



# HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	CEF型前進波増幅装置の利得
Author(s)	桜庭, 一郎; Sakuraba, Ichiro; 平石, 雅昭 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 41, 121-133
Issue Date	1966-08-20
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/40794">https://hdl.handle.net/2115/40794</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	41_121-134.pdf



# CEF 型 前 進 波 増 幅 装 置 の 利 得

桜 庭 一 郎\*

平 石 雅 昭\*

(昭和 41 年 4 月 14 日 受 理)

## Gain Characteristics of CEF-Type Forward-Wave Amplifiers

Ichiro SAKURABA

Masaaki HIRAISHI

Department of Electronic Engineering, Faculty of Engineering  
Hokkaido University, Sapporo, Japan

(Received April 14, 1966)

### Abstract

This paper deals with the gain characteristics of CEF-type forward-wave amplifiers in a special case where  $b=0$ ,  $d=0$ ,  $Q=0$ ,  $\beta_e \approx 20$  and  $C \approx 0.05$ .

The small-signal forward-wave gain was yielded by

$$\text{Gain (db)} = 10 \log_{10} \left[ \cosh^2 \frac{\sqrt{\beta_e C}}{2} \phi + \frac{9}{8\beta_e^2} \sin^2 \frac{\sqrt{2}}{\beta_e C} \phi \right].$$

The first term is due to the growing and decreasing waves in the beam-circuit system and the second term is due to the characteristic ripple in the CEF-type focusing system. Under the condition where  $\beta_e \approx 20$  and  $C \approx 0.05$ , the second term is negligible so that the gain can be approximated by

$$\text{Gain (db)} \approx 10 \log_{10} \left[ \cosh^2 (\pi CN \sqrt{\beta_e C}) \right].$$

The small-signal gain of CEF-type devices is larger than that of O-type devices for  $CN < 0.3$ . Because the O-type electron beam has no bunched current and the CEF-type beam has synchronous diocotron effects. For  $CN > 0.3$  the gain of O-type devices is much larger than that of CEF-type devices because of the growing-slow-space-charge wave. The gain of M-type devices predominates over the other two, because the energy transfer is due to the excess electrons in the retarding region through phase focusing and is due to the motion of these electrons towards the slow-wave circuit.

### 目 次

Abstract .....	121
1. 緒 言 .....	122
2. 電 子 方 程 式 .....	122

\* 電子工学科電子管工学講座

3. 前進波回路方程式 .....	125
4. 特性方程式 .....	126
5. 小信号利得 .....	128
6. O型およびM型前進波増幅装置との比較 .....	131
7. 結 言 .....	133
参 考 文 献 .....	133

## 1. 緒 言

遠心力を用いた静電界集束型電子ビームを利用する、いわゆる CEF 型前進波増幅装置 (Fig. 1 参照) は、広帯域小型軽量の特長を持ち、かつ diocotron instability が存在するため、マイクロ波電子装置として、大変興味を持たれている。

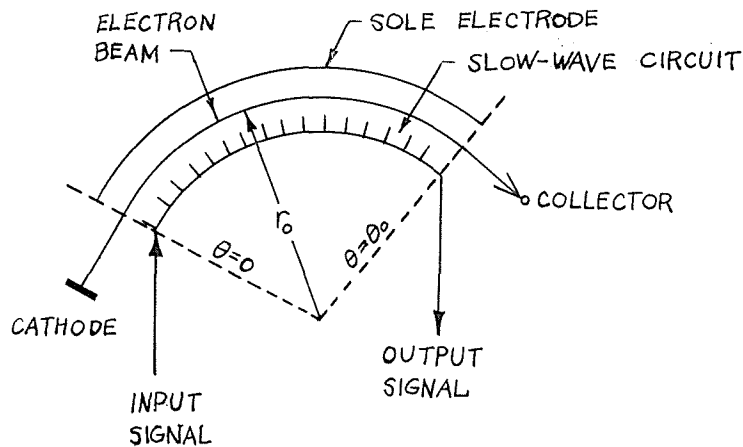


Fig. 1. Model for analysis of CEF-type forward-wave amplifiers.

このような beam-circuit systems に存在する波動を決定する条件は、従来の装置に比べてたいそう複雑なため、種々の動作条件における増幅および発振特性の数値計算結果が発表されている<sup>1),2)</sup>。しかるに相互作用をはっきり示す簡単な表示式が得られていないため、波動の分散特性を広く考察することが非常に困難であった。

したがって本論文では、現在実験準備中の装置の動作条件の範囲における、前進波の小信号利得を検討したが、幸いにも近似式が得られ、相互作用の機構がかなり明らかになったので報告する。

## 2. 電子方程式

CEF 型前進波増幅装置における電子方程式は、Brillouin-flow Eulerian-fluid を形成する一個の電子の運動方程式と連続方程式より求められる。単一粒子に対する Lagrange function から得られる運動方程式は、空間電荷効果を省略したとき次式で与えられる。

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\eta \left[ E_r + E(r) \right], \quad (1)$$

$$2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = -\eta E_\theta. \quad (2)$$

