，作用回数は交流発電機と同軸にある積算回転計ではじめと終りの差を読み，2 倍すれば良い。

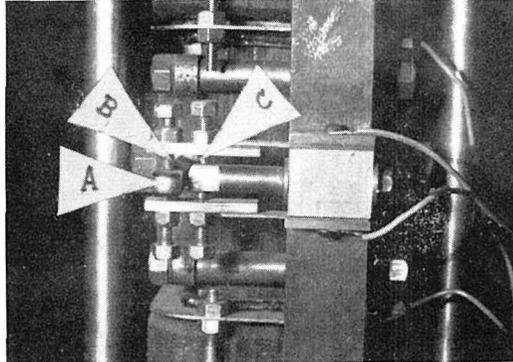


写真 2・4 自動停止器

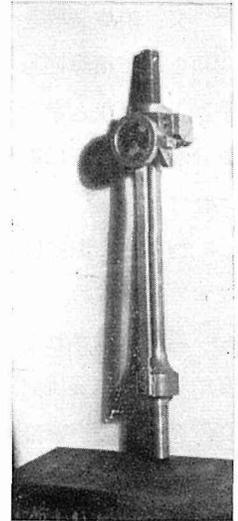


写真 2・5 伸び計

ii) 応力計の補正

応力計は目盛りを等配分した電圧計であるから，試験片に作用させた力と目盛りとの相対関係をあらかじめ知って置かなければならない。それには，写真 2・5 に示すとき，伸びを鏡の回転角で光学的に測定出来る伸び計を用いる。静的に負荷と伸びとを検定しておき，実際に疲労試験を行なう場合と同様な条件，操作で伸び計を試験機に取り付け，応力計の目盛りと対応させる。静的検定は deadweight で行なった。繰返し応力試験機の応力計の目盛りと負荷

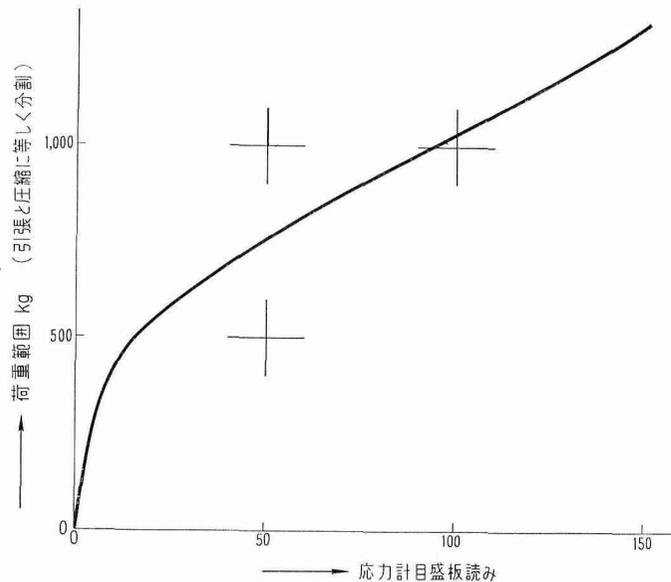


図 2・3 応力計補正図

との関係は 図 2・3 に示してあるが、これからわかることは、負荷はなるべく直線部になる様にえらぶと良いということである。又、自励式直流発電機であるため、外部電源のサイクル変動は新しい補正を必要とする。

試験片と伸び計が異なる材料であっても良いと言う説明は次の如くにされる。図 2・4 のとき振動系を考え、 k_1 を試験片のばね常数、 k_2 を板ばねのばね常数、 m を振動系の質量とすれば、(b) 図において固有振動数は $p' = \sqrt{k_2/m}$ 、前述のごとくこれを強制振動数 p と等しく

とれば $k_2 = p^2 m$ 、これを (a) 図における m の変位 $x = P \cos pt / (-p^2 m + k_1 + k_2)$ に代入すれば $x = P \cos pt / k_1$ をうるから、試験片に作用する力 P' は結局 $P' = x k_1 = P \cos pt$ となり、強制振動の外力 P は k_1 、 k_2 に無関係に試験片に作用することが了解される。

iii) 試験片の取り付け

両振り引張・圧縮の場合、試験片にあらかじめ引張りや圧縮が作用せず、又、曲げの作用がないことが肝要である。

機械の分解調整によって振動系が正しく垂直方向に振動する様にし、試験片取り付け台が水平であり、ヘッドに取り付けた試験片が垂直になる様にした。これで正しく引張りと圧縮負荷が作用する。

予引張り、予圧縮をふせぐのには、ヘッド部の試験片取り付け部を上下に移動させるハンドル車の一回転がその動きの何ミリに相当するかをあらかじめ測定しておき、ハンドル一回転分を厚さゲージで測って余しておき、のち一回転させて取りつけることで行なわれるが、勿論この場合には電流計は調整しなくても 0 を指している。又、ねじで取り付けることから、試験片に振りを作用させぬ様に気を付けなければならない。

以上のごとく取り付け、所要の負荷を応力計を見ながら作用させ、試験開始と終了時の回転計の読みの差を 2 倍すれば結果が得られる。取り付け状態は写真 2・6 に示してある。片振り

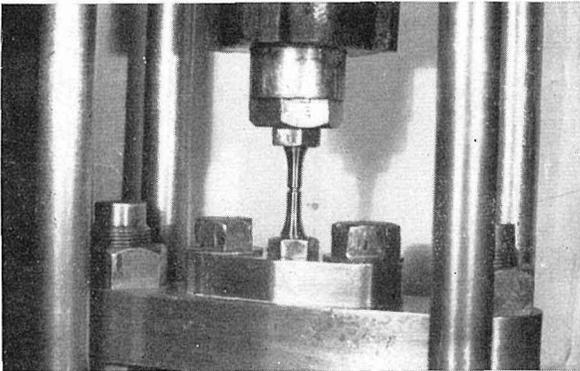


写真 2・6 試験片の取り付け状態

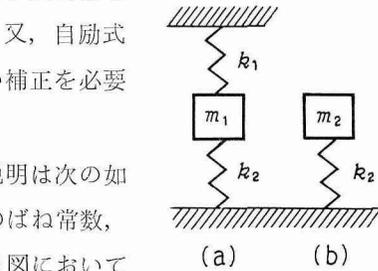


図 2・4 説明図

あるいはその他の状態による試験は、機械下部の指示目盛りをあらかじめ負荷に対して検定しておき、振動系全体をそれによってあらかじめ移動させ、作動時に電流計の指示を 0 に調整すればよい。

iv) 試験機の長所と短所

試験を行なうにあたって、長年の放置によるさびつきを取り去りかつ不備を補うために、分解掃除及び

修繕をした。以下その際に気付いた点についてのべる。

短所として

- (1) 主柱と連接棒に変形があったことから、時効によるもの以外に、強度不十分であり、良材質で強度設計し直す必要がある。
- (2) 試験機組み立ての際、引張り圧縮の正しさを保証する基準がないため組み立て後にもその大幅な調整を必要とする。

主柱は3本にし、固有振動数調整の板ばねは両端は確定した固定装置とする。さもなければ、組み立ての際あとの部分の組み立て精度をいちぢるしく害する。

- (4) 試験片の長さに応じて移動するヘッドは、垂直精度を何度も検定する要のない様に内部の歯車装置のみによって試験片長さに応じ、振動によるかみ合いの弛みには固定装置を要する。

- (5) 自動停止装置は、感度をあげるために、A、Cの位置を逆にし、切断後は、この回路を利用して破断面の衝突による損傷を避けるために、振動子を下方に引きつけておく作用をする装置をとりつけるとよい。

長所として

- (1) 機械的摩擦部分がないため静粛運転である。
- (2) 負荷変化を試験中に行なえる。

以上の様に観察してみると、なっとくのゆく実験は試験機の設計からはじまると言ってよい。

§2.2 供 試 材 料

材料試験では、被試験材料の性質を明らかにすることが重要である。たとえば、同一の化学成分組成でも、熱処理による組織の違いや圧延方向によって結果に大きな相違をうむからである。前者は主に結晶粒子の大きさによるものであろうし、後者では異方性や非金属介在物の流れ方向によるものであろう。

本実験では、切欠き形状の疲労強度への影響を観察するのが目的であるから、材料は個々の試験片を通して同一の性質を持っていなければならない。

したがって、疲労試験及び引張試験に用いた素材は同一のインゴットから採取されたものであり、詳細は以下にのべる様なものである。

i) 化学成分組成

化学成分組成は表2.1に示してある。素材は酸性平炉鋼17.5 ton 鋼塊から450 mm ϕ 、鍛造比4.5の中間軸を製作したものの余材で20 mm ϕ \times 330 mmの丸棒を鍛造したものであり、その形状で920°C \times 1.5 hで焼準、のち空冷したものである。以上の段階までは日本製鋼所室蘭製作所研究所で行なわれたものである。

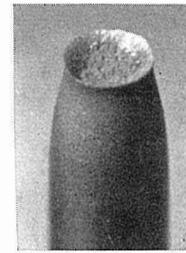
化学成分で炭素以外の成分の機械的性質に及ぼす影響は、軟鋼では一般に、Siでは0.35%

表 2-1 化学成分 (%)

C	0.23
Si	0.26
Mn	0.57
P	0.028
S	0.037
Ni	0.08
Cr	0.06
Cu	0.15
Mo	—
Sn	0.025

表 2-2 機械的性質

直 径	12.0 mm
標 点 間	96.0 mm
上 降 伏 点	32.05 kg/mm ²
下 降 伏 点	29.11 kg/mm ²
抗 張 力	50.81 kg/mm ²
真 破 断 点	104.73 kg/mm ²
伸 び	28.66%
絞 り	63.88%

写真 2-7
引張り破断面

以下、Mnでは0.2~1.0%以下、Pでは0.06%以下、SではMn不足でも0.02%以下、Cuでは0.25%以下であれば左程大きくなく、Mnの多いことなどかえって性質を向上させるが、Pについては少量でも分布が不均一であれば常温脆性の原因となり、しかも偏析しやすく、化学成分組成で表われた値よりも4~5倍も多いことがあるから特に注意しなければならない。同様なことはSについても言えることである。

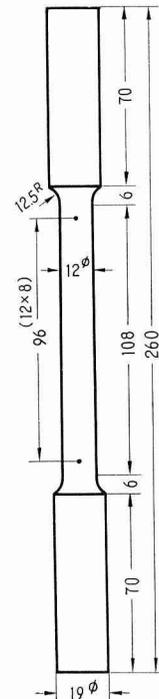
この様な非金属介在物の多少は、素材の機械的性質は勿論のこと、疲労強度を低下せしめる原因となる¹⁾のNo.6。何となれば、き裂の発生をうながし、特に表面、それも切欠き底に現われるときには強い外部き裂の原因となる。しかし、この影響の多少はその方向性にもより、引張・圧縮試験では、軸方向より直径方向に存在する方が危険であると言える¹⁾。

本試験に用いられた材料では、後に示すき裂の写真からわかる様に(焼準後)切欠き底附近には少なく、又、他の部分でもそれが推定される。流れの方向は軸方向であり、影響はさほど大きくないと思われる。

ii) 熱 処 理

以上の素材について、試験片に存在する試験以前の加工硬化を除去し、組織を均質にするには焼準を要する。試験片の製作以前に日鋼で焼準されているが、試験片の製作の際の加工硬化を幾分のぞくために、切欠きをつけてから炉に入れることはしないが、以後の加工量を出来るだけ小さくし、試験片表面の加工硬化層を避けるべく、素材丸棒の表面を切削除去して試験片寸法に近い丸棒とし、熱処理時における表面酸化を防ぐ意味で真空炉焼準を行なった。

引張・圧縮繰返し試験であるため、加工の際の曲げ変形を除く様長さは出来るだけ短くし、その限度は切欠きが長さ方向の中央にあるときこの影響がなくなるほどでなくてはならず、詳細寸法は後述するとして、真空炉え入れる寸法は直径約14 mm、長さ約90 mmの丸棒とした。

図 2-5
引張試験片 (mm)

焼準の条件は、 C 量 0.23% から 920°C で 1 h, 後空冷となる。所定の温度になるまでに炉の熱効率もあるが約 30 分, したがって結晶粒の成長はあまり大きくないと思われる。冷却速度は $800^{\circ}\text{C}\sim 600^{\circ}\text{C}/82.5\text{ sec}$, $2.4^{\circ}\text{C}/\text{sec}$ である。(写真は, き裂の写真を参照のこと。)

iii) 試験片

試験片寸法は, 軸径は試験機の容量から, 軸長は加工及び取り付けの際の外力による変形を防ぐいみで短く, 又, 切欠きをつけた場合その影響が取り付け部まで及ばぬために長くしなければならない。

軸径は, 平滑材の耐久限度を約 $25\text{ kg}/\text{mm}^2$ と見込むと, 試験機容量が約 600 kg (範囲で 1200 kg) であるから $D=5\text{ mm}$ と決まる。

一方, 取り付け部であるねじ部と平行部とは径がことなるが, この断面変化を円滑に行なわしめるには, 軸方向のある長さ L' で平行部に接し, ねじ底を通る半径 r の円を考えればよく, ねじ底直径を D' とすれば, r は結局 $r=\{L'^2+(D'-D)^2/4\}/(D'-D)$ から求められる。

平行部の長さ L は $L=(3\sim 4)D$ とする。

切欠きは平行部の中央に設置し, 切込み深さを 2 mm としたが, これは深い切欠きと言える。詳細寸法は 図 2・6 に示してある。

切欠きは, 底である曲率半径をもち, 側面は直線である。加工は, 要求する形状を仕上げの程度による粗と微の硬質バイトに成型し, はじめ粗で, 後に微でなす程度に仕上げ, 次に 000 エメリー紙, 酸化アルミナ液で研磨する。

バイトの成型は, 50 倍の万能投影器のスクリーンに要求する形状をうす紙に描いて密着させ, それにならって硬質と石で仕上げで行なったものである。

切欠き寸法は, それで切削した試験片を同じく 50 倍で写真撮影し, 計測したものである。その形状は写真 2・8 に 10 倍で示してある。

底曲率半径は, 特別な, 即ち, 1, 0.5, 0.25, 0.10, 0.05 mm を目標にしたが, それぞれ表 2・3 に示すものとなった。他の寸法は 1/100 mm のマイクロメーターによった。

iv) 機械的性質

引張り試験については, 試験片寸法は 図 2・5 に, 結果は表 2・2 に, 破断面は写真 2・7 に示し

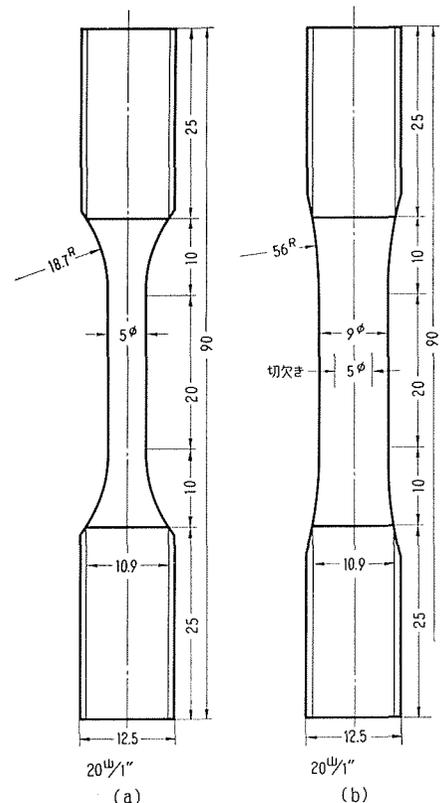


図 2・6 (a) 平滑疲労試験片 (mm)
(b) 切欠き疲労試験片 (mm)

