



Title	新しい型の円形TE01姿態導波管曲り損失補償装置”TE01姿態再生変換器”（第1報）
Author(s)	今井, 正明; Imai, Masaaki; 松本, 正 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 42, 43-69
Issue Date	1967-01-05
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40813
Type	departmental bulletin paper
File Information	42_43-70.pdf



新しい型の円形 TE_{01} 姿態導波管曲り損失補償
装置 “ TE_{01} 姿態再生変換器” (第1報)

今 井 正 明*
松 本 正*

A New Type of Compensation Device for Loss due
to Curved Circular TE_{01} Mode Waveguide
“ TE_{01} Mode Regenerating Converter” (I)

Masaaki IMAI
Tadashi MATSUMOTO

Abstract

In this paper, a new method to compensate for mode conversion loss due to bending of circular TE_{01} mode waveguide used in the transmission of millimeter wave is presented.

The method is as follows:

(1) First, the incident TE_{01} mode and the unwanted TM_{11} mode with a phase difference of $\pi/2$ between each other were converted to the rectangular TE_{10} mode through a series of coupling holes.

(2) Secondly, the rectangular TE_{10} mode was converted to the primary circular TE_{01} mode by the same means.

As a result, it is the expectation that the influence of the bend will be removed regardless of the radius of the bend.

The principle there of was investigated theoretically, and examples of actual design, and performance characteristics were presented for 34, 50 Gc as the center frequency.

Farthermore, various problems anticipated to be important in practice were considered in detail.

目 次

1. ま え が き	44
2. 動 作 原 理	44
3. 理 論 式	49
4. 設 計 例	52
5. 検 討	57
6. む す び	64
文 献	65
附 録	66

* 北海道大学工学部電子工学科
(Department of Electronic Engineering, Faculty of Engineering, Hokkaido University).

1. ま え が き

ミリ波の伝送系として使用される円形導波管において、 TE_{01} 姿態はその減衰定数が周波数の $3/2$ 乗に逆比例して減少するという特異さのために使われている。しかし TE_{01} 姿態以外の多数の姿態が伝ばん可能な状態にあるために、断面の不完全さなどの原因によって TE_{01} 姿態がその他の姿態へ変換して伝ばんする。

特に円形導波管を曲げた状態で布設した場合には、送信した TE_{01} 姿態が TM_{11} , TE_{1P} ($P=1, 2, \dots$) 姿態へ変換するから、実質的に TE_{01} 姿態は損失を受けたことになる。この中、 TE_{01} 姿態と等しい位相定数を持つ TM_{11} 姿態は TE_{01} 姿態と同程度の大きさにまでなるので、この影響は他の不要姿態に比べて大きい。

これに対する方法としては TM_{11} 姿態との縮退を除くことである。そのために TM_{11} 姿態に大きな減衰を与えるらせん導波管、あるいは TM_{11} 姿態に位相の変化を与える誘電体内装導波管が考えられている。しかしそれらの曲りに対する限界は前者で $50\sim 60$ m の曲率半径、後者でも $20\sim 30$ m 程度である^{*1}。これよりも急な曲りに対しては、導波管内径を 20 mm に細くしたらせん導波管を用いると、 1 m の曲率半径でも 0.5 db/m の減衰となる²⁾。

以上の考え方の他に、光の反射の原理を用いたものもある。直角曲り反射型エルボーがそれである。これは管径が太くなるほど、縦磁界の反射による影響が小さくなって反射損失は減少するという特徴を持っていて、 51 mm 内径で 0.2 db 程度の損失となる。

本文では、これらとは全く異なった観点から一様円形曲りに対する補償を考えた。すなわち円形導波管では TE_{01} 姿態と TM_{11} 姿態との縮退は本質的なことである。したがってこの関係を除くことよりも、この等しい位相定数を持つという性質に注目した。

この方法によれば曲りの半径には関係なく不要 TM_{11} 姿態は再び信号 TE_{01} 姿態へ変換することになる。よって曲りによる損失として、理論上導波管の熱損失のみを考慮すればよいことになる。

以下にこの“ TE_{01} 姿態再生変換器”の動作原理、設計の基準となる理論式、設計例について述べる。

なお、本論文は、本年(41年度)の3月に作製した修士論文の一部を抜粋したものである。

2. 動作原理

半径 R の円形導波管における TE_{mn} , TM_{mn} 姿態の電磁界分布は次式で与えられる²⁾。

$TE_{[mn]}^0$ 姿態

^{*1} 曲りの限界とは直線導波管における TE_{01} 姿態の減衰が2倍となる曲率半径を意味する。ただし、ここに示す数値例に円形導波管の内径が 51 mm, 中心周波数を 50 Gc としたときのものである。

$$\left. \begin{aligned}
 E_{\theta_r}^e &= \pm V_{[\ell]} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\pi}} \frac{m}{\sqrt{x_{[\ell]}^2 - m^2}} \frac{J_m\left(\frac{x_{[\ell]}r}{R}\right)}{rJ_m(x_{[\ell]})} \frac{\sin m\phi}{\cos m\phi} \\
 E_{\theta_\phi}^e &= V_{[\ell]} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\pi}} \frac{x_{[\ell]}}{\sqrt{x_{[\ell]}^2 - m^2}} \frac{J'_m\left(\frac{x_{[\ell]}r}{R}\right)}{RJ_m(x_{[\ell]})} \cos m\phi \\
 E_z &= 0 \\
 H_{\theta_r}^e &= -I_{[\ell]} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\pi}} \frac{x_{[\ell]}}{\sqrt{x_{[\ell]}^2 - m^2}} \frac{J'_m\left(\frac{x_{[\ell]}r}{R}\right)}{RJ_m(x_{[\ell]})} \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \\
 H_{\theta_\phi}^e &= \pm I_{[\ell]} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\pi}} \frac{m}{\sqrt{x_{[\ell]}^2 - m^2}} \frac{J_m\left(\frac{x_{[\ell]}r}{R}\right)}{rJ_m(x_{[\ell]})} \frac{\sin m\phi}{\cos m\phi} \\
 H_z^e &= -j\eta \frac{\lambda x_{[\ell]}}{2\pi R} V_{[\ell]} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\pi}} \frac{x_{[\ell]}}{\sqrt{x_{[\ell]}^2 - m^2}} \frac{J_m\left(\frac{x_{[\ell]}r}{R}\right)}{RJ_m(x_{[\ell]})} \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi}
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$TM_{(mn)}^0$ 姿態

$$\left. \begin{aligned}
 E_{\theta_r}^e &= -V_{(\ell)} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\pi}} \frac{J'_m\left(\frac{x_{(\ell)}r}{R}\right)}{RJ_{m+1}(x_{(\ell)})} \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \\
 E_{\theta_\phi}^e &= \pm V_{(\ell)} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\pi}} \frac{mJ_m\left(\frac{x_{(\ell)}r}{R}\right)}{x_{(\ell)}rJ_{m+1}(x_{(\ell)})} \frac{\sin m\phi}{\cos m\phi} \\
 E_z^e &= -j\zeta \frac{\lambda x_{(\ell)}}{2\pi R} I_{(\ell)} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\pi}} \frac{J_m\left(\frac{x_{(\ell)}r}{R}\right)}{RJ_{m+1}(x_{(\ell)})} \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \\
 H_{\theta_r}^e &= \mp I_{(\ell)} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\pi}} \frac{mJ_m\left(\frac{x_{(\ell)}r}{R}\right)}{x_{(\ell)}rJ_{m+1}(x_{(\ell)})} \frac{\sin m\phi}{\cos m\phi} \\
 H_{\theta_\phi}^e &= -I_{(\ell)} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\pi}} \frac{J'_m\left(\frac{x_{(\ell)}r}{R}\right)}{RJ_{m+1}(x_{(\ell)})} \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \\
 H_z &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

また $a \times b$ の矩形導波管において

$TE_{[mn]}$ 姿態

$$\left. \begin{aligned}
 E_x &= V_{[\ell]} \frac{\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n}}{b} \frac{n}{\sqrt{m^2 \frac{b}{a} + n^2 \frac{a}{b}}} \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \\
 E_y &= -V_{[\ell]} \frac{\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n}}{a} \frac{m}{\sqrt{m^2 \frac{b}{a} + n^2 \frac{a}{b}}} \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \\
 E_z &= 0 \\
 H_x &= I_{[\ell]} \frac{\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n}}{a} \frac{m}{\sqrt{m^2 \frac{b}{a} + n^2 \frac{a}{b}}} \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y
 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} H_y &= I_{[i]} \frac{\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n}}{b} \frac{n}{\sqrt{m^2 \frac{b}{a} + n^2 \frac{a}{b}}} \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \\ H_z &= -j\eta V_{[i]} \lambda \frac{\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n}}{2ab} \sqrt{m^2 \frac{b}{a} + n^2 \frac{a}{b}} \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \end{aligned} \right\}$$