ここで  $E_r$  は遅波回路を伝ばんとする高周波電界の半径方向成分,  $E(r)$  は半径  $r$  における電子の遠心力と平衡する半径方向の静電界であり, 文字上の dots は total time derivations を示す。また  $\eta = 1.759 \times 10^{11}$  coulombs/kg. 電子ビームの半径方向厚さ  $\sigma$  は, 電子の unperturbed な半径  $r_0$  に比べてきわめて小さいとし, 半径  $r$  と角速度  $\dot{\theta}$  は小信号理論によって次のように定義する。

$$r = r_0 + r_1, \quad (3)$$

$$\dot{\theta} = d\theta/dt = \Omega_0 + \Omega_1. \quad (4)$$

$r_1$  は半径の perturbation function,  $\Omega_1$  は角速度の perturbation function, そして  $\Omega_0$  は半径  $r_0$  における unperturbed な角速度である。 $r_1$  と  $\Omega_1$  とは  $\theta$  および  $t$  の関数であるが,  $r$  の関数ではない。つまり  $\partial r_1 / \partial r = 0$  は Eulerian-fluid の仮定を用いた結果であり, 異なる半径にある電子がそれぞれ他の電子に追いつくような異なった半径方向変位をしないことを意味する。これは Poisson の式より空間電荷界を求めることと矛盾しない。それは電子流が電子の平衡軌道にそった  $\theta$  方向に集群するためである。つぎに  $\partial \Omega_1 / \partial r = 0$  は Brillouin-flow の仮定から生ずるもので, 電子流のすべての電子の角速度が等しいことを意味する。式 (3) と (4) を式 (1) と (2) に代入すれば,

$$\begin{aligned} & (\Omega_0 + \Omega_1) \left[ (\Omega_0 + \Omega_1) \frac{\partial^2 r_1}{\partial \theta^2} + \left( \frac{\partial r_1}{\partial \theta} \right) \left( \frac{\partial \Omega_1}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 r_1}{\partial \theta \cdot \partial t} \right] \\ & + \left[ \frac{\partial^2 r_1}{\partial t^2} + \left( \frac{\partial r_1}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \Omega_1}{\partial t} + (\Omega_0 + \Omega_1) \frac{\partial^2 r_1}{\partial \theta \cdot \partial t} \right] \\ & - (r_0 + r_1) (\Omega_0 + \Omega_1)^2 = \left[ -\eta E_r - \frac{(\Omega_0 r_0)^2}{r_0 + r_1} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

$$2(\Omega_0 + \Omega_1) \left[ (\Omega_0 + \Omega_1) \frac{\partial r_1}{\partial \theta} + \frac{\partial r_1}{\partial t} \right] + (r_0 + r_1) \left[ (\Omega_0 + \Omega_1) \frac{\partial \Omega_1}{\partial \theta} + \frac{\partial \Omega_1}{\partial t} \right] = -\eta E_\theta. \quad (6)$$

となる。式 (5) の右辺第二項は, 一個の電子の平衡条件より求められ,

$$-\eta E(r) = -\frac{v_{0e}^2}{r} = \frac{-\eta (V_C - V_S)}{r \ln(r_S/r_C)} = -\frac{(\Omega_0 r_0)^2}{(r_0 + r_1)}. \quad (7)$$

である。ここで  $v_{0e}$  は半径  $r$  で半径方向に直角な平衡速度,  $V_C$  は遅波回路の直流電位,  $V_S$  は sole の直流電位,  $r_C$  は遅波回路の半径,  $r_S$  は sole の半径である。また電子流速度が光速に比べて非常に小さいので高周波磁界の影響を省略した。

つぎにすべての高周波量が  $\theta$  と  $t$  に関して

$$e^{j(\omega t - \beta \theta)}$$

のように変化すると考えよう。ここで  $\beta$  は circular propagation constant である。故に式 (5) と (6) は,

$$r_1 \left[ (\Omega_0 + \Omega_1) (\beta \omega - \Omega_0 \beta^2 - 2 \Omega_1 \beta^2) + \omega (\Omega_0 \beta - \omega + 2 \Omega_1 \beta) - 2 \Omega_0 (\Omega_0 + \Omega_1) - \Omega_1^2 \right] - \Omega_1 r_0 (2 \Omega_0 + \Omega_1) = -\eta E_r, \quad (8)$$

$$2 r_1 (\Omega_0 + \Omega_1) \left[ \omega - \beta (\Omega_0 + \Omega_1) \right] + \Omega_1 (r_0 + r_1) \left[ \omega - \beta (\Omega_0 + \Omega_1) \right] = j \eta E_\theta. \quad (9)$$

ここで式 (8) を求めるとき  $r_1/r_0 \ll 1$  と仮定した。

$\theta$  方向電流  $I_\theta$  は、

$$I_\theta = (\tau_0 + \tau_1) (r_0 + r_1) (\Omega_0 + \Omega_1) = -I_0 + i_\theta, \quad (10)$$

$$-I_0 = \Omega_0 r_0 \tau_0, \quad (11)$$

$$i_\theta = \Omega_0 \tau_0 r_1 + r_0 \tau_0 \Omega_1 + \Omega_0 r_0 \tau_1 + \tau_0 r_1 \Omega_1 + \Omega_0 r_1 \tau_1 + r_0 \Omega_1 \tau_1 + r_1 \Omega_1 \tau_1. \quad (12)$$