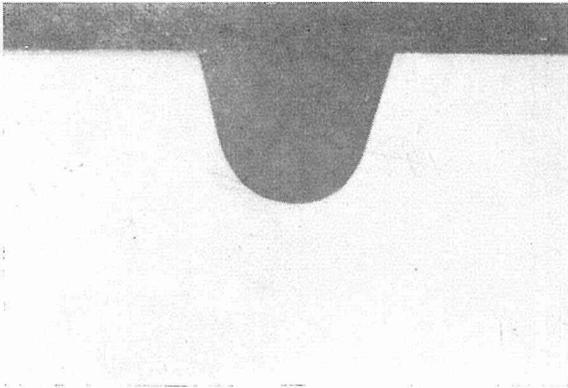
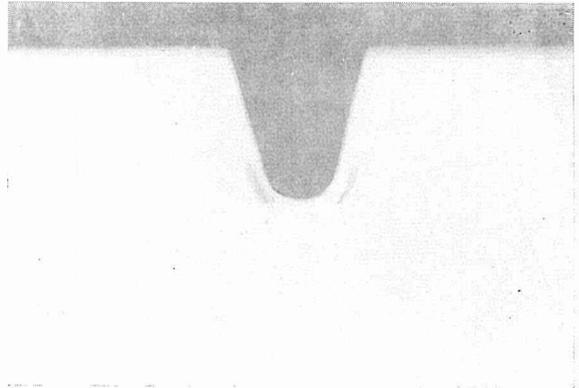
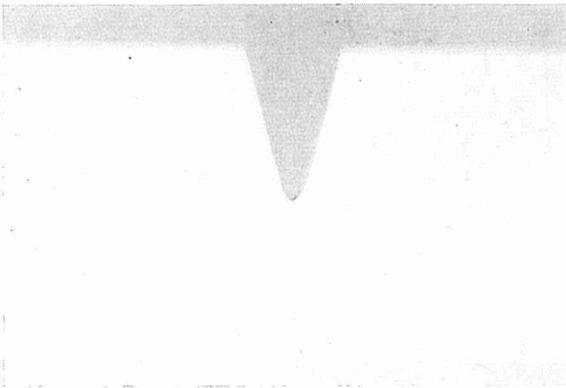
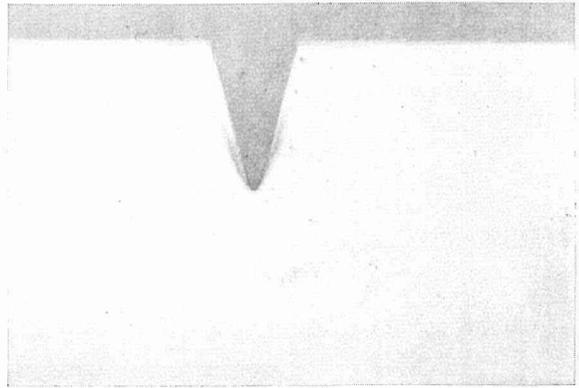
 $V_{30, 1.04}$  $V_{30, 0.40}$  $V_{30, 0.12}$  $V_{30, 0.06}$

写真 2・8 切欠き形状 (×10)

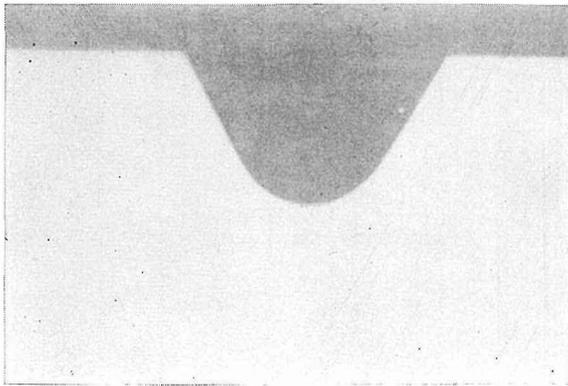
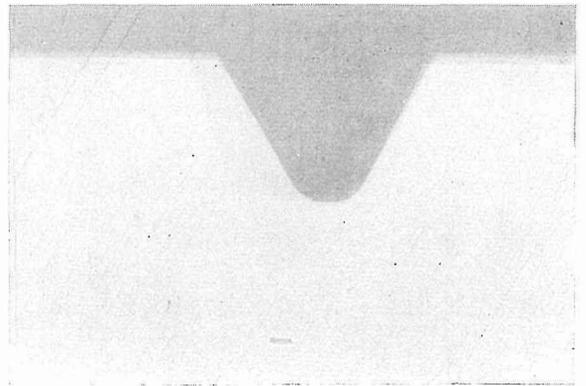
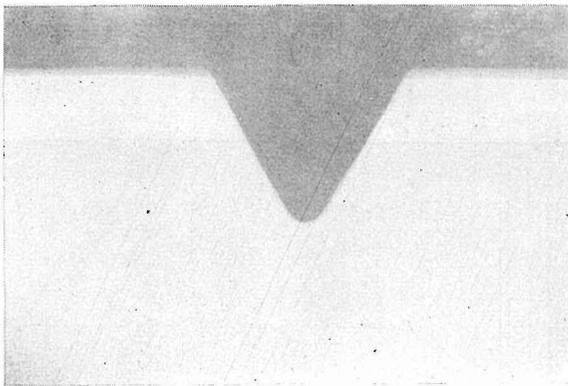
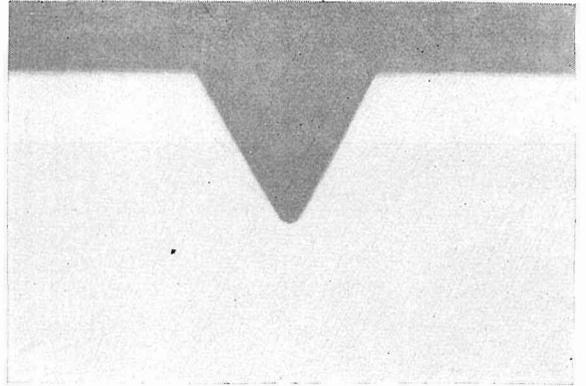
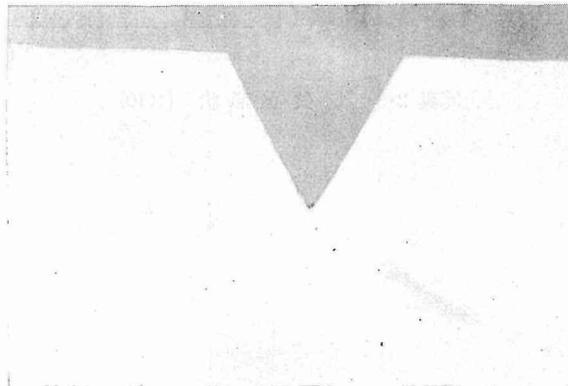
 $V_{60, 0.87}$  $V_{60, 0.53}$  $V_{60, 0.28}$  $V_{60, 0.13}$  $V_{60, 0.06}$

写真 2・8 続 き

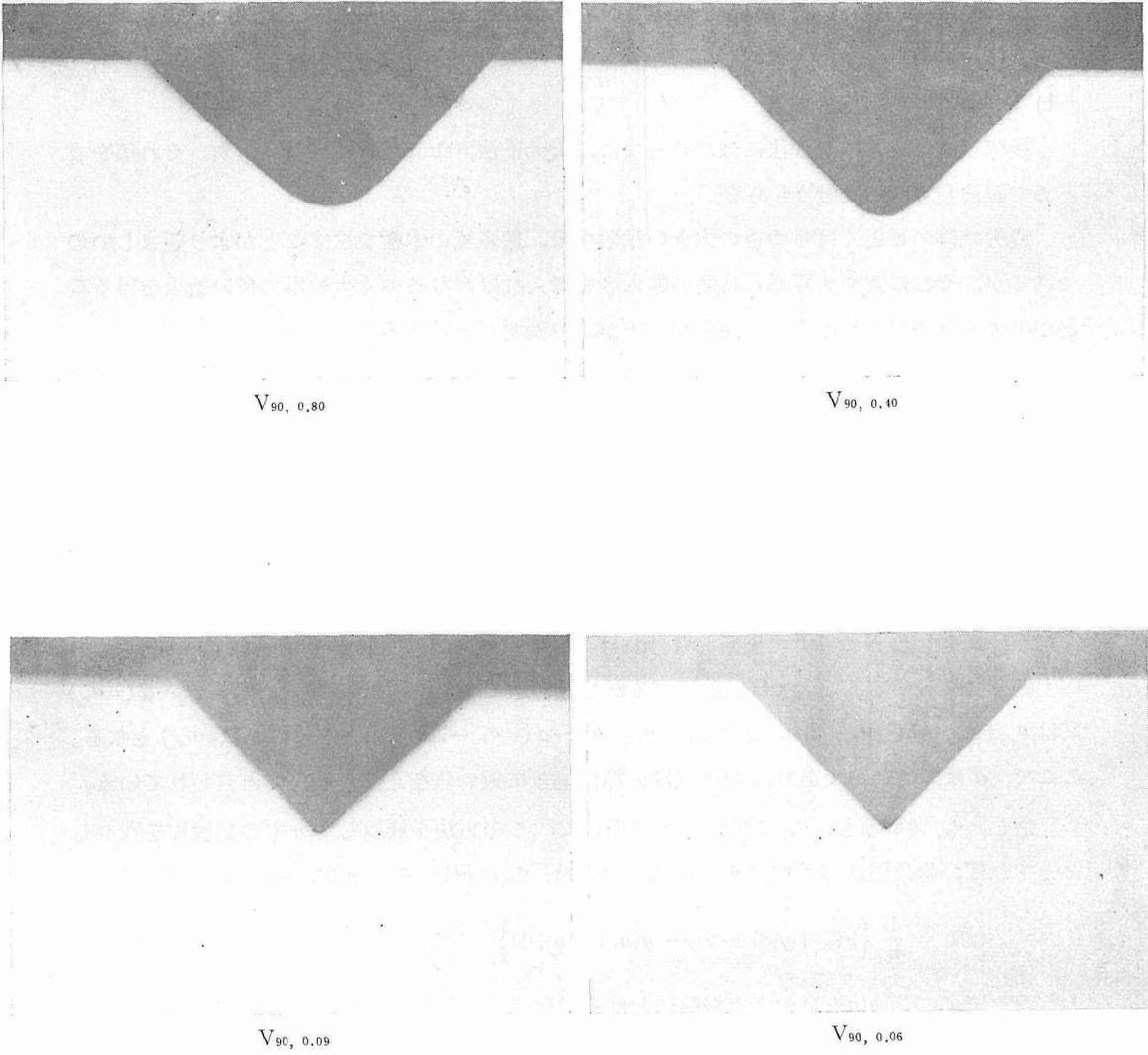


写真 2・8 続 き

であるが、数値は3本の平均値である。

§ 2.3 疲労試験結果とその処理法

i) 試験結果の処理法

疲労試験データの処理法には、今までに、probit法、staircase等が提案され、それ等をまとめて記述している文献²⁾もある。

疲労試験のごとくばらつきの大い試験では、数多くの本数を試すことがより望ましいのであるが、それに費やす経費と時間の膨大さを考えれば、なるべく少数本で良い結果を得ることが出来る方法があればそれを採用する方がより賢明だと言える。

その様な、少数本で行なった試験結果の多数本のそれに対する考察が吉本氏³⁾によって述べられているが、“鋼の如く 10^7 回で $S-N$ 曲線が水平となる耐久限度の決定法として、耐久限度の平均値を推定するには、数ケのサンプルでstaircase法を用いることが出来る”とのべている。

まず、耐久限度を対象としたstaircase法について簡単にのべる。種々発表されているデータ^{例えば⁴⁾}から予想される耐久限度附近の応力振幅 σ_r で1本目の試験片について疲労試験を行なう。繰返し数 N が 10^7 で破断しなければ2本目は $\sigma_{r_1} = \sigma_r + d$ 、破断すれば $\sigma_{r_1} = \sigma_r - d$ の応力振幅で試験する。前者では、破断するかしないかで3本目の応力振幅は $\sigma_{r_2} = \sigma_{r_1} - d (= \sigma_r)$ 又は $\sigma_{r_2} = \sigma_{r_1} + d (= \sigma_r + 2d)$ 、後者では、 $\sigma_{r_2} = \sigma_{r_1} - d (= \sigma_r - 2d)$ 又は $\sigma_{r_2} = \sigma_{r_1} + d (= \sigma_r)$ となる。ここで、 d は段階応力であり、耐久限度の標準偏差に近い値をえらぶと良いと言われている。

若し、 σ_r で破断し、 σ_{r_1} で破断しない場合に、この方法を繰返して n 本の試験片を費やしたとすれば、耐久限度の平均値 σ_w の推定値 $\hat{\sigma}_w$ は、 $\sigma_{r_0} = y(1)$ 、 $\sigma_{r_1} = y(2)$ 、……、として

$$\hat{\sigma}_w = \frac{1}{n} \left\{ y(2) + y(3) + \dots + y(n) + y(n+1) \right\} \quad (2.1)$$

となる。ここで、 $y(n+1)$ の応力振幅における試験は行なわれないが、 $y(n)$ の結果から決定される。このサンプル数 n の少ない場合のstaircase法についてはBrownlee氏ら⁵⁾の研究があるが、これによれば、サンプル数の少ないときは母集団の標準偏差の推定精度は著しく低下するが、母平均の推定精度はそれほど低下しないと言われている。したがって、母平均の推定値のみを問題にする場合にはサンプル数が数ケでも十分良い結果をうる。

さて問題になるのは母集団の標準偏差である。従来の実験で既知の場合とはかく、未知の場合には $S-N$ 曲線の斜部から、あるいは、標準偏差を求める特別な実験を行なって求めなければならない。Gatto氏⁶⁾によれば、耐久限度は正規分布をなすが、分散は同一材料でも異なった応力レベルで異なり、例えば、低応力では分散も大である。更に、平滑材と切欠き材とも異なると言う。本実験では、Epreman氏ら⁷⁾による鉄鋼の標準偏差は耐久限度の2.5~11.3%くらいと言うことから、段階応力 $d = 0.5 \text{ kg/mm}^2$ ととり、各形状で標準偏差を求めるの

は非常な労力と時間を要するので行なわなかつた。すなわち、耐久限度の推定値のみを問題にした。

σ_{r_0} は、予備実験ではじめて破断しなかった場合の1段上の応力振幅とした。したがって実験に費やした試験片の数は、表2・4に示すものの倍程である。

結果において、耐久限度の分散は考慮せず、すべて等分散としたことになる。本研究の目的からすれば耐久限度の応力値のみが必要であり、次章のデータ整理(実験式)では点の重みは同一となる。

なお、吉本氏の論文は切欠き係数の信頼限界にも言及している。

ii) 疲労試験結果

試験結果は、表2・3に示してあるが、各々の詳細は表2・4にある。(室温10~15°C)

ここで、 V_{∞} は平滑材、 $V_{\rho-\theta}$ は切欠き材の種類を表わし、

ρ : 切欠き底曲率半径, θ : 切欠き側面角,
 D : 平行部直径, d : 最小断面直径(=2a),
 σ_w : 耐久限度, K_f : 切欠き係数

である。

表中の σ_w は(2・1)式で求めたものである。

実験結果の考察は次章において行なう。

破断面の様相は写真2・9に示されているが、各種類については試験片番号1のものである。

表2・3 平滑材及び切欠き材の耐久限度と切欠き係数

種類	θ (°)	D (mm)	d (mm)	ρ (mm)	a/ρ	σ_w (kg/mm ²)	K_f
V_{∞}	—	—	5.00	∞	0	23.79	1
$V_{30, 1.04}$	30	9.00	5.05	1.040	2.43	15.75	1.510
$V_{30, 0.40}$		9.00	4.99	0.400	6.25	12.92	1.841
$V_{30, 0.12}$		9.00	4.98	0.120	20.75	10.83	2.197
$V_{30, 0.06}$		9.00	5.05	0.059	42.83	10.25	2.321
$V_{60, 0.87}$	60	9.00	5.02	0.872	2.88	15.75	1.510
$V_{60, 0.53}$		9.02	5.05	0.530	4.76	14.25	1.669
$V_{60, 0.13}$		9.00	5.05	0.132	19.13	11.25	2.115
$V_{60, 0.06}$		9.01	4.94	0.060	41.17	10.60	2.244
$V_{90, 0.80}$	90	9.00	5.02	0.800	3.14	15.88	1.498
$V_{90, 0.40}$		8.99	5.04	0.400	6.30	14.10	1.687
$V_{90, 0.09}$		9.00	5.00	0.096	26.04	11.65	2.042
$V_{90, 0.06}$		9.00	5.03	0.060	41.92	11.29	2.107

表 2.4 試 験 結 果

記 号

 D : 切欠き試験片平行部外径 (mm), d : 各試験片最小断面部直径 (mm), ρ : 切欠き底曲率半径 (mm), θ : 切欠き側面角 ($^{\circ}$), σ_r : 応力振幅 (kg/mm²), N : 破断迄の応力繰返し数 (回),→: 10⁷ 回で破断しないことを示す。 D 及び d の平均値

$$\bar{D} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n D_i, \quad \bar{d} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n d_i, \quad n: \text{表に記入されている被試験本数}$$

種 類	No.	D	d	$\frac{\rho}{\theta}$	σ_r	応力計	N	
V_{∞}	1		5.00		24.0	83.0	($\times 10^6$) 2.670	
	2		5.00		23.5	79.0	10.000	→
	3		5.00		24.14	84.0	2.136	
	4		5.00		23.5	79.0	10.000	→
	平均		5.00		23.79			
$V_{30, 1.04}$	1	9.00	5.05	1.040 30	16.0	32.7	($\times 10^6$) 5.928	
	2	9.00	5.05	1.040 30	15.5	30.0	10.000	→
	3	9.00	5.05	1.040 30	16.0	32.7	5.034	
	4	9.00	5.05	1.040 30	15.5	30.0	10.000	→
	平均	9.00	5.05	1.040 30	15.75			
$V_{30, 0.40}$	1	9.01	4.98	0.400 30	13.0	16.0	($\times 10^6$) 2.234	
	2	9.00	4.98	0.400 30	12.5	14.0	10.000	→
	3	9.00	4.99	0.400 30	13.0	16.2	10.000	→
	4	9.00	4.99	0.400 30	13.5	18.5	3.548	
	5	9.00	4.99	0.400 30	13.0	16.2	1.188	
	6	9.00	4.99	0.400 30	12.5	14.2	10.000	→
	平均	9.00	4.99	0.400 30	12.92			
$V_{30, 0.12}$	1	8.99	4.96	0.120 30	12.0	12.2	($\times 10^6$) 0.928	
	2	8.99	4.97	0.120 30	11.5	11.1	10.000	→
	3	9.00	4.98	0.120 30	12.0	12.5	0.228	
	4	9.01	4.98	0.120 30	11.5	11.2	0.636	

