



Title	グラジエント法による連接水系群を含む水火力併用システムの解析
Author(s)	小池, 東一郎; Koike, Toichiro; 宮本, 衛市 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 36, 1-21
Issue Date	1965-05-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40760
Type	departmental bulletin paper
File Information	36_1-22.pdf



グラジエント法による連接水系群を含む 水火併用系統の解析

小池 東一郎
宮本 衛市

Analysis of the Combined Hydro-thermal Power System Including Flow-interconnected Subsystems by Gradient Method

Toichiro KOIKE
Eiichi MIYAMOTO

Abstract

In the short-range optimization of the hydro-thermal power system, one of the most intricate problems is the analysis of flow-interconnected hydroplants subsystems. As the features of Japanese hydro-power system, small-scale plants are utilized for daily load control, and usually they constitute flow-interconnection, which makes their analysis more intricate. Although each of them is small, they play an important role in the economic load dispatching as a whole, so the analysis of them is important.

Many methods of the analysis of the combined hydro-thermal power system have been developed, such as dynamic programming method, gradient method, dynamic linear programming method and so on. In this paper, the authors have extended the gradient method.

Usually in the analysis of the combined hydro-thermal power system, both hydro and thermal system are analyzed together, that is, the hydro-schedule is evaluated by the cost of the corresponding thermal-schedule each time, but in the method which the authors extended, the hydro-schedule is evaluated by maximizing hydro-output weighted by incremental cost of received power. By the extension above mentioned, each of the hydro and thermal systems can be analyzed separately, so that each characters of them can be fully taken into account, and the computing time can be greatly reduced.

In the numerical example of the model system, this method has proved to be very powerful.

1. 緒 言

水火併用系統の短期運用を考えると、最も困難な問題となるのが小容量の調整池式水力発電所から構成される連接水系の解析である。わが国の水力系の特徴として、2ないし5時間足らずの調整池容量しか持たない小規模な調整池式水力発電所が日間の負荷調整に駆使され

ており、しかもそのような小規模調整池式水力発電所は接続水系を構成していることが多く、その経済運用解析を一層複雑なものにさせている。しかし、個々の発電所は小さくても、そのような発電所が全体として大きな比重を持っており、看過できない問題である。

一方、このような小規模発電所を数学的に解析する場合には、どうしても個々の発電所なり、個々の水系に焦点をしばって計算の対象としなければならず、従ってそのメリットは小さく、不適当なモデル化や仮定、計算手法によっては回収されるメリットを失ってしまう結果ともなる。しかし、個々の発電所の運用の僅かのメリットが全体として大きなものとなることから、十分な計算精度が要求されるのである。

それに加えて、最近の火力発電の日覚しい発達により、火力燃料費特性が著しく改善され、従来経済運用の眼目であった燃料費特性の曲がりの影響は非常に小さくなり、殆んど線形特性に近ずいており、非線形の特性が強いのはむしろ水力系の出力特性である。このような状況の変化により、水力発電所の出力特性を単に電水比のみで近似するような方法では最適解を得ることができず、水力系の非線形性も充分考慮に入れた計算方法が要求される。

これから述べる接続水系群の経済運用解析は、ハイブリッド型電子計算機で行なわれているように、水力系はデジタル計算機で、火力系はアナログ計算機で、 λ (増分受電端電力経費) を介して別個に扱っているのを、両者をデジタル計算により高精度に解析しようとするものである。このように水力系と火力系を分離して扱うことにより、両者のそれぞれの特性を充分に考慮することができ、特に水力系の解析が非常に楽になる。

グラジェント法 (*Gradient Method*) は、別名、最大傾斜法 (*Steepest Descent Method, or Steepest Ascent Method*) と呼ばれ、関数の極値を得るための数学的手段であり、いくつかの独立変数によって規制された目的関数の最大傾斜の方向に沿って独立変数の値を修正し、最小限の修正回数で目的関数の極値を得ようとするものである。従って、経済運用問題に適用するに当って、必ずしも与えられた領域における最大値又は最小値を求めることにはならず、局所的な極値を求める結果となる危険性が存在する。しかし、われわれの経済運用問題の解析においては、全然未知の運用ルールを決定するのではなく、人間による最適解の近傍にある運用ルールから、更に厳密な運用ルールを求めようとするのであるから、グラジェント法による問題解析の前に、最適解に近い初期値を与えることによって、大局的な最大値又は最小値を求めることができる。

2. 問題の定式化

2.1 記号

接続水系群の運用解析に用いた記号は次の通りである。

t : 時間帯番号

j : 火力ユニット番号

- r : 水系番号
 i : 1水系内の水力発電所番号
 F_j : 火力ユニット j の燃料費特性
 ${}_tG_j$: 時間帯 t における火力ユニット j の出力
 ${}_tP_R$: 系統負荷
 ${}_tP_{ri}$: 時間帯 t における水系 r の i 発電所の出力
 ${}_tQ_{ri}$: 時間帯 t における水系 r の i 発電所の使用水量
 ${}_tS_{ri}$: 時間帯 t 末における貯水量
 L : 送電損失
 ${}_t\lambda$: 増分受電端電力経費
 Φ : 考察期間中の総燃料費

2.2 水力系と火力系の分離

考察期間中の総燃料費は次式で表わされる。

$$\Phi = \sum_j \sum_i F_j({}_tG_j) \quad (1)$$

一方、需給バランス条件から次式が満足されていなければならない。

$$\sum_j {}_tG_j + \sum_r \sum_i {}_tP_{ri} = {}_tP_R + L \quad (2)$$

いま、 ${}_tG_j$ の微小変化 $\Delta {}_tG_j$ による Φ の変化分を求めると、

$$\Delta \Phi = \sum_j \sum_i \frac{dF_j}{d{}_tG_j} \Delta {}_tG_j \quad (3)$$

水力系の計算を行なっている時には、前回の火力系の計算において各火力ユニットの間では、最適な負荷配分がなされているものとする。すなわち、

$$\frac{dF_j}{d{}_tG_j} = {}_t\lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_tG_j} \right) \quad (4)$$

(4) 式を (3) 式に代入すると、

$$\Delta \Phi = \sum_j \sum_i {}_t\lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_tG_j} \right) \Delta {}_tG_j \quad (5)$$

次に、(2) 式の全微分を求めると、

$$\sum_j \Delta {}_tG_j + \sum_r \sum_i \Delta {}_tP_{ri} = \sum_j \frac{\partial L}{\partial {}_tG_j} \Delta {}_tG_j + \sum_r \sum_i \frac{\partial L}{\partial {}_tP_{ri}} \Delta {}_tP_{ri} \quad (6)$$

(6) 式を変形して、

$$\sum_j \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_tG_j} \right) \Delta {}_tG_j = - \sum_r \sum_i \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_tP_{ri}} \right) \Delta {}_tP_{ri} \quad (7)$$

(7) 式を (5) 式に代入すると、

$$\Delta\theta = -\sum_r \sum_i \sum_t \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_tP_{ri}}\right) \Delta {}_tP_{ri} = -\sum_r \sum_i \sum_t \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_tP_{ri}}\right) ({}_tP_{ri} - {}_tP_{ri}^*) \quad (8)$$

ここで、 ${}_tP_{ri}^*$ は前回の計算ですでに求まっている値であり、 ${}_tP_{ri}$ が今回求められるべき変数である。

以上の数学的操作により、水力系に対する火力燃料費 θ を減少させる問題は、(8)式で表わされる $\Delta\theta$ を最小にする問題 ($\Delta\theta$ は増加する方向を正にしている) に変換される。(8)式において、 ${}_tP_{ri}^*$ は前回の計算においてすでに求まっている値で数学的には定数であり、さらに負の符号を除くと、結局水力系に対しては、

$$\Delta\theta' = \sum_r \sum_i \sum_t \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_tP_{ri}}\right) {}_tP_{ri} \quad (9)$$