で与えられ、 $r$  方向電流  $i_r$  は、

$$i_r = (\tau_0 + \tau_1) \frac{d}{dt} (r_0 + r_1) = (\tau_0 + \tau_1) \left[ (\Omega_0 + \Omega_1) \frac{\partial r_1}{\partial \theta} + \frac{\partial r_1}{\partial t} \right] = j r_1 (\omega \tau_0 - \beta \Omega_0 \tau_0 - \beta \tau_0 \Omega_1 + \omega \tau_1 - \beta \Omega_0 \tau_1 - \beta \Omega_1 \tau_1). \quad (13)$$

となる。連続方程式は

$$\nabla \cdot (\bar{l}_r i_r + \bar{l}_\theta I_\theta) = - \frac{\partial}{\partial t} (\tau_0 + \tau_1). \quad (14)$$

で示され、 $\bar{l}_r$ 、 $\bar{l}_\theta$  はそれぞれ  $r$  方向と  $\theta$  方向の単位ベクトル量である。ここで  $\tau_0$  は電子流の equivalent ring charge density の直流分、 $\tau_1$  はその高周波分である。体積密度の直流分および高周波分を  $\rho_0$  と  $\rho_1$  とおけば、 $\tau_0 = \rho_0 h \sigma$  および  $\tau_1 = \rho_1 h \sigma$  の関係がある。ここで  $h$  は電子流の  $z$  方向の高さである。 $\sigma$  は前述したように半径方向厚さである。式 (14) を円筒座標系で示すと、

$$\frac{i_r}{r_0 + r_1} + \frac{\partial i_r}{\partial r} + \left( \frac{1}{r_0 + r_1} \right) \frac{\partial i_\theta}{\partial \theta} = - \frac{\partial \tau_1}{\partial t}. \quad (15)$$

Eulerian-fluid の仮定および式 (12) と (13) とを式 (15) に代入すれば、

$$\frac{r_1}{r_0 + r_1} \left[ \tau_0 (\omega - \beta \Omega_0) + \tau_1 (\omega - \beta \Omega_0) - \beta \tau_0 \Omega_1 - \beta \Omega_1 \tau_1 \right] - \frac{\beta}{r_0 + r_1} \left[ \tau_0 r_1 (\Omega_0 + \Omega_1) + \tau_0 r_0 \Omega_1 + \Omega_0 \tau_1 (r_0 + r_1) + r_0 \Omega_1 \tau_1 + r_1 \Omega_1 \tau_1 \right] = -\omega \tau_1. \quad (16)$$

を得る。

さてきわめて薄い ribbon 状電子ビームを用い、単一走行小信号理論を仮定すれば、運動方程式 (8) と (9) および連続方程式 (16) はつぎのように簡単となる。

$$r_1 \Omega_0^2 \left[ (\beta_e - \beta)^2 + 2 \right] + \Omega_1 (2 \Omega_0 r_0) = \eta E_r, \quad (17)$$

$$2 r_1 \Omega_0^2 (\beta_e - \beta) + \Omega_0 \Omega_1 r_0 (\beta_e - \beta) = j \eta E_\theta, \quad (18)$$

$$r_1 (\beta_e - 2\beta) + \Omega_1 \left( \frac{-\beta r_0}{\Omega_0} \right) + \tau_1 \left[ \frac{r_0 (\beta_e - \beta)}{\tau_0} \right] = 0. \quad (19)$$

ここで

$$\beta_e = \frac{\omega}{\Omega_0}, \quad \text{electrical radian/spatial radian} \quad (20)$$

であり、電子ビーム上を同じ角速度で伝ばんする disturbance の circular propagation constant であり、beam-circuit systems における波の特性決定上重要な量である。したがって perturbation functions  $r_1$ ,  $\Omega_1$  および  $\tau_1$  は、

$$r_1 = \frac{\eta \Omega_0 r_c^2}{\tau_0 A_S} (\beta_e - \beta) \left[ E_r (\beta_e - \beta) - j 2 E_\theta \right], \quad (21)$$

$$\Omega_1 = \frac{\eta \Omega_0^2 r_0}{\tau_0 A_S} (\beta_e - \beta) \left[ 2 E_r (\beta - \beta_e) + j E_\theta \left( (\beta_e - \beta)^2 + 2 \right) \right], \quad (22)$$

$$\tau_1 = \frac{\eta \Omega_0 r_0}{A_S} (\beta_e - \beta) \left[ -E_r \beta_e + j E_\theta \left( (\beta_e - \beta) \beta + 2 \right) \right]. \quad (23)$$

となり、 $A_S$  は

$$A_S = \frac{\Omega_0^2 r_0^2 (\beta_e - \beta)^2}{\tau_0} \left[ (\beta_e - \beta)^2 + 1 \right]. \quad (24)$$