種 類	No.	D	d	$\frac{\rho}{\theta}$	σ_r	応力計	N	
$V_{30, 0.12}$	5	9.00	4.98	$\frac{0.120}{30}$	11.0	10.3	$(\times 10^6)$ 1.252	
	6	9.00	4.98	$\frac{0.120}{30}$	10.5	9.3	0.930	
	7	8.99	4.98	$\frac{0.120}{30}$	10.0	8.5	10.000	→
	8	9.00	4.99	$\frac{0.120}{30}$	10.5	9.4	0.556	
	9	8.99	5.01	$\frac{0.120}{30}$	10.0	8.7	10.000	→
	平均	9.00	4.98	$\frac{0.120}{30}$	10.83			
$V_{30, 0.06}$	1	9.00	5.05	$\frac{0.059}{30}$	10.5	9.0	$(\times 10^6)$ 1.820	
	2	9.00	5.05	$\frac{0.059}{30}$	10.0	9.9	10.000	→
	3	9.00	5.05	$\frac{0.059}{30}$	10.5	9.0	2.000	
	4	9.00	5.05	$\frac{0.059}{30}$	10.0	9.9	10.000	→
	平均	9.00	5.05	$\frac{0.059}{30}$	10.25			
$V_{60, 0.87}$	1	9.01	5.03	$\frac{0.872}{60}$	16.0	32.0	$(\times 10^6)$ 2.566	
	2	8.99	5.03	$\frac{0.872}{60}$	15.5	29.3	10.000	→
	3	9.01	5.02	$\frac{0.872}{60}$	16.0	31.6	1.320	
	4	9.00	5.02	$\frac{0.872}{60}$	15.5	29.0	10.000	→
	平均	9.00	5.02	$\frac{0.872}{60}$	15.75			
$V_{60, 0.53}$	1	9.00	5.06	$\frac{0.530}{60}$	14.5	25.0	$(\times 10^6)$ 4.742	
	2	9.00	5.06	$\frac{0.530}{60}$	14.0	22.7	10.000	→
	3	9.05	5.04	$\frac{0.530}{60}$	14.5	24.5	2.168	
	4	9.02	5.04	$\frac{0.530}{60}$	14.0	22.1	10.000	→
	平均	9.02	5.05	$\frac{0.530}{60}$	14.25			
$V_{60, 0.28}$	1	9.00	5.02	$\frac{0.284}{60}$	13.0	17.0	$(\times 10^6)$ 3.400	
	2	9.00	5.02	$\frac{0.284}{60}$	12.5	14.7	10.000	→
	3	9.01	5.02	$\frac{0.284}{30}$	13.0	17.0	10.000	→

種 類	No.	D	d	$\frac{\rho}{\theta}$	σ_r	応力計	N	
$V_{60, 0.25}$	4	9.00	5.00	$\frac{0.284}{60}$	13.5	18.7	$(\times 10^6)$ 1.241	
	5	9.00	4.98	$\frac{0.284}{60}$	13.0	16.0	10.000	→
	平 均	9.00	5.01	$\frac{0.284}{60}$	13.10			
$V_{60, 0.13}$	1	9.01	5.09	$\frac{0.132}{60}$	11.5	12.5	$(\times 10^6)$ 1.810	
	2	9.01	5.03	$\frac{0.132}{60}$	11.0	10.7	10.000	→
	3	9.00	5.07	$\frac{0.132}{60}$	11.5	12.2	1.154	
	4	8.98	5.04	$\frac{0.132}{60}$	11.0	10.8	10.000	→
	平 均	9.00	5.05	$\frac{0.132}{60}$	11.25			
$V_{60, 0.06}$	1	9.00	5.01	$\frac{0.060}{60}$	9.5	7.8	$(\times 10^6)$ 1.250	
	2	9.01	5.00	$\frac{0.060}{60}$	10.0	8.7	10.000	→
	3	9.00	5.00	$\frac{0.060}{60}$	10.5	9.5	10.000	→
	4	9.02	5.00	$\frac{0.060}{60}$	11.0	10.3	0.696	
	5	9.02	4.76	$\frac{0.060}{60}$	10.5	7.7	10.000	→
	平 均	9.01	4.94	$\frac{0.060}{60}$	10.60			
$V_{90, 0.80}$	1	9.01	5.14	$\frac{0.800}{90}$	16.3	37.6	$(\times 10^6)$ 3.902	
	2	9.01	5.06	$\frac{0.800}{90}$	15.8	31.8	10.000	→
	3	9.00	5.01	$\frac{0.800}{90}$	16.3	33.0	2.792	
	4	9.01	5.02	$\frac{0.800}{90}$	15.8	30.5	3.286	
	5	9.00	5.05	$\frac{0.800}{90}$	15.3	29.0	10.000	→
	6	9.00	4.96	$\frac{0.800}{90}$	15.8	28.5	10.000	→
	平 均	9.00	5.02	$\frac{0.800}{90}$	15.88			
$V_{90, 0.40}$	1	9.02	5.10	$\frac{0.400}{90}$	14.0	23.7	$(\times 10^6)$ 4.226	
	2	9.00	5.05	$\frac{0.400}{90}$	13.5	20.0	10.000	→
	3	8.96	5.02	$\frac{0.400}{90}$	14.0	21.6	10.000	→

種 類	No.	D	d	$\frac{\rho}{\theta}$	σ_r	応力計	N	
V _{90, 0.40}	4	9.00	5.04	$\frac{0.400}{90}$	14.5	24.5	($\times 10^6$) 2.546	
	5	8.99	5.05	$\frac{0.400}{90}$	14.0	22.5	10.000	→
	平 均	8.99	5.04	$\frac{0.400}{90}$	14.10			
V _{90, 0.09}	1	9.00	5.01	$\frac{0.096}{90}$	11.9	12.6	($\times 10^6$) 0.320	
	2	8.99	4.99	$\frac{0.096}{90}$	11.4	11.2	10.000	→
	3	9.00	5.00	$\frac{0.096}{90}$	11.9	12.5	0.330	
	4	9.01	5.01	$\frac{0.096}{90}$	11.4	11.4	10.000	→
	平 均	9.00	5.00	$\frac{0.096}{90}$	11.65			
V _{90, 0.06}	1	9.01	4.98	$\frac{0.060}{90}$	11.0	10.3	($\times 10^6$) 1.424	
	2	9.00	5.00	$\frac{0.060}{90}$	10.5	9.5	10.000	→
	3	8.99	5.05	$\frac{0.060}{90}$	11.0	10.9	10.000	→
	4	9.00	5.05	$\frac{0.060}{90}$	11.5	12.0	10.000	→
	5	9.00	5.04	$\frac{0.060}{90}$	12.0	13.3	0.268	
	6	9.00	5.03	$\frac{0.060}{90}$	11.5	11.8	0.900	
	7	9.00	5.01	$\frac{0.060}{90}$	11.0	10.5	10.000	→
	平 均	9.00	5.03	$\frac{0.060}{90}$	11.29			

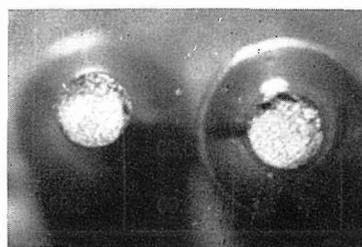
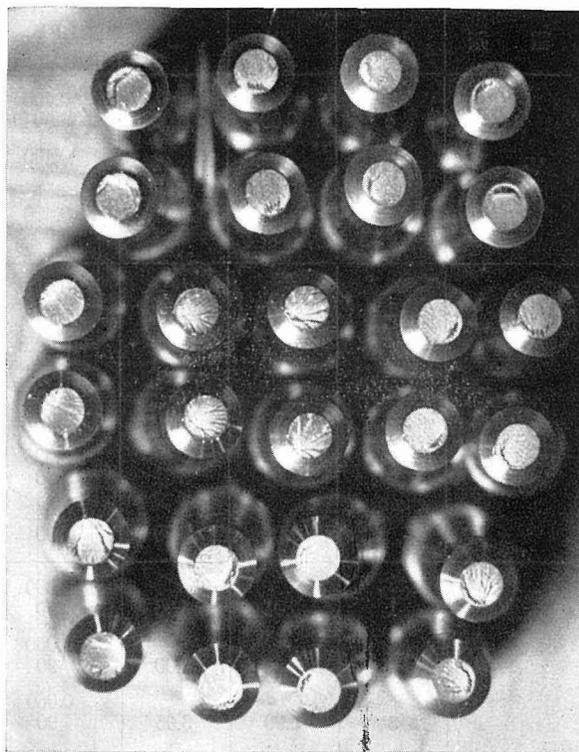
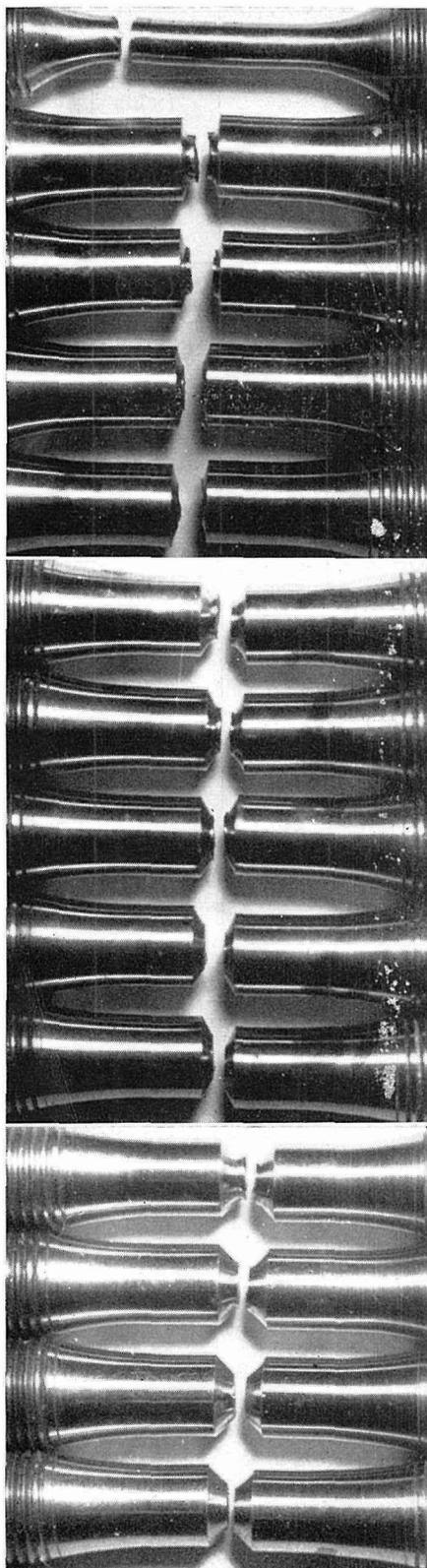


写真 2・9 破 断 面

左：上から表 2・3 の順

右上：縦に 1 対であって、最上段左端から表 2・3 の順

右下：平滑材の破断面

第3章 実験式の誘導

切欠き形状と耐久限度の関係についての式は、その中に含まれる係数を実験で求めると言うことでは実験式であるが、物理的な意味を有するいわゆる理論式から、そうでない、即ち実験結果と良い一致をみる関数を任意に見出す真の意味での実験式まで多種多様である。本章で著者が誘導するものは後者に属するものであるが、まず、現在までに提起されている諸式について述べる。

§3.1 種々の実験式 (理論式も含む)

切欠き係数 K_f 、形状係数 K_t 、切欠き感度係数 η の定義は

$$\left. \begin{aligned} \text{切欠き係数 } (K_f) &= \frac{\text{平滑材の耐久限度 } (\sigma_{s_0})}{\text{切欠き材の耐久限度 } (\sigma_{s_0})}, \\ \text{形状係数 } (K_t) &= \frac{\text{切欠き底の最大応力 } (\sigma_{\max})}{\text{切欠き底の公称応力 } (\sigma_n)}, \\ \text{切欠き感度係数 } (\eta) &= \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

である。

実験式を分類する場合、それらの式の誘導の端緒となったものにおける意味によって色々な方法で分類出来るが、本節では、形状係数を必要とする切欠き感度係数によるもの、応力分布を必要とする応力勾配と形状係数によるもの、真の意味での実験式とに分けた。

(1) 切欠き感度係数 (η) による方法

(a) Lipson 氏らの方法¹⁾ η は材料と K_t によって変わるものとして実験結果を整理し、調質鋼材と焼なまし鋼材の別に η と K_t の関係を示す曲線を求めている。

(b) Neuber 氏の方法²⁾

$$\eta = \frac{1}{[1 + \{\pi/(\pi - \theta)\} \sqrt{\rho_N/\rho}]},$$

θ : 側面角, ρ : 切欠き底曲率半径, ρ_N : Neuber 常数。

ρ_N は材料によって一定な値で、そその長さでは応力勾配は一定であると言う block size であって、応力集中係数が無限大になるというものの疑問から出発しているものである。

(c) Harris 氏らの方法³⁾ 確率論から出発し、

$$\eta = \left[1 - \exp\left(-\frac{l}{\lambda}\right) \right] = \left[1 - \exp\left(-\frac{\rho}{\rho_H}\right) \right],$$

ρ : 切欠き底曲率半径, ρ_H : flaw parameter ($\sqrt{\rho_H} = 4.215/\sigma_B$, 鋼), $K_t = 1 + \beta\sqrt{a/\rho}$, a : 最小断面半径, β : 1~2 のある常数。

(d) Peterson 氏らの方法⁴⁾ η を調質鋼材と焼なまし鋼材の別にし、 η と切欠き半径 ρ との関係曲線を示し、別に各種の形状に対し形状係数 K_t の計算図表を示している。

(e) 川本氏の方法⁹⁾

(2) 応力勾配 α による方法

(a) Siebel 氏らの方法⁹⁾ K_t と K_f との比 n を

$$n = K_t/K_f = 1 + (S\alpha)^{\frac{1}{2}}$$

S : 結晶粒子の大きさ, $\alpha = \left(\frac{1}{\sigma}\right) \left(\frac{d\sigma}{dx}\right)_{x=0}$ と置き, 各種の切欠き別に n と α の関係図表を与えている。

(b) 石橋氏の方法⁷⁾ 切欠き底 $z=0$ から ϵ_0 なる深さで応力が σ_w になるとし,

$$K_f = K_t \left[1 - a_1 \left(\frac{\epsilon_0}{\rho}\right) + a_2 \left(\frac{\epsilon_0}{\rho}\right)^2 + \dots \right],$$

$$a_1 = - \frac{1}{\sigma_{\max}} \frac{\partial \sigma_1}{\partial z} \Big|_{z=0}, \quad a_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\sigma_{\max}} \frac{\partial^2 \sigma_1}{\partial z^2} \Big|_{z=0}, \dots$$

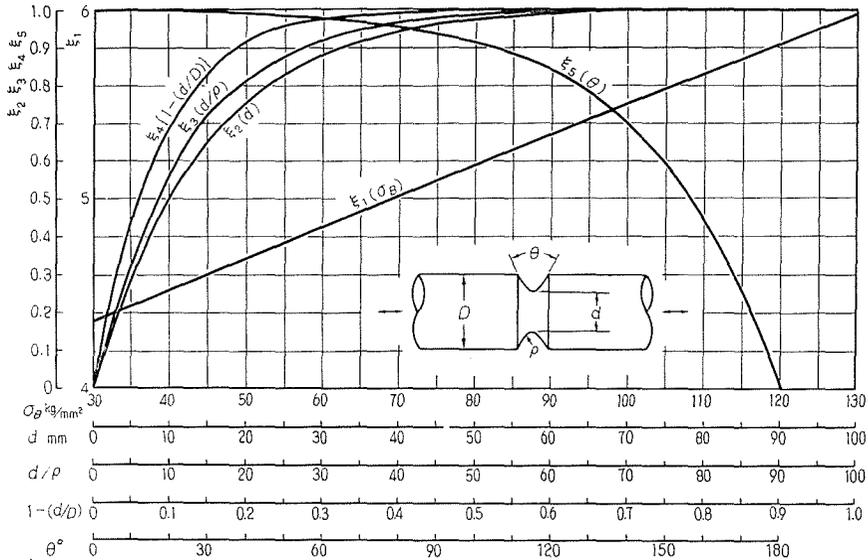
と求めている。

これと類似したものに新沢氏⁹⁾, 応力分布を直接適用して著者⁹⁾ も確かめている。

(3) 実験式による方法

切欠き係数は, 形状, 寸法比, 寸法, 材料の引張り強さ, 荷重の種類によって変わるものとして, 川田氏¹⁰⁾ の式にもとづいて, 日本機械学会¹¹⁾ の名で発表されているものである。

