



Title	あらさ曲線の周期解析法
Author(s)	池田, 正幸; Ikeda, Masayuki
Citation	北海道大學工學部研究報告, 39, 27-46
Issue Date	1965-12-14
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40776
Type	departmental bulletin paper
File Information	39_27-46.pdf



あ ら さ 曲 線 の 周 期 解 析 法

池 田 正 幸*

Periodicity Analysis of Surface Roughness Curve

Masayuki IKEDA

Abstract

Recently, numerous analyses with several kinds of worked surface roughness have been tried. This report is mainly concerned with the periodicity of surface roughness curve, and statistical techniques applied to period measuring methods are proposed.

The period research using auto-correlation function and periodgram, contingent line and movement average process are tried and compared for period measuring methods of surface roughness.

Because of both merits and demerits of each method tried, a single best method could not be pointed out. However, the periodgram may be most useful because of the capability of the confidence inspection and definite period separation of several periodic waves superposed on the surface roughness curve.

Further study is necessary to find a suitable value which still represents the periodicity of the surface roughness while having no apparent periodicity.

1. 緒 論

表面の有する性質を明らかにする手段として、あらし測定機を使ってあらし曲線を測定し、そのあらし曲線の性質を種々解析する方法が従来行なわれてきた。最近になって、測定したあらし曲線の特に周期性検出を目的として、情報理論その他を応用した解析が盛んに行なわれるようになった。

情報理論その他を応用した解析の第一歩として、真のあらし曲線を入力波形とし、測定されたあらし曲線を出力波形と考え、あらし測定機を波形伝送系とみた場合の測定機の性質を中村が解析している¹⁾。それに続いて、出力波形を時系列論的に解析する二、三の試みが行なわれている^{2,3)}。

本論文では色々な手法を用いたあらし曲線の周期測定法について検討した。各章ごとの解析方法を順を追って列挙すると次のようである。変位型ピックアップを使って求めたあらし曲線の自己相関関数をアナログ型磁気相関計で計算した結果と、そのあらし曲線からデジタル的に計算した自己相関関数(コレログラム)との比較を行なった。続いて、あらし曲線につい

* 精密工学教室精密機器学第一講座

てピリオドグラムの計算とその信頼度の検定法について述べ、さらに、偶発性直線の意味とその信頼度の検定法、および比較的長い周期を知る上に都合のよい移動平均過程について述べた。最後に以上の結果を総合して、それぞれの周期解析法を比較吟味し、今後の問題点を指摘した。

なお、本論文で周期を求めるために用いた時系列論的解析法、あるいは統計的解析法は以前から雑音解析や地震学等で普通に利用されてきた方法である。あらさ曲線を雑音と信号波の混合した波形と考え、雑音成分と信号成分(周期成分)の分離、あるいは雑音成分の量とその性質を簡単な方法で表示しようとする試みは、そのまま、あらさ曲線の性質を簡単な数値で表現しようとする筆者の努力と極めて類似していると考えられる。

2. 自己相関関数を使った周期解析

2.1 実験の目的

表面あらさの周期を求める代表的な手法、すなわち、ステレオ用ピックアップを使った周波数分析については、すでに別報で発表した⁴⁾。

本章では、周波数分析と表裏の関係をもつ、自己相関関数を用いて表面あらさの周期検出を行なった結果について述べる。この自己相関関数は雑音解析や自動制御の分野で頻りに用いられているし、表面あらさの周期成分検出に実際に応用した例も、すでに報告されている⁵⁾。本章で、アナログ型磁気相関計⁶⁾を使って計算した自己相関関数とデジタル電子計算機や簡略計算法⁷⁾で計算した結果とを比較検討し、各方法のあらさ曲線解析への適応性を知る。

2.2 自己相関関数について

あらさ曲線の周期解析を目的とした自己相関関数の計算方法については、すでにいくつかの報告が発表されている^{5,8)}。本節では自己相関関数の一般的な性質の列挙と、特に表面あらさ曲線が $f(x)$ なる関数で代表される時、二、三の $f(x)$ に応答する自己相関関数 $\varphi(\tau)$ を計算する。

2.1.1 自己相関関数の定義と関数の一般的な性質

一般にあらさ曲線を $f(x)$ とおくと、 $f(x)$ の自己相関関数は次式であらわされる。

$$\varphi(\tau) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) \cdot f(x+\tau) dx \quad (2.1)$$

式からわかるように、 $\varphi(\tau)$ は純然たる二つの位置 x の差 τ の関数となる。この自己相関関数には次のような一般的性質がある。

i) $\varphi(\tau) = \varphi(-\tau)$

自己相関関数は τ について偶関数である(このことは、 $f(x)$ が定常的なランダムプロセスの場合、 $\varphi(\tau)$ は2つの x の差 τ だけで決定されることを示すものである)。

ii) 自己相関関数は $\tau=0$ において最大値をとる。

$$\begin{aligned} \{f(0) - f(\tau)\}^2 &= \overline{f^2(0)} - 2f(0) \cdot f(\tau) + \overline{f^2(\tau)} \\ &= \varphi(0) - 2\varphi(\tau) + \varphi(0) = 2\varphi(0) - 2\varphi(\tau) \geq 0 \end{aligned}$$

したがって $\varphi(0) \geq \varphi(\tau)$ が成立する。

iii) 自己相関関数は τ が増加するにつれて、時には振動しながら漸減し、一定値に近づく。また、 $\varphi(\tau)$ は L が十分大きくなれば、 x に無関係となる。

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \varphi(\tau) = \text{const.}$$

iv)

$$\begin{cases} \varphi(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \\ \Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \end{cases} \quad (2.2)$$

パワースペクトラム $\Phi(\omega)$ と自己相関関数はフーリエ変換および逆変換によってどちらからでも、一方から他方を求めることができる。

v) $f(x)$ がたとえ不連続でも、 $\varphi(\tau)$ は連続関数となる。

2.2.2 自己相関関数の二、三の計算例

代表的ないくつかの $f(x)$ について、上節で定義し、その性質を挙げた $\varphi(\tau)$ を実際に計算してみる。

i) 周期関数の自己相関関数

$f(x) = A \sin(\omega_0 x + \alpha)$ とおくと、(2.1) 式によつて

$$\begin{aligned} \varphi(\tau) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2L} \int_{-L}^L A^2 \sin(\omega_0 x + \alpha) \sin\{\omega_0(x + \tau) + \alpha\} dx \right] \\ &= \frac{A^2}{2} \cos \omega_0 \tau \end{aligned} \quad (2.3)$$