で与えられる。さらに小信号理論における  $i_\theta$  と  $i_r$  は

$$i_\theta = \Omega_0 \tau_0 r_1 + r_0 \tau_0 \Omega_1 + \Omega_0 r_0 \tau_1, \quad (25)$$

$$i_r = j \tau_0 \Omega_0 r_1 (\beta_e - \beta). \quad (26)$$

となるから、式 (21), (22) および (23) を用いて書きかえると、

$$i_\theta = \frac{\eta \tau_0}{\Omega_0 (\beta_e - \beta)} \left[ \frac{-E_r (2\beta_e - \beta) + j E_\theta ((\beta_e - \beta) \beta_e + 2)}{(\beta_e - \beta)^2 - 2} \right], \quad (27)$$

$$i_r = \frac{j \eta \tau_0}{\Omega_0} \left[ \frac{E_r (\beta_e - \beta) - j 2 E_\theta}{(\beta_e - \beta)^2 - 2} \right]. \quad (28)$$

また連続方程式 (15) から

$$\tau_1 = \left[ \frac{\beta}{\omega r_0} i_\theta + j \frac{i_r}{\omega r_0} \right]. \quad (29)$$

それ故式 (27) と (28) を使って書きかえると、

$$\tau_1 = \frac{\eta \tau_0}{\Omega_0^2 r_0 (\beta_e - \beta)} \left[ \frac{-\beta_e E_r + j E_\theta ((\beta_e - \beta) \beta + 2)}{(\beta_e - \beta)^2 - 2} \right]. \quad (30)$$

となる。

### 3. 前進波回路方程式

CEF 型増幅装置に使用される遅波回路の回路方程式はつぎのように与えられる<sup>3)</sup>。

$$\begin{aligned} & \frac{Z_{0,0}}{Z_{0,1}} (v_{0,0} v_{0,1}) \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \left( \frac{v_{0,0}}{r_c} \right)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} \\ & - \left( 1 + \frac{v_{0,0}}{v_{0,1}} \frac{Z_{0,0}}{Z_{0,1}} \right) \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -(v_{0,0} Z_{0,0}) \frac{\partial^2 (k_C \tau_1)}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (31)$$

ここで  $V$  は biperiodic structures である遅波回路の高周波電圧で  $z$ ,  $\theta$  および  $t$  の関数,  $k_c$  は ribbon 状電子ビームと biperiodic circuit との間の coupling factor,  $v_{0,0}$  は遅波回路の表面における位相速度の接線成分,  $v_{0,1}$  は遅波回路の表面における位相速度の軸方向成分,  $Z_{0,0}$  は遅波回路表面における回路 impedance の  $\theta$  成分, さらに  $Z_{0,1}$  は遅波回路表面の回路 impedance の  $z$  成分である。いま  $E_r$  と  $E_\theta$  との関係を

$$E_r = jE_\theta(f_r + jg_r). \quad (32)$$

で表示する。 $f_r$  は界の比の実数部であり,  $g_r$  は虚数部である。通常の CEF 型装置の遅波回路では  $f_r \cong -1.0$ ,  $g_r \cong 0$  となる<sup>1),2)</sup>。また電子ビームの中心半径  $r_0$  における  $E_\theta$  と高周波電圧  $V$  とは

$$E_\theta = -\frac{1}{r_0} \frac{\partial}{\partial \theta} (k_c V) = j\beta k_c \frac{V}{r_0}. \quad (33)$$

で与えられる。さらに  $r_0$  における実効的な interaction impedance  $K$  は, つぎのように定義する<sup>1),2)</sup>。

$$K = \left| \frac{k_c^2 r_c Z_{0,0}}{r_0} \right|. \quad (34)$$

さらに高周波量が  $e^{j(\omega t - \beta\theta - \gamma z)}$  のように変化するとし,

$$v_{0,0} = \omega r_c / \beta_0, \quad v_{0,1} = \omega / \gamma. \quad (35)$$

$$\omega = \beta_c \Omega_0. \quad (36)$$

を使うと前進波に対する回路方程式は,

$$E_\theta = + \frac{j\beta\beta_0\omega K}{\beta_c^2 - \beta^2} \tau_1. \quad (37)$$

となる。

#### 4. 特性方程式

ring charge density の高周波分  $\tau_1$  を与える式 (32) と回路方程式 (37) より,

$$V = \left( \frac{-\eta\tau_0 K}{\Omega_0 r_0} \right) \left( \frac{\beta\beta_0\beta_e V}{\beta_c^2 - \beta^2} \right) \left( \frac{\beta}{\beta_e - \beta} \right) \left[ \frac{\beta(\beta_e - \beta) + \beta_e + 2}{\beta(\beta_e - \beta)^2 - 2\beta} \right]. \quad (38)$$

いま gain parameter  $C$  を

$$C^3 \equiv \frac{-\eta\tau_0 K}{\Omega_0 r_0} = \frac{KI_0}{2V_0}. \quad (39)$$

で定義すれば, 特性方程式は

$$\frac{C^3 \beta^2 \beta_0 \beta_e}{(\beta_c^2 - \beta^2)(\beta_e - \beta)} \left[ \frac{\beta(\beta_e - \beta) + \beta_e + 2}{\beta(\beta_e - \beta)^2 - 2\beta} \right] = 1. \quad (40)$$