V 溝付丸棒の両振り引張・圧縮切欠き係数は 図 3・1 に計算図表とともに示してある。



$$K_f = 1 + \epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 \epsilon_4 \epsilon_5$$

$$\epsilon_1 = c_1 + c_2 \sigma_p, \quad \epsilon_2 = 1 - e^{-c_3 d}, \quad \epsilon_3 = 1 - e^{-c_4 d/\rho}, \quad \epsilon_4 = 1 - e^{-c_5 (1 - (d/D))}, \quad \epsilon_5 = 1 - e^{-c_6 (\pi - \theta)}$$

$$c_1 = 3.9, \quad c_2 = 0.016, \quad c_3 = 0.070, \quad c_4 = 0.082, \quad c_5 = 12, \quad c_6 = 1.7$$

環状Vみぞ付丸棒の両振り引張圧縮切欠き係数計算図表

図 3・1 日本機械学会実験式及び計算図表

以上 K_f の計算式の主なものをあげてきたが、(1) 及び (2) は K_f の算出に際して K_t を必要としている。 K_t の値は種々の形状特に三次元の形状に対して不明なものが多く、一応図表で与えられていても¹⁹⁾信頼度が低い。又 (1) では材質を二つに大別しているが、これだけでは不十分である。したがって (3) の方法が良いと考えられるが、 η に対して、Grover, Gough 氏らがのべている様に、“各因子が exp 型をとる”かどうかはわからない。従ってここでは K_t によらずに新たに実験式の関数型を決定する。

§ 3.2 実験値の統計的処理

実験式が満たさなければならない要求は、当然のことながら、次のごときものである。

(1) 現象を良く説明し、実験値と良く一致しなければならない。

(2) 物理的な考察は、それが決定的なものであればそれに従わなければならないが、そうでない場合には、なるべく複雑でない用い易い式でなければならない。

更に、ここで論ずる実験式は次の条件をも満たさなければならない。即ち、実際にはありえない $\rho=0$ において K_f が有限値を持つことであるが、これは材料の強度が 0 にはなりえないと言う考えに基づくものであり、他は平滑材即ち $\rho \rightarrow \infty$ か $\theta = \pi$ で $K_f = 1$ となることである。

前章表 2.3 で得た結果から関数型を求め、最終的にその係数を求めるまでを計算を織り込んでたどるが、いずれも最小二乗法であり、最終段階では Deming 氏の方法¹²⁾をとっている。

i) $\theta = \text{一定の場合}$

いま $K_f - 1 = y$, $a/\rho = x_0$ と置けば、指数関数型や冪関数型等の考察後、結局、双曲線即ち $1/y$ と $1/x_0$ とが図 3.2 (a) の如く直線関係にあることがわかるから、

$$\frac{1}{y} = A' + B' \frac{1}{x_0}$$

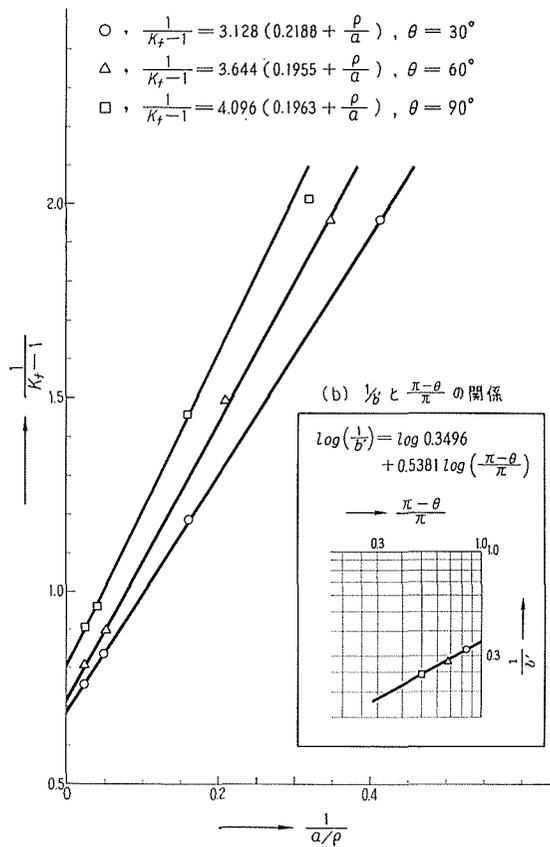


図 3.2 (a) $\frac{1}{K_f - 1}$ と $\frac{1}{a/\rho}$ の関係

を得る。

A' と B' の推測値 a' と b' を求める正規方程式は

$$\begin{aligned} [y^4] a' + \left[\frac{y^4}{x_0} \right] b' &= \left[\frac{y^4}{y} \right], \\ \left[\frac{y^4}{x_0} \right] a' + \left[\frac{y^4}{x_0^2} \right] b' &= \left[\frac{y^4}{y \cdot x_0} \right] \end{aligned}$$

となり、結局

$$\begin{aligned} a' &= \frac{[y^3] \left[\frac{y^4}{x_0^2} \right] - \left[\frac{y^4}{x_0} \right] \left[\frac{y^3}{x_0} \right]}{[y^4] \left[\frac{y^4}{x_0^2} \right] - \left[\frac{y^4}{x_0} \right]^2}, \\ b' &= \frac{[y^4] \left[\frac{y^3}{x_0} \right] - \left[\frac{y^4}{x_0} \right] [y^3]}{[y^4] \left[\frac{y^4}{x_0^2} \right] - \left[\frac{y^4}{x_0} \right]^2} \end{aligned}$$

をうる。

図 3・2(a) からわかる様に、 $V_{90, 0.80}$ の結果のみが全体の傾向から離れているので、以後の計算過程ではこの点を除外してある。

各 θ = 一定に対する a' 、 b' の値は表 3・1 に示す通りである。

表 3・1 a' 、 b' と a'/b' の値

θ°	a'	b'	a'/b'
30	0.6845	3.1279	0.2188
60	0.7124	3.6438	0.1955
90	0.8042	4.0961	0.1963

しかし、ここで注目に値するのは、 a'/b' が θ に無関係にほぼ一定であると言う事実である。したがって関数型は

$$y = \frac{1}{b'} \cdot \frac{1}{\left(\frac{a'}{b'} + \frac{1}{x_0} \right)} \quad (3 \cdot 2)$$

となり、係数 b' を θ の効果と見做すことが出来る。

ii) $\frac{a}{\rho}$ = 一定の場合

前述のごとく $\theta = \pi$ で $y = 0$ となるべきだから、 θ は $\left(\frac{\pi - \theta}{\pi} \right)$ の型で考えることが出来、 $\frac{1}{b'}$ と全対数方眼紙上に目盛ってみると、図 3・2(b) の直線関係をうる。 $\left(\frac{\pi - \theta}{\pi} \right) = x'_0$ と置き、便宜上 $\left(\frac{1}{B'} \right) = y'$ とすれば、

$$y' = A'' (x'_0)^{B''}$$

或いは

$$\log y' = \log A'' + B'' \log x'_0$$

なる直線関係に置き換えられ、正規方程式は

$$[y'^2] \log a'' + [y'^2 \log x'_0] b'' = [y'^2 \log y'],$$

$$[y'^2 \log x'_0] \log a'' + [y'^2 (\log x'_0)^2] b'' = [y'^2 \log y' \log x'_0]$$

となり、結局

$$\log a'' = \frac{[y'^2 \log y'] [y'^2 (\log x'_0)^2] - [y'^2 \log x'_0] [y'^2 \log y' \log x'_0]}{[y'^2] [y'^2 (\log x'_0)^2] - [y'^2 \log x'_0]^2},$$

$$b'' = \frac{[y'^2] [y'^2 \log y' \log x'_0] - [y'^2 \log y'] [y'^2 \log x'_0]}{[y'^2] [y'^2 (\log x'_0)^2] - [y'^2 \log x'_0]^2}$$

をうる。

計算結果は表3・2に示してある。

表3・2 a'' と b'' の値

a''	b''
0.3496	0.5381

iii) $\frac{\alpha}{\delta}$ と $\left(\frac{\pi-\theta}{\pi}\right)$ を共に変数とした場合

結局、関数型は a_1, b_1, c_1 を未知量として次のごとく書ける；

$$K_f - 1 = a_1 \left(\frac{\pi-\theta}{\pi}\right)^{c_1} \frac{1}{b_1 + \frac{\rho}{a}} \tag{3.3}$$

次に、係数 a_1, b_1 及び c_1 を求めるのだが、式(3・3)は簡単な操作では線型化されないから、Taylor 級数に展開し、Deming 氏の方法¹²⁾にしたがうことにする。その場合、 a_1, b_1 及び c_1 の近似値 a_0, b_0 及び c_0 を決定しなければならないが、i), ii) から得られた値、即ち

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= a'' = 0.3496, \\ b_0 &= \frac{a'}{b'} = 0.2035, \\ c_0 &= b'' = 0.5381 \end{aligned} \right\} \text{(相加平均)} \tag{3.4}$$

とする。

今、

$$K_f - 1 = y, \quad \left(\frac{\pi-\theta}{\pi}\right) = x_1, \quad \frac{\rho}{a} = x_2 \tag{3.5}$$

と置けば、式(3・3)は

$$y = a_1 x_1^{c_1} \frac{1}{b_1 + x_2} \tag{3.3'}$$

となる。

式(3・3')を変形する；

$$F^h(y, x_1, x_2, a_1, b_1, c_1) = y - a_1 x_1^{c_1} \frac{1}{b_1 + x_2} = 0 \quad (h=1, 2, 3, \dots, \nu). \tag{3.6}$$

y, x_1, x_2 の観測値を Y, X_1, X_2 、残差を V_y, V_{x_1}, V_{x_2} 、 A, B, C 即ち

$$\left. \begin{aligned} y &= Y - V_y, & x_1 &= X_1 - V_{x_1}, & x_2 &= X_2 - V_{x_2} \\ a_1 &= a_0 - A, & b_1 &= b_0 - B, & c_1 &= c_0 - C \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

と置けば、式(3.6)は次の様にして、残差の高次の項を展開において無視したことからくる小さな食い違い以外は、非常に良い一致で線型化される；

$$F_0^h = F_{x_1}^h V_{x_1} + F_{x_2}^h V_{x_2} + F_y^h V_y + F_a^h A + F_b^h B + F_c^h C \quad (3.8)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} F_0^h &= F^h(X_1, X_2, Y, a_0, b_0, c_0) \\ F_{x_1}^h &= \frac{\partial F^h}{\partial x_1}, & F_{x_2}^h &= \frac{\partial F^h}{\partial x_2}, & F_y^h &= \frac{\partial F^h}{\partial y}, \\ F_a^h &= \frac{\partial F^h}{\partial a_1}, & F_b^h &= \frac{\partial F^h}{\partial b_1}, & F_c^h &= \frac{\partial F^h}{\partial c_1}. \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

若し、 x_1, x_2 座標の誤差を無視し、 y 座標の重みを同じと考えれば、(3.8)式は

$$F_0^h = F_y^h V_y + F_a^h A + F_b^h B + F_c^h C. \quad (3.10)$$

となる。

曲線の当てはめの正規方程式は、 y の重さをすべて1と考えて、

$$\left. \begin{aligned} [F_a F_a] A + [F_a F_b] B + [F_a F_c] C &= [F_a F_0], \\ [F_b F_a] A + [F_b F_b] B + [F_b F_c] C &= [F_b F_0], \\ [F_c F_a] A + [F_c F_b] B + [F_c F_c] C &= [F_c F_0] \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

となるが、ここで必要とする F_a, F_b, F_c 及び F_0 はそれぞれ次のようになる；

$$\left. \begin{aligned} F_0^h &= Y_h - 0.3496 X_{1h}^{0.5381} \frac{1}{X_{2h} + 0.2035}, \\ F_a^h &= -X_{1h}^{0.5381} \frac{1}{X_{2h} + 0.2035}, \\ F_b^h &= +0.3496 X_{1h}^{0.5381} \frac{1}{(X_{2h} + 0.2035)^2}, \\ F_c^h &= -0.3496 X_{1h}^{0.5381} \frac{1}{X_{2h} + 0.2035} \ln X_{1h}. \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

したがって(3.11)式の三元一次連立方程式をとりて、 A, B 及び C は

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\begin{vmatrix} [F_a F_a] & [F_a F_b] & [F_a F_c] \\ [F_b F_a] & [F_b F_b] & [F_b F_c] \\ [F_c F_a] & [F_c F_b] & [F_c F_c] \end{vmatrix}}{A}, & C &= \frac{\begin{vmatrix} [F_a F_a] & [F_a F_b] & [F_a F_0] \\ [F_b F_a] & [F_b F_b] & [F_b F_0] \\ [F_c F_a] & [F_c F_b] & [F_c F_0] \end{vmatrix}}{A}, \\ B &= \frac{\begin{vmatrix} [F_a F_a] & [F_a F_0] & [F_a F_c] \\ [F_b F_a] & [F_b F_0] & [F_b F_c] \\ [F_c F_a] & [F_c F_0] & [F_c F_c] \end{vmatrix}}{A}, & A &= \frac{\begin{vmatrix} [F_a F_a] & [F_a F_b] & [F_a F_c] \\ [F_b F_a] & [F_b F_b] & [F_b F_c] \\ [F_c F_a] & [F_c F_b] & [F_c F_c] \end{vmatrix}}{A} \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

から求まり、最終的には(3.7)式から a_1, b_1 及び c_1 がえられる。即ち

$$a_1 = 0.3266, \quad b_1 = 0.2062, \quad c_1 = 0.3566$$

である。

残差平方和 S は

$$S = [F_0 F_0] - [F_a F_0] A - [F_b F_0] B - [F_c F_0] C \tag{3.14}$$

から求まり 0.00142 である。

A, B, C の計算過程は表 3.4, 表 3.5 に示され, 表 3.3 には求められた a_1, b_1 及び c_1 による切欠き係数の計算値が実験値とともに示されている。直接 S を求めると 0.00146 となり, 計算上の誤りのないことが確認された。

表 3.3 実験値と計算値の比較

θ°	a/ρ	K_f 実験値	K_f 計算値	θ°	a/ρ	K_f 実験値	K_f 計算値	θ°	a/ρ	K_f 実験値	K_f 計算値
30	2.43	1.51	1.50	60	2.88	1.51	1.51	90	3.14	1.50	(1.49)
	6.25	1.84	1.84		4.76	1.67	1.68		6.30	1.69	1.70
	20.75	2.20	2.20		19.13	2.12	2.09		26.04	2.04	2.04
	42.83	2.32	2.33		41.17	2.24	2.23		41.92	2.11	2.11
	∞	—	(2.48)		∞	—	(2.37)		∞	—	(2.24)

$$[F_0^b F_0^b] = 0.00146$$

表 3.4 A, B 及び C の計算

h	Y_h	X_{1h}	X_{2h}	$Y_h - F_h^b$	F_h^b	F_h^a	F_h^c	F_h^e
1	0.510	0.8333	0.4115	0.5153	-0.0053	-1.4740	0.8379	0.0940
2	0.841	0.8333	0.1600	0.8718	-0.0308	-2.4938	2.3983	0.1590
3	1.197	0.8333	0.0482	1.2591	-0.0621	-3.6015	5.0024	0.2297
4	1.321	0.8333	0.0233	1.3973	-0.0763	-3.9969	6.1609	0.2549
5	0.510	0.6667	0.3472	0.5104	-0.0004	-1.4600	0.9268	0.2069
6	0.669	0.6667	0.2101	0.6796	-0.0106	-1.9439	1.6431	0.2755
7	1.115	0.6667	0.0523	1.0988	0.0162	-3.1431	4.2955	0.4455
8	1.244	0.6667	0.0243	1.2339	0.0101	-3.5294	5.4166	0.5002
9	0.687	0.5000	0.1587	0.6647	0.0223	-1.9014	1.8352	0.4608
10	1.042	0.5000	0.0384	0.9953	0.0467	-2.8470	4.1145	0.6899
11	1.107	0.5000	0.0239	1.0588	0.0482	-3.0286	4.6561	0.7340

表 3.5 A, B 及び C の計算

$[F_a F_a]$	86.477	$A = \frac{5.3255}{231.69} = 0.0230$
$[F_a F_b]$	-116.33	$\therefore a_1 = 0.3496 - 0.0230 = 0.3266,$
$[F_a F_c]$	-11.448	$B = -\frac{0.62137}{231.69} = -0.0027$
$[F_a F_0]$	0.22653	$\therefore b_1 = 0.2035 + 0.0027 = 0.2062,$
$[F_b F_b]$	162.76	$C = \frac{42.049}{231.69} = 0.1815$
$[F_b F_c]$	15.549	$\therefore c_1 = 0.5381 - 0.1815 = 0.3566,$
$[F_b F_0]$	-0.29503	$S = 0.00142$
$[F_c F_c]$	1.9463	
$[F_c F_0]$	0.048030	
$[F_0 F_0]$	0.016133	