もとの関数と同じ周期をもつ周期関数となり、 $\tau \rightarrow \infty$ で消滅しない。

ii) 直流成分と周期成分の重なっている関数の自己相関関数

$f(x) \equiv c + f_1(x)$, $f_1(x) = A \sin(\omega x + \alpha)$ とおく。

$$\begin{aligned} \varphi(\tau) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) \cdot f(x + \tau) dx \\ &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \{c + f_1(x)\} \cdot \{c + f_1(x + \tau)\} dx \\ &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \left[c^2 + c \{f_1(x) + f_1(x + \tau)\} + f_1(x) \cdot f_1(x + \tau) \right] dx \\ &= c^2 + \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L c \int_{-L}^L \{f_1(x) + f_1(x + \tau)\} dx + \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f_1(x) \cdot f_1(x + \tau) dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= c^2 + \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f_1(x) \cdot f_1(x+\tau) dx \\
&= c^2 + \frac{A^2}{2} \cos \omega_0 \tau
\end{aligned} \tag{2.4}$$

c^2 の直流成分と周期成分の重畳した周期関数となる。

iii) ガウス分布をする関数の自己相関関数

$$\begin{aligned}
f(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp -\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2} \quad \text{とおく。} \\
\varphi(\tau) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} \right\} \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-x_0-\tau)^2}{2\sigma^2}} \right\} dx \\
&= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(x-x_0-\tau)^2}{2\sigma^2}} dx \\
&= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\left\{ \frac{2(x-x_0)^2 - 2\tau(x-x_0) + \tau^2}{2\sigma^2} \right\}} dx \\
&= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\left[\frac{2\left\{ (x-x_0-\frac{\tau}{2})^2 + \frac{\tau^2}{4} \right\}}{2\sigma^2} \right]} dx \\
&= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\tau^2}{4\sigma^2}} \int_{-L}^L e^{-\frac{(x-x_0-\frac{\tau}{2})^2}{\sigma^2}} dx
\end{aligned}$$

ここで $t \equiv \left(x - x_0 - \frac{\tau}{2}\right) / \sigma$ とおくと

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{\sigma} \quad dx = \sigma dt$$

$$\text{公式} \quad \sqrt{\pi} - \int_0^x e^{-t^2} dt \approx e^{-x^2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!!}{2^{n+1} \cdot x^{2n+1}}$$

上の二式を使うと

$$\varphi(\tau) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\tau^2}{4\sigma^2}} \int_{-L}^L \sigma e^{-t^2} dt$$

ここで e^{-t^2} は偶関数であるから積分範囲を書きかえると

$$\begin{aligned}
\varphi(\tau) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \frac{\sigma}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\tau^2}{4\sigma^2}} \int_{-L}^L e^{-t^2} dt \\
&= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{\tau^2}{4\sigma^2}} \int_{-L}^L e^{-t^2} dt \\
&= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{\tau^2}{4\sigma^2}} \cdot 2 \int_0^L e^{-t^2} dt
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \frac{1}{\pi\sigma} e^{-\frac{\tau^2}{4\sigma^2}} \int_0^L e^{-t^2} dt \\
 &\approx \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \frac{1}{\pi\sigma} e^{-\frac{\tau^2}{4\sigma^2}} \left\{ \sqrt{\pi} - e^{-L^2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!!}{2^{n+1} \cdot L^{2n+1}} \right\} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

ただし $(2n-1)!! = (2n-1) \times (2n-3) \times \dots \times 3 \times 1$.

(2.5) 式において括弧内の第 2 項は L が十分大きい値の時、第 1 項に比較して極めて小さな値となる。

L をある十分に大きい一定の値と仮定し、さらに τ を大きくしてゆくと、 $e^{-\frac{\tau^2}{4\sigma^2}}$ の項によって第 1 項は零に収斂する。このことから、ガウス分布関数の自己相関関数は厳密に求められないが、式の型から考えて、全体として急速に零に収束する強い傾向をもっていることがわかる。

2.3 アナログ型磁気相関計による計算

先端半径約 10 ミクロンの触針のついた変位型ピックアップを使ってあらし曲線を測定した。表面あらしの凹凸に対応する電圧変動を PW 変調型データレコーダで磁気テープに記録し、周波数変換を行なった後、アナログ型磁気相関計 (Photo. 2-1) で自己相関関数を計算した。測定に用いたあらしの試料は三角波標準片、あらしのベルト研削加工標準片、研削加工標準片、および粒度 60 # (粒径約 297 ミクロン)、120 # (約 125 ミクロン)、240 # (約 83 ミクロン) 三種のランダム砥粒で軟鋼面を湿式ラップした面の 6 種である。あらし曲線の記録装置の写真を Photo. 2-2 に示す。右から変復調部、テープ駆動部、前置増幅器、試料駆動部とピックアップ、左端が前置増幅器の電源である。用いた試料のあらし測定機で測定したあらし曲線を Fig. 2-1 に示す。実際に計算を行なった結果を Fig. 2-2 (A)~(D) に示す。この図から (A)~(D) いずれも直流成分が重畳しているのが認められる。

(A) は三角波標準片のあらし曲線の自己相関関数であり、直流成分と周期成分が重畳しており前節の (2.4) 式が実際に適用された例と考えられる。ただし、このあらしでは周期成分は単一の周期波だけでなく、いくつかの整数倍周期の周期波の合成と考えられる。

(B) は研削面のあらしの計算結果で、一般に

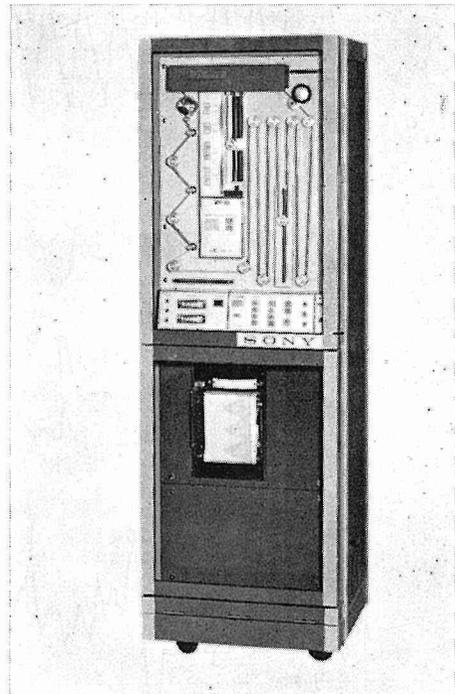


Photo. 2-1. Photograph of Analogue type Magnetic Auto-correlator.

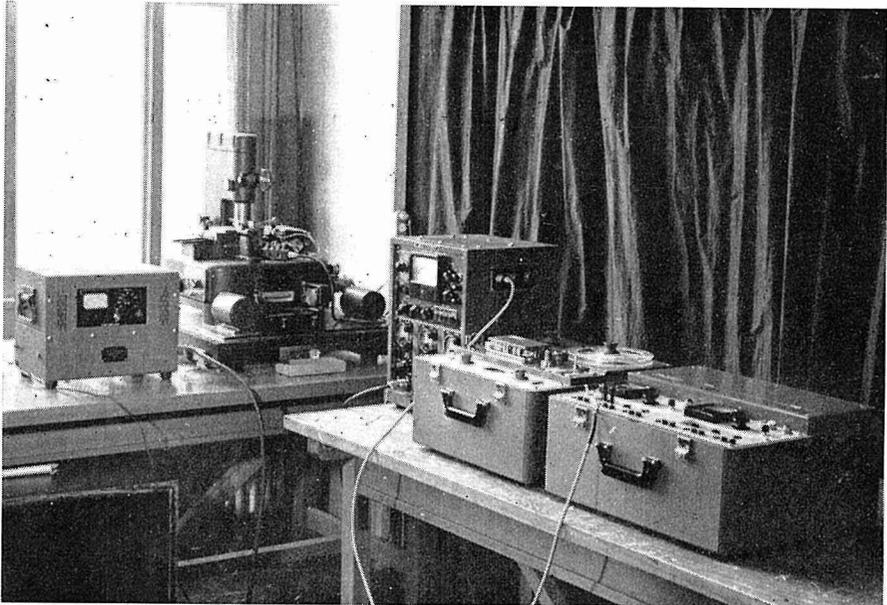


Photo. 2-2. Photograph of Recording Apparatus of Surface Roughness Curve used Displacement type Pick-up and Tape Data-recorder.

