



Title	山形鋼の振り座屈 (第1報)
Author(s)	道端, 久紀; Dohba, Hisanori; 半沢, 宏 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 40, 1-12
Issue Date	1966-03-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40788
Type	departmental bulletin paper
File Information	40_1-12.pdf



山形鋼の捩り座屈 (第1報)

道 端 久 紀
半 沢 宏

Torsional Buckling of Angle-iron (1 st Report)

Hisanori DOHBA
Hiroshi HANZAWA

Abstract

Hitherto many experimental investigations and some theoretical analyses on column buckling have been performed. However, in most cases studies were made on long columns about λ (slenderness-ratio) ≥ 100 . Furthermore hardly any experimental reports on buckling tests under torsion and compression have been made.

We made some experiments on short angle-iron columns with an apparatus for applying torsional buckling load.

In this paper, the results of torsional buckling for $\lambda=60$ are reported and the following experimental equation is obtained:

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_y} \doteq 0.80 - 0.0102 T^2 \\ \doteq 0.80 - 0.113 \theta^2$$

where σ_c is the buckling stress, σ_y is the lower yield stress, T is the torque (kg-m) and θ is the angle of twist (rad/m).

目 次

I 緒 論	1
II 理論考察	2
III 実験装置および試験片	4
IV 実験結果	5
V 結 論	9

I. 緒 論

形鋼の圧縮強度に関する実験は、そのほとんどが圧縮荷重のみ作用する場合に対して行なわれているのが現状である。しかし、実際上は圧縮荷重以外にも曲げモーメント、捩りモーメント等も作用している場合が多く、設計にさいしては、それらが作用している場合の強度がより实际的に大きな価値を持つことは当然である。

昭和 38 年初めに道東一円で起った高圧送電用鉄塔倒壊事故の場合も、振りモーメントが倒壊原因の一要素となっていることが事後の検討の結果ほぼ推定されている。電線に附着した氷雪塊（スリット）が何等かの原因で脱落する際、その電線が上方に大きく跳躍する現象をスリットジャンプと称するが、このスリットジャンプにより不平均張力が生じ、これが動的もしくは繰返して加わり、鉄塔設計時には予想できなかった大きな負荷が圧縮荷重のみならず曲げモーメント、振りモーメントとして鉄塔に作用したために倒壊したものである。そこで勿論、鉄塔全体としての振りや曲げに対する強度の再検討がなされなければならない。これに伴い鉄塔の部材として用いられている等辺山形鋼の、単一材としての振りモーメントを伴う場合の座屈強度が問題として提起されるに至った。

開放形断面材としての等辺山形鋼に圧縮荷重だけが作用して、振れを伴った座屈すなわち“振れ座屈”を起す場合に関しては、今世紀初めに、H. Wagner が研究を行ない¹⁾、いわゆる Euler の座屈値とは全く別個の形の理論解を与えた。また、これとは別に、外力として圧縮荷重と振りモーメントとが作用する場合に対しては、A. G. Greenhill が解析を行ない²⁾、E. L. Nicolai がさらに推し進め、ついで R. Grammel は 2 個の異なった曲げ剛さを持つ車軸について報告している³⁾。

しかし、いずれも細長比の大きな範囲すなわち、Euler の座屈値適用範囲に対するものであり、比較的短い（細長比 100 以下の）範囲での理論解析は行なわれておらず、また、振りモーメントを作用させての圧縮実験の報告例はほとんど見られない。

そこで筆者等は、市販等辺山形鋼 L 30×30×3 を用い、細長比 100 以下の短柱単一材に対して、圧縮荷重と振りモーメントを共に作用させた圧縮座屈実験を行ない、振りモーメントによる圧縮荷重の低下、座屈変形およびその挙動について調べ、実験式を導き、鉄塔設計のための一資料を得ると同時に理論研究の一助にしようとするものである。

なお、ここでいう“振り座屈”とは振りモーメントを加えての座屈であり、Wagner の座屈の場合のように振りモーメントを加えていないものは“振れ座屈”として本報告では区別して用いるものとする。