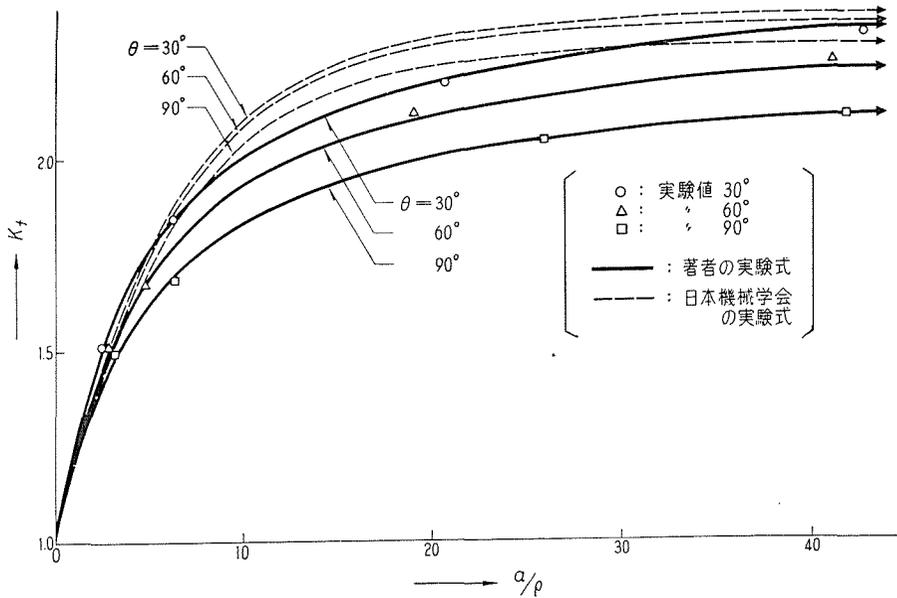


図 3.3 θ = 一定の場合の実験値及び実験式

K_f の値を小数点以下 2 桁までとることになると、本実験の場合の実験式は

$$K_f - 1 = 0.327 \left(\frac{\pi - \theta}{\pi} \right)^{0.36} \frac{1}{\frac{\rho}{a} + 0.206} \quad (3.15)$$

となり、図 3.3 には日本機械学会実験式¹¹⁾とともに描いてある。

一般的な式 (3.3)、即ち

$$K_f - 1 = a_1 \left(\frac{\pi - \theta}{\pi} \right)^{c_1} \frac{1}{\frac{\rho}{a} + b_1} \quad (3.3)$$

は、形状係数 K_f を必要としないで切欠き係数 K_f を計算しうる。

さて、ここにのべていない主な因子は、1. 材料の静的強さ (組織と考えてもよい)、2. 寸法効果、3. 切欠きの切込み深さ、4. 繰返し速度等である。此等の因子が (3.3) 式のどの常数を支配するのかはさらに実験を重ねなければ決定出来ないが、次の様に考えることが出来る。 $\rho \rightarrow 0$ とした場合 K_f を支配するのは主に b_1 であることから、 b_1 は結晶粒の大きさ即ち材料を代表する常数と考えてもよからう。 c_1 は角度による強度の変化を表わすものであり、恐らく他の因子に影響されぬものであろう。したがって、考えられる他の因子は a_1 に含まれると思われる。

図 3.3 から明らかな様に K_f は単調増加関数である。しばしば他の文献に見られる様な極値をもつものではない。この型の相違が切欠き係数の本質的なものに関係するものでないことは、注意深い実験及び同一研究者による結果にも双方があらわれていることから明らかであり、

結局、材料特有のものなのか、表面の加工硬化層によるものであるのか等それらの場合の詳細なデータがないので明らかではない。

本実験において、 $\frac{a}{\rho}$ のある値（特別にその様な点を求めたわけではないので、）以上で“non-propagating crack”を観察した。破断、非破断で強さを論ずる場合には問題がないが、負荷の急激な変化をうける部材ではただちに破断を誘うから注意をしなければならない。結局、古くから言われてきている“鋭い切欠きをつけるな”と言うことがここでも当てはまるわけであり、分岐点⁷⁾より小さい $\frac{a}{\rho}$ で設計のデータとすべきであろう。

図3.3において、機械学会実験式とは切欠きの条件のきびしくない部分では同傾向を示しているが、学会実験式に著者の実験値はまったく合わず、 $\frac{a}{\rho}$ の変化にともなう曲線の形も、側面角による影響の仕方もまったく異なっている。これは、一方が exp. の関数型を採用したことと実験条件の異なる実験値をまったく同一に見做したことに外ならない。著者の実験式はまったく同一条件から切欠き形状のみを取り出したものであり、実験値と良い一致をみること等信頼度の高いものである。

第4章 特殊な切欠き形状に対する応力解析¹³⁾

前章でふれた“non-propagating crack”については、次章で応力分布との関連性において検討する。したがって本章では切欠き応力分布を論ずる。表題の「特殊」なる意味は、実際に疲労試験を行なったV溝環状切欠きのうち双曲線形状に近いもののみこの解析結果を適用しうると言うことである。

回転対称形で、切欠き底に或る曲率半径 ρ 、切欠き側面角 θ 、しかも或る直径を持つ丸棒の応力解析は、境界条件の複雑さから弾性問題においてすら解析解は得られていず、非常な労力を要する数値計算で二・三の例^{1),2)}をみるのみである。現在では、その様な労力は計算機械に置きかえられている。したがって、本章では形状境界を双曲線として弾性問題及び切欠き底に降伏領域をもつ弾塑性問題をとくものである。全領域が塑性流れの状態にあるV溝切欠きについては、引張りでは Lee 氏ら³⁾⁻⁶⁾の、曲げでは Lianis 氏⁷⁾の論文がある。この問題については Hill 氏⁸⁾の著書でも多少ふれている。

§4.1 弾性域の応力分布

全領域が弾性状態にあれば、形状境界を双曲線として Neuber 氏⁹⁾の“回転体状外側切欠き理論・引張応力の場合”を適用すれば良い。しかし、塑性領域をともなう場合の塑性領域の計算に平面歪状態を仮定するため、弾塑性境界での応力分布が連続でなければならぬことから応力基礎式を平面歪状態にしなければならない。したがって、本節は平面歪問題を論ずることと同等である。

i) 座標の表示

座標は、弾性問題でも、後節の弾塑性問題でも次の曲線座標を用いる；

$$\left. \begin{aligned} x &= \sinh u \cos v, \\ y &= \cosh u \sin v \cos w, \\ z &= \cosh u \sin v \sin w, \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

u = 一定 は回転楕円面， v = 一定 は回転双曲面， w = 一定 は x 軸につらぬかれる平面となるが、応力成分が w 座標に無関係になることは明らかである。

図 4.1 の如く形状境界を $v = v_0$ とすると、最小断面の半径 a ，切欠き底の曲率半径 ρ は、 v_0 と次の関係がある；

$$\left. \begin{aligned} a &= (\sqrt{y^2 + z^2})_{\substack{u=0 \\ v=v_0}} = \sin v_0, \\ \tan^2 v_0 &= \frac{a}{\rho}, \\ \sin v_0 &= \sqrt{\frac{\frac{a}{\rho}}{\frac{a}{\rho} + 1}}, \\ \cos v_0 &= \frac{1}{\sqrt{\frac{a}{\rho} + 1}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

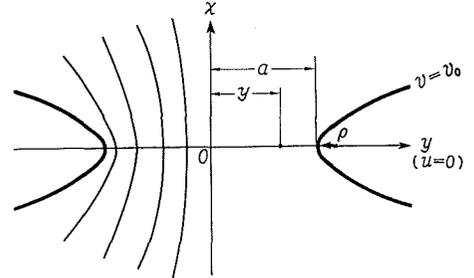


図 4.1 双曲線座標

一方、中心 O から任意の距離 y の v との関係は次式で表わされる。

$$\sin v = \frac{y}{a} \sin v_0. \quad (4.3)$$

ii) 弾性応力分布

問題を単純化するために次の様に考える。切欠き応力或は攪乱応力は軸から遠いところに現われるから、極座標 (r, w, x) で考えた場合、極限移行として $r \rightarrow \infty$ と置けば、応力と応力関数との関係は平面歪状態と同等になる。応力関数の解析には、Neuber 氏の切欠き応力論・第 4 章・第 2 節・A “純粋引張りの場合” を適用すれば良い。応力関数及び式の誘導等の中間計算についてはここで再記する要はないから、未定常数を含む結果を記すことにする。

$u=0$ なる最小断面での各応力成分は、未定常数 A, B を含んで、

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_u)_{u=0} &= \frac{1}{\cos^3 v} [A \cos^2 v + (A - B)], \\ (\sigma_v)_{u=0} &= \frac{1}{\cos^3 v} [A \cos^2 v - (A - B)], \\ (\sigma_w)_{u=0} &= \frac{1}{m} (\sigma_u + \sigma_v) = \frac{2}{m} \cdot \frac{A}{\cos v}, \\ (\tau_{uv})_{u=0} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

ここで、 m はポアソン数、応力の第一添字は応力の方向、第二添字は応力の作用する面の法線

方向を示すが、法線応力の場合は σ を用いる。

全領域が弾性状態にあれば、常数 A, B のうち一つは形状境界の条件から、他は最小断面での条件から決定される。即ち

$$(\sigma_n)_{u=0} = 0 \quad \text{から} \quad B = A \sin^2 v_0,$$

公称応力を σ_n として

$$\pi \sin^2 v_0 \sigma_n = \int_0^{2\pi} \int_0^{v_0} (\sigma_u)_{u=0} \cos v \sin^2 v \, dv \, d\omega$$

から $A = \frac{\sigma_n}{2}$ を得る。

結局、全領域が弾性状態にあれば、各応力成分は

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_u)_{u=0} &= \frac{\sigma_n}{2} \cdot \frac{1}{\cos^3 v} (\cos^2 v + \cos^2 v_0), \\ (\sigma_v)_{u=0} &= \frac{\sigma_n}{2} \cdot \frac{1}{\cos^3 v} (\cos^2 v - \cos^2 v_0), \\ (\sigma_w)_{u=0} &= \frac{\sigma_n}{m} \cdot \frac{1}{\cos v}, \\ (\tau_{uv})_{u=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

となる。

この場合の最大形状係数は $(\sigma_u)_{u=0} / \sigma_n$ だから

$$K_t = \frac{1}{\cos v} = \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} \quad (4.6)$$

と求まる。

§ 4.2 塑性域の応力分布

軸対称の塑性問題は不静定である。この問題の方程式系は Symonds 氏¹⁰⁾ によって研究され、釣合方程式と塑性条件式の三式が平面塑性歪状態に類似であって、二群の異なる特性線を有する場合のみが例外となり、軸対称問題は静定となることがわかっている。その様な場合の解が Hencky 氏¹¹⁾ の研究から Соколовский 氏¹²⁾ のまで種々ある。

本節においては、後述の仮定から問題を平面塑性歪問題へと移行する。

i) 座標の表示

前節(4.1)式及び図4.1とまったく同じである。

ii) 塑性基礎式

平面塑性歪状態への移行の裏付けとなるべき仮定と解法に必要な仮定についてのべる；問題は全歪理論による。

繰返し負荷によるバウシinger効果は考慮しない。

塑性条件は von Mises の条件に従うものとし、降伏以後材料は硬化しない理想塑性体とする。

塑性変形が十分進行すれば、塑性状態にある材料は非圧縮性 ($m=2$) であると考える。

考えるべき領域は切欠き底附近に限定され、前節でのべた切欠き応力、攪乱応力の考えとともに極限移行をする。即ち、極座標 (r, ω, x) で、環状歪 $\epsilon_w = \frac{u_r}{r} = 0$ 、したがって環状応力は $\sigma_w = \frac{\sigma_r + \sigma_x}{2}$ となるから平面塑性歪状態と同等になり、応力に関する問題は歪を考慮する必要がなく、応力成分は $\sigma_u, \sigma_v, \tau_{uv}$ のみとなり応力に関して静定となる。

更に、切欠き底に降伏が生じ、塑性領域が進行しても形状境界はいぜんとして $v=v_0$ で表わされることにする。

満足すべき応力釣合方程式は、この曲線座標では体積力を考慮せずに

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{h_1 h_2} \left\{ \frac{\partial}{\partial v} (\sigma_v h_2) + \frac{\partial}{\partial u} (\tau_{uv} h_1) + \tau_{uv} \frac{\partial}{\partial u} h_1 - \sigma_u \frac{\partial}{\partial v} h_2 \right\} &= 0, \\ \frac{1}{h_1 h_2} \left\{ \frac{\partial}{\partial v} (\tau_{uv} h_2) + \frac{\partial}{\partial u} (\sigma_u h_1) + \tau_{uv} \frac{\partial}{\partial v} h_2 - \sigma_v \frac{\partial}{\partial u} h_1 \right\} &= 0, \\ h_1 &= \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v} \right)^2}, \quad h_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u} \right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

と書ける。

von Mises の塑性条件は、単純剪断降伏強度を k 、単純引張り降伏強度を σ_s とすれば

$$(\sigma_v - \sigma_u)^2 + 4\tau_{uv}^2 = 4k^2 = \frac{4}{3} \sigma_s^2 \quad (4.8)$$

となる。

今考えている双曲線座標では、(4.1) 式で $w=0$ と置いて次の歪曲係数値 h を得る；

$$h_1^2 = h_2^2 = h^2 = \sinh^2 u + \cos^2 v.$$

更に

$$\frac{\partial h}{\partial u} = \frac{1}{h} \cosh u \sinh u, \quad \frac{\partial h}{\partial v} = -\frac{1}{h} \cos v \sin v$$

であるから、(4.7) 式は

$$\left. \begin{aligned} h^2 \frac{\partial \sigma_v}{\partial v} + \frac{\sigma_u - \sigma_v}{2} \sin 2v + h^2 \frac{\partial \tau_{uv}}{\partial u} + \tau_{uv} \sinh 2u &= 0, \\ h^2 \frac{\partial \tau_{uv}}{\partial v} - \tau_{uv} \sin 2v + h^2 \frac{\partial \sigma_u}{\partial u} + \frac{\sigma_u - \sigma_v}{2} \sinh 2u &= 0, \\ h^2 &= \sinh^2 u + \cos^2 v \end{aligned} \right\} \quad (4.7')$$

と書ける。

(4.8) 式は

$$\sigma_v - \sigma_u = 2k \cos 2\psi, \quad \tau_{uv} = k \sin 2\psi \quad (4.9)$$

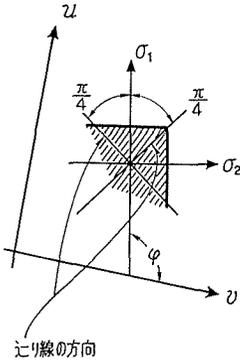
と置くと満足され、材料の非圧縮性と平面塑性歪状態から、 σ を平均垂直応力とすると

$$\sigma_u + \sigma_v = 2\sigma (= 2\sigma_w) \quad (4.10)$$

であるから、(4.8) 式を満足する各成分は σ と ψ とで次の如く表わされるが、これは (4.8) 式と同等である。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_v &= \sigma + k \cos 2\psi, \\ \sigma_u &= \sigma - k \cos 2\psi, \\ \sigma_w &= \sigma, \\ \tau_{uv} &= k \sin 2\psi. \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

————— ψ の 意 味 —————



(4.9) 式から

$$\psi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2\tau_{uv}}{\sigma_v - \sigma_u}$$

であるから、 ψ は最大主応力方向と v 軸とのなす角であることがわかる。

従って、(4.7) 式に (4.8) 式を導入すれば、一階連立偏微分方程式として塑性基礎式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial v} - 2k \sin 2\psi \frac{\partial \psi}{\partial v} + 2k \cos 2\psi \frac{\partial \psi}{\partial u} \\ &= \frac{k}{h^2} (\cos 2\psi \sin 2v - \sin 2\psi \sinh 2u), \\ 2k \cos 2\psi \frac{\partial \psi}{\partial v} + \frac{\partial \sigma}{\partial u} + 2k \sin 2\psi \frac{\partial \psi}{\partial u} \\ &= \frac{k}{h^2} (\sin 2\psi \sin 2v + \cos 2\psi \sinh 2u), \\ h^2 &= \sinh^2 u + \cos^2 v \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

をうる。

————— 特 性 曲 線 —————

(4.11) 式からえられる特性曲線は、

$$R = \begin{vmatrix} \frac{du}{dv} & -2k \sin 2\psi \frac{du}{dv} - 2k \cos 2\psi \\ -1 & 2k \cos 2\psi \frac{du}{dv} - 2k \sin 2\psi \end{vmatrix} = 0,$$

これから

$$\frac{du}{dv} = \tan \left(\psi \pm \frac{\pi}{4} \right)$$

を得ることが出来、切り線と一致することがわかる。

iii) 塑性応力分布

厳密解は、双曲線型連立偏微分方程式 (4.11) を σ と ψ について解けばよいことになる。

ここでは更に問題を単純化してみる。考慮するのは最小断面であって、そこでは応力成分は σ_u, σ_v ($\sigma_u > \sigma_v$) のみになるから、 ψ に関して次の様な値をうる。即ち、