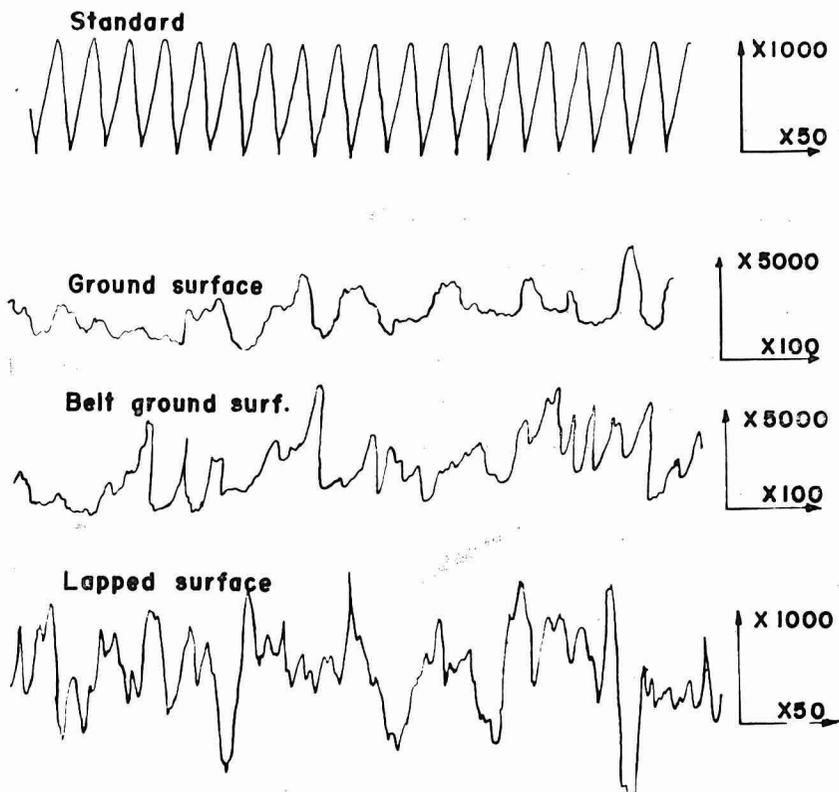


Fig. 2-1. Worked Surface Roughness Curves.

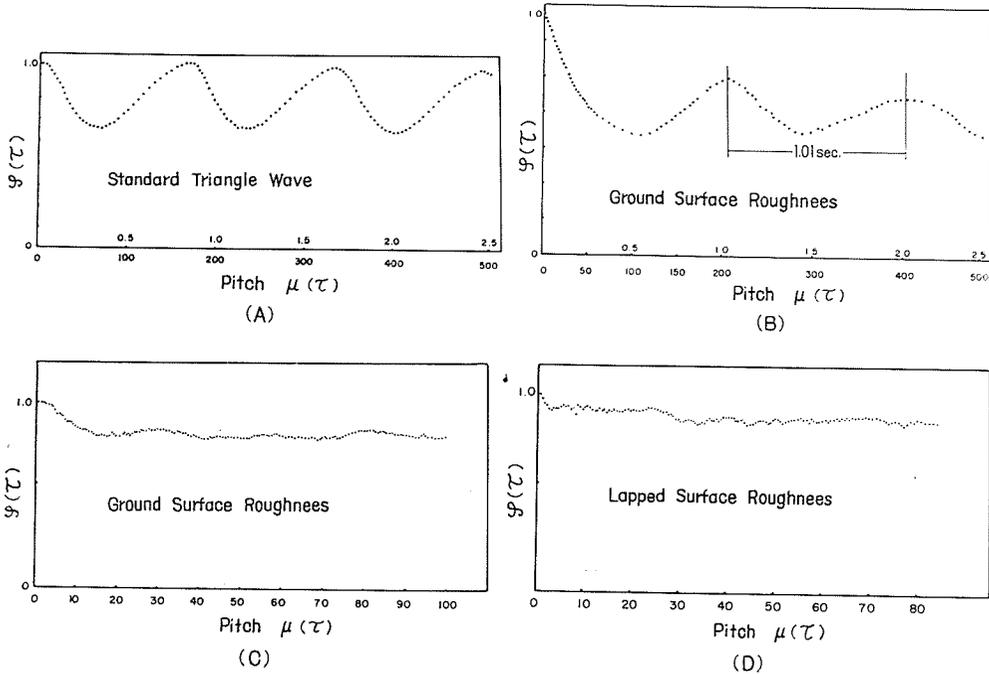


Fig. 2-2. Correlogram Calculated with Analogue type Magnetic Correlator.

砥粒加工面は周期性が認められないと云われているが、たまたま周期性があらわれた例である。あらさ曲線は、3つの成分、すなわち、直流成分と周期成分とランダム成分の集まった波であることがわかる。ランダム成分は τ を大きくしてゆくと次第に減少する。したがって、全体として一定周期で振動しながら減衰し、直流成分に近づいてゆく。(C)と(D)はベルト研削面のあらさ曲線と、ラップ加工面のあらさ曲線の計算結果である。両者とも直流成分とランダム成分の合成であり、特に(D)のラップ加工面あらさについては、正規分布に近いことが知られている⁴⁾。したがって、(2.5)式が適用される例と考えられるが、実験条件の上から、直流成分の電圧が高く、その傾向が顕著にあらわれなかったものと考えられる。(B)で砥粒加工面のあらさに周期性が明らかにあらわれた原因についての追求は、砥粒加工機構の解明、砥粒による表面生成過程の問題であり、本論文では触れないことにする。自己相関関数を計算した試料について周期性の認められたものを分類すると、大略 Table 2-1 のようになる。周期性が存在する時

Table 2-1 Period

	Lapping	Grinding	Belt Grinding
Periodicity	0	2	0
Intermediate	1	1	2
Random	3	1	2

は、定性的に一目で知ることが出来る。

2.4 デジタル的に計算したコレログラム

前節において自己相関関数を電氣的、アナログ的に計算した。本節では相関計による計算結果を確認する意味と、電子計算機でデジタル的にコレログラムを計算することの有意性を知る目的で計算を行なった。

前節で相関計によって自己相関関数を計算するために、あらさ曲線の記録されているテープを使った。そのテープの記録波形を適当な記録計を使って記録紙上に描かせた。その記録波形からデジタル的に定められた一定の測定間隔で基準線からの波の高さを測定し、コレログラムを計算した結果と、同じ試料のあらさ曲線をあらさ測定機を使って測定し、そのあらさ曲線を使って同様にコレログラムを計算したものとを比較した。その1つの例を Fig. 2-3 に示す。図から両者の傾向は大体似ていることがわかる。

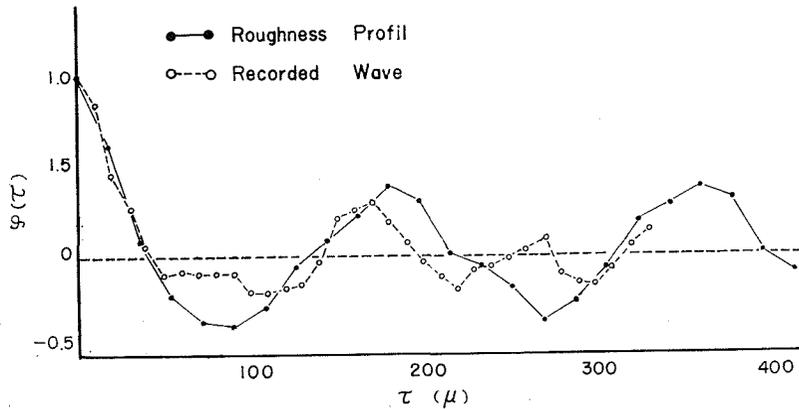


Fig. 2-3. Comparison Carrelogram of Ground Surface Roughness Profile and Recorded Roughness Wave.