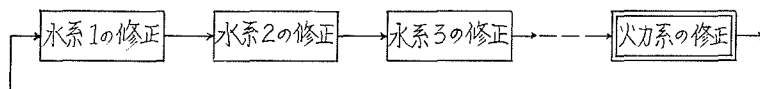
を最大にするような ${}_tP_{ri}$ の変化分 $\Delta {}_tP_{ri}$ を求めることに問題は帰せられる。

火力系に対しては、各時間帯について(4)式が満足されるように最適な負荷配分を行ない、水力系の計算のために、絶えず修正された λ を提供する。

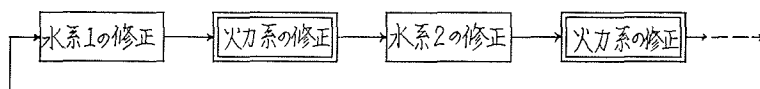
2.3 弛緩法

(9)式は3重の総和についての最大値を求める問題であり、同時に種々の制限条件を考慮に入れなければならないので、これを直接に解くことは非常に困難である。そこで考えられるのが弛緩法であり、弛緩法は多重の総和ないしは積分の次数を下げるための数値解析法である。この弛緩法を本問題に適用することについて考えてみる。

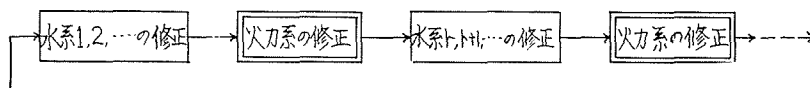
一般に、電力系統においては水系間には関数関係はないので、問題を各水系ごとに単独に考えることができる。このように計算対象を1水系の問題として考え、今着目している水系以外の水系の発電計画は前回の値に固定し、1水系ごとにその修正量を求めていくことにより、計算は非常に単純化され、水系の数が多くなっても、それは1水系における計算の繰り返しに



1. 弛緩法 I



□ 弛緩法 II



ハ 弛緩法 III

第1図 各種弛緩法

過ぎず、すべて同一の計算手順で行なうことができる。このように問題を分割し、弛緩法により全体の最適化を得るには、各種の方法が考えられる。

第1図に示すイ.の弛緩法 I は、各水系すべての修正が一通り終了した後に火力系の修正を行ない、再び水力系の修正に戻るのに対し、ロ.の弛緩法 II は1水系の修正が終わると同時に火力系の修正を行なっていくものである。ハ.の弛緩法 III は適当個の水系の修正が終わると同時に火力系の修正を行なっていく方法であり、弛緩法 I と II の折衷法ともいうべきものである。これら3種の弛緩法について、全水系の修正を行なうための火力系の修正回数を比べてみると、弛緩法 I が1回、弛緩法 II が水系の数だけ、弛緩法 III がその中間の回数であり、従って弛緩法 I が有利であるが、全系の発電設備容量に対し、水力系が大きな比重を占めているような場合には、弛緩法 II 又は III を採用すべきである。それは、水力系の比重が大きい場合に弛緩法 I による修正を行なっていくと、火力系の分担負荷の変更が大きくなり、修正する水系を進めていくにつれ、その修正が的はずれになり、収斂を遅らせたり発散したりする危険が生じるからである。それ故、弛緩法 II 又は III により、適宜火力系の修正を行なうのが望ましいのである。

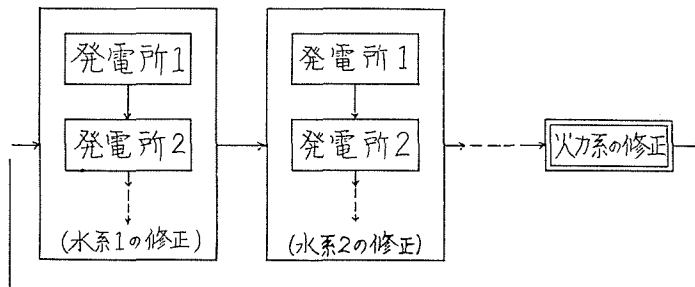
上述の3種の弛緩法において、修正量がすべての時間帯についてあらかじめ定められた許容値以下になった水系は、その都度計算ループからはずしていき、全水系がループからはずされた時に計算は終了する。

さて、上述の弛緩法によって、(9)式は次式のように簡略化される。すなわち、

$$\Delta W' = \sum_i \sum_t \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial P_{r,i}} \right) P_{r,i} \quad (r = 1, 2, \dots) \quad (10)$$

次に、各水系についての分割と同じように、1水系内の各発電所ごとに弛緩法を適用することにより、計算対象を小さくすることができる。例えば弛緩法 I に組み込むと第2図のようになる。

この場合には、変落差特性のある発電所では上流の発電所の運用方式により水位の変動を受けるので、(10)式の i について総和を除くことはできないが、変落差特性のない発電所、又は調整池容量が大きく考察期間中の落差変動を無視できるような発電所に対しては、 i につい



第2図 弛緩法 I

ての総和も除くことができる。

$$\Delta\mathcal{O}' = \sum_t \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_t P_{ri}}\right) {}_t P_{ri} \quad (r=1, 2, \dots \quad i=1, 2, \dots) \quad (11)$$

3. 水力系の解析

3.1 使用水量に関するグラジエント

今、使用水量を独立変数にとり、種々の制限条件のうち、
考察期間中の総使用水量一定；

$$\sum_t {}_t Q_{ri} = Q_{rri} \quad (12)$$

火力系出力制限；

$${}_t \underline{G}_r \leq \sum_j {}_t G_j \leq {}_t \bar{G}_r \quad (13)$$

の2制限条件をペナルティ項として目的関数に導入し、他の使用水量制限および貯水量制限については別途考慮することにし、需給バランス条件は水力系の解析では考慮しないことにする。あらためて目的関数 Ψ を定義する。

$$\begin{aligned} \Psi = & \sum_i \sum_t \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_t P_{ri}}\right) {}_t P_{ri} - \sum_i r_{ri} \left(\sum_t {}_t Q_{ri} - Q_{rri}\right) \\ & - \sum_t \left\{ \frac{\alpha}{2} \left({}_t \bar{G}_r - \sum_j {}_t G_j\right)^2 + \frac{\beta}{2} \left({}_t \underline{G}_r - \sum_j {}_t G_j\right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

ただし、 α, β は定数であり、

$$\alpha > 0, \quad {}_t \bar{G}_r < \sum_j {}_t G_j \quad \text{の場合}$$

$$\alpha = 0, \quad {}_t \bar{G}_r \geq \sum_j {}_t G_j \quad \text{の場合}$$

$$\beta > 0, \quad {}_t \underline{G}_r > \sum_j {}_t G_j \quad \text{の場合}$$

$$\beta = 0, \quad {}_t \underline{G}_r \leq \sum_j {}_t G_j \quad \text{の場合}$$

以下、添字 r は省略する。

(14) 式から、 r 水系の i 発電所の t 時間帯の使用水量 ${}_t Q_i$ に関する Ψ のグラジエントを求めると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial {}_t Q_i} = & \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_t P_i}\right) \frac{\partial {}_t P_i}{\partial {}_t Q_i} + \sum_{k=i}^{i+1} \sum_t \left\{ \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_t P_k}\right) \frac{\partial {}_t P_k}{\partial {}_t S_k} \frac{\partial {}_t S_k}{\partial {}_t Q_i} \right\} - r_i \\ & - \lambda \frac{\partial^2 L}{\partial {}_t P_i^2} \frac{\partial {}_t P_i}{\partial {}_t Q_i} {}_t P_i - \sum_{h,k=i}^{i+1} \sum_t \left\{ \lambda \frac{\partial^2 L}{\partial {}_t P_h \partial {}_t P_k} \frac{\partial {}_t P_k}{\partial {}_t S_k} \frac{\partial {}_t S_k}{\partial {}_t Q_i} {}_t P_k \right\} \\ & - \left\{ \alpha \left(\sum_j {}_t G_j - {}_t \bar{G}_r\right) + \beta \left(\sum_j {}_t G_j - {}_t \underline{G}_r\right) \right\} \frac{\partial \left(\sum_j {}_t G_j\right)}{\partial {}_t P_i} \frac{\partial {}_t P_i}{\partial {}_t Q_i} \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 k についての総和は、今着目している i 発電所および水位に影響をおよぼす $(i+1)$ 発