ここで

V_i, I_i : 各姿態の電圧, 電流振幅

$x_{[i]}$: m 次 Bessel 関数を微分した $J'_m(x)$ の零を除く n 番目の根

$x_{(i)}$: m 次 Bessel 関数 $J_m(x)$ の零を除く n 番目の根

$$\eta = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} = \frac{1}{\zeta}$$

$$\varepsilon_{m,n} = \begin{cases} 1: & m, n=0 \\ 2: & m, n \neq 0 \end{cases}$$

ただし, 上式において i は mn を代表するものであり, $e, 0$ は偶姿態, 奇姿態を表わす。

また各姿態の伝送電力は横電界, 横磁界をそれぞれ $\mathbf{E}_t, \mathbf{H}_t$, 軸方向の単位ベクトルを \mathbf{i}_z とすると次式で与えられる。

$$P_i = \frac{1}{2} R_e \iint \mathbf{i}_z \cdot \mathbf{E}_t \times \mathbf{H}_t^* dS \quad (4)$$

* は複素共役を表わす。

したがって $TE_{[i]}$, $TM_{(i)}$ 姿態については,

$$\left. \begin{aligned} P_{[i]} &= \frac{1}{2} \eta \frac{\lambda}{\lambda_{g_{[i]}}} V_{[i]}^2 = \frac{1}{2} \zeta \frac{\lambda_{g_{[i]}}}{\lambda} I_{[i]}^2 \\ P_{(i)} &= \frac{1}{2} \eta \frac{\lambda_{g_{(i)}}}{\lambda} V_{(i)}^2 = \frac{1}{2} \zeta \frac{\lambda}{\lambda_{g_{(i)}}} I_{(i)}^2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

となる。

$\lambda_{g_{(i)}}$ は i 姿態の管内波長で, 円形管, 矩形管においてはそれぞれに○印, □印を付して,

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{g_{\circ}} &= \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{x_i \lambda}{2\pi R}\right)^2}} \\ \lambda_{g_{\square}} &= \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda \sqrt{m^2 b/a + n^2 a/b}}{2\sqrt{ab}}\right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

である。

さて TE_{01} 姿態が一様に曲った円形導波管に入射すると, TE_{01} 姿態の外に TM_{11} , TE_{1P} 不要姿態が発生する*2。しかし管径が細くて, TE_{01} 姿態位までが伝ばん可能な状態では, これらの不要姿態のうち TM_{11} のみを考えればよい。すなわち, TE_{1P} 不要姿態の影響は TM_{11} 姿態

*2 曲りによって TE_{01} 姿態と結合するのは TM_{11} 姿態のうち奇姿態, TE_{1P} 姿態のうち偶姿態の方である。以下, 単に TM_{11} , TE_{1P} と書いてあるのは, それぞれの奇姿態, 偶姿態を示すものとする。

に比べると無視される。Fig. 1 に曲りの面が $x-z$ 面内にあるときの TE_{01} , TM_{11} , TE_{11} 姿態の電磁界分布を示す。

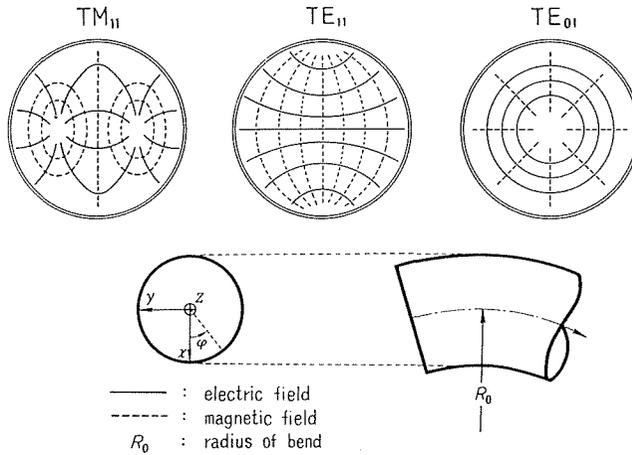


Fig. 1. Electromagnetic field distribution of TM_{11} , TE_{11} , TE_{01} modes, $\varphi=0$ and $\varphi=\pi$ lie in the plane of bend.

ここでそれらの分布の差異について考える。このことは特別な二つの姿態間の結合を考える際には必要なことである。 TM_{11} 姿態は軸方向の磁界を持たない。一方 TE_{01} 姿態はこの縦磁界を持っているが、横方向磁界に関しては、中心軸上、および管壁で零となる。したがってこの磁界分布の違いを利用して、両姿態を独立してこの円形導波管と結合のある他の導波管姿態へ変換させることができる。このとき両者から変換された姿態は等しい位相定数を持つように結合孔の位置、寸法等を決めなければならない。

つぎにこの変換されて一つになった結合導波管姿態を再び TE_{01} 姿態へ変換させる必要がある。これは TE_{01} 姿態励振器としての機能であって、これに関しては種々の方法が考えられている。ここでは分布して存在する結合孔によって再び TE_{01} 姿態へ結合させることを考える。

最初に円形導波管内の TE_{01} , TM_{11} 姿態を結合導波管姿態へ変換させることを考える。このためにはまず、曲り面内に平行に導体板を円形導波管の中心軸上に挿入して、この円形管を二分割する。このように二個の半円形管に分割しても TE_{01} , TM_{11} , TE_{11} 姿態は影響を受けない (Fig. 1 参照)。そこでこの分割導体板を徐々に厚くしていった短形導波管を作る。そのとき円形管の中心軸と矩形管の中心軸を一致さす。この分割導体板上においては、 TE_{01} 姿態の横磁界は中心軸上で零となるが、 TM_{11} 姿態の横磁界は中心軸上で最大となる。したがって中心軸上に横方向スロットを設けて TM_{11} 姿

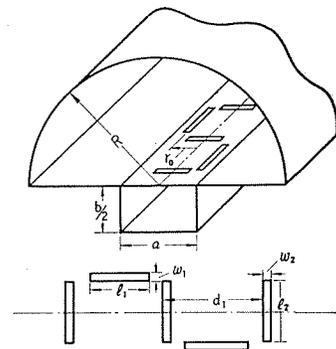


Fig. 2. Proposed structure of TE_{01}^Q , TM_{11}^Q modes \rightarrow TE_{10}^Q mode converter.

態の H_x 成分と矩形管の TE_{10} 姿態の H_x 成分を結合させ、中心軸より適当にずれた位置に縦方向スロットを設けて TE_{01} 姿態の H_z 成分と TE_{10} 姿態の H_z 成分を結合さす。これらのことを Fig. 2 において示す。

このとき結合関係にある姿態の伝ばん定数を等しくすると、円形管内の TE_{01} , TM_{11} 姿態は完全に矩形導波管の TE_{10} 姿態へ変換することが Miller の結合理論から予測される³⁾。また TE_{01} , TM_{11} 姿態から変換された各矩形 TE_{10} 姿態がどのような位相差で結合されるかが問題となる。これは曲り部分で発生した TM_{11} 姿態はもとの入射 TE_{01} 姿態と $\pi/2$ の位相差を持っている。さらにこれら両姿態が TE_{10} 姿態へ変換するときは共に $\pi/2$ (90°) の位相差を受ける。したがって、両姿態から変換された矩形 TE_{10} 姿態は互いに $\pi/2$ の位相差で合成されることになる。

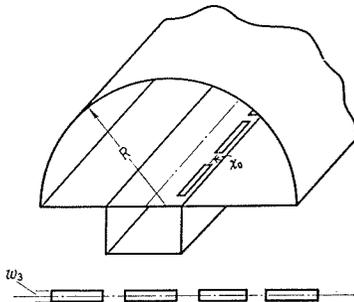


Fig. 3. Proposed structure of TE_{10}° mode \rightarrow TE_{01}° mode converter.

形導波管を用いて接続する。

このようにして曲り部分で発生した TM_{11} 姿態を TE_{01} 姿態へ変換する“ TE_{01} 姿態再生変換器”が得られる。以上のことをまとめると次に示すような系統図が得られる。

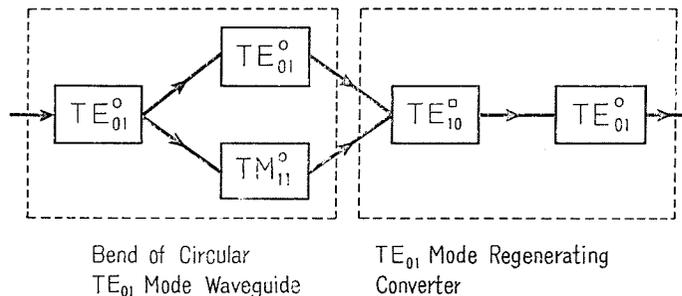


Fig. 4. System configuration of the bend of circular waveguide and “ TE_{01} mode regenerating converter”.