次に同じ試料のあらさ曲線をあらさ測定機（日本光学製仕上面検査機，山本式触針型表面あらさ試験機を使用，触針先端半径10ミクロン以下の鋼針）を使って求め，それを10ミクロンまたは20ミクロンの測定間隔で，基準線から波までの距離を測定し，その一連の測定値を使って電子計算機でコレログラムを計算した。計算方法は自己相関関数の定義に基づいて，デジタル的に行なう。計算結果を Fig. 2-4 (A)~(D) に示す。(A) は三角波標準片についての計算結果で，わずかにランダム成分が含まれていることがわかる。計算結果にランダム成分があらわれた原因は主として，標準片を機械加工した際の誤差であろうと思われる。(B) は研削面の計算結果で， τ が非常に大きくなると周期性がくずれて，ランダムになるのがわかる。このことから周期性は偶然あらわれたもので，その周期が続く長さが有限であろうと考えられる。(C) と (D) はベルト研削面とラップ加工面の計算結果である。両者ともランダムなあらさ曲線であるが，コレログラムを比較すると，明らかにあらさ曲線の性質が異なっていることが

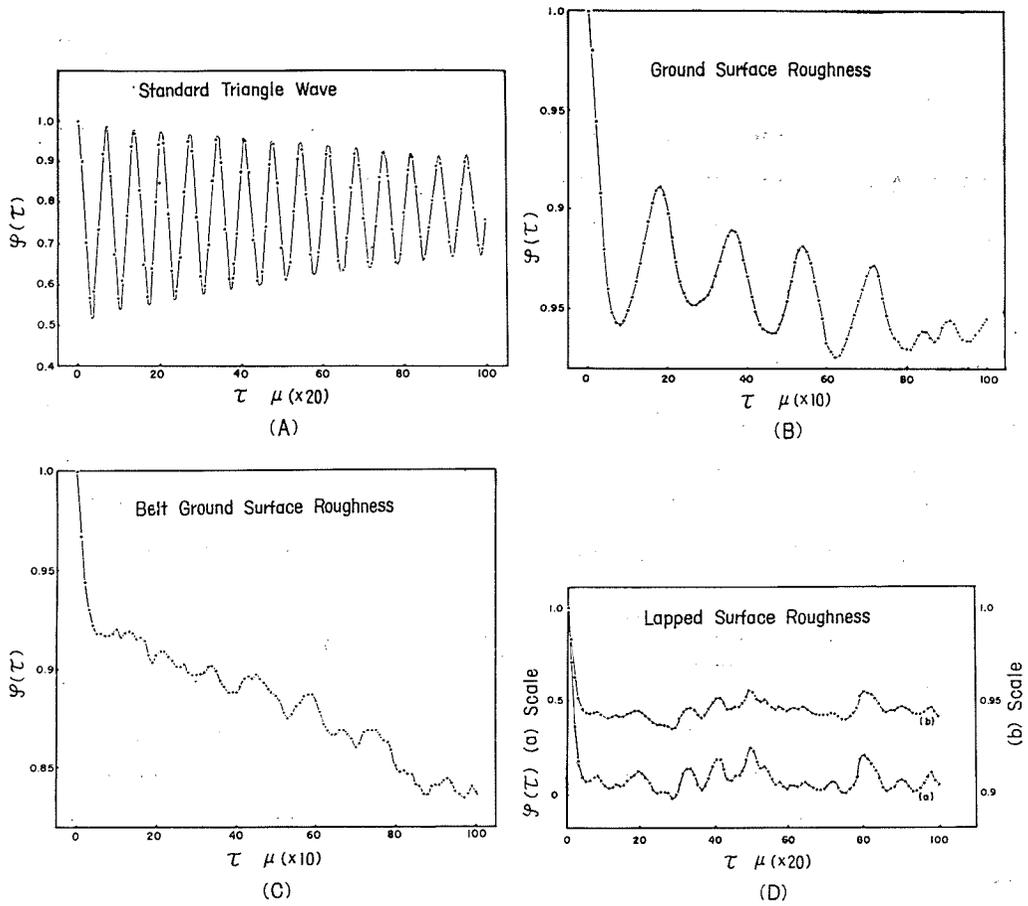


Fig. 2-4. Correlogram by Electronic Digital Computer.

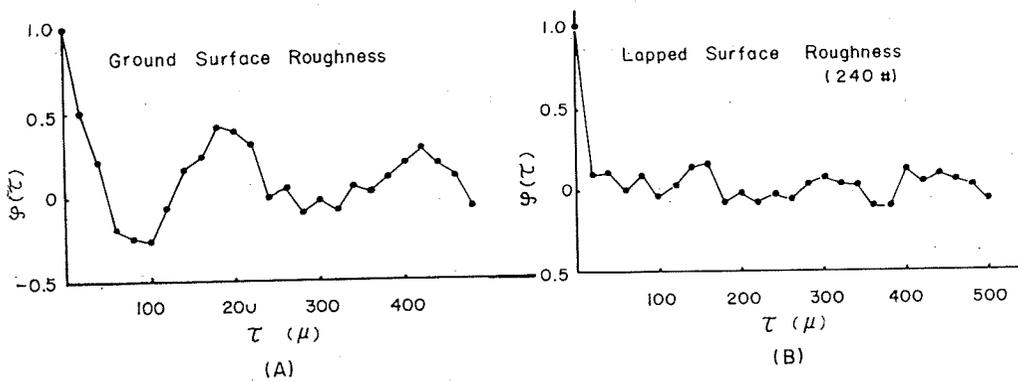


Fig. 2-5. Correlogram by Tomoda's Method.

わかる。特に (D) で急速に一定値へ減衰しているのは (2.5) 式の性質をよくあらわしていると考えられる。

(A)~(C) はいずれも直流成分が重畳している。また、(D) 図の (a) と (b) を比較すると、

(b) は (a) のあらし曲線へ故意に直流成分を重ねて計算した結果で、その差は明瞭である。これは 2.2 節で計算した (2.4) 式の示す性質がランダム成分と直流成分の重ね合わせた波の場合にも全く同じように成立することを示すものである。

次にあらし測定機で求めたあらし曲線について、近似計算法⁷⁾で計算した例を示す (Fig. 2-5)。研削面 (A) とラップ加工面 (B) の両者ともに Fig. 2~4 で示した傾向とよく似ていることがわかる。このことから、筆算などで簡単にコレログラムを求めたい場合、近似計算法で十分代用できることがわかる。

2.6 考 察

アナログ型磁気相関計による計算結果や、あらし曲線からデジタル的に、一定測定間隔で測定した一連の測定値を使ってコレログラムを計算したり、またコレログラムの近似計算をした結果をまとめると次のことがわかった。