さて、まず第一報として、振りモーメントを与えた後に圧縮荷重を加える座屈実験のうち細長比 60 に対する結果を報告する。

II. 理論考察

まず、Wagner, Greenhill, Grammel の理論解を挙げ、実験結果の比較検討および実験式決定のために、短柱に対する“振り座屈”の式を導く。

中心圧縮荷重のみを受ける柱材が振れを生じて座屈する場合について Wagner が導いた理論式は、固定端としての材端条件に対しつぎの形である¹⁾。

$$P_w = \frac{1}{i_{sp}^2} \left(GJ_T + \frac{4\pi^2 E}{L^2} C_{BT} \right) \quad (1)$$

$$\sigma_w = \frac{P_w}{A} = \frac{1}{I_{sp}} \left(GJ_T + \frac{4\pi^2 E}{L^2} C_{BT} \right) \quad (2)$$

ここで

P_w ; Wagner の座屈値

σ_w ; // の座屈応力値

GJ_T ; St. Venant の振り剛さ

C_{BT} ; 曲げ振り抵抗

L ; 圧縮長さ

A ; 断面積

I_{sp} ; 剪断中心の周りの極断面二次モーメント

i_{sp} ; 極断面二次半径

$$i_{sp}^2 = \frac{I_{sp}}{A}$$

つぎに、圧縮荷重と振りモーメントが同時に作用している場合について考える。

主断面二次モーメントが等しい場合に対して、Greenhill は次式を導いた²⁾。

$$\frac{T^2}{4(EI)^2} + \frac{P}{EI} = \frac{\pi^2}{L^2} \quad (3)$$

ここで

I ; 断面二次モーメント

振りモーメント (T) が零の場合、この式は良く知られている Euler の座屈値を与え、圧縮荷重 (P) が零であるとおけば、振りモーメントだけが作用して材に座屈を起す振りモーメントの限界値、すなわち A. Föppl の振りモーメントを与える。

つぎに、主断面二次モーメントが異なる場合に対して、Gammell が与えた式は、つぎの形である³⁾。

$$\frac{T^2}{T_0^2} + \frac{P}{P_0} = 1 \quad (4)$$

ここで

P_0 ; 座屈荷重、普通には Euler の座屈値

T_0 ; Föppl の振りモーメントであり、2主軸に対する断面二次モーメントを I_1, I_2 ($I_1 < I_2$) とすれば

$$T_0 = \frac{2\pi EI_1}{L} \cdot \frac{2EI_2 - GI_{sp}}{(E-G)I_{sp}} \quad (5)$$

この T_0 を (4) 式に代入し、 P_0 を P_w とおけば、座屈荷重はつぎの形で表わされる。

$$\begin{aligned}
 P &= P_w \left(1 - \frac{T^2}{T_0^2} \right) \\
 &= \frac{1}{i_{sp}} \left(GJ_T + \frac{4\pi^2 E}{L^2} C_{BT} \right) \times \left[1 - \left\{ \frac{L(E-G)I_{sp}}{4\pi EI_1(2EI_2 - GI_{sp})} \right\}^2 T^2 \right] \quad (6)
 \end{aligned}$$

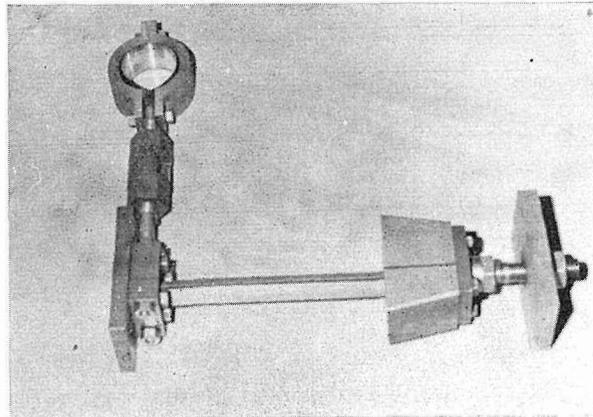
III. 実験装置および試験片

負荷装置としては、島津製作所製の 30 t 油圧式万能試験機を用い、上下両拘束部は機械的装置により固定した。これを第 1 図に示す。上部は完全固定端であり、下部はターンバックルにより振り角を与えることのできる振り可能固定端である。