となる。いま電子ビームが存在するときの circular propagation constant を  $\beta$ , cold propaga-

tion constant を  $\beta_0$  とし, small perturbation の取扱いによって特性方程式を考察する。いま完全同期, 無損失回路の場合を考えて  $\beta$  をつぎのようにおく。

$$\beta = \beta_e(1+jC\delta), \quad \beta_0 = \beta_e. \quad (41)$$

ここで

$$\delta = x+jy. \quad (42)$$

であり, circular propagation constant の変化分を与える。式 (41) と (42) を用いて式 (40) を書きかえると,

$$(1+jC\delta) \left[ (-j\beta_e^2 C^3) \delta^5 + (-2\beta_e^2 C^2) \delta^4 + jC(\beta_e^2 C^3 - 2) \delta^3 + 2(\beta_e^2 C^3 - 2) \delta^2 + jC^2(-\beta_e^2 + \beta_e + 2) \delta + C(\beta_e + 2) \right] = 0. \quad (43)$$

となる。これを解くことによって beam-circuit systems におけるすべての波動の特性を知り得るが, 特性式の中に  $\beta_e$  が入っていることに留意すべきである。これらの波のうち一つは

$$\delta_5 \approx -\frac{j}{C}, \quad (44)$$

となり反対方向に進む波を示す。他の一つの波は,

$$\delta_6 \approx \frac{j^2}{C} \quad (44)$$

であり,  $\theta$  方向速度成分をもたない<sup>1),2)</sup>。したがってのこの四波を調べると相互作用の特性を知り得る。

いま実用上重要であり, 相互作用の特質をより明らかにするため

$$\beta_e \approx 20, \quad C \approx 0.05 \quad (46)$$

の場合を考察する。このとき特性方程式 (43) は,

$$\delta^4(2\beta_e^2 C^2) + \delta^3(j6C) + \delta^2(4) + \delta(j\beta_e^2 C^2) - \beta_e C \approx 0. \quad (47)$$

となる。したがって近似解は,

$$\delta_{1,2} \approx \pm \frac{1}{2} \sqrt{\beta_e C} - j \frac{3}{4\beta_e^2 C}, \quad (48)$$

$$\delta_{3,4} \approx \pm j \left( \frac{\sqrt{2}}{\beta_e C} \mp \frac{3}{4\beta_e^2 C} \right). \quad (49)$$

を得る。 $\delta_1$  で示した第一の波は角速度  $\Omega_0$  よりやや遅い位相速度をもつ増大波であり, 第二の波  $\delta_2$  は同じ位相速度をもつ減衰波である。第三の波  $\delta_3$  は  $\Omega_0$  より早い位相速度をもつ一定振幅波であり, 第四の波は  $\Omega_0$  より遅い位相速度をもつ一定振幅波である。これらはともに  $\beta_e$  を含む。

このような四つの波は, CEF 型電子ビームの走行空間における空間電荷波の立場からも考

察し得る。すなわち高周波界の存在しない、CEF 型走行空間において、一般に二つの synchronous diocotron waves と fast and slow space-charge waves が存在する。この diocotron waves における増大率と減衰率は、電子ビームのプラズマ角周波数の関数であり、fast and slow waves の circular propagation constants は、electronic circular propagation constant  $\beta_e$  と  $\sqrt{2}$  および plasma circular propagation constant より成り立つ<sup>9)</sup>。また CEF 型集束系で radial perturbations と linear tangential perturbations が存在すると、電子運動は、角速度  $\Omega_0$  の円運動と角周波数  $\sqrt{2} \Omega_0$  の半径方向 harmonic motion の組み合わせとなる。それ故この  $\sqrt{2}$  は半径方向運動の角周波数の角速度  $\Omega_0$  に対する比である<sup>5)</sup>。それ故相互作用の結果、diocotron waves の増大率と減衰率が式 (48) のようになると考えられる。なおこの解析は零空間電荷の場合であるが、この意味は空間電荷による界が、遅波回路上の高周波界に比べて非常に小さいということであり、増大率および減衰率はやはりプラズマ角周波数の関数であることに留意すべきである。つぎに fast and slow waves は式 (49) に示されるように、circular propagation constants がわずかに変化するのみである。すなわち空間電荷の影響が少ない場合、 $\sqrt{2}$  が主としてきいており、characteristic ripple angle をもつ定在波があり相互作用の影響が表われない。すなわち式 (41) は、circular propagation constants ( $\beta_e \pm \sqrt{2}$ ) をもつ波と前進波との結合をほとんど無視し得ることを示す。

## 5. 小信号利得

四つの波の入力端における境界条件は、(1) 遅波回路の入力信号が四つの波の和に等しい、(2) 相互作用域の入口で、no prebunching および no velocity modulation つまり  $\theta$  方向電流の和、 $r$  方向電流の和さらに  $\theta$  方向速度成分の和がそれぞれ零である。これを式で示すと、

$$\sum_{n=1}^4 V_n = V_{R0}, \quad (50)$$

$$\sum_{n=1}^4 i_{\theta n} = 0, \quad (51)$$

$$\sum_{n=1}^4 i_{r n} = 0, \quad (52)$$

$$\sum_{n=1}^4 \Omega_n = 0. \quad (53)$$

となる。ここで  $V_{R0}$  は  $\theta=0$  における遅波回路への入力信号、 $V_n$  は  $\theta=0$  における第  $n$  波の高周波電圧、 $i_{\theta n}$  は  $\theta=0$ 、 $r=r_0$  における第  $n$  波の  $\theta$  方向電流、 $i_{r n}$  は  $\theta=0$ 、 $r=r_0$  における第  $n$  波の  $r$  方向電流、 $\Omega_n$  は  $\theta=0$ 、 $r=r_0$  における第  $n$  波の角速度の perturbations である。これを matrix-form にすれば、

$$\begin{pmatrix} V_{RO} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ C_{\theta 1} & C_{\theta 2} & C_{\theta 3} & C_{\theta 4} \\ C_{r1} & C_{r2} & C_{r3} & C_{r4} \\ C_{\Omega 1} & C_{\Omega 2} & C_{\Omega 3} & C_{\Omega 4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix}, \quad (54)$$