このような方法によって結合 TE_{10} 姿態の熱損失を除けば、原理上曲りによる損失を受けずに TE_{01} 円形姿態を伝ばんさすことができる。

3. 理論式

Fig. 5 に示すように伝ばん定数 r (減衰定数 α , 位相定数 β) が異なる二つの導波管線路 No. 1 と No. 2 が単位長当りの結合度 C を持って一様に結合しているものとする。

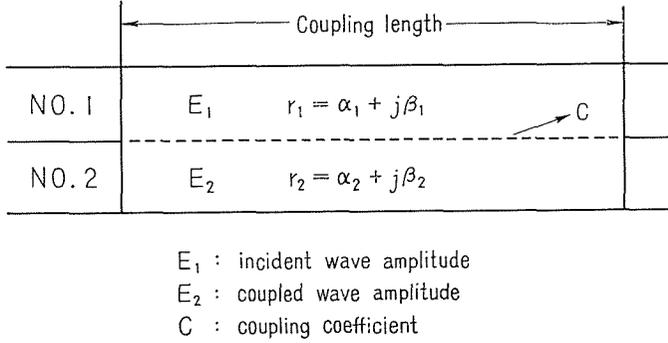


Fig. 5. Uniform coupled lines with coupling coefficient: C .

このとき No. 1 の線路から単位振幅 ($|E_1|=1$) の波が入射したとすれば, 任意の距離における結合導波管線路上の二つの波の振幅は反射波を無視して³⁾,

$$\left. \begin{aligned}
 E_1 &= \left\{ \frac{1}{2} - \frac{r_1 - r_2}{2\sqrt{(r_1 - r_2)^2 - 4C^2}} \right\} e^{r_1 z} + \left\{ \frac{1}{2} + \frac{r_1 - r_2}{2\sqrt{(r_1 - r_2)^2 - 4C^2}} \right\} e^{r_2 z} \\
 E_2 &= \frac{jC}{\sqrt{(r_1 - r_2)^2 - 4C^2}} e^{r_1 z} - \frac{jC}{\sqrt{(r_1 - r_2)^2 - 4C^2}} e^{r_2 z} \\
 \text{ここで} \\
 r_1 &= -\frac{1}{2}(r_1 + r_2 + 2jC) + \frac{1}{2}\sqrt{(r_1 - r_2)^2 - 4C^2} \\
 r_2 &= -\frac{1}{2}(r_1 + r_2 + 2jC) - \frac{1}{2}\sqrt{(r_1 - r_2)^2 - 4C^2}
 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

となる。

結合導波管線路の減衰定数が等しい ($\alpha_1 = \alpha_2$) ときには,

$$r_1 - r_2 = j(\beta_1 - \beta_2) \quad (8)$$

を上式に代入して一定の減衰量を除くと,

$$\left. \begin{aligned}
 E_1 &= \sqrt{1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2C}\right)^2} \sin^2\left(\sqrt{1 + \left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2C}\right)^2} Cz\right)} \\
 E_2 &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2C}\right)^2}} \sin\left(\sqrt{1 + \left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2C}\right)^2} Cz\right)
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

となる。

したがって次式の条件が満たされるときは1次側の電力は全て2次側の電力へ変換されて

$E_1=0, E_2=1$ となる。

$$\beta_1 = \beta_2, \quad Cz = \frac{\pi}{2} \quad (10)$$

結合が多数のスロットを介して不連続に行なわれる場合は、各々の結合度を C_i とするとき式(10)の代りに³⁾,

$$\beta_1 = \beta_2, \quad \sum_{i=1}^n \sin^{-1} C_i = \frac{\pi}{2} \quad (11)$$

ただし n はスロットの総数

を得る。

結合導波管内の位相定数 β_1, β_2 は導波管寸法の他に結合スロットによって電磁界がじょう乱を受けることを考慮に入れて決定される。すなわちこれを実効位相定数とすると^{3),4)},

$$\left. \begin{aligned} \beta_{1\text{eff}} &= \beta_1 + \frac{C_{11}}{d} \\ \beta_{2\text{eff}} &= \beta_2 + \frac{C_{22}}{d} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(d は結合孔の間隔)

となる。したがって式(11), (12)から設計の基準となる式は C_{12} (式(11)における C_i) $\ll 1$ に留意するとつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} C_{22} - C_{11} &= (\beta_1 - \beta_2) d \\ nC_{12} &= \pi/2 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

C_{11}, C_{22} は振幅反射係数であって、これと密接に関係する振幅結合係数 (C_{12}) と一緒に示すと⁵⁾,

$$\left. \begin{aligned} C_{ii} &= \frac{\omega}{4} \left\{ \mu ([\hat{M}] \mathbf{H}_i^+) \cdot \mathbf{H}_i^{*-} - \varepsilon ([\hat{P}] \mathbf{E}_{ti}) \cdot \mathbf{E}_{ti}^* \right\} \\ C_{ij} &= \frac{\omega}{4} \left\{ \mu ([A_m \hat{M}] \mathbf{H}_j^+) \cdot \mathbf{H}_i^{*-} + \varepsilon ([A_c \hat{P}] \mathbf{E}_{tj}) \cdot \mathbf{E}_{ti}^* \right\} \\ \mathbf{H}_i^\pm &= \mathbf{H}_{ti}(\rho) \pm \mathbf{H}_{zi}(\rho) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

完全導体の導波管においては $\mathbf{E}_t, \mathbf{H}_t$ は実数, $\mathbf{E}_z, \mathbf{H}_z$ は純虚数になるから,

$$\mathbf{H}_i^{*-} = \mathbf{H}_i^- \quad (15)$$

が成立つ。

また $[A_c \hat{P}], [A_m \hat{M}]$ はテンソル表示であって、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} [A_c \hat{P}] &= \begin{pmatrix} A_{c\zeta} \hat{P}_{\zeta\zeta} & 0 & 0 \\ 0 & A_{c\eta} \hat{P}_{\eta\eta} & 0 \\ 0 & 0 & A_{c\zeta} \hat{P}_{\zeta\zeta} \end{pmatrix} \\ [A_m \hat{M}] &= \begin{pmatrix} A_{m\zeta} \hat{M}_{\zeta\zeta} & 0 & 0 \\ 0 & A_{m\eta} \hat{M}_{\eta\eta} & 0 \\ 0 & 0 & A_{m\zeta} \hat{M}_{\zeta\zeta} \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

を表わす。ただし P, M は電氣的, 磁氣的分極率を表わして、 A_c, A_m は結合導体板に厚さがあるとき, その一方の側の電磁界により励振された孔が他の側へ誘起する電氣的, 磁氣的分極率の減衰量を表わしている。Fig. 6 に示すような $l \times w$ ($l \gg w$) の寸法で厚さのない楕円形スロットに対して電氣的, 磁氣的分極率は近似的に次式で与えられる⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned} \hat{M}_{\xi\xi} &= \frac{\pi l^3}{24} \frac{1}{\ln \frac{4l}{w} - 1} \\ \hat{M}_{\eta\eta} &= \frac{\pi l}{24} w^2 \\ \hat{P}_{\xi\xi} &= -\frac{\pi l}{24} w^2 \\ \hat{M}_{\zeta\zeta} &= \hat{P}_{\xi\xi} = \hat{P}_{\eta\eta} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

その他の方形, 円端スロット形状に対する軸方向分極率は Cohn の実験結果から得られる⁶⁾。その一例として Fig. 7 に方形スロットの軸方向磁氣的分極率を示す。

また孔の厚さによる減衰量は孔が波長に比して小さいから近似的に厚さのある孔を遮断域にある導波管と見なして計算される。楕円形, 方形スロットの場合にはその厚さを l すると⁵⁾,

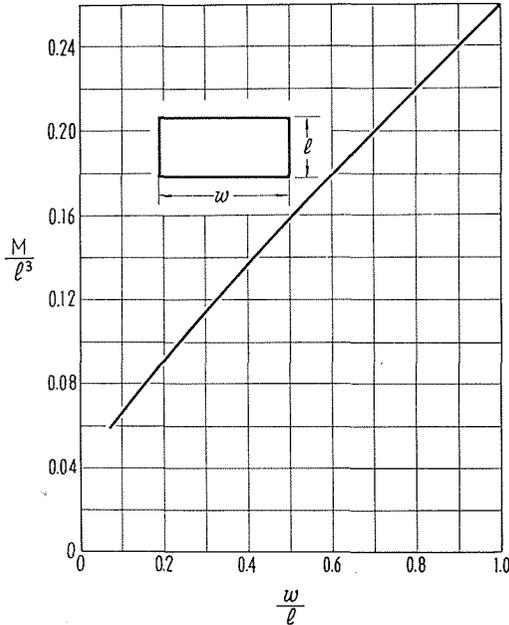


Fig. 7. Magnetic polarizability of rectangular slot ($l \times w$), magnetic field parallel to l .

$$\left. \begin{aligned} A_{e\zeta} &= e^{-\pi\sqrt{1-(l/\lambda)^2-(2l/\lambda)^2}\frac{t}{l}} \\ A_{m\zeta} &= e^{-\pi\sqrt{1-(2l/\lambda)^2}\frac{t}{l}} \\ A_{m\eta} &= e^{-\pi\sqrt{1-(2l/\lambda)^2}\frac{t}{l}} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