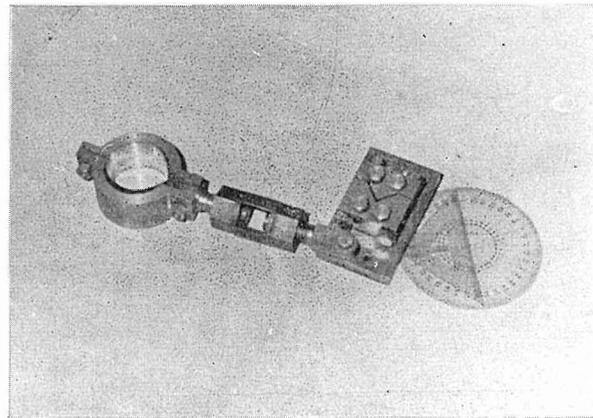
また、振り角度の測定は試験機に全円分度器を固定して行った。

その状況を第 2 図に示す。

試験片は、長さ約 6.5 m の山形鋼 L 30×30×3 原材より、全長 808 mm のものを 7 本作成し、そのうち比較的直均質なものを 5 本を採用した。原材 10 本より各 5 本ずつ計 50 本の試験



下部 上部
第 1 図 上下固定端



第 2 図 下部装置

片を得た。

第3図に試験片の形状寸法を示す。

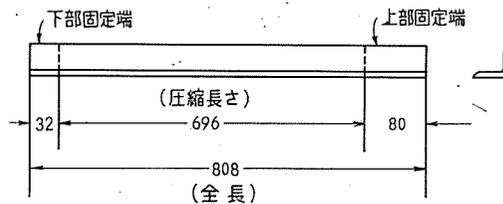
また、第1表は各原材の引張試験結果である。

なお、原材 E, F, G, H に対しストレイン・ゲージを用いて、荷重一歪測定を行なったがその平均値はつぎの通りである。

$$\text{縦弾性係数 } E = 2.05 \times 10^4 \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

$$\text{横弾性係数 } G = 8.04 \times 10^3 \text{ (} \text{ // } \text{)}$$

$$\text{ポアソン比 } \nu = 0.275$$



第3図 試験片形状寸法

第1表 引張試験値

原 材 名	降 伏 応 力		引 張 強 さ (kg/mm ²)	伸 率 (%)
	上 (kg/mm ²)	下 (kg/mm ²)		
A	45.40	42.56	52.79	29.1
B	43.73	41.79	53.41	26.0
C	44.72	43.13	54.43	24.1
D	42.20	40.26	52.29	23.7
E	32.46	31.15	40.06	26.4
F	42.49	41.53	52.85	28.9
G	41.34	40.09	52.38	30.3
H	32.81	31.67	43.58	31.9
I	41.19	39.72	50.15	25.7
J	35.34	33.99	43.18	27.1

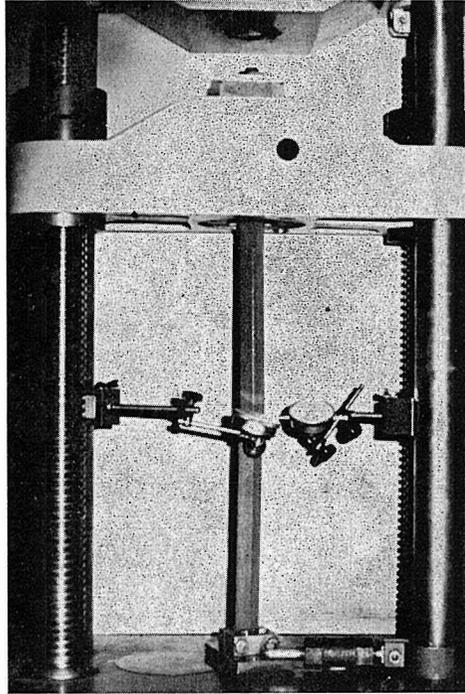
IV. 実験結果

試験片を上下固定装置に取付け、初圧縮荷重として200 kgを加え、この状態で下部固定端において所定の振り角(0°, 8°, 16°, 24°, 32°)を与えたのち、荷重速度毎分約500 kgで連続的に圧縮荷重を行ない、最高荷重に達してのち暫時その状態を保ってから負荷を除去した。