発電所について行ない、使用水量を独立変数としているので $(i+2)$ 以後の発電所に対しては、 i 発電所はなんら影響を与えない。なお、最下流の発電所に対しては、自身の発電所に関してのみ着目すれば充分である。一方、 l についての総和は、貯水量端点を与えられている場合には、 i 発電所に対しては t 時間帯から考察期間末まで、 $(i+1)$ 発電所に対しては $t+\tau_{i,i+1}$ ($i \sim i+1$ 発電所間の水の流下時間遅れ) 時間帯から考察期間末まで行ない、貯水量端点が自由な場合には、最終時間帯の次に第1時間帯が続くものと考え、 i および $(i+1)$ 発電所とも全時間帯についての総和を求める。

変落差特性および送電損失を無視できる場合には (14) 式の目的関数は、

$$\Psi = \sum_i \lambda_i P_i - r_i \left(\sum_i Q_i - Q_{r_i} \right) - \sum_i \left\{ \frac{\alpha}{2} \left(\bar{G}_T - \sum_j G_j \right)^2 + \frac{\beta}{2} \left(G_T - \sum_j G_j \right)^2 \right\} \quad (16)$$

Q_i に関する Ψ のグラジエントは次のように簡単になる。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial_i Q_i} = \lambda_i \frac{\partial_i P_i}{\partial_i Q_i} - r_i - \left\{ \alpha \left(\sum_j G_j - \bar{G}_T \right) + \beta \left(\sum_j G_j - G_T \right) \right\} \frac{\partial \left(\sum_j G_j \right)}{\partial_i P_i} \frac{\partial_i P_i}{\partial_i Q_i} \quad (17)$$

(15) 式または (17) 式で表わされるグラジエントは、前回の計算において求まっている値又は仮定値によりパラメトリックに評価される。いま、式を簡単にするため (15) 式および (17) 式を次のように置き換える。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial_i Q_i} = \alpha_i - r_i \quad (18)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \alpha_i = & \left[\lambda_i \left(1 - \frac{\partial L}{\partial_i P_i} \right) \frac{\partial_i P_i}{\partial_i Q_i} + \sum_{k=i}^{i+1} \sum_l \left\{ \lambda_l \left(1 - \frac{\partial L}{\partial_l P_k} \right) \frac{\partial_l P_k}{\partial_l S_k} \frac{\partial_l S_k}{\partial_i Q_i} \right\} \right. \\ & - \lambda_i \frac{\partial^2 L}{\partial_i P_i^2} \frac{\partial_i P_i}{\partial_i Q_i} - \sum_{k=i}^{i+1} \sum_l \left\{ \lambda_l \frac{\partial^2 L}{\partial_i P_k \partial_l P_k} \frac{\partial_l P_k}{\partial_l S_k} \frac{\partial_l S_k}{\partial_i Q_i} P_k \right\} \\ & \left. - \left\{ \alpha \left(\sum_j G_j - \bar{G}_T \right) + \beta \left(\sum_j G_j - G_T \right) \right\} \frac{\partial \left(\sum_j G_j \right)}{\partial_i P_i} \frac{\partial_i P_i}{\partial_i Q_i} \right]_{\lambda_i^*, \lambda_{i+1}^*, \lambda_{i+2}^*, \lambda_{i+3}^*, \dots} \quad (19) \end{aligned}$$

変落差特性および送電損失を無視できる場合には、

$$\begin{aligned} \alpha_i = & \left[\lambda_i \frac{\partial_i P_i}{\partial_i Q_i} - \left\{ \alpha \left(\sum_j G_j - \bar{G}_T \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \beta \left(\sum_j G_j - G_T \right) \right\} \frac{\partial \left(\sum_j G_j \right)}{\partial_i P_i} \frac{\partial_i P_i}{\partial_i Q_i} \right]_{\lambda_i^*, \lambda_{i+1}^*, \lambda_{i+2}^*, \lambda_{i+3}^*, \dots} \quad (20) \end{aligned}$$

使用水量の修正は、(18) 式のグラジエントに比例した修正を行なうものとする、修正量 $\Delta_i Q_i$ は、

$$\Delta_i Q_i = \kappa (\alpha_i - r_i) \quad (21)$$

ただし、 κ は収斂定数である。

3.2 使用水量の修正

ここで、 ${}_iQ_i^*$ の値により次の 3 群に分けて考える。

$$A \text{ 群}; {}_iQ_i^* = \underline{Q}_i, \quad \text{かつ} \quad {}_i\alpha_i \geq r_i$$

$$B \text{ 群}; {}_iQ_i^* = \underline{Q}_i, \quad \text{かつ} \quad {}_i\alpha_i < r_i$$

$$0 < {}_iQ_i^* < \underline{Q}_i$$

$${}_iQ_i^* = 0, \quad \text{かつ} \quad {}_i\alpha_i > r_i$$

$$C \text{ 群}; {}_iQ_i^* = 0, \quad \text{かつ} \quad {}_i\alpha_i \leq r_i$$

ただし、 ${}_iQ_i^* = 0$ のときにかぎり、 ${}_i\alpha_i$ は ${}_iQ_i^* = \underline{Q}_i$ として評価するものとする。

(21) 式により使用水量の修正量を求めるとき、まずすべての ${}_iQ_i^*$ を B 群に入れて、次式により r_i を計算する。

$$\sum_{i \in B} 4_i \underline{Q}_i - m_B \underline{Q}_i = \kappa \left(\sum_{i \in B} {}_i\alpha_i - n_B r_i \right) \quad (22)$$

ここで、総使用水量一定の条件から、

$$\sum_{i \in B} 4_i \underline{Q}_i = 0 \quad (23)$$

とすると、 r_i は、

$$r_i = \frac{\kappa \sum_{i \in B} {}_i\alpha_i + m_B \underline{Q}_i}{n_B \cdot \kappa} \quad (24)$$

ここで、 n_B は B 群に属している時間帯数であり、 m_B は ${}_iQ_i^* = 0$ かつ B 群に属している時間帯数である。

次に、 ${}_iQ_i^* = \underline{Q}_i$ かつ (24) 式で求めた r_i と ${}_i\alpha_i$ とを比較し、 ${}_i\alpha_i \geq r_i$ の時間帯を A 群に移す。同様に、 ${}_iQ_i^* = 0$ かつ ${}_i\alpha_i \leq r_i$ の時間帯を C 群に移す。

上記の操作により、B 群から A 群又は C 群へ移行した時間帯があった場合には、再び (24) 式に戻り r_i を再計算し、同様な操作を繰り返す。かくして、A 群又は C 群へ移行する時間帯がなくなると、次式により修正された使用水量を求める。

$$\left. \begin{array}{ll} {}_iQ_i = {}_iQ_i & i \in A \\ {}_iQ_i = {}_iQ_i^* + \kappa({}_i\alpha_i - r_i) & i \in B \text{ かつ } {}_iQ_i^* \neq 0 \\ {}_iQ_i = \underline{Q}_i + \kappa({}_i\alpha_i - r_i) & i \in B \text{ かつ } {}_iQ_i^* = 0 \\ {}_iQ_i = 0 & i \in C \end{array} \right\} \quad (25)$$