となる。

4. 設 計 例

4.1 TE_{01} , TM_{11} 姿態 $\rightarrow TE_{10}$ 姿態変換部

各姿態の反射係数，結合係数は，軸方向以外の分極率を無視して次式で与えられる（附録(1)）。

(1) TE_{01} 姿態 $\rightarrow TE_{10}$ 姿態変換

$$\left. \begin{aligned} C_{11}^{[01]z} &= \frac{M_{z1} \cdot \lambda}{2\sqrt{1-\left(\frac{x_{[01]}\lambda}{2\pi R}\right)^2}} \left(\frac{x_{[01]}J_0\left(\frac{x_{[01]}r_0}{R}\right)}{\pi R^2 J_0(x_{[01]})} \right)^2 \\ C_{22}^{[10]z} &= \frac{\pi M_{z1}\lambda}{a^3 b \sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} \sin^2\left(\frac{\pi}{a} r_0\right) \\ C_{12}^{[01]\rightarrow[10]} &= \frac{M_{z1} \cdot \lambda \cdot x_{[01]} J_0\left(\frac{x_{[01]}r_0}{R}\right) \sin\left(\frac{\pi}{a} r_0\right)}{R^2 J_0(x_{[01]}) e^{\pi\sqrt{1-\left(\frac{2l_1}{\lambda}\right)^2}\frac{t}{l_1}} \sqrt{2\pi a^3 b} \sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \sqrt{1-\left(\frac{x_{[01]}\lambda}{\pi R}\right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

(2) TM_{11} 姿態 $\rightarrow TE_{10}$ 姿態変換

$$\left. \begin{aligned} C_{11}^{(11)x} &= \frac{M_x}{\lambda \sqrt{1-\left(\frac{x_{(11)}\lambda}{2\pi R}\right)^2}} \left(R J_0(x_{(11)}) \right)^2 \\ C_{22}^{[10]x} &= \frac{4\pi M_x \sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}{ab\lambda} \\ C_{12}^{(11)\rightarrow[10]} &= \frac{M_x}{\lambda R J_2(x_{(11)}) e^{\pi\sqrt{1-\left(\frac{2l_2}{\lambda}\right)^2}\frac{t}{l_2}}} \sqrt{\frac{\pi \sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}{ab \sqrt{1-\left(\frac{x_{(11)}\lambda}{2\pi R}\right)^2}}} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ただし M_{z1} , M_x はそれぞれ縦方向，横方向スロットの軸方向分極率である。

式(13)の第一式に(1),(2)の結果を適用すると，

$$\left. \begin{aligned} C_{22}^{[10]z} - C_{11}^{[01]z} &= d_1 (\beta_1^{[01]} - \beta_2^{[10]}) \\ C_{22}^{[10]x} - C_{11}^{(11)x} &= d_1 (\beta_1^{(11)} - \beta_2^{[10]}) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

である。矩形導波管において TE_{01} , TM_{11} 姿態から変換された矩形 TE_{10} 姿態の実効位相定数が等しいためには式(12)より，

$$C_{22}^{[10]z} = C_{22}^{[10]x} \quad (22)$$

が成立たたねばならない。よって上式および $\beta_1^{[10]} = \beta_1^{(11)}$ の関係を式(21)に代入すると、

$$C_{11}^{[01]z} = C_{11}^{(11)x} \quad (23)$$

を得る。

式(23), (23)を満足する r_0 , M_{z1} , M_x はつぎの関係にある。

$$\frac{J_0\left(\frac{x_{[01]}r_0}{R}\right)}{\sin\left(\frac{\pi r_0}{a}\right)} = \frac{\pi R}{\sqrt{2} a x_{[01]} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} \quad (24)$$

$$M_{z1} = \frac{2\pi^2 R^2 M_x}{\lambda^2 x_{[01]}^2 J_0^2\left(\frac{x_{[01]}r_0}{R}\right)} = \frac{(4a^2 - \lambda^2) M_x}{\lambda^2 \sin^2\left(\frac{\pi r_0}{a}\right)} \quad (25)$$

ここで分極率 M_{z1} , M_x を与えるスロットの長軸 l_1 , l_2 を、

$$l_1 = l_2 \quad (26)$$

のように選らぶならば式(22), (23)の関係を結合係数に考慮して、

$$C_{12}^{[01] \rightarrow [10]} = C_{12}^{(11) \rightarrow [10]} \quad (27)$$

を得る。したがって式(13)の第2式で与えられるスロット総数は両者の場合と同じになって、

$$n_1 = \frac{\lambda R J_2(x_{(11)}) e^{\pi \sqrt{1 - \left(\frac{2a_1}{\lambda}\right)^2} \frac{t}{l_1}}}{4M_x} \sqrt{\frac{\pi a b \sqrt{1 - \left(\frac{x_{(11)}\lambda}{2\pi R}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}} \quad (28)$$

で与えられる。

また a , b , R の関係は式(20)を式(21)の第一式に代入することより次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{1 - \left(\frac{x_{(11)}\lambda}{2\pi R}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \right) d_1 + \frac{M_x}{2\pi R^2 J_2^2(x_{(11)}) \sqrt{1 - \left(\frac{x_{(11)}\lambda}{2\pi R}\right)^2}} \\ & = \frac{2M_x \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}{ab} \quad (29) \end{aligned}$$

ゆえに設計の手順はつぎのようになる。 a , R , d_1 , λ , t , $M_x (l_2 \times w_2)$ を与えて、式(24), (25), (26), (28), (29)からそれぞれ r_0 , M_{z1} , $l_1 \times w_1$, n_1 , b を決定する。この際 d_1 の決定には注意を要する。というのはスロット間隔 d_1 が TE_{01} , TM_{11} 姿態の管内波長 $\lambda_{g_{[01]}} (= \lambda_{g_{(11)}})$ の $1/2$ に等しいと各スロットからの反射波が等位相で加わって、入力側反射は大きくなるからである。

次表に中心周波数を 34, 50 Gc としたときのこの設計例を示す。

表1 Fig. 2 の設計例 ($t=0.5$ mm)

		$f = 34$ Gc	$f = 50$ Gc
R	(mm)	7.0	5.0
a	(mm)	5.62	4.0
b	(mm)	3.54	2.43
d_1	(mm)	6.0	5.0
r_0	(mm)	1.46	1.10
M_x	(mm ³)	3.90	1.28
l_2 (mm) \times w_2 (mm)		3.4 \times 0.80	2.4 \times 0.50
M_{z1}	(mm ³)	4.60	1.73
l_1 (mm) \times w_1 (mm)		3.4 \times 1.07	2.4 \times 0.84
n_1		17.2	19.6

4.2 TE_{10} 姿態 \rightarrow TE_{01} 姿態変換部

Fig. 3 の変換部において各姿態の反射係数，結合係数は次式で与えられる。ただし軸方向以外の分極率を無視する。

$$\left. \begin{aligned}
 C_{11}^{[10]} &= \frac{\pi \lambda M_{z2}}{a^3 b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} \cos^2\left(\frac{\pi}{a} x_0\right) \\
 C_{22}^{[01]} &= \frac{M_{z2} \cdot \lambda}{2 \sqrt{1 - \left(\frac{x_{[01]} \lambda}{2\pi R}\right)^2}} \left(\frac{x_{[01]}}{\pi R^2 J_0(x_{[01]})}\right) \\
 C_{12}^{[10] \rightarrow [11]} &= \frac{M_{z2} \cdot \lambda \cdot x_{[01]} \cdot \cos \frac{\pi}{a} x_0}{R^2 J_0(x_{[01]}) e^{\pi \sqrt{1 - \left(\frac{2l_3}{\lambda}\right)^2} \frac{t}{l_3}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi a^3 b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{x_{[01]} \lambda}{2\pi R}\right)^2}}}
 \end{aligned} \right\} (30)$$

a, b, R, t は表1 で与えられているから，ここでは d_2, x_0 を与えたときに M_{z2}, n_2 を決定すればよい。すなわち上式を式(13)に代入することにより，

$$\left. \begin{aligned}
 M_{z2} &= \frac{2\pi d_2 \left(\sqrt{1 - \left(\frac{x_{[01]} \lambda}{2\pi R}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \right)}{\lambda^2 \left(\frac{\pi \cos^2\left(\frac{\pi}{a} x_0\right)}{a^3 b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} - \frac{1}{2 \sqrt{1 - \left(\frac{x_{[01]} \lambda}{2\pi R}\right)^2}} \left(\frac{\pi R^2 J_0(x_{[01]})}{x_{[01]}}\right)^2 \right)} \\
 n_2 &= \frac{\pi R^2 J_0(x_{[01]}) e^{\pi \sqrt{1 - \left(\frac{2l_3}{\lambda}\right)^2} \frac{t}{l_3}}}{M_{z1} \cdot \lambda \cdot x_{[01]} \cdot \cos \frac{\pi}{a} x_0} \sqrt{\frac{\pi}{2} a^3 b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{x_{[01]} \lambda}{2\pi R}\right)^2}}
 \end{aligned} \right\} (31)$$

を得る。

表2 にこの場合の数値例を示す。ただし d_2 として $\lambda_{g_{[10]}}/2$ よりも小さい値を取った。

表2 Fig. 3 の設計例 ($t=0.5$ mm)

	$f = 34$ Gc	$f = 50$ Gc
d_2 (mm)	4.0	3.0
x_0 (mm)	1.3	0.9
M_{z2} (mm ³)	4.27	1.53
l_3 (mm) \times w_3 (mm)	3.4 \times 0.94	2.4 \times 0.68
n_2	15.2	18.4