(1) コレログラム、あるいは自己相関関数はランダム成分の中に 1 つの周期成分が含まれているようなあらし曲線から周期成分の存在を知り、さらにその周期を定量的に求める上で有効な方法である。

(2) 使用したアナログ型磁気相関計では取り得る遅延時間の最大があらし曲線上で約 360 ミクロンであり、十分に大きいとは云えない。また計算できるあらし曲線も時間にして約 40 秒 (3.6 mm) 程度で十分長いとは云えない。したがって、あらし曲線に含まれているあらしの周期成分の周期が比較的長い場合、その波長の確認は困難となる。またあらし曲線に偶然あらわれた部分的な傷などの影響を受けやすい。それ故、あらし曲線解析用の相関計としてはさらに改良が必要であろう。

(3) デジタル電子計算機を使って計算する場合は、あらし測定機で測定した十分に長いあらし曲線を使って、遅延時間を必要なだけ十分長くとして計算することができる。この点で相当厳密な面のあらしの性質をあらわすコレログラムを得ることができる。しかし、電子計算機に計算させる以前のデータのあらし曲線から一定間隔で測定する作業が莫大となり、この点を解決しなければ実用的な方法とは云い難い。

(4) 他の計算で求めた周期を簡単に確認するような目的でコレログラムを計算する場合には、近似計算法で十分間に合うであろう。

(5) あらし曲線に含まれているいくつかの周期成分を分離し、その周期を知る場合には、さらに、計算した自己相関関数に別の計算処理を行なう必要がある。

以上、述べたように、自己相関関数を計算することは、単一周期成分の存在を知るための有効な手法であることがわかった。

今後、理論的にはアナログ的なあらし曲線をデジタル的に読みとって、それを計算に使う場合に生ずる量子化誤差の大きさを知ること、各種加工表面について、最も能率の良い有意の測定間隔を決定することが必要である。

次に、自己相関関数の性質を定量的に記述するために、自己相関関数をフーリエ変換してパワースペクトラムを求めることができるように、その簡単な近似計算方法を得る必要がある。このことにより、自己相関関数の利用はその欠陥を補ってさらに有効なものとなる。

さらに、実験的にはあらし曲線を求めるピックアップの出力をデジタル量に変換する作業を電氣的に行ない、その出力を電子計算機へ直接入力として与えることのできる専用変換機を作ることが望ましい。このような装置を用いると、コレログラムをはじめ次章のピリオドグラム等各種の統計的手法を応用したあらし曲線の解析法はもっと実用的で簡単便利なものとして、その活用範囲が広がるであろう。

最後にこの章の実験をするにあたり、相関計の利用その他数々の御便宜を与えて下さったソニー K.K. の方々に感謝する。

3. ピリオドグラム

3.1 ピリオドグラムの計算

変動する事象があり、その事象に全体として、ある周期が存在すると推定されるが、細かい不規則な変動、あるいはいくつかの周期的な変動が重畳して、簡単に周期を求めることが出来ない場合、ピリオドグラムによる周期解析が有効である。ピリオドグラムは Schuster が考案したものであるが、一般には数値計算の近似法として、Whittaker の方法が使われる¹³⁾。

Fig. 3-1 (A) のように、あらし曲線の基準線からの高さを一定間隔で測定し（これは前章のコレログラムの時と同じ手続きである）、 $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$ なる系列を作る。これを同

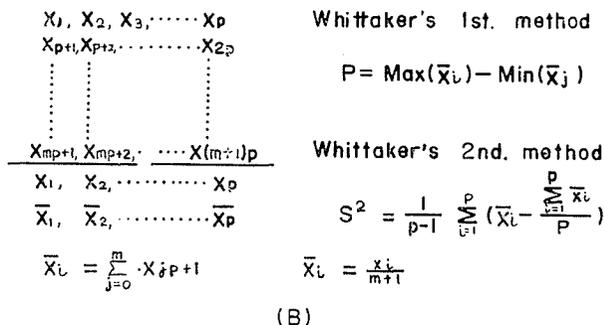
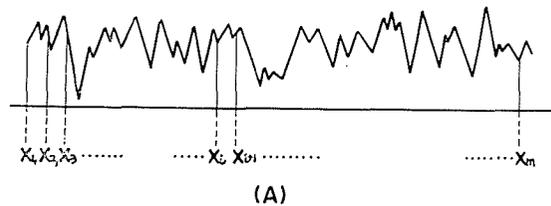


Fig. 3-1. Calculation of Periodgram by Whittaker's Method.

図 (B) のように排列して、二重排列を作る。各列の和を行の数 m で割り、各列の平均 \bar{X}_i を求める。 \bar{X}_i の分散 S^2 を計算すると、

$$S^2 = \frac{1}{P-1} \sum_{i=1}^p \left(\bar{X}_i - \frac{\sum_{i=1}^p \bar{X}_i}{P} \right)^2$$

列の数 P (これは仮定した周期に相当する) をいろいろ変えて、各々の P における分散を求める。横軸に P 、たて軸に S^2 を目盛ったグラフがピリオドグラムと呼ばれている。系列 x_i の周期と P の値が一致した時 (山と山、谷と谷が重なった時)、分散が極大となる。したがって、ピリオドグラム上で分散 S^2 が極大となった P をもってその系列の周期と考える^{註1)}。

3.2 ピリオドグラムの信頼度の検定法

あらさ曲線についてのデジタル的な測定値の二重排列を作り、 P をいろいろ変化させて計算したピリオドグラム上で、極大値がいくつもあらわれることがある。そのいくつかの極大値の中で、どれとどれが有意の周期を示す値であるか判定する必要がある。判定の根拠を与えるのが信頼度の検定である。

一般に、正規母集団から 2 組の標本 n_1 個と n_2 個をとった時、各々の分散を $V_1 = S_1^2$ 、 $V_2 = S_2^2$ とすると、2 つの標本集団の分散比は大体 1 に近い値となる。今、分散の大きい方を V_1 とすると、分散比 F の標本分布は次式で与えられる。

$$P(F) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1 + \nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)} \cdot \nu_1^{\frac{\nu_1}{2}} \cdot \nu_2^{\frac{\nu_2}{2}} \cdot \frac{F^{\frac{\nu_1}{2}-1}}{(\nu_2 + \nu_1 F)^{\frac{1}{2}(\nu_1 + \nu_2)}}$$

ただし、自由度は $\nu_1 = n_1 - 1$ 、 $\nu_2 = n_2 - 1$ である。これが F 分布である¹¹⁾。

有意水準 α ^{註2)} の値を定め、 $F_{\nu_1}^{\alpha}(\alpha) \equiv F(\alpha)$ を F -表から求め、 V_1 の集団の分散 S_1^2 を計算すると、逆に $F(\alpha)$ と S_1^2 を使って、 V_2 の集団の有意水準 α 以内の分散 S_2^2 が計算できるであろう。このように、理論的に計算した S_2^2 とピリオドグラムの二重排列を使って計算した S^2 とを比較することにより、周期の信頼度を知ることができる。すなわち、ピリオドグラム上にあらわれたいくつかの分散の値大極の中で、有意水準 α を示す曲線をこえ、その上側にある極大値を示す P を以って周期とするわけである。この有意水準 α の値を具体的にいくらに定めるかという問題は、あらさの性質に基づくあらさの表示という意味で、さらに研究する必要がある。本章ではとりあえず 5% にとって計算した。