3.3 使用水量制限による修正

ここでは、 ${}_iQ_i^*$ は (25) 式で求めた値を表わすものとし、次の 3 群に分ける。

$$A \text{ 群}; {}_iQ_i^* \geq \underline{Q}_i$$

$$B \text{ 群}; \underline{Q}_i < {}_iQ_i^* < \underline{Q}_i$$

$$C \text{ 群}; {}_iQ_i^* \leq \underline{Q}_i$$

A 群および C 群に属する時間帯は修正されるべき時間帯である。総使用水量一定の条件から次式が成立する。

$$\sum_{t \in A} ({}_t Q_i^* - Q_i) + \sum_{t \in C} {}_t Q_i^* = \kappa \left(\sum_{t \in B} {}_t \alpha_i - n_B \cdot \gamma_i \right) \quad (26)$$

上式より γ_i を求めると、

$$\gamma_i = \frac{\kappa \sum_{t \in B} {}_t \alpha_i - \left\{ \sum_{t \in A} ({}_t Q_i - Q_i) + \sum_{t \in C} {}_t Q_i \right\}}{\kappa \cdot n_B} \quad (27)$$

(25) 式で求めた使用水量は次式により再修正する。

$$\left. \begin{array}{ll} {}_t Q_i = Q_i & t \in A \\ {}_t Q_i = {}_t Q_i^* + \kappa ({}_t \alpha_i - \gamma_i) & t \in B \\ {}_t Q_i = 0 & t \in C \end{array} \right\} \quad (28)$$

ここで、再び使用水量制限の判定を行ない、上下限を超えた使用水量をもつ時間帯があると再び3群に分け、その修正を行なう。かくして、すべての時間帯について、その使用水量が制限内におさまるまで修正を繰り返す。

3.4 貯水量制限による修正

(25) 式で求めた使用水量、または使用水量制限で修正を行なった場合には (28) 式で求めた使用水量から貯水量変動を計算する。なお、調整池への平均流入量が最大使用水量を越えない場合には、溢水は許さないものとする。

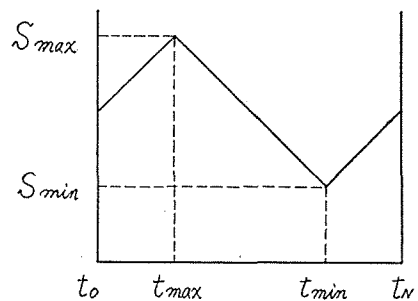
貯水量制限による判定は、貯水量端点が固定している場合と自由な場合とは異なるが、いずれにしてもその修正ルールは、最上流の調整池で制限を犯した時には自身の発電所において修正を行ない、それ以外の調整池に対しては自身の発電所か、又は上流の発電所のいずれかで行なうものとし、修正によるメリットの増分の大きな方の発電所において修正を行なうものとする。なお、上流に修正余裕のある発電所が無い場合には、制限を犯した発電所において修正を行なう。

第3図に貯水量変動の一例を示す。貯水量端点が自由な時には、端点を任意の値に選んで貯水量変動を計算する。従って、その場合には貯水量の絶対的な値には意味がなく、その相対的な値のみが意味を持つことになる。端点自由な場合、貯水量制限による修正後貯水量変動の最大値 S_{max} が、その調整池の最大値 \bar{S}_i になるように平行移動する。

[A] 貯水量端点が固定されている場合

(i) $S_{max} > \bar{S}_i$ の場合

(a) 自身の発電所で修正を行なう場合、まず最初に $t_0 < t \leq t_{max}$ の時間帯について次の2群に分類する。



第3図 貯水量変動曲線

A 群; ${}_tQ_i^* = \bar{Q}_i$

B 群; ${}_tQ_i^* < \bar{Q}_i$

貯水量変動を貯水量制限内におさえるためには、 $(S_{\max} - \bar{S}_i)$ の水量を $t_0 < t \leq t_{\max}$ の時間帯で消化しなければならない。この余分に消化しなければならない水量を補正量と呼ぶことにする。次式により r_i を求める。

$$r_i = \frac{\kappa \sum_{t \in B} {}_t\alpha_i - (S_{\max} - \bar{S}_i) + m_B \bar{Q}_i}{\kappa \cdot n_B} \quad (29)$$

ただし、 t による総和、 m_B および n_B は $t_0 < t \leq t_{\max}$ の時間帯に対応させて求める。ここで、 ${}_tQ_i^* = 0$ であつた時間帯を C 群に移し再び (29) 式により r_i を再計算する。かくして C 群へ移行する時間帯がなくなるまで繰り返す。使用水量に対する修正量は、

$${}_tQ_i = \kappa (\alpha_i - r_i) \quad t \in B \quad \text{かつ} \quad t_0 < t \leq t_{\max} \quad (30)$$

ただし、 ${}_tQ_i^* = 0$ であつた時間帯は ${}_tQ_i^* = \bar{Q}_i$ としての修正量である。

次に、 $t_{\max} < t \leq t_N$ の時間帯に対しては次の 2 群に分類する。

B 群; ${}_tQ_i^* > 0$

C 群; ${}_tQ_i^* = 0$

$t_{\max} < t \leq t_N$ の時間帯に対しての補正量は $-(S_{\max} - \bar{S}_i)$ であり、次式により r_i を求める。

$$r_i = \frac{\kappa \sum_{t \in B} {}_t\alpha_i + (S_{\max} - \bar{S}_i)}{\kappa \cdot n_B} \quad (31)$$

ただし、 t による総和および n_B は $t_{\max} < t \leq t_N$ の時間帯に対応させて求める。ここで、 ${}_tQ_i^* = \bar{Q}_i$ であつた時間帯を A 群に移し再び (31) 式により r_i を求める。かくして A 群へ移行する時間帯がなくなるまで繰り返す。使用水量に対する修正量は、

$${}_tQ_i = \kappa ({}_t\alpha_i - r_i) \quad t \in B \quad \text{かつ} \quad t_{\max} < t \leq t_N \quad (32)$$

自身の発電所で貯水量制限による修正を行なった場合の目的関数 Ψ の増分は、

$$\Delta\Psi = \sum_{\substack{t \in B \\ t_0 < t \leq t_{\max}}} \kappa ({}_t\alpha_i - r_{i,0}) ({}_t\alpha_i - r_i) + \sum_{\substack{t \in B \\ t_{\max} < t \leq t_N}} \kappa ({}_t\alpha_i - r_{i,0}) ({}_t\alpha_i - r_i) \quad (33)$$

ここで、 $r_{i,0}$ は (24) 式または (27) 式で求めた貯水量による修正前の r の値であり、 r_i は (29) 式および (31) 式に対応するものである。

(b) 上流の発電所で修正する場合 全時間帯を次の 2 つに分割する。

$$\left. \begin{array}{l} t_0 < t \leq t_{\max} - \tau_{i-1,i} \\ t_{\max} - \tau_{i-1,i} < t \leq t_N - \tau_{i-1,i} \end{array} \right\} \quad (34)$$

ここで、 $\tau_{i-1,i}$ は $(i-1)$ 発電所と i 発電所間の水の流下時間遅れである。分割した領域における修正量は、それぞれ、 $-(S_{\max} - \bar{S}_i)$ 、 $(S_{\max} - \bar{S}_i)$ であり、使用水量の修正量の算出は自身の発電

所における修正と同様に、それぞれ、(31)式(32)式および(29)式(30)式により行なう。なお、添字 i は \bar{S}_i を除き、すべて $(i-1)$ に変更する。

上流の発電所で貯水量制限による修正を行なった場合の目的関数 Ψ の増分は、

$$\Delta\Psi' = \sum_{t \in B} \kappa (\alpha_{i-1} - \gamma_{i-1,0}) (\alpha_{i-1} - \gamma_{i-1}) + \sum_{t \in B} \kappa (\alpha_{i-1} - \gamma_{i-1,0}) (\alpha_{i-1} - \gamma_{i-1}) \quad (35)$$

$$t_0 < t \leq t_{\max} - \tau_{i-1, \varepsilon} \qquad t_{\max} - \tau_{i-1, \varepsilon} < t \leq t_N - \tau_{i-1, \varepsilon}$$