4.3 Fig. 2 と Fig. 3 の接合部

Fig. 2 における矩形導波管と Fig. 3 におけるそれとのずれを S 字型に接続する (Fig. 8 参照)。この “ずれ” は右図から明らかのように、

$$2t_1 = \frac{a}{2} - x_0 \quad (32)$$

で与えられる。今の設計例では中心周波数を 34, 50 Gc としたときそれぞれ 1, 51, 1.1 mm となる。

さて矩形導波管の H 面一様曲り部と直線部との接続部は特性アドミタンスの違いと集中リアクタンスで表わされる⁷⁾。これらをそれぞれ Y'_0, B で表わすとき直線導波管の特性アドミタンス Y で規格して示せば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{Y'_0}{Y} &= 1 + \frac{\pi^2}{120} \left(\frac{a}{R} \right)^2 + \dots \\ \frac{B}{Y_0} &= \frac{\lambda_g}{a} \frac{64}{81\pi^4} \left(\frac{a}{R} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{4a}{\lambda} \right)^2 \right\}^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2} + \dots \\ \frac{\lambda_{g\phi}}{\lambda_g} &= 1 + \frac{1}{12} \left(\frac{a}{R} \right)^2 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

となる。リアクタンスよりも特性インピーダンスの不連続の方が大きいから、この影響をなくすには曲りの平均長を $n\lambda_{g\phi}/2$ (n は整数) にとればよい。上図の曲りにこの条件を適用すると、曲率半径 R は $t_1, \lambda_{g\phi}$ を用いてつぎのように表わされる (附録(2))。

$$R = \frac{(n\lambda_{g\phi})^2}{8t_1} - \frac{t_1}{6} \left(1 + \frac{2t_1^2}{3(n\lambda_{g\phi})^2} \right) \quad (34)$$

$a/R \ll 1$ のときは $\lambda_{g\phi} \approx \lambda_g$ と置くことができる。また曲り部の円形管軸に沿った長さ t_2 は (附録(2))、

$$t_2 = \sqrt{2t_1 R} \left(1 - \frac{t_1}{4R} \right) \quad (35)$$

で与えられる。 $n=1$ としたときの R, t_2 を表3に示す。

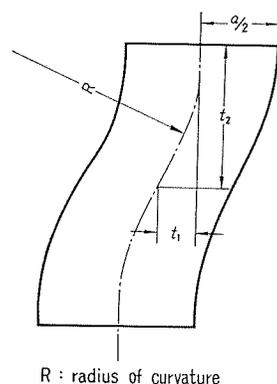


Fig. 8. Bend of H-plane of rectangular waveguide.

表3 接続部における数値例 (R, t_2)

f (Gc)	R (mm)	t_2 (mm)
34.0	12.8	4.33
50.0	8.1	2.94

4.4 円形⇄半円形2分割導波管の接続部

Fig. 2, Fig. 3 の変換器には分割導体板を徐々に厚くしていくテーパ部分が必要である。

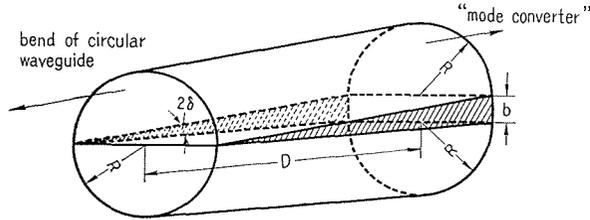


Fig. 9. Transition from circular to semicircular waveguide.

このときテーパ導波管と半円形導波管との接続部における折れ曲りが問題となるが、この定量的議論は文献(8)になされている。例えば、折れ曲り角 δ を 0.02, 0.04 (radian) とすると、入射 TE_{01} 姿態に対する反射量は $R=25.5$ mm, $f=50$ Gc のときそれぞれ -72 db, -69 db となって、曲りによる損失の影響は無視される。したがって今の場合 $\delta=0.03$ radian 前後としてテーパ部分の軸方向の長さ $D(=b/(2 \tan \delta))$ を求めると、34 Gc, 50 Gc の場合にそれぞれ 60 mm, 40 mm を得る。

4.5 周波数特性

4.1, 4.2 の変換部の周波数特性を求める。これは式(9)から計算されて次式のようにになる。

$$\left. \begin{aligned} TE_{01}^{\square} \rightarrow TE_{10}^{\square}: & 10 \log_{10} \frac{1}{1+\xi_1^2} \sin^2 \left(\sqrt{1+\xi_1^2} \frac{\pi}{2} \right) \text{ (db)} \\ \xi_1 = & \frac{\beta_{[01]} - \beta_{[10]} + \frac{1}{d_1} (C_{11}^{[01]z} - C_{22}^{[10]z})}{2 \frac{C_{12}^{[01] \rightarrow [10]}}{d_1}} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned} TM_{11}^{\square} \rightarrow TE_{10}^{\square}: & 10 \log_{10} \frac{1}{1+\xi_2^2} \sin^2 \left(\sqrt{1+\xi_2^2} \frac{\pi}{2} \right) \text{ (db)} \\ \xi_2 = & \frac{\beta_{(11)} - \beta_{[10]} + \frac{1}{d_1} (C_{11}^{(11)x} - C_{22}^{[10]x})}{2 \frac{C_{12}^{(11) \rightarrow [10]}}{d_1}} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$$\left. \begin{aligned} TE_{10}^{\square} \rightarrow TE_{01}^{\square}: & 10 \log_{10} \frac{1}{1+\xi_3^2} \sin^2 \left(\sqrt{1+\xi_3^2} \frac{\pi}{2} \right) \text{ (db)} \\ \xi_3 = & \frac{\beta_{[10]} - \beta_{[01]} + \frac{1}{d_1} (C_{11}^{[10]z} - C_{22}^{[01]z})}{2 \frac{C_{12}^{[10] \rightarrow [01]}}{d_2}} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

ここで C_{11} , C_{22} , C_{12} は各変換部に対して式(19), (20), (30) で与えられている。したがって入射 TE_{01} 姿態, および不要 TM_{11} 姿態が結合 TE_{10} 矩形姿態を介して再び TE_{01} 姿態へ変換されたときの周波数特性はそれぞれ式(36)+式(38), 式(37)+式(38) で与えられることになる。Fig. 10, 11 に中心周波数を 34, 50 Gc として設計した 4.1 章~4.2 章の例についての周波数特性を示す。実際にはこの “ TE_{01} 姿態再生変換器” は TE_{01} 姿態と TM_{11} 姿態が混在している状態で用いられるのであるから, その周波数特性は理論上, $TE_{01}^{\circ} \rightarrow TE_{10}^{\square} \rightarrow TE_{01}^{\circ}$ 曲線と $TM_{11}^{\circ} \rightarrow TE_{10}^{\square} \rightarrow TE_{01}^{\circ}$ 曲線の間位置することになる。

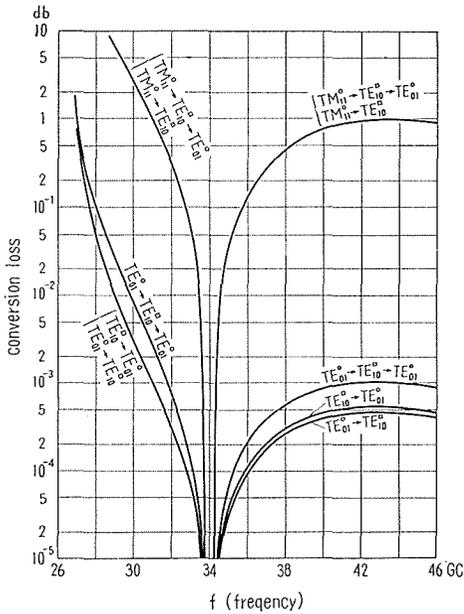


Fig. 10. Conversion loss of the “ TE_{01} mode regenerating converter” designed as given in Tables 1 and 2 (34 Gc).

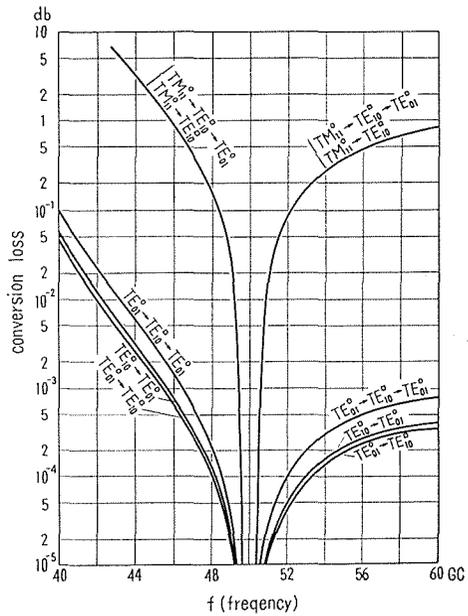


Fig. 11. Conversion loss of the “ TE_{01} mode regenerating converter” designed as given in Tables 1 and 2 (50 Gc).