注 1) 第 3 章に用いたピリオドグラムは Whittaker 第 2 の方法と呼ばれるもので、ほかにもっと計算の簡単な Whittaker 第 1 の方法がある。第 3 章では信頼度の検定を行なうことにより、有意の周期を求めることが可能であるという理由で、あえて複雑な第 2 の方法で計算を行なった。

注 2) 有意水準 α は、また、危険率 α ということでもあり、この意味は注目した周期の分散 S^2 が検定曲線の上側にある場合、その周期を母集団の周期として認めたとき、それが誤りである確率は α であるということである。

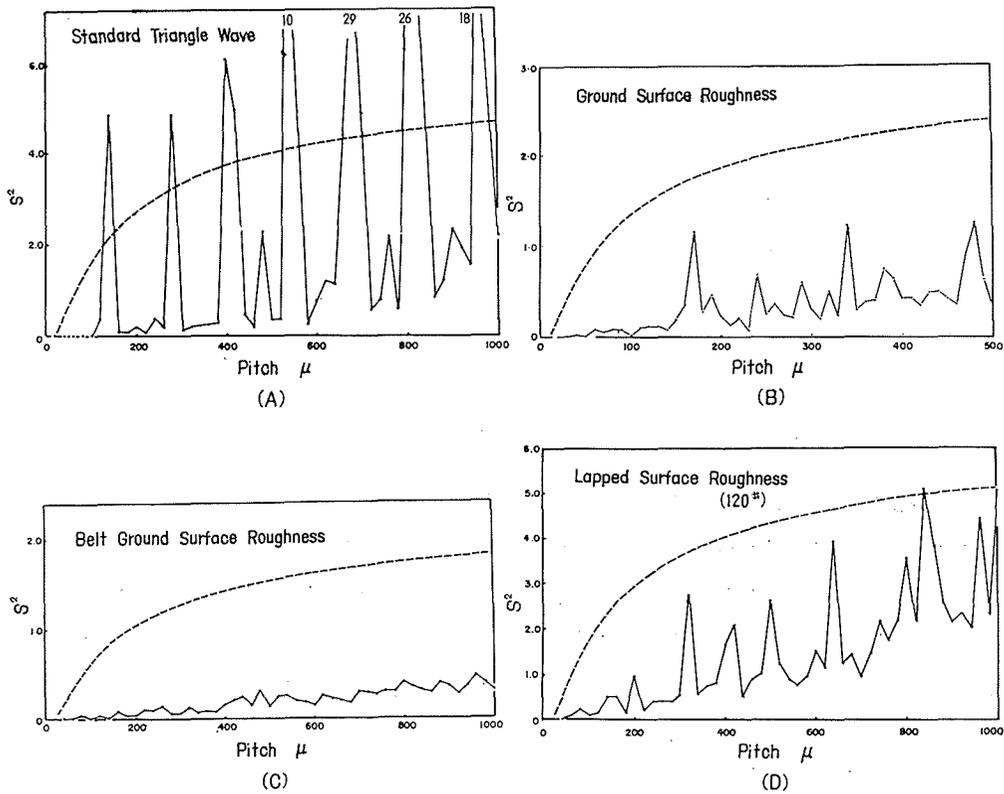


Fig. 3-2. Periodogram by Digital Computer and 95% Confidence Inspection Curves.

以上の計算を実際に行なったピリオドグラムを Fig. 3-2 (A)~(D) に示す。図で点線の曲線が有意水準 5% の検定曲線である。(A) は三角波標準片のあらさ曲線についての計算結果であり、1つの波の波長の整数倍の位置に極大値があらわれている。(B) は研削加工面で、1つの周期は存在するが 5% の有意水準以下であることがわかる。(C) と (D) はベルト研削面とラップ加工面で、ランダムであるがあらさの性質が異なっていることがわかる。(B) と (D) は有意水準がもっと低い場合、代表する周期を定めることもできよう。

3.3 サンプルング長さについて

ピリオドグラムを計算する際、あらさ測定機で求めた適当な長さのあらさ曲線を使っている。このあらさ曲線の長さを“サンプルング長さ”と呼んでいる。“サンプルング長さ”の標準として、あらさ曲線の基準長さ(基準面の広さの一辺の長さ)があらさの大きさと関連して JIS で定められており、その長さ以上に長い“サンプルング長さ”を使用すれば良いことになっている^{註3)}。それ故、基準長さ以上の長い任意の“サンプルング長さ”のあらさ曲線を求めて使用し、そのことについて、特別に考慮しないのが従来の通例であった。

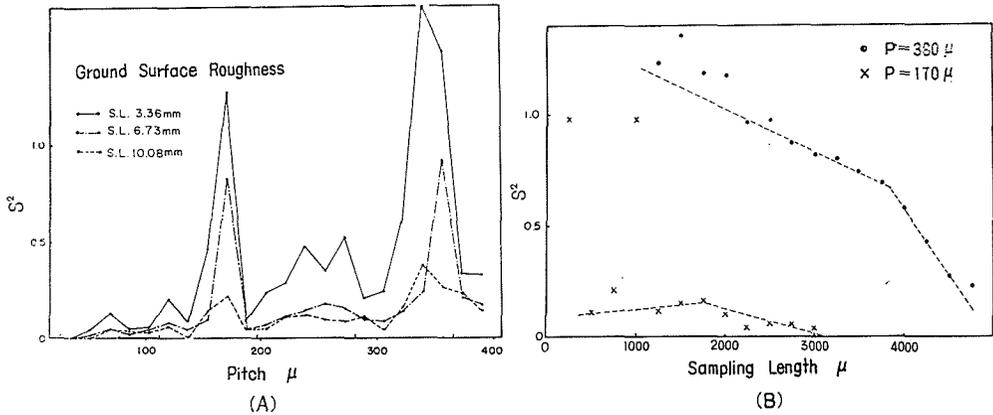


Fig. 3-3. Sampling Length Dependency of Standard Deviation.

しかしながら、ピリオドグラムではあらさ曲線の“サンプリング長さ”と、周期を示す分散の極大値との間に Fig. 3-3 (A), (B) で示されるような関係のあることが認められた。同図 (A) はいろいろな“サンプリング長さ”をとった時のピリオドグラムを重ねて書いたものである。同図 (B) は横軸に“サンプリング長さ”を、たて軸に分散をとって、(A) 図で極大を示した二カ所、ピッチ 170 ミクロンと、350 ミクロンの位置の分散をプロットしたものである。この図から、次のような結論を得た。

a) サンプリング長さがあまり余り長くないとき、分散は全体として大きな値となる。これは非周期成分の影響が強くあらわれるため、統計的に当然のことと考えられる。

注3. 日本工業規格によれば、表面あらさの区分、表示、三角記号および基準面の広さ（一辺の長さ）は次表のようになっている。これはあくまでも最大高さ (H_{max}) を求める際の基準であり、周期などを求めるときは不十分であることは当然のことであろう。

Table 表面アラサの区分・表示・三角記号および基準面の広さ

表面アラサの区分表示	0.1 S	0.2 S	0.4 S	0.8 S	1.5 S	3 S	6 S	(9 S)	12 S	(18 S)	25 S	
表面アラサの範囲 (μ)	0.1より良	0.2より良	0.4より良	0.8より良	1.5より良	3より良	6より良	9より良	12より良	18より良	25より良	
三角記号	▽▽▽▽			▽▽▽			▽▽					
基準面の広さ (1辺の長さ mm)	0.3				1			3				