最上流にある発電所を除き、(33)式で求めた $\Delta\Psi$ と(35)式で求めた $\Delta\Psi'$ とを比較し、大きい方の発電所における修正を採用する。

(ii) $S_{\min} < S_i$ の場合

使用水量の算出は (i) における場合と同様な手順で行なうので、ここでは時間帯の分割と補正量についてのみ略記する。

(a) 自身の発電所で修正を行なう場合

$$t_0 < t \leq t_{\min}$$

補正量; $(S_{\min} - S_i)$

$$t_{\min} < t \leq t_N$$

補正量; $-(S_{\min} - S_i)$

(b) 上流の発電所で修正を行なう場合

$$t_0 < t \leq t_{\min} - \tau_{i-1, \varepsilon}$$

補正量; $-(S_{\min} - S_i)$

$$t_{\min} - \tau_{i-1, \varepsilon} < t \leq t_N - \tau_{i-1, \varepsilon}$$

補正量; $(S_{\min} - S_i)$

(iii) $S_{\max} > \bar{S}_i$ かつ $S_{\min} < S_i$ の場合

ここでは、 $t_{\max} < t_{\min}$ の場合について述べることにする。 $t_{\min} < t_{\max}$ の場合についても同様である。

(a) 自身の発電所で修正を行なう場合

$$t_0 < t \leq t_{\max}$$

補正量; $(S_{\max} - \bar{S}_i)$

$$t_{\max} < t \leq t_{\min}$$

補正量; $-(S_{\max} - S_{\min}) + (\bar{S}_i - S_i)$

$$t_{\min} < t \leq t_N$$

補正量; $-(S_{\min} - S_i)$

(b) 上流の発電所で修正を行なう場合

$$t_0 < t \leq t_{\max} - \tau_{i-1, \varepsilon}$$

補正量; $-(S_{\max} - \bar{S}_i)$

$$t_{\max} - \tau_{i-1, \varepsilon} < t \leq t_{\min} - \tau_{i-1, \varepsilon}$$

補正量； $(S_{\max} - S_{\min}) - (\bar{S}_i - S_i)$

$$t_{\min} - \tau_{i-1, i} < t \leq t_N - \tau_{i-1, i}$$

補正量； $(S_{\min} - S_i)$

[B] 貯水量端点が自由な場合

この場合には、 S_{\max} 又は S_{\min} の値そのものは問題でなく、その差 $(S_{\max} - S_{\min})$ により貯水量制限の判定を行なう。なお、最終時間帯の次には第1時間帯が続くものとし、考察期間をサイクリックに考える。

端点が自由な場合でも、使用水量の修正量の算出は端点が固定されている場合と全く同じなので、ここでは時間帯の分割と補正量のみについて略記することにする。

(a) 自身の発電所で修正する場合

$$t_{\max} < t \leq t_{\min}$$

補正量； $-(S_{\max} - S_{\min}) + (\bar{S}_i - S_i)$

$$t_{\min} < t \leq t_{\max}$$

補正量； $(S_{\max} - S_{\min}) - (\bar{S}_i - S_i)$

(b) 上流の発電所で修正する場合

$$t_{\max} - \tau_{i-1, i} < t \leq t_{\min} - \tau_{i-1, i}$$

補正量； $(S_{\max} - S_{\min}) - (\bar{S}_i - S_i)$

$$t_{\min} - \tau_{i-1, i} < t \leq t_{\max} - \tau_{i-1, i}$$

補正量； $-(S_{\max} - S_{\min}) + (\bar{S}_i - S_i)$

3.5 自流式発電所を伴う場合

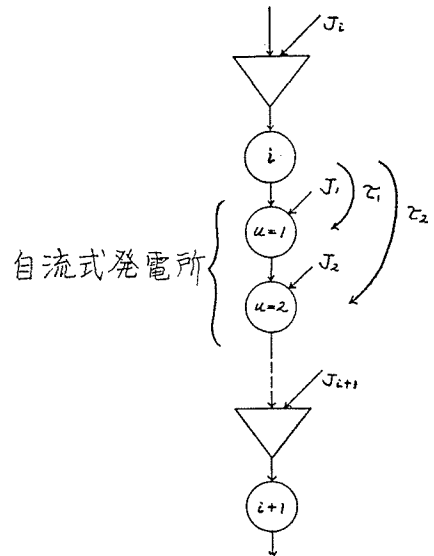
第4図に示すような調整池式水力発電所の下流に自流式水力発電所が接続されている場合には、それら自流式水力発電所群はその上流にある調整池式水力発電所に統合し、等価1調整池式発電所として考える。添字 u を自流式発電所に対するものとし、 τ_u を上流の調整池式発電所から u 自流式発電所までの水の流下時間遅れとする。

(14)式に代ってあらためて目的関数 Ψ を定義すると、

$$\begin{aligned} \Psi = & \sum_i \sum_t \iota \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial \iota P_{ri}} \right) \iota P_{ri} + \sum_t \sum_u \iota \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial \iota \tau_u P_{riu}} \right) \iota \tau_u P_{riu} \\ & - \sum_i r_{ri} \left(\sum_t \iota Q_{ri} - Q_{T_{ri}} \right) - \sum_t \left\{ \frac{\alpha}{2} (\iota \bar{G}_T - \sum_j \iota G_j)^2 + \frac{\beta}{2} (\iota \underline{G}_T - \sum_j \iota G_j)^2 \right\} \end{aligned} \quad (36)$$

ιQ_i に関するグラジエントを定常特性および送電損失を無視した場合について求めると、

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \iota Q_i} = \iota \lambda \frac{\partial \iota P_i}{\partial \iota Q_i} + \sum_u \iota \lambda \frac{\partial \iota \tau_u P_{iu}}{\partial \iota Q_i} - r_i$$



第4図 自流式発電所を伴う場合

$$\begin{aligned}
& - \left\{ \alpha \left(\sum_j {}_t G_j - {}_t \bar{G}_T \right) + \beta \left(\sum_j {}_t G_j - {}_t \underline{G}_T \right) \right\} \frac{\partial \left(\sum_j {}_t G_j \right)}{\partial {}_t P_i} \frac{\partial {}_t P_i}{\partial {}_t Q_i} \\
& - \sum_u \left[\left\{ \alpha \left(\sum_j {}_{t+\tau_u} G_j - {}_{t+\tau_u} \bar{G}_T \right) + \beta \left(\sum_j {}_{t+\tau_u} G_j - {}_{t+\tau_u} \underline{G}_T \right) \right\} \frac{\partial \left(\sum_j {}_{t+\tau_u} G_j \right)}{\partial {}_{t+\tau_u} P_{iu}} \frac{\partial {}_{t+\tau_u} P_{iu}}{\partial {}_t Q_i} \right] \\
& = {}_t \alpha_i - \gamma_i
\end{aligned} \tag{37}$$

なお、 ${}_t Q_i$ に対する使用水量制限は次式により決定する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{Q}_i &= \min \left(Q_i, Q_{iu} - \sum_{l=1}^u J_l \right) \\ \underline{Q}_i &= \max \left(\underline{Q}_i, \underline{Q}_{iu} - \sum_{l=1}^u J_l \right) \end{aligned} \right\} \tag{38}$$

(37) 式および (38) 式により等価 1 調整池式水力発電所に変換されたので、以後の計算方法は自流式発電所を伴わない場合と同様である。

4. 火力系の解析

4.1 火力出力に関するグラジェント

水系と火力系は、需給バランス条件により λ を介して分離されたが、火力系を解析する場合、需給バランス条件をあらためて制限条件として考えると、火力系分担保荷 ${}_t G$ は、

$${}_t G = \sum_j {}_t G_j = {}_t P_R + L - \sum_r \sum_i {}_t P_{ri} \tag{39}$$

火力系の目的とする運用は考察期間中の総燃料費最小となるような運用であり、(39) 式を導入した目的関数 Ψ を定義すると、

$$\Psi = \sum_t \sum_j {}_t F_j - \sum_t \left\{ \lambda \left(\sum_j {}_t G_j - {}_t P_R - L + \sum_r \sum_i {}_t P_{ri} \right) \right\} \tag{40}$$