最小断面 $u=0$ では最大主応力 σ_u の方向は v 軸と $\frac{\pi}{2}$ であるから ($\psi = \frac{\pi}{2}$)

$$\frac{\partial \psi}{\partial v} = 0, \quad \sin 2\psi = 0, \quad \cos 2\psi = -1,$$

主応力線の方向は、問題としている形状境界では $v=v_0$ と一致し中心では x 軸と重なるから、 $v=v_0 \sim 0$ の間では座標と一致すると考えて ($v = \text{const.}$)

$$\frac{\partial \psi}{\partial u} = 0$$

とする。

以上の関係を (4.11) 式に導入し

$$\frac{\partial \sigma}{\partial v} = -2k \tan v, \quad (u=0), \quad (4.12)$$

$\sigma = \sigma(v)$ であるから、(4.12) 式は

$$\frac{d\sigma}{dv} = -2k \tan v, \quad (u=0), \quad (4.12')$$

結局 σ は

$$\begin{aligned} \sigma &= -2k \int \tan v \, dv + c \\ &= 2k \ln |\cos v| + c, \quad (0 < \cos v_0 \leq 1), \end{aligned}$$

の如く求まり、

境界条件は $v=v_0$ で $(\sigma_v)_{u=0} = 0$ から $\sigma = k$ であるから、常数を決定して

$$\sigma = k \left(1 + \ln \frac{\cos^2 v}{\cos^2 v_0} \right) \quad (4.13)$$

をうる。

(4.8) 式は結局

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_u)_{u=0} &= k \left(2 + \ln \frac{\cos^2 v}{\cos^2 v_0} \right), \\ (\sigma_v)_{u=0} &= k \left(\ln \frac{\cos^2 v}{\cos^2 v_0} \right), \\ (\sigma_w)_{u=0} &= k \left(1 + \ln \frac{\cos^2 v}{\cos^2 v_0} \right), \\ (\tau_{uv})_{u=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

ときまる。

§4.3 弾塑性境界

本節で論ずる応力成分は最小断面に於けるもののみであるから、添字 $u=0$ は省略する。一方、弾性領域と塑性領域とで応力成分が混同する恐れのない様に、前者では右肩に e の、後

者では ρ の添字をする

i) 切欠き底の降伏

(4.5)式が降伏条件(4.8)式を満たしたとき切欠き底で降伏を生ずるが、その場合の公称応力 σ_n は、(4.5)式で $v=v_0$ として(4.8)式に導入した結果

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_s} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cos v_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a}{\rho} + 1}} \tag{4.15}$$

となる。

図4.2には Neuber 氏の“深い回転体状外側切欠き引張り”の解において、ポアソン数を2とした場合の切欠き底に降伏を生ぜしめる公称応力 σ'_n と比較してある。 $\frac{a}{\rho} = 0$ で(4.15)式が値1をとらぬのは、平面歪状態を仮定したからであるが、 $\frac{a}{\rho}$ の値が約3以上では良い近似をみている。

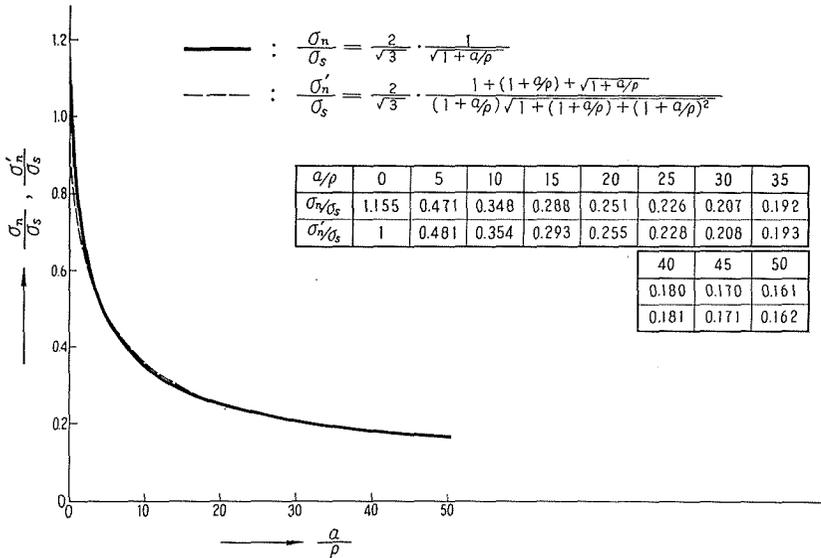


図4.2 平面歪問題と回転対称問題の降伏応力

ii) 弾塑性境界での条件

弾性、塑性両領域が存在する場合、境界 $v=v_c$ では(4.4)式が(4.8)式を満たしているはずであるから、(4.4)式中の常数の一つは v_c で置き換えられ、

$$\left[\frac{2}{\cos^3 v_c} (A - B) \right]^2 = 4k^2 \quad .$$

したがって $|A - B| = k \cos^3 v_c$ となるが、一般には $\sigma_u > \sigma_v$ であるから $A > B$ であり、

$$B = A - k \cos^3 v_c \tag{4.16}$$

と求まるが、(4.4)式に入れて

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u^e &= \frac{1}{\cos^3 v} (A \cos^2 v + k \cos^3 v_c), \\ \sigma_v^e &= \frac{1}{\cos^3 v} (A \cos^2 v - k \cos^3 v_c), \\ \sigma_w^e &= \frac{1}{\cos v} A, \quad (\text{ポアソン数: } 2), \\ \tau_{uv}^e &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

を得るが、このうち A は塑性領域応力との連続条件、 v_c は軸力との平衡条件から求められる。

まず A については $\sigma_u^e = \sigma_u^p$ と置くことによって、即ち (4.17) の第一式と (4.14) の第一式とを等置して

$$A = k \cos v_c \left(1 + \ln \frac{\cos^2 v_c}{\cos^2 v_0} \right) \quad (4.18)$$

と求められる。

次に v_c を求めるのであるが、これには軸方向応力のみが必要であり、今求めた A を用いてそれ等を記せば

$$\begin{aligned} \sigma_u^e &= k \left\{ \left(1 + \ln \frac{\cos^2 v_c}{\cos^2 v_0} \right) \frac{\cos v_c}{\cos v} + \frac{\cos^3 v_c}{\cos^3 v} \right\}, \quad (0 \leq v \leq v_c), \\ \sigma_u^p &= k \left\{ 2 + \ln \frac{\cos^2 v}{\cos^2 v_0} \right\}, \quad (v_c \leq v \leq v_0) \end{aligned} \quad (4.19)$$

であり、

この σ_u^e 、 σ_u^p と公称応力 σ_n との関係は

$$\begin{aligned} \pi \sin^2 v_0 \cdot \sigma_n &= \int_0^{2\pi} \int_0^{v_0} \sigma_u \sin v \cos v \, dv \, d\omega \\ &= 2\pi \left[\int_0^{v_c} \sigma_u^e \sin v \cos v \, dv + \int_{v_c}^{v_0} \sigma_u^p \sin v \cos v \, dv \right] \end{aligned} \quad (4.20)$$

であるが、(4.19) 式を入れて計算をすれば最終的には

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_n}{\sigma_s} &= \frac{1}{\sqrt{3} \frac{a}{\rho} \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1}} \left[2 \left(\frac{a}{\rho} + 1 \right) s (1 + \ln s^2) \right. \\ &\quad \left. + \left(\sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} \right) s^2 (1 - \ln s^2) - \left(2s^3 + \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

ここでパラメータ s は

$$s = \frac{\cos v_c}{\cos v_0} = \sqrt{\frac{a}{\rho} \left(1 - \frac{y_c^2}{a^2} \right) + 1}$$

となるが、(4.21) 式は数値計算によらなければならず応用例は次章で扱われている。

§ 4.4 必要式のまとめ

ここでは、平面歪状態の基礎式からみちびいた種々の場合の結果を本章各節から取り出し、てまとめておく。

(1) 全領域が弾性状態の場合

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u &= \frac{\sigma_n}{2} \cdot \frac{1}{\cos^3 v} \cdot (\cos^2 v + \cos^2 v_0), \\ \sigma_v &= \frac{\sigma_n}{2} \cdot \frac{1}{\cos^3 v} \cdot (\cos^2 v - \cos^2 v_0), \\ \sigma_w &= \frac{\sigma_n}{2} \cdot \frac{1}{\cos v}, \quad \tau_{uv} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

(2) 切欠き底に初期降伏の現われる条件

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_s} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a}{\rho} + 1}}. \quad (4.15)$$

(3) 弾性領域応力分布

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u^e &= \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \left[\left(1 + \ln \frac{\cos^2 v_c}{\cos^2 v_0} \right) \frac{\cos v_c}{\cos v} + \frac{\cos^3 v_c}{\cos^3 v} \right], \\ \sigma_v^e &= \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \left[\left(1 + \ln \frac{\cos^2 v_c}{\cos^2 v_0} \right) \frac{\cos v_c}{\cos v} - \frac{\cos^3 v_c}{\cos^3 v} \right], \\ \sigma_w^e &= \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \left(1 + \ln \frac{\cos^2 v_c}{\cos^2 v_0} \right) \frac{\cos v_c}{\cos v}, \quad \tau_{uv}^e = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

(4) 塑性領域応力分布

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u^p &= \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \left(2 + \ln \frac{\cos^2 v}{\cos^2 v_0} \right), \\ \sigma_v^p &= \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \ln \frac{\cos^2 v}{\cos^2 v_0}, \\ \sigma_w^p &= \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \left(1 + \ln \frac{\cos^2 v}{\cos^2 v_0} \right), \quad \tau_{uv}^p = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

(5) 弾塑性境界の計算式

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_n}{\sigma_s} &= \frac{1}{\sqrt{3} \frac{a}{\rho} \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1}} \left[2 \left(\frac{a}{\rho} + 1 \right) s (1 + \ln s^2) \right. \\ &\quad \left. + \left(\sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} \right) s^2 (1 - \ln s^2) - \left(2s^3 + \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.21)$$

ここで

$$s = \frac{\cos v_c}{\cos v_0}.$$

以上述べたところでの問題点は、 $\rho \rightarrow \infty$ なる基本的な平衡状態に於いて環状応力が消滅しないことであるが、 σ_u のみを問題にする場合には良い近似をもって軸対称問題を論じうるし、又、切欠きが鋭くなるほど近似の度合いは大きくなり、しかも中心から遠ざかるほど、別の表現をとれば、切欠き底近傍であればその精度もますものである。

第5章 “Non-propagating Fatigue Crack” と応力分布

疲労破壊の過程は大別して三期に分けられることは第一章でも述べたが、第二期間はき裂が発生する迄、第三期間は発生したき裂が進行して破断に至るまでであった。一般に、平滑材では全寿命中前者の方が後者に比べて非常に長い、切欠き材で殊に鋭い切欠きを持つ場合にはその関係は逆になり、繰返し数の増加とともにき裂も深くなって行く様である¹⁾。

ところが、V溝環状切欠き試験片での回転曲げ疲労試験の結果、応力の多数回繰返し後破断にいたらぬもので、切欠き底部にき裂を生じているものがあることがわかってきた^{2),3)}。したがって、 $S-N$ 曲線を求めた場合でも、又耐久限度を求めた場合でも、切欠き底にき裂を持つものと持たぬものを含む事になり、切欠き底の観察が非常に重要になって来た。外国ではこの様なき裂を“non-propagating crack”, わが国では“停留き裂”⁴⁾と呼んでいる。この“停留き裂”なる言葉はき裂寸法がまったく変化しないと言う意味にもとれるが、実際の意味はそうではなく、ただ多くの研究者が用いていると言うことによるものである。

この様なき裂に関する観察及び研究が最近になって行なわれる様になったのは、Frost 氏¹⁾等が指適している様に、従来の実験室的試験が主として円形試験片を用いて行なわれてきた事と、部品設計においては疲労き裂の伝播よりもその発生条件によって使用応力が規定されていたことによるものである。

き裂の発生条件及び伝播条件⁵⁾⁻⁷⁾、進行速度¹⁾、進行方向等についての研究があるが、著者はき裂に関する特別な実験を企てたわけではないが、耐久限度を求める試験において当然“non-propagating crack”を持つ試験片をうる事が出来るから、耐久限度におけるき裂の深さを応力分布から論じてみる。

Neuber 形切欠き応力分布と“non-propagating crack”の深さとの関係を解析したものには、Phillips 氏等⁸⁾の研究がある。これは切欠き底の有限層が影響すると言う考えに基づき、耐久限度以下の応力において生ずるき裂の深さを、Neuber 弾性応力分布で、切欠き底から応力が平滑材の耐久限度になる点までの深さと比較して良い一致をみている。

著者の考え方は本質的にはこの考え方であるが、石橋氏⁴⁾ものべている様に、“non-propagating crack”の存在の限界では(耐久限度と言う意味で)切欠き底に降伏域を持つと言うことから、或る切欠きに対し、その耐久限度の応力での静的負荷で、von Mises の条件から考えられる降伏域を持つものに対しては塑性領域を考慮するものである。

又、この“き裂強さ”の切欠き係数 K_f と形状係数 K_t との関係式が確率論から誘導され、アルミニウム合金で良い一致をみている研究がある⁹⁾。

§5.1 有限な影響深さ

此処に述べる事柄は、き裂の発生や伝播に直接関係するものではない。或る切欠き形状の

試験片について、破断か非破断かで決定された公称応力としての耐久限度でのき裂発生前の応力分布と、その状態で試験を終了 (10^7 回) した切欠き試験片の切欠き底に観察された “non-propagating crack” の深さとの関係を検討するものである。

当然、疲労破壊に限らず他の破壊型式でも、強度やき裂の進行に対する抵抗は、材料の大きさ、形状、応力型式、き裂による負荷断面の減少と言った力学的因子や、結晶粒の大きさ、形状、非金属介在物、材料欠陥と言ったき裂先端の雰囲気とも言うべき金属学的因子に非常に影響をうけるものであるが、金属学的因子についてはここでは考慮せずに等方均質で連続な材料と考える。

次に影響深さの概念についてのべる。この考え方の根本は、“破壊にはその金属材の或る大きさの容積が関与し、この部分の応力が特定な限界応力以上になれば破壊する” と言うものであって、一種の criterion である。この考え方には、応力の最高値を含む有限容積についてのある種の平均値を考える Neuber 氏の block theory, 表面下のある一定距離における応力がその材料の疲労強度になると破壊すると言う応力勾配に関する Moore 氏¹⁰⁾ のものがある。

著者はここで、“non-propagating crack” の深さと応力分布との関係を論ずるのに、次の概念をもってする。“鋭い切欠きを有する試験片における疲労試験の結果、切欠き底に観察される non-propagating crack の深さは、公称応力がその耐久限度である場合の応力分布で、切欠き底から平滑材の耐久限度に等しい応力となる深さに関与するものである”。

したがって、一たんき裂が発生すれば人工的な切欠きより鋭い切欠き作用を生じ、応力集中は大きくなり、そのき裂先端部から平滑材の疲労強度になる点の深さは以前より小さくなりかつその点の応力勾配は大となるから、き裂が進行するのに条件が不利となり進行しないわけである。或は、同一の影響深さを考えれば、鋭い切欠き程切欠き底部への応力集中が大きいため、その深さでは応力は小さいと考えられる。ただこの様な場合、いかなる条件でき裂が non-propagating であるか propagating であるかは多くの実験を行なって結果を検討してからでなければ結論出来ない。

以上のべたことを数式で表現してみる。応力分布には前章の結果中軸方向引張り応力のみを問題にすればよく、任意の点における応力を平滑材の耐久限度 σ_{w_0} としてその点の切欠き底からの深さを求めることになる。

座標については前章と同じであり、他の記号については図 5・1 に示してあるが、説明すれば次の通りである。

v_0 と $\frac{a}{\rho}$, v と y の関係は (4・2), (4・3) 式の通りである。

- σ_{w_0} : 平滑材の耐久限度,
- σ_s : 材料の単純引張り降伏強度,
- σ_n : 公称応力,

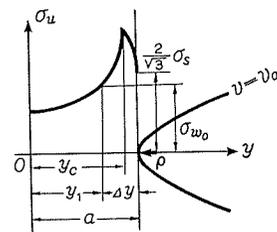


図 5・1 記号

$$s: \frac{\cos v_c}{\cos v_0},$$

$$t: \frac{\cos v}{\cos v_0},$$

y_c : 軸中心から弾塑性境界までの距離,

y_1 : 軸中心から影響深さまでの距離,

Δy : 有限な影響深さ。

全領域が弾性状態であれば, (4.5) 式の第一式から

$$\left(\frac{1}{t}\right)^3 + 3\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{t}\right) + 2\left(-\frac{\sigma_{w_0}}{\sigma_n} \cos v_0\right) = 0, \quad (5.1)$$