表面アラサの区分表示	(35 S)	50 S	(70 S)	100 S	(140 S)	200 S	(280 S)	400 S	(560 S)
表面アラサの範囲 (μ)	35より良	50より良	70より良	100より良	140より良	200より良	280より良	400より良	560より良
三角記号	▽				▽				
基準面の広さ (1辺の長さ mm)	5				10				

b) サンプルング長さを長くしてゆくと、極大を示す分散すなわち周期を示す分散の値は次第に大きくなり、あるサンプルング長さで最大となり、またさらに、“サンプルング長さ”を長くすると、分散が急激に減少する“サンプルング長さ”が存在する。

このことは、ある周期性を示す波の長さにバラツキがあること、波の存在の仕方が広い分布をしていること、あるいは加工した面が実際には全体に一様な状態ではないことなどが原因であろうと考えられる。

3.4 考 察

前節まで、ピリオドグラムの計算とその検定方法について述べた。比較的短い周期の検出は、周波数分析、自己相関関数の計算などと同じように、ピリオドグラムからも周期の検出ができる。特にピリオドグラムは、いくつかの違う周期をもつ波が重畳して、あらし曲線に含まれている場合に、各々の周期性を示す波を分離し、さらに、ピリオドグラムの信頼度の検定法を用いて、周期成分に優位の序列をつけることができる。この点において、周期性の厳密な解析が可能である。

ピリオドグラムのあらし曲線の性質を求める時、その“サンプルング長さ”は JIS で定められている基準長さより十分長くとして、あらし面全体の性質を代表させるよう注意を払うべきである。“サンプルング長さ”は被測定あらし面の大きさによって決定する方がより合理的と考える。

あらし曲線からデジタル的に測定する測定間隔は、検出する周期の長さの精度を支配する。コレログラムを計算した時に、問題として指摘したあらし曲線の量子化誤差が、ピリオドグラムを計算する場合にも重要である。あらかじめ周期が予想できないようなあらし曲線からピリオドグラムを計算して周期を求めることは、相当な労力を必要とする。しかし、この点もアナログ——デジタル変換器とデジタル電子計算機を組み合わせる使用することによって解決できるであろう。

4. 偶発性直線と移動平均過程

4.1 偶発性直線による周期解析

4.1.1 偶発性直線

地震学の分野で、次の地震が何時発生するかが、最後に何時地震があつたかに無関係である場合、偶発的である¹²⁾という。この偶発性を示す偶発性直線を利用して、あらし曲線に周期性があるかどうか研究されている¹³⁾。

簡単に云えば、偶発性直線による周期解析とは、表面あらし曲線の各周期について、その平均減衰率を求め、この平均減衰率より減衰の小さい周期を以つてそのあらし曲線の周期とみなすのである。本章では偶発性直線の計算方法を簡単に述べ、次にその周期の信頼度の検定方法を検討し、実際の計算例を示す。

4.1.2 偶発性直線の計算方法

考えるあらし曲線の範囲内にある山の総数を N とする。山の間隔が x から $x+dx$ の間にある山の数 $N \cdot q(x) \cdot dx$ とおくと、山の間隔が x 以上の数を $N \cdot p(x)$ とおくと、次式が成立する。

$$p(x) = \int_x^{\infty} q(x) dx \quad (4.1)$$

次に x 迄山が表われないでいる $N \cdot p$ のうち、 $N \cdot q \cdot dx = -N \cdot dp$ だけは dx の間に山があらわれる。それ故、 x までは山が出ない時、その dx の間に山の表われるための確率、 $u(x) \cdot dx$ は

$$u(x)dx = -\frac{dp}{p} = -\log p \quad (4.2)$$

となる。これは dx あたりの確率であるから、 dx で割って m とおくと次式のようなになる。

$$u(x) = -\frac{d \log p}{dx} = m \quad (4.3)$$

上式で山のあらわれ方が周期的でなく、偶発的である場合に、 m は x に無関係である。あらし曲線に周期性のある場合は、その周期に相当する x の附近で m が大きくなる。(4.3) 式から次式が得られる。

$$\log p = -mx \quad p = \exp(-mx) \quad (4.4)$$

これから、 m は x について山の数の減衰する割合を示すことがわかる。横軸に x 、たて軸に $-\log p$ をとると、グラフの勾配が m となる。横軸に x 、 $d \log p/dx$ をたて軸に目盛ったグラフで平均よりとびはなれて大きい $d \log p/dx$ を示す x があると、そこに x なる周期があると考える。計算例を Table 4-1 に、偶発性直線のグラフを Fig. 4-1 に示す。(A) と (B) はともにラップ加工面のあらし曲線を計算した例で、 m に添って直線上に大体並んでおり、周期成分は認められなく、ランダムに近いことがわかる。(C) と (D) は研削加工した面のあらし

Table 4-1. Calculation of Contingency Line

dx	Roughness curve	1 mm neglect	2 mm neglect	$Nq dx$
0-1	358	34	8	358
1-2	204	117	36	204
2-3	26	79	56	79
3-4	2	34	34	34
4-5		14	31	31
5-6		3	8	8
6-8			9	9

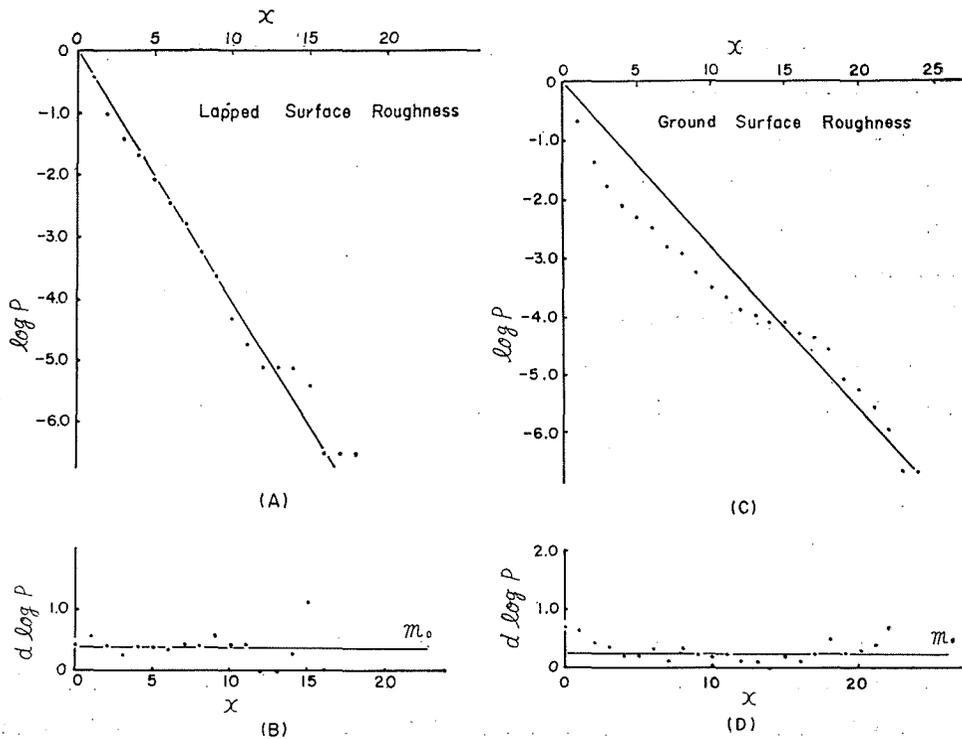


Fig. 4-1. Contingency Line.