ここで係数  $C_{\theta n}$ ,  $C_{r n}$  および  $C_{\Omega n}$  は次式で与えられる。

$$C_{\theta n} = \frac{\beta_e^2(1+C^2\delta_n^2)+2\beta_e(1-C^2\delta_n^2)+2(\beta_e C\delta_n)^2 + j\left[\beta_e^2 C\delta_n(1+C^2\delta_n^2)+4\beta_e C\delta_n-\beta_e^2 C\delta_n(1-C^2\delta_n^2)\right]}{-(\beta_e C\delta_n)^2\left[2+(\beta_e C\delta_n)^2\right]+j\beta_e^2 C\delta_n\left[(\beta_e C\delta_n)^2+2\right]}, \quad (55)$$

$$C_{r n} = \frac{(1-C^2\delta_n^2)(\beta_e C\delta_n)^2-4\beta_e C^2\delta_n^2+j\left[2C\delta_n(\beta_e C\delta_n)^2+2\beta_e C\delta_n(1-C^2\delta_n^2)\right]}{-(\beta_e C\delta_n)^2\left[2+(\beta_e C\delta_n)^2\right]+j\beta_e^2 C\delta_n\left[(\beta_e C\delta_n)^2+2\right]}, \quad (56)$$

$$C_{\Omega n} = \frac{2\beta_e^2 C^2\delta_n^2\left[2-(\beta_e C\delta_n)^2-\beta_e(1-C^2\delta_n^2)\right] + j\left[-4C\delta_n(\beta_e C\delta_n)^2-\beta_e C\delta_n(1-C^2\delta_n^2)(2-\beta_e^2 C^2\delta_n^2)\right]}{\beta_e\left[2+(\beta_e C\delta_n)^2\right](\beta_e C\delta_n)^2(1+jC\delta_n)}. \quad (57)$$

式 (54) の  $C$ -matrix の inverse は

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{V_1}{V_{RO}}\right) \\ \left(\frac{V_2}{V_{RO}}\right) \\ \left(\frac{V_3}{V_{RO}}\right) \\ \left(\frac{V_4}{V_{RO}}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} \\ D_{21} \\ D_{31} \\ D_{41} \end{pmatrix}, \quad (58)$$

となる。 $D$ -matrix は  $C$ -matrix の inverse なる symbolic form であり、 $D$ -element は一般に、

$$D_{n1} = u_{n1} + jv_{n1}, \quad (59)$$

となる。

さて前述した式 (46) の動作条件  $\beta_e \approx 20$  と  $C \approx 0.05$  のとき、 $\delta_n$  の近似解 (48) と (49) を用いて  $C$ -elements および  $D$ -elements を計算すると、

$$C_{\theta 1} = \frac{-\beta_e C\sqrt{\beta_e C} - j2}{2C\sqrt{\beta_e C}}, \quad (60)$$

$$C_{\theta 2} = \frac{-\beta_e C\sqrt{\beta_e C} + j2}{2C\sqrt{\beta_e C}}, \quad (61)$$

$$C_{\theta 3} = \frac{-\beta_e^2(1+\sqrt{2})}{3}, \quad (62)$$

$$C_{\theta 4} = \frac{-\beta_e^2(1-\sqrt{2})}{3}, \quad (64)$$

$$C_{r1} = \frac{4\sqrt{\beta_e C} - j\beta_e^2 C^2}{4\beta_e\sqrt{\beta_e C}}, \quad (64)$$

$$C_{r2} = \frac{4\sqrt{\beta_e C} + j\beta_e^2 C^2}{4\beta_e\sqrt{\beta_e C}}, \quad (65)$$

$$C_{r3} = \frac{2(1+\sqrt{2})}{3}, \quad (66)$$

$$C_{r4} = \frac{2(1-\sqrt{2})}{3}, \quad (67)$$

$$C_{\rho1} = \frac{-\beta_e^2 C^2 - j2\sqrt{\beta_e C}}{\beta_e^3 C^2}, \quad (68)$$

$$C_{\rho2} = \frac{-\beta_e^2 C^2 + j2\sqrt{\beta_e C}}{\beta_e^3 C^2}, \quad (69)$$