これを解いて

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{t}\right) &= \sqrt[3]{\frac{\sigma_{w_0}}{\sigma_n} \cos v_0 + 2\sqrt{\left(\frac{\sigma_{w_0}}{\sigma_n} \cos v_0\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3}} \\ &\quad + \sqrt[3]{\frac{\sigma_{w_0}}{\sigma_n} \cos v_0 - 2\sqrt{\left(\frac{\sigma_{w_0}}{\sigma_n} \cos v_0\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3}}, \end{aligned} \quad (5.2)$$

したがって切欠き底からの深さは

$$\Delta y = (a - y_1) = a\left(1 - \sqrt{1 - (t^2 - 1)\frac{\rho}{a}}\right) \quad (5.3)$$

となる。

弾塑性状態であれば, 塑性領域では σ_{w_0} 以上であるから, 弾性域のみを考え, (4.17) 式の第一式から

$$\left(\frac{1}{t}\right)^3 + 3(1 + 2 \ln s) \frac{1}{3s^2} \cdot \left(\frac{1}{t}\right) + 2\left(-\frac{\sigma_{w_0}}{\sigma_n}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2s^3} = 0, \quad (5.4)$$

これを解いて

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{t}\right) &= \sqrt[3]{\frac{\sigma_{w_0}}{\sigma_s} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2s^3} + 2\sqrt{\left(\frac{\sigma_{w_0}}{\sigma_s} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2s^3}\right)^2 + \left\{(1 + 2 \ln s) \cdot \frac{1}{3s^2}\right\}^3}} \\ &\quad + \sqrt[3]{\frac{\sigma_{w_0}}{\sigma_s} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2s^3} - 2\sqrt{\left(\frac{\sigma_{w_0}}{\sigma_s} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2s^3}\right)^2 + \left\{(1 + 2 \ln s) \cdot \frac{1}{3s^2}\right\}^3}} \end{aligned} \quad (5.5)$$

を得る。 Δy については (5.3) 式と同様である。

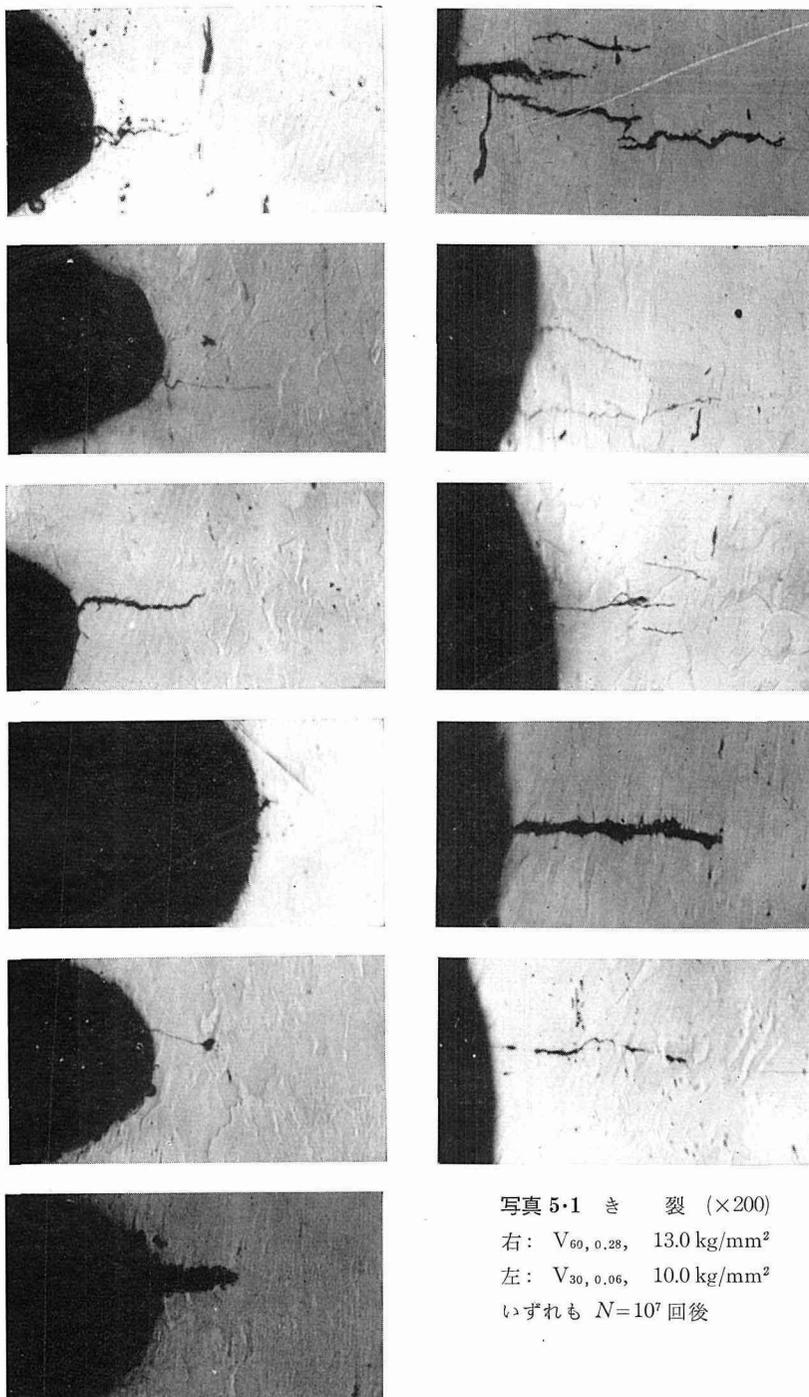
又応力勾配は, それらの点において, 弾性状態では

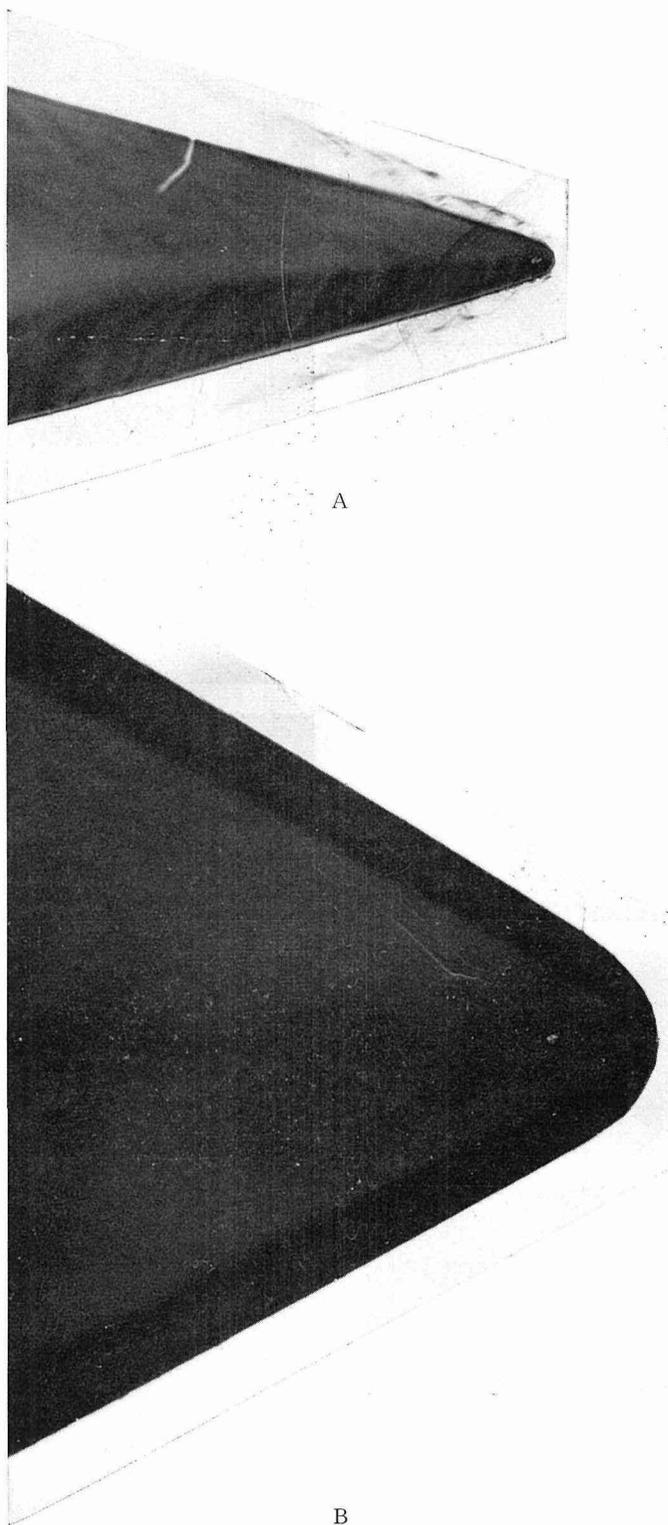
$$\frac{d\sigma}{dy} = \frac{\sigma_n}{2} \cdot \frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} \left(\frac{y_1}{a}\right) \left(\frac{1}{t}\right)^3 \left\{1 + 3\left(\frac{1}{t}\right)^2\right\}, \quad (5.6)$$

弾塑性状態では,

$$\frac{d\sigma}{dy} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\rho} \left(\frac{y_1}{a}\right) \left(\frac{1}{t}\right)^3 \left\{(1 + 2 \ln s) s + 3s^3 \left(\frac{1}{t}\right)^2\right\} \quad (5.7)$$

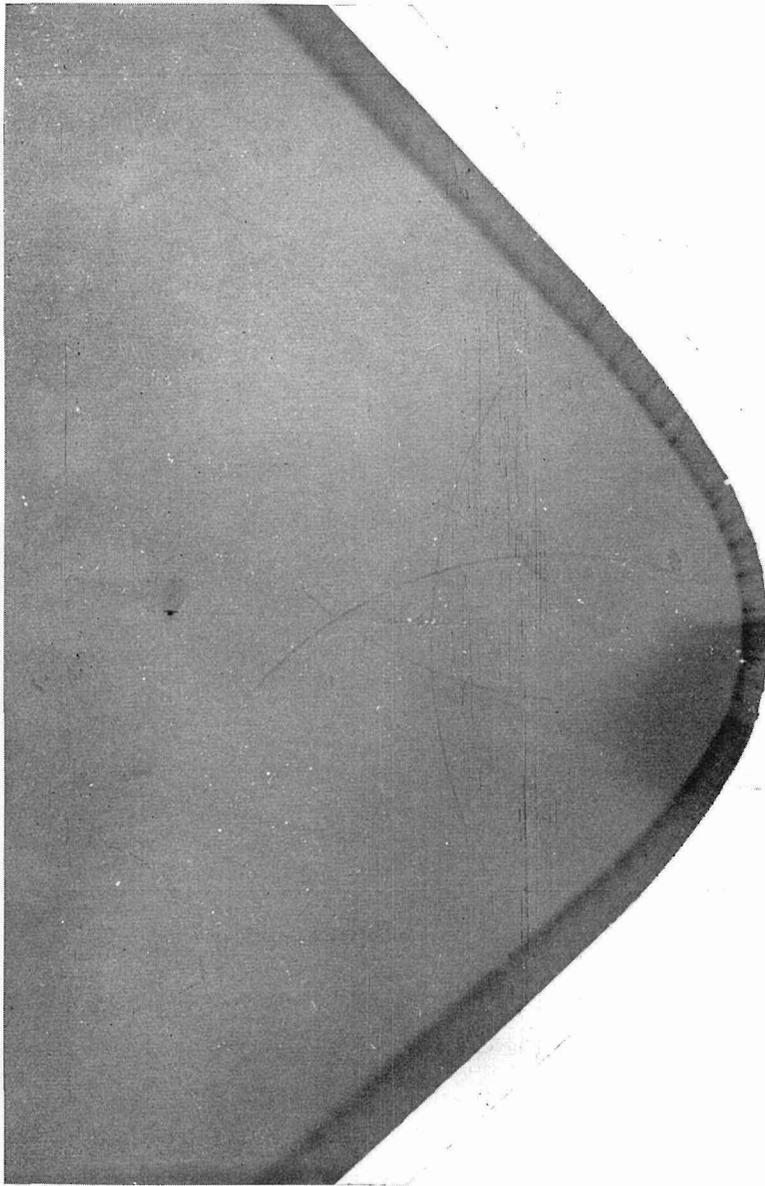
となる。





A

B



C

写真 5.2 切欠き形状 (×50)

A	$\theta = 30^\circ$	$\rho = 0.059 \text{ mm}$
B	$\theta = 60^\circ$	$\rho = 0.284 \text{ mm}$
C	$\theta = 90^\circ$	$\rho = 0.800 \text{ mm}$

§5.2 計算値と実測値

ここに取り上げるV溝切欠き形状は、応力分布の解析に双曲線形状切欠きを用いることから、切欠き底の曲率半径が双曲線のそれに等しく、側面角の値はその曲率半径の場合の双曲線に近いものにしたい。試験を行なったもののうち適用出来るものは、 $V_{30, 0.06}$ 、 $V_{60, 0.28}$ 、 $V_{90, 0.80}$ の3種類になるが($V_{60, 0.28}$ は特に本研究のために実験したものであって、実験式を誘導する場合に考慮していない)、その形状の双曲線形状との比較が図5.2に、50倍の写真が写真5.2に示されており、切欠き底付近では良い一致をみる事がわかる。他のV溝形状は切欠き底以外ではほとんど一致しない。

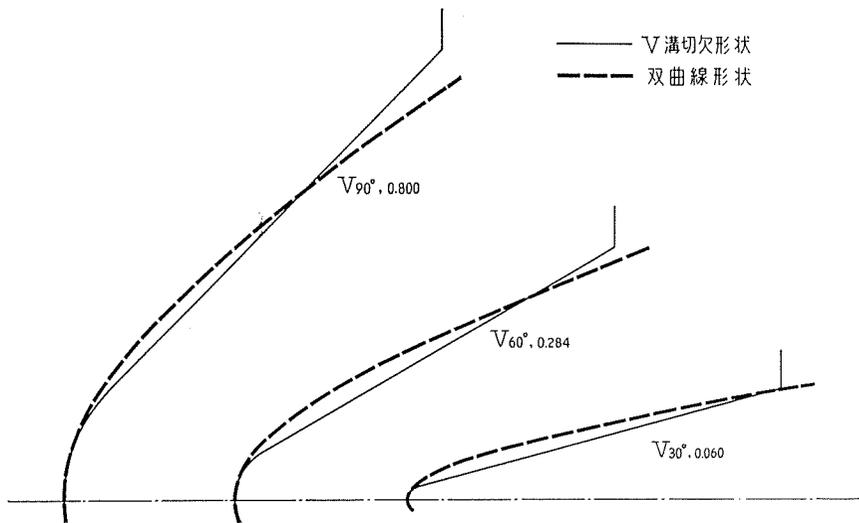


図 5.2 V 溝切欠き形状と双曲線形状の比較 (25 倍)

耐久限度が統計的に求められた計算値であり、実際にその様な応力で試験された試料がないことから、耐久限度でのき裂の観測値は存在しない。したがって、一つの切欠き形状について耐久限度に最も近い応力で試験して破断しなかったもの2本を取り出し、円周上の3カ所について縦断面を研削研磨し、400倍の金属顕微鏡で測定し、結局6カ所の平均値を形状に対するき裂深さとした。き裂の様相は写真5.1にみられる様に非常に複雑であるが、最長の長さをもってその断面のき裂深さとした。

表 5.1 き裂の実測値と計算値

	$2a$ (mm)	ρ (mm)	θ (°)	耐 久 限 度				σ_r (kg/mm ²)	過 小 応 力 比	$a-y_c$ (mm)	Δy (mm)	実測値 (mm)
				σ_w (kg/mm ²)	$a-y_c$ (mm)	Δy (mm)	$d\sigma/dy$					
$V_{90, 0.80}$	5.02	0.800	90	15.88	塑性領域なし	0.1579	36.86	15.80	0.957	塑性領域なし	—	き裂なし
$V_{60, 0.28}$	5.01	0.284	60	13.10	0.0105	0.1231	73.13	13.00	0.992	0.0098	0.1146	0.1263
$V_{30, 0.60}$	5.05	0.059	30	10.25	0.0172	0.0742	166.28	10.00	0.976	0.0164	0.0716	0.0625

表 5・1 にはき裂の実測値と各種の計算値を示す。V_{90, 0.80} については塑性領域を持たないことが計算からわかり、 Δy の算出には (5・2) 式を、他は (5・5) 式を用いればよいが、後者の塑性領域の計算には前章 (4・21) 式を用い、表 5・2, 表 5・3 のごとき計算表から求める。

材料の降伏強度 σ_s は、材料が耐えうる限度として上降伏点 (32.05 kg/mm²) をとった。

表 5・2 弾塑性境界の計算表 ($a/\rho=42.83$)