5. 検 討

5.1 TE_{01} , TM_{11} , TE_{10} 各姿態の減衰定数差の影響

これまでの設計例は Miller の結合理論において結合姿態間に減衰定数差がないとしたものである。しかし TE_{01} , TM_{11} , TE_{10} 各姿態の減衰定数はすべて異なるからこの影響を調べてみる。

二つの波の位相定数が等しく ($\beta_1 = \beta_2 = \beta$) て減衰定数が異なるときの結合状態は

$$r_1 - r_2 = \alpha_1 - \alpha_2 \quad (39)$$

を式(7)に代入することによって知られる。

$$E_1 = e^{-(\alpha_1 + j(C+\beta))z} \cdot E_1^* \quad \left. \begin{aligned} E_1^* = \left\{ \frac{1}{2} - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 - 4C^2}} \right\} e^{\left\{ \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 - 4C^2} \right\} z} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 - 4C^2}} \right\} e^{\left\{ \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 - 4C^2} \right\} z} \Bigg\} \\
 E_2 = & e^{-[\alpha_1 + j(C + \beta)]z} \cdot E_2^* \\
 E_2^* = & \frac{jC}{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 - 4C^2}} \left\{ e^{\left\{ \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 - 4C^2} \right\} z} \right. \\
 & \left. - e^{\left\{ \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 - 4C^2} \right\} z} \right\} \Bigg\} \quad (41)
 \end{aligned}$$

$|\alpha_1 - \alpha_2|/2C \ll 1$ の条件のもとで被結合振幅 (E_2^*) は $z = nd$ (n : 結合孔数, d : 結合孔間隔) に留意すると,

$$E_2^* = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2C}\right)^2}} e^{Cnd \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2C}\right)} \sin \left(Cnd \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2C}\right)^2} \right) \quad (42)$$

となる。したがって $TE_{01} \rightarrow TE_{10}$, $TM_{11} \rightarrow TE_{10}$, $TE_{10} \rightarrow TE_{01}$ 各姿態変換部において, $|E_2^*|$ を最大とする n が第 4 節で求めたものからどのようにずれるかを調べる。それにはまず各姿態の減衰定数を求める必要がある。

(1) 半円形 TE_{01} 姿態の減衰定数

半円影導波管において半円筒管壁, および分割導体板による熱損失をそれぞれ $\alpha_{\square}^{[01]}$, $\alpha_{\circ}^{[01]}$ で表わすと, 半円形 TE_{01} 姿態の減衰定数はこれらの和で与えられるから (附録 (3)),

$$\alpha_{\square}^{[01]} = \alpha_{\circ}^{[01]} + \alpha_{\square}^{[01]} = \frac{\Re \lambda \lambda_{g[01]} x_{[01]}^2}{4\zeta \pi^2 R^3} \left\{ 1 + \frac{1}{\pi x_{[01]} J_0^2(x_{[01]})} \right. \\
 \left. \times \int_0^{x_{[01]}} \left(J_0^2(r) + \left(\left(\frac{2\pi R}{\lambda x_{[01]}} \right)^2 - 1 \right) J_1^2(r) \right) dr \right\} \Bigg\} \quad (43)$$

(2) 半円形 TM_{11} 姿態の減衰定数

(1) と同様に二つの部分に分けて求められる (附録 (3))。

$$\alpha_{\square}^{(11)} = \frac{\Re \lambda g_{(11)}}{\zeta R \lambda} \left\{ 1 + \frac{4}{\pi x_{(11)} J_2^2(x_{(11)})} \int_0^{x_{(11)}} \frac{J_1^2(r)}{r^2} dr \right\} \quad (44)$$

(3) 二分割矩形 TE_{10} 姿態の減衰定数

この場合は分割しないときの $a \times b$ 寸法の TE_{10} 姿態減衰定数に等しくなっている (附録 (3)),

$$\alpha_{\square}^{[10]} = \frac{\Re}{\zeta b} \left\{ \frac{1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}} \right\} \quad (45)$$

である。

ただし \Re は導電率 $\sigma = 5.80 \times 10^7 \text{ } \Omega/\text{m}$ としたときの表皮抵抗であって,

$$\Re = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}} = \frac{0.143}{\sqrt{\lambda \text{ (mm)}}} \Omega \quad (46)$$

である。また Bessel 関数についての定積分は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{x_{[01]}} J_0^2(r) dr &= 1.2599 \\ \int_0^{x_{[01]}} J_1^2(r) dr &= 0.6393 \\ \int_0^{x_{[01]}} \frac{J_1^2(r)}{r^2} dr &= 0.4144 \\ (x_{[01]} = x_{(11)} = 3.8317) \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

表4に第4節に示した設計例について $\alpha_{\Delta}^{[01]}$, $\alpha_{\Delta}^{(11)}$, $\alpha_{\square}^{[10]}$, および $(\alpha_{\Delta}^{[01]} - \alpha_{\square}^{[10]})/2C_{12}^{[01] \rightarrow [10]}/d_1$, $(\alpha_{\Delta}^{(11)} - \alpha_{\square}^{[10]})/2C_{12}^{(11) \rightarrow [10]}/d_1$, $(\alpha_{\square}^{[10]} - \alpha_{\Delta}^{[01]})/2C_{12}^{[10] \rightarrow [01]}/d_2$ の計算結果を示す。

表4 各姿態の減衰定数

	$f = 34 \text{ Gc}$	$f = 50 \text{ Gc}$
$\alpha_{\Delta}^{[01]}$ (neper/m)	4.623×10^{-2}	6.955×10^{-2}
(db/m)	(4.016×10^{-1})	(6.041×10^{-1})
$\alpha_{\Delta}^{(11)}$ (neper/m)	5.273×10^{-2}	8.401×10^{-2}
(db/m)	(4.580×10^{-1})	(7.297×10^{-1})
$\alpha_{\square}^{[10]}$ (neper/m)	0.1034	0.1621
(db/m)	(0.8982)	(1.408)
$\frac{\alpha_{\Delta}^{[01]} - \alpha_{\square}^{[10]}}{2 \frac{C_{12}^{[01] \rightarrow [10]}}{d_1}}$	-1.877×10^{-3}	-2.890×10^{-3}
$\frac{\alpha_{\Delta}^{(11)} - \alpha_{\square}^{[10]}}{2 \frac{C_{12}^{(11) \rightarrow [10]}}{d_1}}$	-1.664×10^{-3}	-2.439×10^{-3}
$\frac{\alpha_{\square}^{[10]} - \alpha_{\Delta}^{[01]}}{2 \frac{C_{12}^{[10] \rightarrow [01]}}{d_2}}$	1.110×10^{-3}	1.629×10^{-3}

以上の結果から 34 Gc, 50 Gc とともに減衰定数差による影響が非常に小さいことが予想される。試みに、34 Gc おいて $TE_{01} \rightarrow TE_{10}$ 姿態変換部における $|E_2^*|$ を Fig. 12 に示す。減衰定数を考慮に入れないとき結合スロット総数は表1から 17.2 であるから、この減衰定数の影響は無視される。他の姿態間の結合においても同様なことが言える。

5.2 不要結合の影響

TE_{01} , $TM_{11} \rightarrow TE_{10}$ 姿態結合スロットを介して行なわれる他の姿態間の不要結合の影響を調べる。

(1) TE_{01} 姿態と TM_{11} 姿態結合

Fig. 1 に示した結合スロットによって TE_{01} , TM_{11} 姿態が結合するものとすれば、この二つの姿態が等しい位相定数を持つだけにこの影響は大きいことが予想される。これを横方向ス

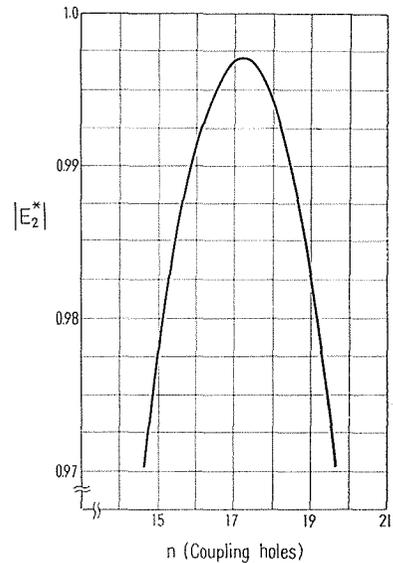


Fig. 12. Amplitude variation of coupled TE_{10}^{\square} mode versus coupling holes due to the effect of different attenuation constants between the incident TE_{01}^{\square} mode and the TE_{10}^{\square} mode.