結局、問題は (40) 式で定義される目的関数 Ψ を最小にするような負荷配分 ${}_t G_j$ を求めることに帰せられる。火力系の最適負荷配分を考える場合には、水系の分担保荷は前回においてすでに求まっている値に固定され、定数として考えられるので、(40) 式は時間帯 t に関しての総和を表わしているが、各時間帯独立に最適負荷配分を求めると、それが全考察期間を通しての最適な負荷配分となる。従って、(40) 式は次のように書き換えられる。

$$\Psi = \sum_j {}_t F_j - \lambda \left(\sum_j {}_t G_j - {}_t P_R - L + \sum_r \sum_i {}_t P_{ri} \right) \quad (t = 1, 2, \dots, N) \tag{41}$$

(41) 式から、 ${}_t G_j$ に関するグラジェントを求めると、

$$\frac{\partial \Psi}{\partial {}_t G_j} = \frac{d {}_t F_j}{d {}_t G_j} - \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_t G_j} \right) \tag{42}$$

(42) 式の左辺を零においた式が電力協調方程式に他ならない。火力出力は (42) 式で表わされるグラジェントに比例した修正を行なうものとする、

$$\Delta_i G_j = -\kappa \left\{ \frac{d_i F_j}{d_i G_j} - \iota \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial_i G_j} \right) \right\} \quad (43)$$

ただし、 κ は収斂定数であり、負の符号は極小値へ向う修正であることを意味する。

4.2 火力出力の修正

火力系の最適負荷配分を求めるには任意の仮定値より出発して求めることができるが、さらに能率のよい方法は、前回の火力系の計算において求めた最適負荷配分 ${}_i G_j^*$ から出発する方法である。すなわち、水力系の修正によっても、火力系の分担負荷に大きな変動はなく、従って前回の負荷配分 ${}_i G_j^*$ が新しい最適値の近傍にあり、そこから出発することにより速やかに最適値に達することができるからである。ここで、水力系の修正による火力系分担負荷の変動分 $\Delta_i G$ は、

$$\Delta_i G = {}_i G - {}_i G^* \quad (44)$$

ただし、 ${}_i G^*$ は前回の火力系分担負荷であり、 ${}_i G$ は今回要求されている火力系分担負荷である。(44)式の変動分(火力系に対する補正量)を火力系の第1回目の修正に際し考慮することにする。

${}_i G_j^*$ の値により、次の3群に分けて考える。

$$A \text{ 群; } {}_i G_j^* = \bar{G}_j, \quad \text{かつ } \iota \beta_j \leq \iota \lambda$$

$$B \text{ 群; } {}_i G_j^* = \bar{G}_j, \quad \text{かつ } \iota \beta_j > \iota \lambda$$

$$\underline{G}_j < {}_i G_j^* < \bar{G}_j$$

$${}_i G_j^* = \underline{G}_j, \quad \text{かつ } \iota \beta_j < \iota \lambda$$

$$C \text{ 群; } {}_i G_j^* = \underline{G}_j, \quad \text{かつ } \iota \beta_j \geq \iota \lambda$$

ただし、

$$\iota \beta_j = \left(\frac{\frac{d_i F_j}{d_i G_j}}{1 - \frac{\partial L}{\partial_i G_j}} \right) {}_i G_j^* \quad (45)$$

まず最初、すべての時間帯を B 群に配属し、次式により $\iota \lambda$ を求める。

第1回目の修正のとき;

$$\sum_j \Delta_i G_j = {}_i G - {}_i G^* = -\kappa \sum_{j \in B} \left\{ \frac{d_i F_j}{d_i G_j} - \iota \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial_i G_j} \right) \right\} \quad (46)$$

すなわち、

$$\iota \lambda = \frac{\kappa \sum_{j \in B} \frac{d_i F_j}{d_i G_j} + ({}_i G - {}_i G^*)}{\kappa \sum_{j \in B} \left(1 - \frac{\partial L}{\partial_i G_j} \right)} \quad (47)$$

第2回目以後における修正のとき;

$$\sum_j \Delta_i G_j = 0 = -\kappa \sum_{j \in B} \left\{ \frac{d_i F_j}{d_i G_j} - \iota \lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial_i G_j} \right) \right\} \quad (48)$$

すなわち、

$${}_i\lambda = \frac{\sum_{j \in B} \frac{d_i F_j}{d_i G_j}}{\sum_{j \in B} \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_i G_j}\right)} \quad (49)$$

次に、 ${}_i G_j^* = \bar{G}_j$ であつ (47) 式または (49) 式で求めた ${}_i\lambda$ と ${}_i\beta_j$ を比較し、 ${}_i\beta_j \leq {}_i\lambda$ の時間帯を A 群に移す。同様に、 ${}_i G_j^* = \underline{G}_j$ であつ ${}_i\beta_j \geq {}_i\lambda$ の時間帯を C 群に移す。かくして、A 群又は C 群へ移行する時間帯がなくなるまで ${}_i\lambda$ の計算を行ない、上記の判定を繰り返す。修正された負荷は次式により求める。

$$\left. \begin{aligned} {}_i G_j &= \bar{G}_j & j \in A \\ {}_i G_j &= {}_i G_j^* - \kappa \left\{ \frac{d_i F_j}{d_i G_j} - {}_i\lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_i G_j}\right) \right\} & j \in B \\ {}_i G_j &= \underline{G}_j & j \in C \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

ここで、 ${}_i\lambda$ は (47) 式又は (49) 式で求めた値である。

4.3 火力出力制限による修正

(50) 式による B 群の修正により火力出力制限を犯すことが考えられるので、その判定を行なう必要がある。もし、火力出力制限を犯した火力ユニットがある場合には、まず次の 3 群に分類する。

$$\begin{aligned} A \text{ 群} &: {}_i G_j^* \geq \bar{G}_j \\ B \text{ 群} &: \underline{G}_j < {}_i G_j^* < \bar{G}_j \\ C \text{ 群} &: {}_i G_j^* \leq \underline{G}_j \end{aligned}$$

ここで、 ${}_i G_j^*$ は (50) 式で求めた値であり、A 群および C 群は修正されるべき時間帯の集合である。需給バランス条件より次式が成立する。

$$\sum_{j \in A} ({}_i G_j^* - \bar{G}_j) + \sum_{j \in C} ({}_i G_j^* - \underline{G}_j) = -\kappa \sum_{j \in B} \left\{ \frac{d_i F_j}{d_i G_j} - {}_i\lambda \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_i G_j}\right) \right\} \quad (51)$$

すなわち、

$${}_i\lambda = \frac{\kappa \sum_{j \in B} \frac{d_i F_j}{d_i G_j} + \sum_{j \in A} ({}_i G_j^* - \bar{G}_j) + \sum_{j \in C} ({}_i G_j^* - \underline{G}_j)}{\kappa \sum_{j \in B} \left(1 - \frac{\partial L}{\partial {}_i G_j}\right)} \quad (52)$$

(52) 式より ${}_i\lambda$ を求め、(50) 式により火力出力を修正する。再び火力出力制限の判定を行ない、すべての火力ユニットの出力が制限内におさまるまで上記の修正を繰り返す。