座屈荷重としては、試験機の固定針が示す最高荷重を記録し、また、山形鋼断面の2主軸方向に固定した2個のダイヤルゲージにより、200 kg間隔で横撓みの測定を行なった。

第4図に負荷、測定状況を示す。

また、第2表に実験結果、すなわち最高荷重(これを座屈荷重と判定した)、座屈応力およ



第4図 負荷および測定装置

第2表 実験結果

試験体名		座屈荷重 P_c (kg)	座屈応力 $\sigma_c = P_c/A$ (kg/mm ²)	$\frac{\sigma_c}{\sigma_y} = \frac{\text{座屈応力}}{\text{下降伏応力}}$	備考
原材	No.				
A	1	5,696	36.07	0.844	A
	2	5,225	33.09	0.777	
	3	5,420	34.32	0.806	
	4	5,261	33.32	0.783	
	5	5,192	32.88	0.773	
B	1	5,452	34.65	0.829	B
	2	5,420	34.44	0.824	
	3	5,340	33.94	0.812	
	4	5,252	33.38	0.799	
	5	4,972	31.60	0.756	
C	1	5,946	35.09	0.814	B
	2	5,912	34.84	0.809	
	3	5,931	35.00	0.812	
	4	5,876	34.68	0.802	
	5	5,586	32.97	0.765	

山形鋼の振り座屈 (第1報)

試験体名		座屈荷重 P_c (kg)	座屈応力 $\sigma_c = P_c/A$ (kg/mm ²)	$\frac{\sigma_c}{\sigma_y} = \frac{\text{座屈応力}}{\text{下降伏応力}}$	備考
原材	No.				
D	1	5,580	32.83	0.815	A
	2	5,464	32.14	0.808	
	3	5,340	31.42	0.780	
	4	5,326	31.33	0.774	
	5	4,732	27.84	0.692	
E	1	3,860	25.42	0.816	B
	2	3,705	24.40	0.783	
	3	3,590	23.64	0.759	
	4	3,470	22.85	0.734	
	5	3,502	23.06	0.740	
F	1	5,383	32.94	0.793	
	2	5,680	34.76	0.837	
	3	5,166	31.62	0.761	
	4	4,955	30.34	0.731	
	5	4,807	29.42	0.708	
G	1	5,180	31.81	0.793	A
	2	5,087	31.23	0.779	
	3	5,150	31.62	0.789	
	4	4,996	30.68	0.765	
	5	4,715	28.95	0.722	
H	1	3,940	25.04	0.791	A
	2	3,660	23.26	0.735	
	3	3,755	23.86	0.754	B
	4	3,542	22.51	0.711	
	5	3,506	22.28	0.704	
I	1	5,006	30.84	0.777	A
	2	5,234	32.25	0.812	
	3	4,626	28.50	0.718	
	4	4,696	28.93	0.728	
	5	4,760	29.33	0.739	
J	1	4,146	26.44	0.778	B
	2	3,696	23.57	0.693	
	3	3,995	25.48	0.750	
	4	3,700	23.59	0.694	
	5	3,546	22.61	0.665	