ロットによるものと縦方向スロットによるものとの二つに分けて考察する。

(i) $r=0$ に位置する横方向スロットによる結合

式(1)から $r=0$ において TE_{01} 姿態は H_z 成分のみを持っていることがわかる。一方、 TM_{11} 姿態は $r=0$ において H_z 成分を持たない。したがって横方向スロットを介しての $TE_{01} \leftrightarrow TM_{11}$ 姿態結合はない。

(ii) $r=r_0$ に位置する縦方向スロットによる結合

縦方向スロットによるこれらの姿態間の結合は式(14)において、 $A_m=A_e=1$ とおいて求められる。すなわち、

$$\begin{aligned} C_{[01](11)} &= \frac{\omega}{4} \left\{ \mu \hat{M}_{\eta\eta} |H_r^{[01]}| |H_r^{(11)}| + \varepsilon \hat{P}_{\zeta\zeta} |E_r^{[01]}| |E_r^{(11)}| \right\} \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ \hat{M}_{\eta\eta} \sqrt{\frac{\lambda_{g(11)}}{\lambda_{g[01]}}} + \hat{P}_{\zeta\zeta} \sqrt{\frac{\lambda_{g[01]}}{\lambda_{g(11)}}} \right\} \frac{\sqrt{2} J_1^2 \left(\frac{x_{[01]} r_0}{R} \right)}{\pi x_{(11)} r_0 R J_0(x_{[01]}) J_2(x_{(11)})} \end{aligned} \quad (48)$$

である。ここで矩形スロットの場合にも近似的に $\hat{M}_{\eta\eta} \simeq -\hat{P}_{\zeta\zeta}$ が成立つから、 $\lambda_{g[01]} = \lambda_{g(11)}$ に留意すると上式は零となる。ゆえに (i), (ii) の結果から $TE_{01} \leftrightarrow TM_{11}$ 姿態間の結合はない。

(2) TE_{11} 姿態と TE_{01} , TM_{11} , TE_{10} 姿態との結合

一樣曲り円形導波管には多数の伝ばん姿態が存在するが、この中 TE_{01} , TM_{11} 姿態を除いては TE_{11} 姿態の発生量が最も大きいので、この姿態との結合が問題となる。二つの姿態間の最大結合量は式(9)の第二式から知られて、

$$20 \log_{10} |E_2| = -10 \log_{10} \left(1 + \left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2C} \right)^2 \right) \quad (\text{db}) \quad (49)$$

である。 TE_{11} 姿態と TE_{01} , TM_{11} , TE_{10} 姿態間の結合量を求めるために、上式中の $(\beta_1 - \beta_2)/2C$ を各姿態間について調べる。

(i) TE_{11} 姿態 $\rightarrow TE_{01}$ 姿態結合

$$\frac{\beta_1 - \beta_2}{C} = \frac{\beta_{[11]} - \beta_{[01]} + \frac{\pi M_{z1}}{2\eta\lambda d_1} (|H_z^{[11]}|^2 - |H_z^{[01]}|^2)}{\frac{\pi M_{z1}}{2\eta\lambda d_1} |H_z^{[11]}| |H_z^{[01]}|} \quad (50)$$

(ii) TE_{11} 姿態 $\rightarrow TM_{11}$ 姿態結合

$$\frac{\beta_1 - \beta_2}{C} = \frac{\beta_{[11]} - \beta_{(11)} + \frac{\pi M_x}{2\eta\lambda d_1} (|H_r^{[11]}|^2 - |H_r^{(11)}|^2)}{\frac{\pi M_x}{2\eta\lambda d_1} |H_r^{(11)}| |H_r^{[11]}|} \quad (51)$$

(iii) TE_{11} 姿態 $\rightarrow TE_{10}$ 姿態結合

$$\frac{\beta_1 - \beta_2}{C} = \frac{\beta_{[11]} - \beta_{[10]} + \frac{\pi}{2\eta\lambda d_1} \left\{ M_{z1} (|H_z^{[10]}|^2 - |H_z^{[11]}|^2) - M_x (|H_x^{[10]}|^2 - |H_x^{[11]}|^2) \right\}}{\frac{\pi A_{m\varepsilon}}{2\eta\lambda d_1} \left(M_{z1} |H_z^{[11]}| |H_z^{[10]}| - M_x |H_r^{[11]}| |H_x^{[10]}| \right)} \quad (52)$$

TE_{11} , TE_{10} , TM_{11} , TE_{01} 各姿態の電磁界成分は式(1)~式(3)までに与えられている。また A_{ms} は結合導体板の厚さによる影響を表わしている(式(18))。表5に(i), (ii), (iii)の値を式(49)に代入して計算した結果を示す。

表5 TE_{11} 姿態と TE_{01} , TM_{11} , TE_{10} 姿態間の不要結合

f (Gc)	$TE_{11} \rightarrow TE_{01}$ (db)	$TE_{11} \rightarrow TM_{11}$ (db)	$TE_{11} \rightarrow TE_{10}$ (db)
34.0	-89.50	-50.43	-22.58
50.0	-78.36	-41.35	-21.84

この結果、曲りによる TE_{11} 姿態自身の発生量が TM_{11} 姿態に比べて -30 db 以下の少量であることを考えれば⁹⁾, TE_{11} 姿態との不要結合も無視される。

5.3 寸法誤差による影響

実際の問題として、製作上の寸法誤差が変換率にどのような影響を与えかを調べることは必要であると思われる。これには導波管自体の寸法誤差の他に、結合スロットの位置、およびスロット自体の寸法等種々の影響が考えられるが、ここでは特に円形、矩形導波管の寸法である a , b , R の誤差について検討する。

この誤差のために中心周波数においても $\beta_{1\text{eff}} \neq \beta_{2\text{eff}}$ となるから、変換率が最大となる z の値は $\pi/2C$ とは異なってくる。すなわち、

$$z = \frac{\pi}{2C \sqrt{1 + \left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2C}\right)^2}} \quad (53)$$

のとき最大となつてその変換量は式(49)で与えられる。したがって a , b , R にわずかの摂動を与えたとき式(49)を計算すればよい。そのために

$$a = a_0(1 + \Delta a), \quad b = b_0(1 + \Delta b), \quad R = R_0(1 + \Delta R) \\ (\Delta a, \Delta b, \Delta R \ll 1) \quad (54)$$

を $TE_{01} \rightarrow TE_{10}$, $TM_{11} \rightarrow TE_{10}$, $TE_{10} \rightarrow TE_{01}$ 各姿態変換部における $(\beta_1 - \beta_2)/C$ に代入して摂動の一次の項のみで表わす。

(i) TE_{01} 姿態 \rightarrow TE_{10} 姿態変換部

$$\frac{\beta_1 - \beta_2}{C} = \left[\frac{\Delta R}{\sqrt{1 - \left(\frac{x_{[01]}\lambda}{2\pi R}\right)^2}} \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{x_{[01]}\lambda}{2\pi R}\right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{M_{z1}\lambda}{2d_1} \left(\frac{x_{[01]}J_0\left(\frac{x_{[01]}r_0}{R}\right)^2}{\pi R^2 J_0(x_{[01]})}\right)^2 \left(\frac{2x_{[01]}r_0}{R} \cdot \frac{J_1\left(\frac{x_{[01]}r_0}{R}\right)}{J_0\left(\frac{x_{[01]}r_0}{R}\right)} - \frac{4 - 3\left(\frac{x_{[01]}\lambda}{2\pi R}\right)^2}{1 - \left(\frac{x_{[01]}\lambda}{2\pi R}\right)^2} \right) \right\} \right] \\ + \frac{\pi \Delta a}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} \left\{ \frac{M_{z1}\lambda \sin^2\left(\frac{\pi r_0}{a}\right)}{d_1 a^3 b} \left(\frac{3 - 2\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} - \frac{2\pi r_0}{a} \frac{\cos\frac{\pi}{a} r_0}{\sin\frac{\pi}{a} r_0} \right) \right\}$$

$$-\frac{2}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \left\{ + \Delta b \frac{\pi M_{z1} \lambda \sin^2 \left(\frac{\pi r_0}{a} \right)}{d_1 a^3 b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}} \right\} / \frac{C_{12}^{[01] \rightarrow [10]}}{d_1} \quad (55)$$

(ii) TM_{11} 姿態 \rightarrow TE_{10} 姿態変換部

$$\begin{aligned} \frac{\beta_1 - \beta_2}{C} = & \left[\frac{\Delta R}{\lambda \sqrt{1 - \left(\frac{x_{(11)} \lambda}{2\pi R} \right)^2}} \left\{ 2\pi \left(\frac{x_{(11)} \lambda}{2\pi R} \right)^2 - \frac{M_x \left(2 - \left(\frac{x_{(11)} \lambda}{2\pi R} \right)^2 \right)}{d_1^2 J_2^2(x_{(11)}) R^2 \left(1 - \left(\frac{x_{(11)} \lambda}{2\pi R} \right)^2 \right)} \right\} \right. \\ & + \frac{\Delta a}{\lambda \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}} \left\{ \frac{2M_x \left(1 - 2 \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right)}{d_1 a b} - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right\} \\ & \left. + \Delta b \frac{4\pi M_x}{d_1 a b \lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2} \right] / \frac{C_{12}^{[11] \rightarrow [10]}}{d_1} \quad (56) \end{aligned}$$