曲線についての計算結果で、180 ミクロン附近に周期があることがわかる。

次に、(A) と (C) の両図を比較するとわかるように、(C) 図は S 字型に弯曲していて、直線上に並んでいない。このことから、面の性質がランダムに近いものは直線的となり、ランダムな状態からはずれて、周期性をもつようになると、次第に S 字型に弯曲してくることがわかる。

4.1.3 信頼度の検定法

Fig. 4-1 の (B) と (D) の両曲線を見ると、直線 m からきわだつてはなれている点があるのかわかる。どの点を周期とみなした時、最も高い信頼度があるか、その識別を行う必要がある。この信頼度は次のように考える。

$x - \log p$ の曲線から求めた平均減衰率を m_0 とする。 m_0 が求まると、ピッチ x に対する山の数は逆に (4.4) 式を使って理論的に求めることができる。この理論的に求めた山の数を n_i とする。実際にあらさ曲線から算出した山の数を n_r とする。この時、 n_r は n_i を中央値として、二項分布すると考えられる。 n_r が n_i を中央値として定められた信頼区間にある数より大きい時、定められた信頼区間内で x の周期が存在すると考えてよい。

4.1.4 考察

実際に計算した結果では、偶発性直線から周期成分の周期を求めることは、信頼度の検定方法を活用しても、相当困難である。しかし、ランダムな面からどれ位ずれて周期性成分を含

んでいるか、その傾向を知ること、すなわちあらさ面の定性的な目安を得る手段として、むしろ偶発性直線は有意義である。平均減衰直線からずれて、S字型になる事は大きい山に小さい山が重なっている性質があるためと考えるとよい。

Table 4-2 に平均減衰率の値 m_0 を表にして示す。表からわかるように、 m_0 が大

きい値をもつ面ほどあらさの最大高さが ($H_{\max} \mu$) 小さく、すなわち良い面である。 m_0 が大きいことは、あらさの山の傾斜角が大体一定であると考え、大きな山や谷が少ないことを意味し、云いかえると、あらさ曲線の山が低く面が良いことを示す。事実、実験からもこの傾向は確認されている。

4.2 移動平均過程

あらさ曲線の普通の長さの周期の外に、さらに長い周期、うねりの存在を知る場合には移動平均過程を応用すると都合がよい。これはあらさ曲線から基準線までの距離を一定間隔で測定して一連の測定値列を求め、その値を適当に数個ずつに区切り、その区切りの中で平均値を計算する。この区切りの中の数値の個数をかえて計算する。横軸に基準線の長さを、たて軸に平均値をとったグラフを描いて、全体として長い波長をもつ波の存在を調べる¹⁴⁾。前章までの計算結果から、あらさ曲線の周期解析には相当長い“サンプリング長さ”を必要とすることが知られている。一般に、あらさ曲線には長い周期の波が重畳していることが多く、また周期の存在の仕方が複雑で解析がむずかしい場合が多い。それ故、あらさ面の大きい傾向、すなわちあらさ曲線の長い波をあらかじめ除去して、比較的短い周期の波を検出した方がよい。あらさ曲線からうねりのような長い周期を計算によって除く必要のある場合は、移動平均過程を応用するのが望ましい。あらさ曲線を得る際、スキッドのついたピックアップを使用して、実験的にあらさ面の長い周期波を除くことができる。しかし、現在までに、スキッドと触針の相互運動によって生ずるあらさ曲線の誤差、波形のひずみの大きさ、またスキッドの大きさと除去できる波の波長との関係など、十分に知られていない。この点における幾何学的な解析は、将来必ず必要となるであろう。

しかし、長い周期が重要か、短い周期の検出が重要かは被測定面の使用目的により、自から決められるべきもので、この点も今後の研究課題である。

5. 結 論

種々の時系列論的、統計論的手法を応用したあらさ曲線の周期解析法を検討して、次のような結論を得た。

Table 4-2.

		m_0	H_{\max} (μ)
Lapped Surf.	60 #	0.41	12
	120 #	0.55	5
Ground Surf.	12 S (I)	0.40	6
	12 S (II)	0.29	12
	6 S (I)	0.35	7

i) あらし曲線に明らかに1つの周期成分が存在する時、その周期成分とランダム成分を分離して、周期成分の周期を求めることは、周波数分析、コレログラム、ピリオドグラム、偶発性直線など、どの方法を使用しても可能である。

ii) いくつかの違った周期をもつ成分が重畳しているようなあらし曲線について、その各周期成分の周期を求める場合には、ピリオドグラムが有用である。

iii) 偶発性直線、あるいはそれから求められる平均減衰率はあらし面のあらしの性質を簡単に知る指標として意義がある。

iv) コレログラムからパワースペクトラムを求める手法は、本論文では触れなかったが、相当面倒である。パワースペクトラムと、実際にあらし面が有する物理的性質との関連が明らかに求められた時、パワースペクトラムは重要な意味をもつものとなろう。しかし、現段階ではそれ程有効なものではない。

v) 動特性の良い変位型ピックアップを開発することにより周波数分析が、また、あらし測定機のピックアップの出力を自動的にアナログ—デジタル変換して、電子計算機のデータとして得ることのできる装置を作ることにより、ピリオドグラムはあらし曲線の周期検出の有力な手段となる。

今後の問題点として、あらし曲線を量子化することによって生ずる誤差の大きさを知ること、あらし曲線のサンプリング長さについて再検討し、統計的に有意の長さを決定すること、あらし曲線の測定すべき周期の長さとうねりの長さとの境界を、あらしの生成機構の方面から研究してはつきりさせることなどが残されている。そして究極において、あらし面の表示と、その表示に使用する数値と、実際にその面を使用する際にその面が持つ物理的性質との関連を明らかにするよう努力すべきであろう。

最後に本実験のため御指導下さった、職業訓練大学校 中村常郎教授、精機第一研究室 斎藤助教授、ならびに各種御援助、御協力下さった研究室の各位と日本光学工業株式会社 中野智允君に感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 中村常郎：精密機械, 25, No. 3, p56.
- 2) 三浦貞二：精密機械, 30, No. 4, p338.
- 3) 奈良治郎：計量研究所報告, 13, No. 31, 32, 33.
- 4) 池田正幸・中村常郎：昭和39年度 精密学会春季大会学術講演会前刷集.
- 5) 中村常郎：精密機械, 25, No. 4, p110.
- 6) 石井 奏：計測と制御, 2, No. 8, p571.
高橋宣光・春見健一・小山晋太郎：日本臨牀, 20, No. 12, p116.
- 7) Yoshibumi TOMODA：J. of Phys. of the EARTH, 4, No. 2, p67.
- 8) 久保盛唯・木村 弘：第23回 応用物理学会学術講演会予講集, (10, 1926)

- 9) 宮脇一男：雑音理論，朝倉書房.
S. O. RICE: Mathematical Analysis of Random Noise.
宮脇一男・三根久，(訳) 電気書院.
- 10) 山本健太郎：表面アラサ，コロナ社.
奈良治郎：表面アラサ測定器，日刊工業新聞社.
- 11) 石川栄助：実用近代統計学，楳書店.
- 12) 渡辺 慧：理化学研究所彙報，15, No. 10, p1083.
- 13) 中村常郎：精密機械，26, No. 4, p226.