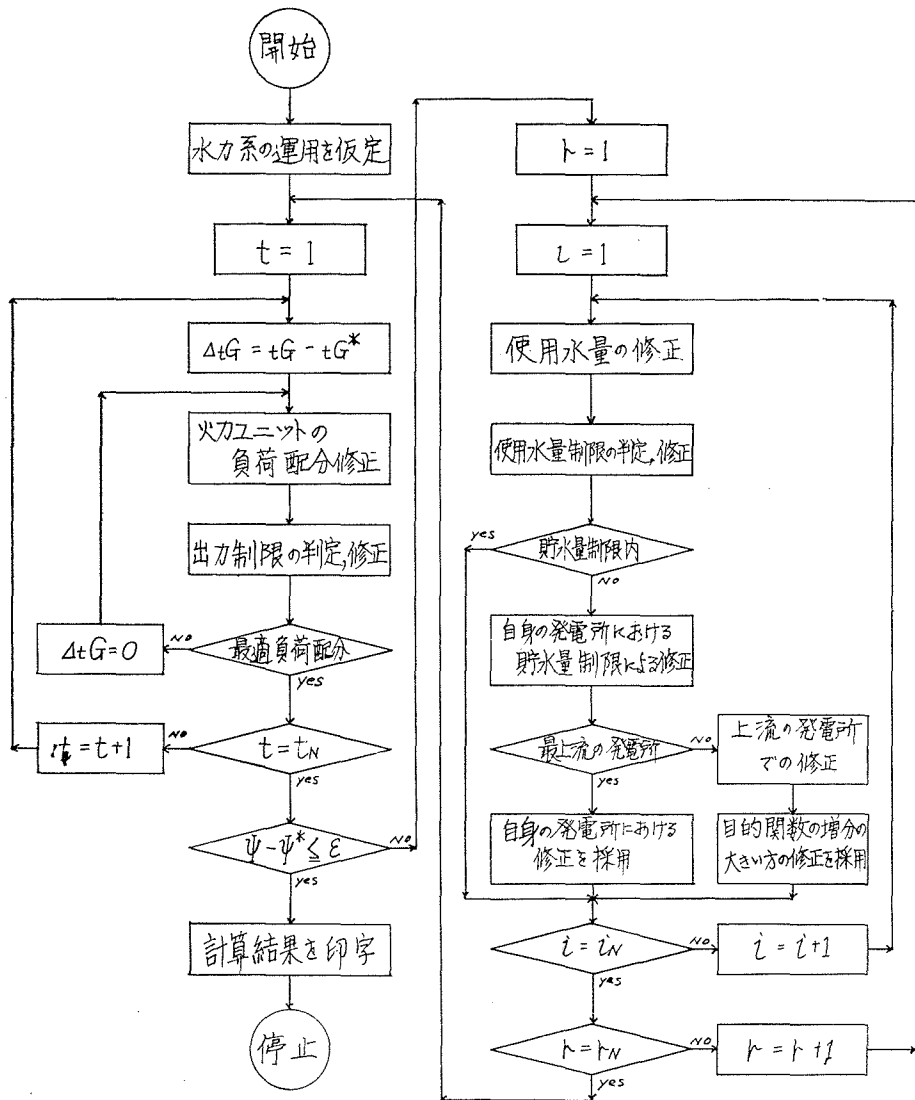
かくして、出力制限の判定が終ると、火力ユニットの最適配分が得られたかどうかの判定を行なう。ただし、第 1 回目は無条件で再修正に向わせる。なお、2 回目以後の修正では火力系分担負荷に変動はないので、補正量は零であり、 ${}_i\lambda$ の計算は (49) 式による。

5. フローチャート

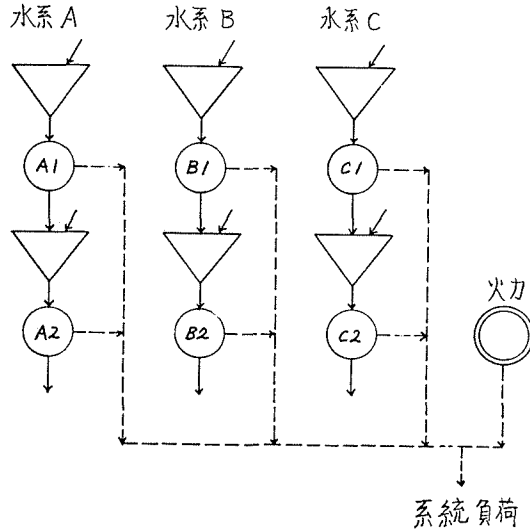
第5図に、水火力併用システムの発電計画を求める計算手順の大略をフローチャートにして示す。

6. 数値計算例

試算を行なった系統は、第6図に示すように、3水系6調整池式水力発電所および1火力発電所よりなるモデル水火力併用系統である。



第5図 フローチャート



第 6 図 モデル系統

火力発電所燃料費特性は次式の通りとした。

$$F = 0.002 G^2 + 1.2 G + 10.0 \tag{53}$$

なお、火力出力に対しては制限を設けなかった。

第 1 表 水力発電所諸データ

発電所	a	b	c	\underline{Q} (m ³ /sec)	\bar{Q} (m ³ /sec)	S (m ³ /sec-hour)	\bar{S} (m ³ /sec-hour)	$\tau_{1,2}$ (hour)	J (m ³ /sec)
A 1	-0.037	2.719	-7.285	3.0	14.9	0	66.4	—	6.0
A 2	-0.0067	0.799	-2.761	4.0	26.3	0	64.0	4	9.6
B 1	-0.024	3.694	-7.341	3.0	15.8	0	80.0	—	6.3
B 2	-0.018	1.569	-3.260	4.0	14.0	0	80.0	3	3.7
C 1	-0.0075	1.546	-1.825	3.0	16.0	0	70.0	—	6.4
C 2	-0.012	0.805	-1.246	4.0	22.0	0	45.0	2	4.6

第 2 表 系統負荷

時間帯	系統負荷 (MW)	時間帯	系統負荷 (MW)	時間帯	系統負荷 (MW)	時間帯	系統負荷 (MW)
1	494	7	553	13	667	19	832
2	481	8	602	14	745	20	804
3	473	9	701	15	731	21	782
4	470	10	728	16	730	22	706
5	485	11	731	17	836	23	605
6	516	12	678	18	873	24	545

水力発電所出力特性は変落差特性を無視し、次式で近似した。

$$P = aQ^2 + bQ + c \quad (54)$$

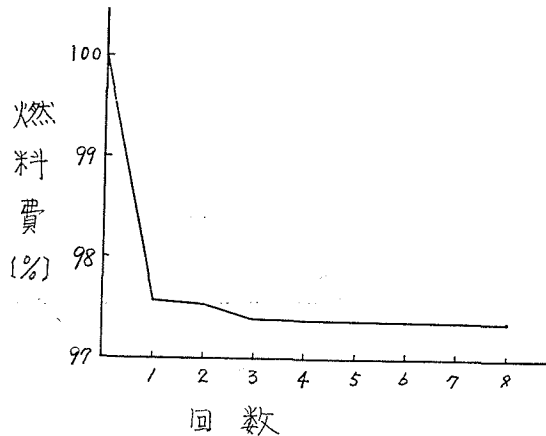
各発電所における出力特性、使用水量制限、貯水量制限、流下時間遅れおよび流入量を第1表に総めて示す。

系統負荷を第2表に示す。なお、送電損失は無視した。

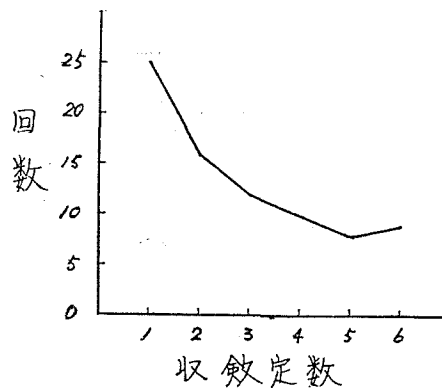
第7図に収斂状況を、第8図には収斂定数に対する収斂回数を示す。 $\kappa=7$ では計算不能となった。

第9図、第10図および第11図には、各水系における合計出力および貯水量変動を示す。第12図に系統負荷および火力分担出力を示す。

今回の計算例では、総燃料費の差が100円未満(約0.0003%)になるまで反覆計算を行なったが、その回数は第8図から解るように非常に少なく、しかも第7図から解るように3回程度の繰り返して殆んど収斂している。今回は出発値を全時間帯自流運転の状態としたが、さらに