$$C_{\rho3} = \frac{-4(1+\sqrt{2})}{3\sqrt{2}}, \quad (70)$$

$$C_{\rho4} = \frac{4(1-\sqrt{2})}{3\sqrt{2}}. \quad (71)$$

$$u_{11} = \frac{1}{2}, \quad v_{11} = 0, \quad (72)$$

$$u_{21} = \frac{1}{2}, \quad v_{21} = 0, \quad (73)$$

$$u_{31} = \frac{-3}{4\sqrt{2}\beta_e}, \quad v_{31} = 0, \quad (74)$$

$$u_{41} = \frac{3}{4\sqrt{2}\beta_e}, \quad v_{41} = 0. \quad (75)$$

したがって前進波増幅装置の小信号利得は、

$$\begin{aligned} \text{Gain (db)} &= 10 \log_{10} \left| \sum_{n=1}^4 e^{j\alpha_n} \left[ u_{n1} \cos \phi y_n - v_{n1} \sin \phi y_n + j(v_{n1} \cos \phi y_n + u_{n1} \sin \phi y_n) \right] \right|^2 \\ &= 10 \log_{10} \left[ \cosh^2 \frac{\sqrt{\beta_e C}}{2} \phi + \frac{9}{8\beta_e^2} \sin^2 \frac{\sqrt{2}}{\beta_e C} \phi \right]. \end{aligned} \quad (76)$$

となる。ここで空間角度  $\theta$  に対する電気角  $\phi$  は、

$$\phi = \beta_e C \theta = 2\pi CN \quad (77)$$

である。 $N$  は相互作用域の空間角度  $\theta$  に対する wave angle の数である。式 (76) は、無損失回路、零空間電荷、完全同期、 $\beta_e \approx 20$  および  $C \approx 0.05$  の場合の利得の表示式であり、はじめて与えられたものである。

この利得における第一項は、増大波および減衰波による利得であり、第二項は CEF 型電子ビーム集束系における characteristic ripple によるものである。しかるに  $\beta_e \approx 20$ 、 $C \approx 0.05$  の領域では、第二項は  $(9/400) \sin^2 \sqrt{2} \theta$  となり第一項に比べて非常に小さい。したがって利得は

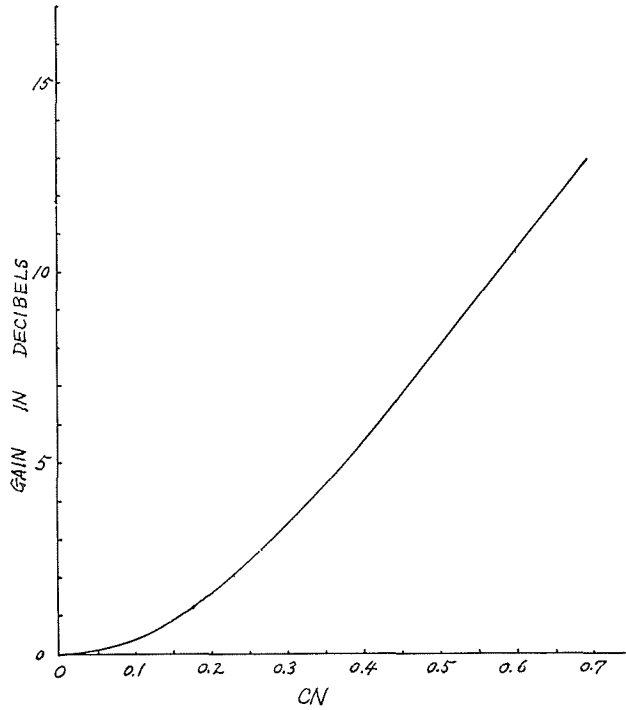


Fig. 2. Forward-wave gain characteristics.  
( $Q=0, d=0, b=0, \beta_e \approx 20, C \approx 0.05$ )

$$\text{Gain (db)} \approx 10 \log_{10} \left[ \cosh^2 \frac{\sqrt{\beta_e C}}{2} \phi \right] = 10 \log_{10} \left[ \cosh^2 (\pi CN \sqrt{\beta_e C}) \right]. \quad (78)$$

で近似し得る。Fig. 2に  $CN$  対利得の計算値を示す。なお  $\beta_e \approx 20, C \approx 0.05$  の場合実用上一番大きくとれる  $\theta=270^\circ$  は  $CN=0.75$  に対応することに留意さるべきである。

## 6. O型およびM型前進波増幅装置との比較

O型前進波増幅装置の無損失、完全同期および零空間電荷における小信号利得は、

$$\text{Gain (db)} = 10 \log_{10} \left[ \frac{1}{9} + \frac{4}{9} \cosh^2(\sqrt{3} \pi CN) + \frac{4}{9} \cos(3\pi CN) \cdot \cosh(\sqrt{3} \pi CN) \right]. \quad (79)$$

で与えられる<sup>6)</sup>。またM型増幅装置において無損失、完全同期および零空間電荷のとき小信号利得は、

$$\text{Gain (db)} = 10 \log_{10} \left[ \cosh^2 2\pi DN \right]. \quad (80)$$

で示される<sup>7)</sup>。ここで  $C$  と  $D$  は、O型とM型のそれぞれの gain parameter であり、 $C^3 = KI_0/4V_0$  および  $D^2 = I_0 K \beta_e d / V_{SA}$  で定義される。 $d$  は sole と遅波回路間の間隙であり、 $V_{SA}$  は電位差である。これらの計算値の比較をFig. 3に示す。