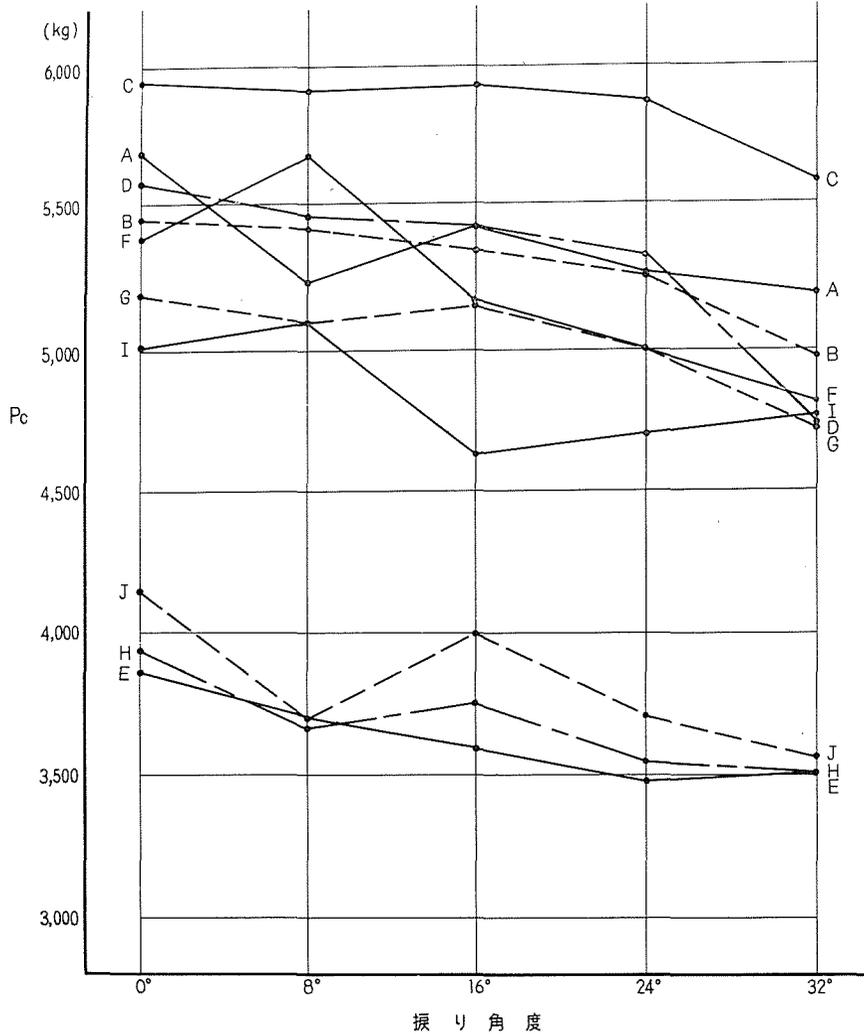
註 備考欄中 A は断面の重心から腹線の方に撓む曲げ座屈。

B はその逆方向の曲げ座屈したものを示す。

振り角は試験片 No. 1~5 に対しそれぞれ 0°, 8°, 16°, 24°, 32° とした。

第3表 σ_c/σ_y 平均 値

振り角度	0°	8°	16°	24°	32°
σ_c/σ_y	0.805	0.786	0.774	0.752	0.726

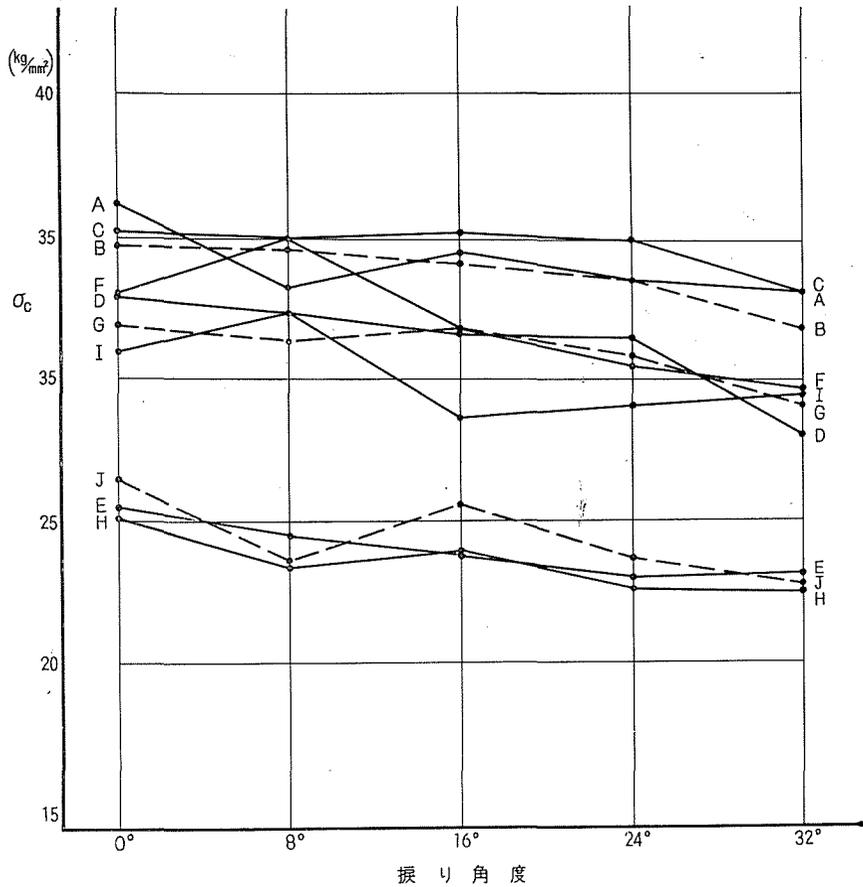


第5図 圧縮荷重—振り角度線図

びそれを下降伏応力で割った値を示す。

なお、第2表の値のグラフを、第5図、第6図、第7図に示す。

第8図、第9図はそれぞれ荷重に対する縦変位、横撓み曲線の一例である。



第6図 座屈応力-振り角度線図

V. 結 論

以上、細長比 60 に対する圧縮振り座屈実験の結果、以下の事柄が明らかとなった。

1) 実験結果平均値(第3表)より、Grammel の与えた理論式、(4) または (6) 式を考慮して、圧縮応力(座屈応力)と振りモーメント(捩れ角)の間の実験式として、細長比 60 の山形鋼に対し、最小自乗法を用いて次式を決定した。

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_y} \cong 0.80 - 0.0102 T^2 \quad (7)$$