$\frac{y}{a}$	s	s^2	s^3	$\ln s$	$1+2 \ln s$	$1-2 \ln s$	$\frac{\sigma_n}{\sigma_s}$	σ_n
1	1	1	1	0	1	1	0.1744	5.59
0.999	1.0418	1.0853	1.1306	0.04095	1.0819	0.9181	0.1965	
0.998	1.0822	1.1712	1.2674	0.07899	1.1580	0.8420	0.2183	
0.997	1.1210	1.2566	1.4087	0.11422	1.2284	0.7716	0.2396	
0.996	1.1584	1.3420	1.5545	0.14703	1.2941	0.7059	0.2605	
0.995	1.1947	1.4273	1.7052	0.17789	1.3558	0.6442	0.2811	
0.994	1.2298	1.5125	1.8601	0.20685	1.4137	0.5863	0.3013	
0.9935	1.2470	1.5550	1.9391	0.22074	1.4415	0.5585	0.3120	10.00
0.9932	1.2572	1.5806	1.9871	0.22888	1.4578	0.5422	0.3198	10.25
0.993	1.2639	1.5976	2.0192	0.23420	1.4684	0.5316	0.3209	
0.992	1.2971	1.6826	2.1825	0.26013	1.5203	0.4797	0.3404	
0.991	1.3294	1.7675	2.3497	0.28472	1.5694	0.4306	0.3595	
0.990	1.3610	1.8524	2.5211	0.30822	1.6164	0.3836	0.3784	

表 5・3 弾塑性境界の計算表 ($a/\rho=8.82$)

$\frac{y}{a}$	s	s^2	s^3	$\ln s$	$1+2 \ln s$	$1-2 \ln s$	$\frac{\sigma_n}{\sigma_s}$	σ_n
1	1	1	1	0	1	1	0.3685	11.81
0.999	1.0087	1.0176	1.0272	0.00896	1.0179	0.9821	0.3783	
0.998	1.0175	1.0352	1.0550	0.01784	1.0357	0.9643	0.3883	
0.997	1.0261	1.0528	1.0803	0.02576	1.0515	0.9485	0.3976	
0.9961	1.0338	1.0687	1.1048	0.03324	1.0665	0.9335	0.4056	13.00
0.996	1.0346	1.0704	1.1074	0.03395	1.0679	0.9321	0.4069	
0.9958	1.0363	1.0739	1.1129	0.03565	1.0713	0.9287	0.4087	13.10
0.995	1.0431	1.0880	1.1349	0.04220	1.0844	0.9156	0.4162	
0.994	1.0514	1.1055	1.1609	0.04879	1.0976	0.9024	0.4249	
0.993	1.0597	1.1230	1.1910	0.05826	1.1165	0.8835	0.4353	
0.992	1.0680	1.1406	1.2181	0.06578	1.1316	0.8684	0.4445	
0.991	1.0761	1.1580	1.2458	0.07325	1.1465	0.8535	0.4536	
0.990	1.0842	1.1755	1.2745	0.08065	1.1613	0.8387	0.4623	

結果の検討に入る。

塑性域の計算には、実際は塑性領域の拡大にともない形状境界は切欠き底曲率半径を大にする様変化するものであるが、形状境界は不変としている。今議論している問題においては塑性領域が非常に狭い範囲なので、その考慮は省略するものである。又金属学的考察は一切していない。

き裂の発生条件、伝播及びその様子、更なき裂の停止条件については言及していない。これらの問題については、き裂の観察が容易な板状試験片を用いて実験観察した方が適当だと思われる。本章のはじめにも述べたが、き裂発生以前の応力分布（静的負荷の場合と同様だと考える）とき裂の深さとの関係を検討するわけである。

さて、本実験の場合、き裂が一端発生すれば進行はき裂の方向が巨視的には引張り主応力方向に直角であることからみて、引張・圧縮負荷の場合には引張応力に関係するものと考えてよい。

測定結果によれば、耐久限度附近での“non-propagating crack”の深さは切欠きが鋭いほど短くなっていて、その場合の計算値も即ち有限な影響深さも同様な傾向を示しかつ良い一致をみている。河本氏¹¹⁾によれば、耐久限度におけるき裂深さは切欠き形状によらず一定であると結論されているが、氏のデータをみてもほぼ一定であるとは言えるが決定的な断を下すことは出来ぬ様である。さて、塑性領域深さはき裂とは逆の関係になっている。全領域が弾性状態のものでは影響深さは大であり、切欠きが鋭くなるほど応力勾配が大となり影響深さは減少しているが、これは最高応力勾配を対象としているものである Pope 氏¹²⁾の結果と傾向を同じにするものである。

この傾向は次の様に説明される。本章はじめに述べた“破壊の仮定”を考慮すると、影響深さが深い場合には応力勾配が小であり、その深さまでき裂が発生出来るとすれば、き裂発生後の応力状態が切欠きの形状によらずにほとんど同様になるであろうことはさておいて、応力勾配が小であることから伝播進行し易く破断にみちびかれるが、深さが浅い場合には応力勾配も大であり、進行せずに停止すると考えられる。これは実験結果からもわかる様に、切欠きが鋭いほど一定応力をうける深さが浅くなることで理解される。したがって常に一定の Δy を考えれば、鋭い切欠きの場合には σ_n が大でなければならず、応力勾配は小となり破断にみちびかれるであろう。この Δy なる影響深さと応力勾配の間には或る限界値がありそうである。

次に問題となるのは塑性領域の存在である。疲労破壊に先行して常に塑性領域が局部的に存在することが観察されているが、ここではその様なものではなく、静荷重で存在するであろう塑性領域についてである。

耐久限度での切欠き底からの塑性領域の深さは切欠きが鋭いほど大きくなっている。塑性領域でのき裂の発生は他の部分よりも容易であろう。しかし、最終的に得えられたき裂の深さがその逆になっているのは、塑性領域が存在し、その深さが大であるほどそれに続く弾性領域での応力勾配が急なことから、塑性領域でき裂が発生しても、き裂による有効負荷断面積の減少の影響は非常に小さいから考慮しないとして、き裂の進行がき裂発生前の応力勾配の大小にそれぞれ抵抗をうけ、しかも、その受け方は応力勾配の大なほど大きいと考えられ、結局前述の影響深さの考え方にもどるのである。したがって、塑性域は最初に生ずるき裂の長さにのみ関係すると思われる。

以上のごとく応力勾配値が問題になってきたので、前述の“ある限界値”について言及

してみると、切欠き底から $4y$ なる深さ即ち影響深さにおける応力勾配値を耐久限度で計算し、形状を代表する値として形状係数 $K_t = \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1}$ で除すと、各切欠き材 V_{90} 、 V_{60} 及び V_{30} について 18.1、23.3 及び 25.2 なる値をうる。ここでパラメータに K_t をとることには異論があろうが、現在の実験結果から或る傾向を見出そうとすることであれば良いと思われる。数値からわかる様に、 V_{90} では小さいから一端発生したき裂は進行し破断に導くのに有利である。このほぼ一定の値をうる事が応力分布から考えた“non-propagating crack”に対する説明の一助となる。

“Non-propagating crack”の存在する限界は、疲労強度と形状係数とを両軸にとった場合に描かれる強度曲線上で、切欠き底が降伏した場合である言う ($K_t \cdot \sigma_w = \sigma_s$) 説⁴⁾がある。確かに、著者が以前行なった実験でも、或いは本実験でも観察された。しかし、その様な K_t 以上では、公称応力が切欠き底を降伏せしめない場合にはき裂を生ぜしめないものなのかは、現在著者が行なった実験からでは結論出来ないが、部材の設計に当っては降伏と言う状態に注目すれば安全である。

次にき裂の発生についてであるが、全領域弾性状態のものでは切欠き底で、弾塑性状態のものではやはり最高応力値の弾塑性境界であって、後者の場合、き裂は塑性領域では形状境界に向かって優先的に、弾性域では中心に向かって進行し、最終的に破断するか“non-propagating crack”として残るかであろう。これは河本氏¹⁾の疲労部分検出の実験結果からも考えられるが、現在迄に発生部分の研究を聞かない。

結局、“non-propagating crack”の深さは耐久限度では影響深さと良い一致をみる事がわかった。

結 言

本研究は、或る種の炭素鋼について両振り引張・圧縮疲労試験を行ない、切欠き形状の強度に及ぼす効果を求め、実験式を考え、更に鋭い切欠きの切欠き底に観察される“non-propagating crack”について影響深さの考えから計算、検討したが、結果から結論されることについて述べる。

(1) 切欠き形状による切欠き効果の実験式は一般には次の様になり、この式は著者の行なった実験結果を良く説明し、良い合致を見るものである；

$$K_f = 1 + a_1 \left(\frac{\pi - \theta}{\pi} \right)^{c_1} \frac{1}{\frac{\rho}{a} + b_1}.$$

上式では切欠き係数 K_f の計算には形状係数 K_t を要しないが、他に発表されているものには K_t を必要としたり、関数型の問題から実験値と合わなかったりしている。しかし、いかなる形状に対しても K_t が明らかであれば、形状を代表する値として K_t を切欠き係数 K_f の変数として実験式が表わされるものであるが、本実験は $\theta = \text{一定}$ で行なわれているものである。

(2) き裂の深さは、“公称応力とその耐久限度である場合の応力分布で、切欠き底から平滑材の耐久限度に等しい応力となる深さに関連する”と言う影響深さの概念で説明され、しかも、静荷重で塑性領域をもつものにはそれを考慮して応力計算を行ない、実測値と比較して非常に良い結果をみた。これは影響深さの考え方の妥当性を示すものである。従来この考えを適用している多くの研究者は、全て弾性応力分布で行なってきたが、これでは正しいとは言えず、意味がないと思われ、ここではじめて応力分布とき裂深さとの関係が正しく論じられた。

切欠き効果の軽減法等については種々の研究があるが、著者の研究と方向を異にするものであるのでここではふれない。

文 献

第 1 章

- 1) H. J. Gough: “The Fatigue of Metals”, Scott. Greenwood & Son. (1924).
- 2) W. J. Harris: “Metallic Fatigue”, Pergamon Press. (1961).
- 3) A. M. Freudenthal: “Handbuch der Physik” band VI, Springer. (1958).
- 4) B. L. Averbach ed.: “Fracture”, John Wiley & Sons. (1959).
- 5) 石橋 正: “金属の疲労と破壊の防止”, 養賢堂 (1958).
- 6) 横堀武夫: “材料強度学” の疲労の章, 技報堂 (昭 33).
- 7) 河本 実: “金属の疲労”, 朝倉書店 (昭 37)
- 8) W. A. Wood: Conf. Inst. Mech. Engrs. (1956).
- 9) N. Thompson: Conf. Inst. Mech. Engrs. (1956).
- 10) 平 修二, 本田和男ら: 材料試験, Vol. 11, No. 110, p. 699 (1962).
- 11) 横堀武夫: 日本機械学会誌, Vol. 65, No. 523, No. 524, (1962).
- 12) 横堀武夫: 機械の研究, Vol. 12, No. 12, p. 1623 (昭 35).
- 13) G. M. Sinclair: Proc. ASTM, Vol. 52, p. 743 (1952).
- 14) C. E. Phillips & R. B. Heywood: Proc. Inst. Mech. Engr. 165 (1951).
- 15) W. Weibull: Trans. Roy. Inst. Tech. Stockholm, No. 27 (1949).
- 16) J. O. Smith: Univ. of Illinois Bulletines, No. 316, p. 18, No. 334, p. 18.
- 17) H. Hendus & G. Kraus: Z. Metallkunde, Vol. 146, p. 716.
- 18) M. Gensamer, E. B. Pearsall & G. V. Smith: Trans. ASM, Vol. 31, p. 380 (1940).
- 19) G. E. Dieter, R. F. Mehl & G. T. Horne: Trans. ASM, Vol. 47, p. 1254 (1954).
- 20) J. H. Hollomon, L. D. Taffe, D. E. McCarthy & M. R. Norton: Trans. ASM, Vol. 38, p. 807, (1947).
- 21) 横堀武夫: 機械の研究, Vol. 13, No. 6, No. 7 (1961).
- 22) E. Orowan: Proc. Roy. Soc. London, A 171, p. 79 (1939).
- 23) G. Sines: 強度と疲労に関する総合シンポジウム (第 5 回), p. 1 (1960).
- 24) J. A. Pope: “Metal Fatigue”, Chapman & Hall Ltd. (1959).
- 25) K. Daeves, E. Gerold & E. H. Schultz: Stahl u. Eisen, Vol. 60, p. 100 (1940).
- 26) E. Siebel u. M. Gaier: VDI-Z., 98, 30, p. 1715 (1956).

第 2 章

- 1) 横堀武夫: 機械の研究, Vol. 13, No. 6, No. 7 (1961).
- 2) “A Tentative Guide for Fatigue Testing & the Statistical Analysis of Fatigue Data”, ASTM, No. 91-A (1958).
- 3) 吉本 勇: 日本機械学会論文集, Vol. 26, No. 167 (昭 35), Vol. 27, No. 179 (昭 36).

- 4) 日本機械学会誌： 疲れおよびクリープ特集, Vol. 58, No. 441 (昭30)
- 5) K. A. Brownlee, J. L. Hodges & M. Rosenblatt: J. Amer. Stat. Assn., 48, p. 262 (1953).
- 6) F. Gatto: Métaux corrosion-industries, 32 (1957).
- 7) E. Epremian & R. F. Mehl: ASTM Special Tech. Pub., No. 137 (1952).

第 3 章

- 1) G. Lipson, G. C. Noll & L. S. Cock: Stress and Strength of Manufactured Parts, McGraw-Hill, (1950).
- 2) H. Neuber: “Kerbspannungslehre” 等 (1937).
- 3) W. J. Harris: “Metallic Fatigue”, Pergamon Press. (1961).
- 4) R. E. Peterson: “Stress Concentration Design Factors”, John Wiley & Sons. (1953).
- 5) 河本 実: “金属の疲労”, 朝倉書店 (昭37).
- 6) E. Siebel u. M. Stieler: Z-VDI, 97, 5, p. 121 (1955).
- 7) 石橋 正: “金属の疲労と破壊の防止”, 養賢堂 (1958).
- 8) 新沢順悦: 日本機械学会論文集, Vol. 24, No. 147 (昭33).
- 9) 岸田路也: 日本機械学会北海道支部第2回講演会前刷 (昭35).
- 10) 川田雄一: 日本機械学会誌, Vol. 53, No. 381, p. 409 (昭25).
- 11) 日本機械学会切欠き効果等に関する調査分科会: 日本機械学会誌, Vol. 63, No. 493, p. 278 (昭35).
- 12) W. E. Deming: “推計学によるデータのまとめ方” 森口訳, 岩波書店 (1950).
- 13) 菊川真, 佐藤芳久: 第10回応力連合講演会 (昭35).

第 4 章

- 1) 西原利夫, 藤井太一: 日本機械学会論文集, Vol. 18, No. 65 (昭27).
- 2) 西谷弘信: 日本機械学会論文集, Vol. 26, No. 167 (昭35).
- 3) E. H. Lee: Journal of Applied Mechanics (1952-9).
- 4) E. H. Lee: Journal of Applied Mechanics (1954-6).
- 5) L. Garr, E. H. Lee & A. J. Wang: Journal of Applied Mechanics, (1956-3).
- 6) E. H. Lee & A. J. Wang: Proc. of 2nd U.S. National Congress of Applied Mechanics (1954).
- 7) G. Lianis: Ingenieur-Archiv, XXIX Band (1960).
- 8) R. Hill: “塑性学” 鷺津, 山田, 工藤訳, 培風館 (昭32).
- 9) H. Neuber: “Kerbspannungslehre” (1937).
- 10) P. S. Symonds: Quarterly of Applied Mathematics, No. 4, Vol. 6 (1949).
- 11) H. Hencky: Z. angew. Math. Mech. Bd. 3 (1923).
- 12) B. B. Соколовский: “塑性学” 大橋訳, 朝倉書店 (昭34).
- 13) 岸田路也: 日本機械学会北海道支部講演会前刷 (昭37).

第 5 章

- 1) N. E. Frost & D. S. Dugdale: J. Mech. Phys. Solids, Vol. 6 (1958).
- 2) A. J. Fenner, N. B. Owen & C. E. Phillips: Engineering, 171 (1951).
- 3) N. E. Frost: Engineer, 200 (1955).
- 4) 石橋 正: 材料試験, Vol. 7, No. 58 (昭33).
- 5) N. E. Frost & D. S. Dugdale: J. Mech. Phys. Solids, Vol 5 (1957).
- 6) N. E. Frost & C. E. Phillips: Proc. Roy. Soc., 242 (1957).
- 7) W. Weibull: Saab Aircraft Co., Tech. Note, 25 (1954).
- 8) C. E. Phillips: “Fatigue in Aircraft Structure”, Freudenthal Ed. (1956).
- 9) W. J. Harris: “Metallic Fatigue”, Pergamon Press. (1961).
- 10) H. F. Moore: Proc. ASTM, Vol. 45 (1945).
- 11) 河本 実: “金属の疲労”, 朝倉書店 (昭37).
- 12) J. A. Pope: “Metal Fatigue”, Chapman & Hall Ltd. (1959).