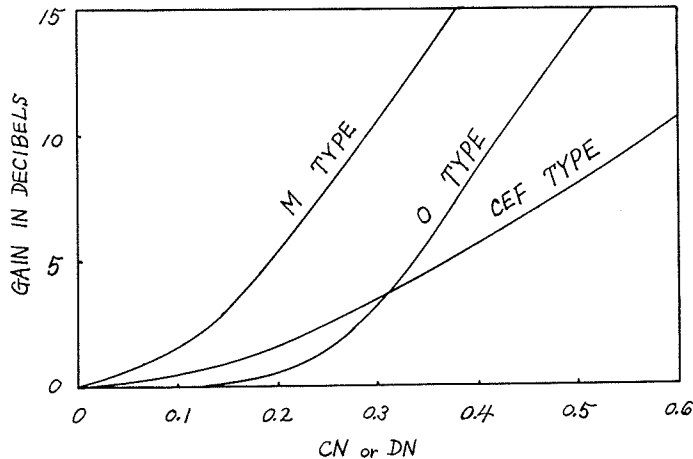


Fig. 3. How the signal level varies along CEF-, O- and M-type devices for the special case of zero loss and space-charge and an electron velocity equal to the circuit phase velocity. It was assumed in CEF-type interactions that  $\beta_e \approx 20$  and  $C \approx 0.05$ .

O型の beam-circuit systems には、電子ビームの直流速度よりやや遅い位相速度をもつ増大波と減衰波、およびやや早い位相速度をもつ一定波が存在し、小さい  $CN$  で CEF 型より小さい利得をもつ。これは電子ビームがはじめ密度集群をもたず、回路波とほとんど相互作用しないためであり、大きい  $CN$  では相互作用が累積され利得が急速に増加する。

CEF 型の beam-circuit systems には電子ビームの角速度  $\Omega_0$  とほぼ等しい角速度をもつ同期増大波と同期減衰波およびこの集束系固有の fast and slow waves が存在する。かなり小さい  $CN$  で O 型より大きい利得をもつ。これは相互作用の累積よりもむしろ synchronous diocotron waves のためと考えられ fast and slow waves による影響は非常に少ない。ここに述べた解析では空間電荷効果を省略したが、電子ビームが存在する故そのプラズマ角周波数を考え得るから、diocotron waves が propagate するわけで、これらが高周波界の影響をうけると考えられる。 $CN$  を増せば利得は増加するが、O 型や M 型に比べてかなり低い。また構造上空間角度に制限があり  $CN$  の値も制限される。したがっていま考察している動作条件においては、CEF 型前進波装置自身の利用法に一考を要する。

M 型の beam-circuit systems には、ともに平衡比に等しい位相速度をもつ増大波と減衰波の二波が存在する。これは完全同期のため、二つの cyclotron waves が省略されたものであり、電子ビームは、平衡比で移動する一つの波動を与え、これが遅波回路の一つの前進波と相互作用して増大および減衰の二波を生ずるに至る。これらは magnetron interaction のため非常に高い利得を与える。すなわち減速電界にある電子群が遅波回路側に移動して高周波界に potential energy を与え、かつ phase focusing によって電子群が減速電界に集るから、非常に秀れた相互作用を行なう。もし空間電荷効果を考慮すればいわゆる diocotron effects が密度

変調に影響し一層利得を増すに至る。

## 7. 結 言

CEF 型前進波増幅装置の無損失、零空間電荷、完全同期、 $\beta_e \approx 20$  および  $C \approx 0.05$  の場合における小信号利得の表示式がはじめて与えられた。beam-circuit systems には同期増大波と減衰波および CEF 型集束系固有の fast and slow waves が存在するが、利得は前者の二波によってほぼ決定する。この結果は CEF 型電子ビームと低速電磁波との相互作用の機構を一層明らかにするとともに、増幅装置自身の使用方法に関し多くの示唆を与えるものである。

おわりに研究の機会を与えて下さった電子工学科の方々、および数値計算と校正に協力された千田正彦助手と小柳幸次郎技官に感謝する。また多くの資料を御教示下さった Professor Joseph E. Rowe と Professor W. M. Nunn, Jr. に深謝する。

## 参 考 文 献

- 1) Nunn, W. M., Jr. and Rowe, J. E. "Single-Transit, Large-Radius E-Type Devices", Trans. PGED-IRE, vol. ED-8, pp. 508-520 (1961-11).
- 2) Nunn, W. M., Jr. "Single-Transit E-Type Traveling-Wave Devices", Journal of Electronics and Control, vol. 15, No. 3, pp. 201-227 (1963-9).
- 3) Rowe, J. E. "Nonlinear Electron-Wave Interaction Phenomena", Academic Press, New York and London, pp. 54-62 (1965).
- 4) Sakuraba, I. and Rowe, J. E. "Small-Signal Power Theorems and Dispersion in E-Type Electron Beams", Technical Report No. 76, Electron Physics Laboratory, Department of Electrical Engineering, The University of Michigan. (1964-11).
- 5) 桜庭一郎 "遠心力を用いた静電界集束系における電子軌道", 北海道大学工学部研究報告, 第 40 号, pp. 77-86 (1966-3).
- 6) Pierce, J. R. "Traveling-Wave Tubes", D. Van Nostrand, INC., New York, p. 134 (1950).
- 7) Mourier, G. "Small Signal Theory", Crossed-Field Microwave Devices, Vol. 1, Academic Press. New York and London, pp. 395-435 (1961).