$$\cong 0.80 - 0.113 \theta^2 \quad (8)$$

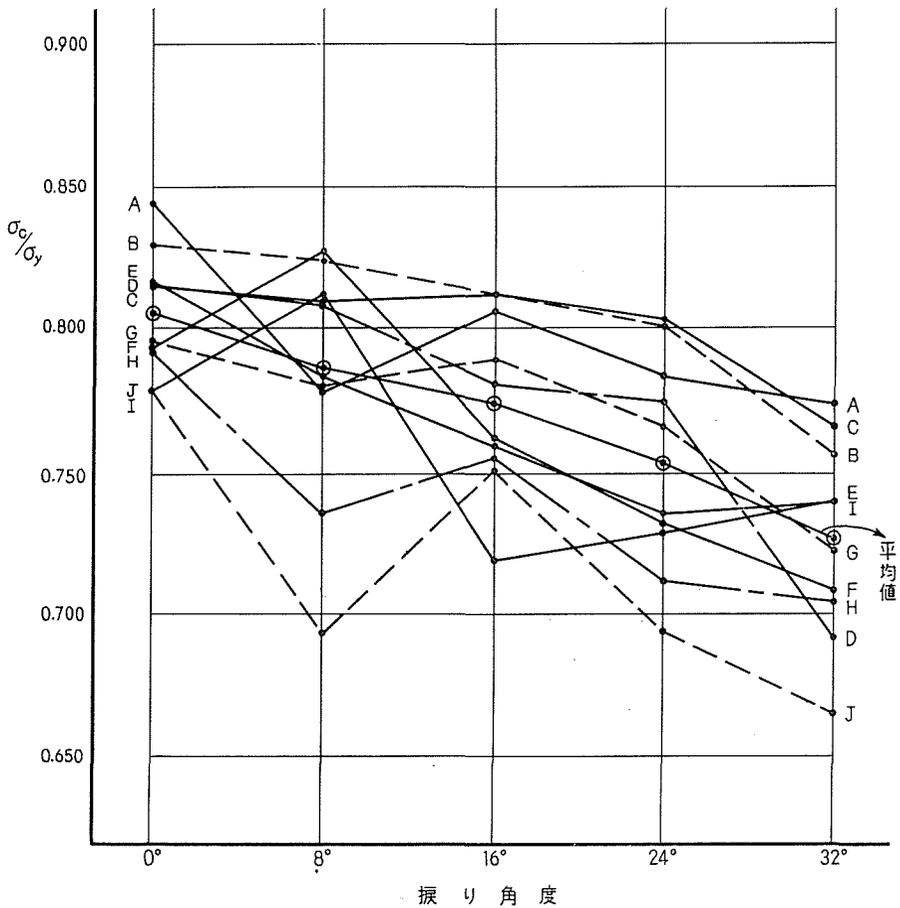
ここで

σ_c ; 座屈応力

σ_y ; 下降伏応力

T ; 振りモーメント (kg-m)

θ ; 単位長さ当りの振り角 (rad/m)

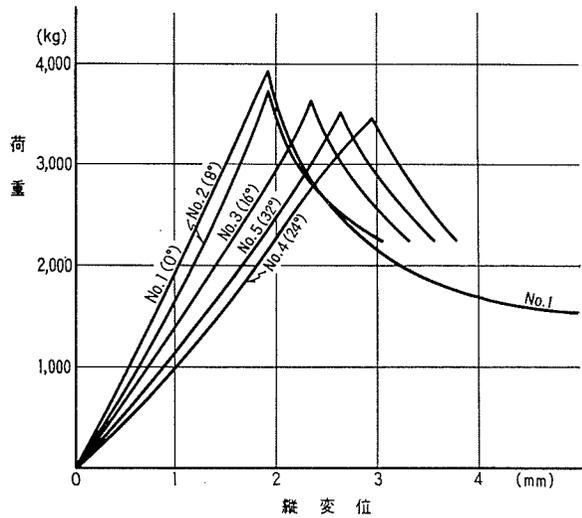


第7図 σ_c/σ_y -振り角度線図

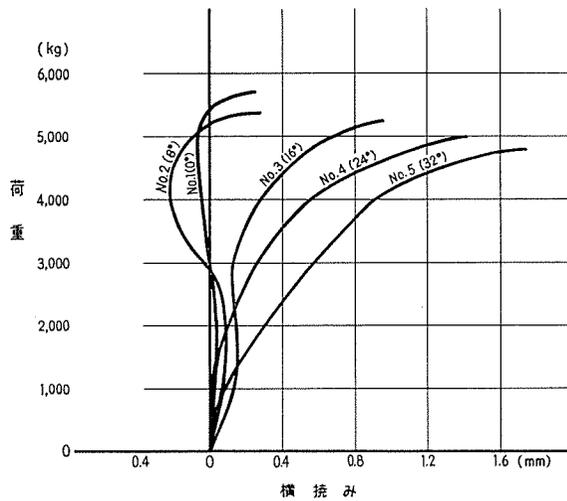
ただし、振りモーメント $T \approx 6 \text{ kg}\cdot\text{m}$ で、細長比 60 の山形鋼は振り降伏を起すので、この値以下、すなわち換算すると $\sigma_c/\sigma_y \approx 0.42$ 以下では、この式は適用できない。

なお、この実験式 (7) の第 2 項の係数は、Grammel の式における Föppl の振りモーメントに比べて約 2 ケタ近く大きな値であり、したがって振りモーメントの増加による圧縮荷重の減少割合は、Föppl の理論値の方が著しく小さい。このことは Grammel の式が細長比 100 以下の短柱に対し、そのまま適用できないことを示している。また、このような短柱に対する実験により Föppl の振りモーメントを求めることはできないことがわかる。

2) 振りモーメントを与えていない場合 (振り角 0°) であっても“振れ座屈”を起している場合が多い。しかし、明らかな“振れ座屈”を起している場合であっても、Wagner の曲げ振れ座屈値と比べると約 24% 低い値である。このことは、試験片の不完全さおよび装置の欠点によるものと考えられるが、座屈応力に対する振りモーメントの影響を考察しようとする本研究の場合には、とくに注目すべき要素ではないと考えられる。