第7図 収斂状況

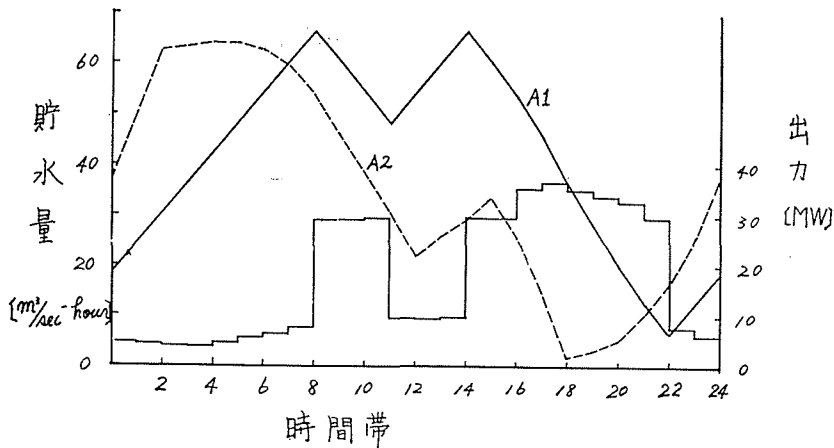


第8図 収斂定数による収斂回数の変化

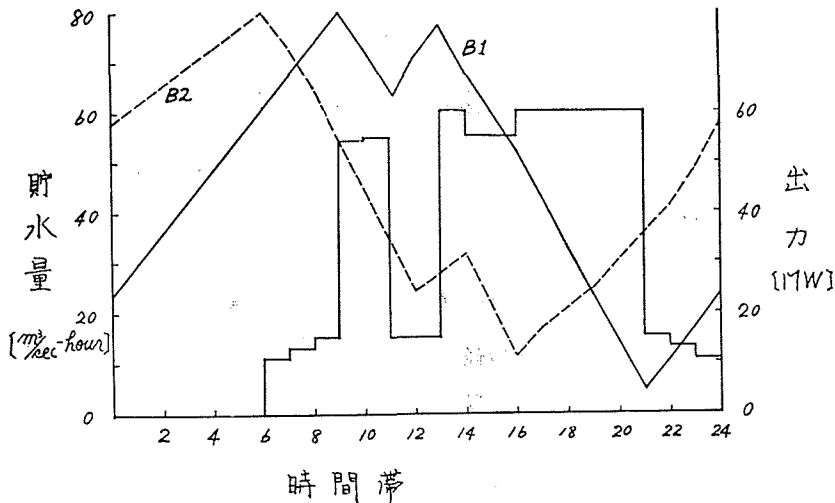
適当な出発値を与えることにより、より速やかに収斂するものと思われる。

最適な収斂定数は入力データ、系統特性等により異なり、一般的な最適収斂定数を決定するのは困難であるので、そのつど適当な値を選び出す必要がある。なお、収斂定数が最適値を越えると所要収斂回数は急激に増加し、発散する傾向があるので、多少小さな値を選ぶ方が安全であり、又収斂定数が最適値よりも多少小さいときには、収斂回数の増加は僅かである。

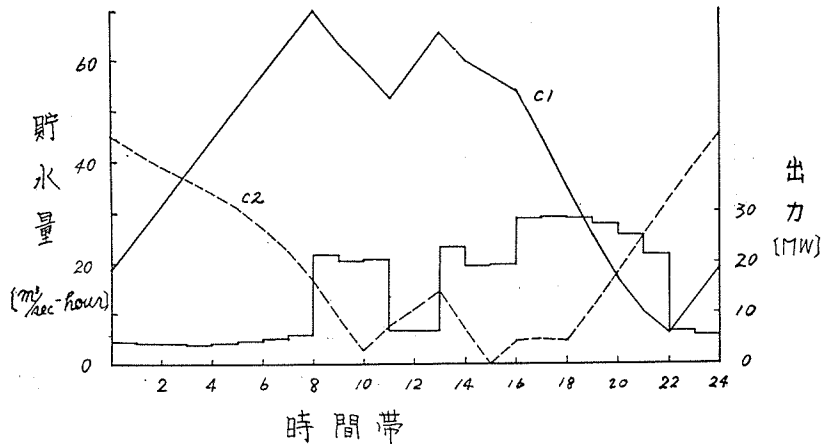
使用水量が使用水量の下限値以下となったときには運転停止とするため、今回の計算例では発電所 **A1**, **B1**, **B2**, **C1** が軽負荷時に停止して低能率運転を避け、貯水した水をピーク時に一挙に使う運用となっている。このことは、従来の運用ルールであるところの、軽負荷時には水力系はできるだけ停止させ、ピーク時に運転させる運用ルールと一致し、好ましい運転方



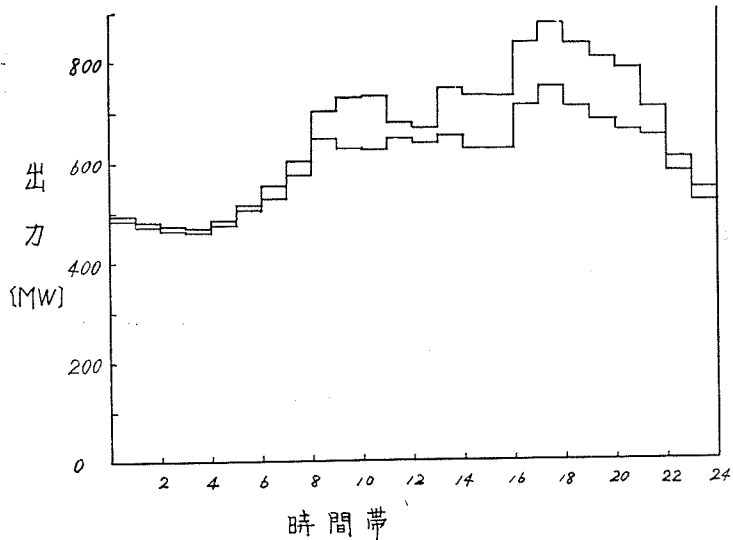
第9図 水系Aの貯水量変動および出力



第10図 水系Bの貯水量変動および出力



第11図 水系Cの貯水量変動および出力



第12図 系統負荷および火力分担出力

式であると言える。なお、水力発電所を停止させたくない場合には、(26)式の左辺第2項の総和を Q_i^* から $(Q_i^* - Q_i)$ に修正することにより容易に修正することができる。

7. 結 言

連接水系群を含む水火併用系統の経済運用解析をグラジェント法により行ない、モデル系統に適用して数値計算を行ない、有力な方法であることを確かめた。さらに、変落差特性、送電損失、自流式発電所を伴う場合、火力系が多機系の場合等について数値計算を行ない、評価する必要があるが、これについては別の機会に発表することにする。

本方法による水力発電所の起動停止は、必ずしも最適な起動停止であるとは言えない。さ

らに、火力ユニットの最適起動停止を含んだ全般的な水火力併用系統の解析が望まれるのであり、後日を期するつもりである。

最後に、御討議を頂いた北海道電力株式会社需給課長沖崎照司氏をはじめ需給課の諸氏に深く感謝の意を表すると共に、特に試料の整備および数値計算に際し多大の御援助を頂いた萩原静雄氏に対し深謝する次第である。

文 献

- 1) 系統運用委員会：電力系統の経済運用に関する研究 (昭 37), 電力中央研究所技術研究所.
- 2) B. Bernholtz and L. J. Graham: "Hydrothermal Economic Scheduling, Part III. Scheduling the Thermal Subsystem Using Constrained Steepest Descent, AIEE Transaction, Pt. III, vol. 81, February 1962, pp. 1096-1105.