第8図 荷重—縦変位曲線 (原材 F)

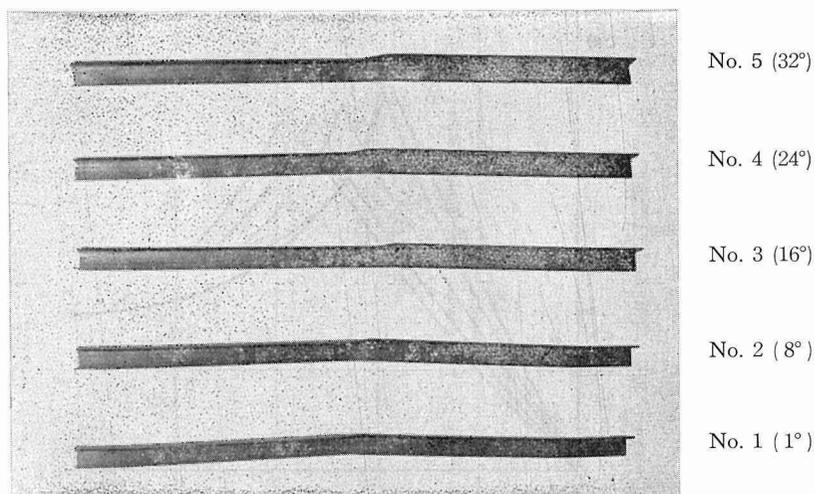


第9図 荷重—横撓み曲線 (原材 F)

3) 京大建築工学科において、山形鋼に振れ塑性変形を与えた試験片に対して圧縮実験を行ない、その結果は元振れの無い材料の場合と同一であると結論している⁴⁾。しかし、本実験では、振り負荷が弾性の範囲内であり、圧縮力の低下に対する振り角の影響が著しく認められ塑性振れのある場合とは全く異なることがわかる。

4) 山形鋼は細長比 60 の場合、ほとんどが塑性座屈を起し、最高荷重後ただちに目に見えて振れを生じ“振り座屈”を起し、その傾向は加える振りモーメントが大きい程著しくなる。それと同時に、縦、横両変位も急増し、荷重はその後急減する。これは第8図、第9図を見ても明らかである。

5) 総括すれば、圧縮耐力は付加振りモーメントにより著しく低下することではなく、振り



第10図 変形状態例 (原材 F)

モーメントが座屈破壊の直接原因になることは少ない。しかし、振りモーメントが作用している短柱は、作用していない場合より一層“振り座屈”を起す場合が多く、最高荷重に達すると圧縮耐力は急減し、その後の使用は不可能となる。

ゆえに、鉄骨構造の部材として山形鋼を用いる場合、振りモーメントの存否を良く検討しこれを考慮に入れた設計を行なうことが望まれる。

なお、細長比 40, 20 に対しても上記と同様の圧縮振り座屈実験を 2, 3 行なったが、その範囲では、細長比はおもに実験式 (7) 中の第一項に影響し、細長比が小さい程大きく $0.85 \sim 0.9$ になりそうである。

良好な設計資料を得るためには、今後さらに、種々の細長比に対する同様の実験、圧縮荷重を作用させた柱材に振りモーメントを加え、より実際に近い条件での実験、また、圧縮速度を加味した実験、さらには応力解析などによる理論研究を推し進め、形鋼の“振り座屈”に対して、より広範囲な、総括的研究を行なわなければならない。

終りに、実験研究上種々御助言を戴いた岸田路也助教授、および材料力学講座の各位に対し深く謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 長柱研究委員会：弾性安程要覧.
- 2) S. Timoshenko: Theory of Elastic Stability.
- 3) R. Grammel: “Das Kritische Drillungsmoment von Wellen”. ZAMM Bd. 3, 1923, p. 262.
- 4) 横尾義貫・若林 実: “山形鋼の座屈に関する研究”. 建設用鋼材綜合連絡会, 1961年報告: 電37-1, 電37-2.