(iii) TE_{10} 姿態 \rightarrow TE_{01} 姿態変換部

$$\begin{aligned} \frac{\beta_1 - \beta_2}{C} = & \left[-\frac{\Delta R}{\sqrt{1 - \left(\frac{x_{[01]} \lambda}{2\pi R} \right)^2}} \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{x_{[01]} \lambda}{2\pi R} \right)^2 - \frac{M_{z2} \lambda}{2d_2} \left(\frac{x_{[01]}}{\pi R^2 J_0(x_{[01]})} \right)^2 \left(4 - 3 \left(\frac{x_{[01]} \lambda}{2\pi R} \right)^2 \right) \right\} \right. \\ & + \frac{\pi \Delta a}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}} \left\{ \frac{2}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 + \frac{M_{z2} \lambda}{d_2 a^3 b} \left(\frac{\pi x_0}{a} \sin \frac{2\pi x_0}{a} - \cos^2 \frac{\pi x_0}{a} \left(3 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right) \right) \right\} \\ & \left. - \Delta b \frac{\pi \lambda M_{z2}}{d_2 a^3 b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}} \cos^2 \frac{\pi x_0}{a} \right] / \frac{C_{12}^{[10] \rightarrow [01]}}{d_2} \quad (57) \end{aligned}$$

ただし C_{12} は各姿態変換部について式 (19), (20), (30) で与えられている。(i), (ii), (iii) に対する最大変換量は第 4 節の設計例では次表のように計算される。

表 6 寸法誤差による影響 (34 Gc), その 1

ΔR	Δa	Δb	$TE_{01} \rightarrow TE_{10}$ (db)	$TM_{11} \rightarrow TE_{10}$ (db)	$TE_{10} \rightarrow TE_{01}$ (db)
0.01	-0.01	0.01	-6.863×10^{-1}	-7.922×10^{-1}	-2.501×10^{-1}
0.01	-0.01	0	-6.574×10^{-1}	-7.618×10^{-1}	-1.843×10^{-1}
0.01	-0.01	-0.01	-6.291×10^{-1}	-7.318×10^{-1}	-1.280×10^{-1}
0	-0.01	0.01	-1.927×10^{-1}	-2.587×10^{-1}	-9.094×10^{-2}
0.01	0.01	-0.01	-6.477×10^{-4}	-1.007×10^{-2}	-9.776×10^{-3}
0.02	-0.02	0.02	-2.265	-2.554	-9.240×10^{-1}
0.03	-0.03	0.03	-4.049	-4.473	-1.857

表 6 寸法誤差による影響 (50 Gc), その 2

ΔR	Δa	Δb	$TE_{01} \rightarrow TE_{10}$ (db)	$TM_{11} \rightarrow TE_{10}$ (db)	$TE_{10} \rightarrow TE_{01}$ (db)
0.01	-0.01	0.01	-9.693×10^{-1}	-1.090	-2.776×10^{-1}
0.02	-0.02	0.02	-3.011	-3.307	-1.018
0.03	-0.03	0.03	-5.119	-5.525	-2.065

以上の結果から Δa と ΔR が異符号の場合に変換損失は最も大きくなり、次に Δa または ΔR が零になるときであって、 Δa と ΔR が同符号の場合は最も小さくなることわかる。 Δb の影響はこれらに比べて無視される。また同一の $\Delta a, \Delta R$ の誤差に対しても 34 Gc の場合より 50 Gc における方が変換損失は大きくなる。

ただし、上記の計算例において $\Delta a, \Delta b, \Delta R$ の具体的な値はつぎに示す通りとなる。

表7 $\Delta a, \Delta b, \Delta R$ の具体的な値

f (Gc)	$\Delta a, \Delta b, \Delta R$	$a\Delta a$ (mm)	$b\Delta b$ (mm)	$R\Delta R$ (mm)
34.0	0.01	0.056	0.035	0.07
	0.02	0.112	0.071	0.14
	0.03	0.170	1.062	0.21
50.0	0.01	0.04	0.024	0.05
	0.02	0.08	0.049	0.10
	0.03	0.12	0.073	0.15

5.4 反射を少なくするためのテーパスロットについて

Dawson の理論に従へば、一様な結合素子列の先端からの反射は次式で与えられる^{9),10)}。

$$A_r = \frac{\lambda_0 Q}{4\pi d} \quad (58)$$

Q は一個の結合素子からの反射

したがって、この反射を少なくするために振幅反射係数が2項分布に従うようなスロットを設ければよい。すなわち A_r を1としたとき1, 2の反射係数を与える結合素子各1個ずつを $\lambda_0/4$ の間隔で一様結合素子列の前後に置くことが考えられる。ここでは TE_{10} 姿態 \rightarrow TE_{01} 姿態変換部分にこの理論を適用する。

一個のスロットによる反射係数は軸方向分極率のみを考えて、

$$Q = \frac{\pi M}{2\eta\lambda} |H|^2 \quad (59)$$

で与えられる。したがって、このテーパスロットを一様なスロット列の軸上 ($x=x_0$) に設けると、その点における磁界強度は変らないから2, 1の反射係数を与える磁気的分極率は式(59)よりそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{\lambda_0 M_0}{2\pi d} \\ M_2 &= \frac{1}{2} M_1 = \frac{\lambda_0 M_0}{4\pi d} \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

M_0 は一様スロットの磁気的分極率

第4節に示した設計例に対しては表2に M_0 の値をあげてあるから、式(60)を使ってその一例が計算される。

表8 テーパスロットの一例

	$f = 34 \text{ Gc}$	$f = 50 \text{ Gc}$
$\lambda_g/4$ (mm)	3.56	2.27
M_1 (mm ³)	2.422	0.735
l' (mm) \times w' (mm)	2.8×0.792	1.91×0.50
M_2 (mm ³)	1.211	0.367
l'' (mm) \times w'' (mm)	2.1×0.793	1.43×0.507

したがって、テーパスロットを設けたときのスロット配列は 34 Gc の場合のときに Fig. 13 に示すようになる。

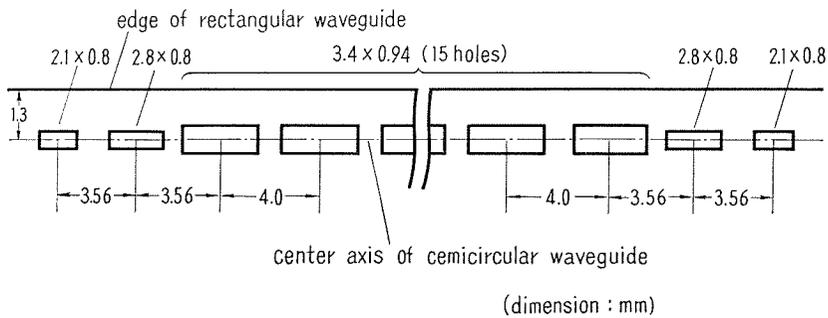


Fig. 13. Coupling slot array with taper slots (34 Gc).

必要な場合には TE_{01} , TM_{11} 姿態 \rightarrow TE_{10} 姿態変換部 (Fig. 2) についてもテーパスロットを設けることができる。このときは縦横スロットを一對のものとして計算すればよい。

6. む す び

TE_{01} 姿態円形導波管の曲りに対する一方法として、曲り部分で発生した TM_{11} 姿態のみを再び入射 TE_{01} 姿態へ変換する方法を考えてその具体例を示した。この方法によると曲りによる姿態変換損失は TE_{10} 矩形姿態の減衰を除けば原理上なくすことができ、入射 TE_{01} 姿態を保存することができる。

この際 TM_{11} 姿態以外の不要 TE_{1P} ($P=1, 2, 3, \dots$) 姿態の発生量を少なくするために管半径を TE_{01} 姿態位までが伝ばんでくる程度に細くする必要がある。すなわち、内半径が 25.5 mm のとき曲率半径を 2.55 m にすると TE_{11} 姿態への最大変換量は -7 db にもなる。しかし内半径を 5 mm に細くしたとき、曲率半径が 25 cm, 50 cm, 1 m に対する変換量はそれぞれ -38 db , -44 db , -50 db である (上述の数値例は、周波数を 50 Gc としたとき)。したがって、この“ TE_{01} 姿態再生変換器”は内半径を細くした状態で曲げた円形導波管に接続して用いるのが適当と思われる。

またこの実験については現在その準備をしつつあるので、実験結果が得られ次第報告する

予定である。

最後に本研究に当り数々の有益な御助言をいただいた当講座伊藤助教授に感謝致します。また熱心に討論して下さった当時修士課程の村井正和氏 (現在電々公社通信研究所), および当研究室各位に感謝の意を表します。

文 献

- 1) 御子柴・他: “遮蔽型らせん導波管による TE_{01} 波の曲り部伝送特性”, マイクロ波伝送研資, (1964-4).
- 2) Marcuvitz, N.: “Waveguide Handbook”, MIT. Rad. Lab. Series, 10, p. 58-67 (1950).
- 3) Miller, S. E.: “Coupled wave theory and waveguide application”, Bell Syst. tech. J., 33, p. 661 (1954-5).
- 4) 小口・山口: “中心肋振型 $TE_{10}^{\square}-TE_{01}^{\circ}$ モード変換器”, 通研実報, 7, 10, p. 827 (1958-10).
- 5) 例えば小口: “マイクロ波及びミリ波回路”, 丸善, p. 143 (1964).
- 6) Cohn, S. B.: “Determination of aperture parameters by electrolytic tank measurement”, Proc. IRE, 39, p. 1416 (1951-11).
- 7) 文献 (5) の p. 314.
- 8) 能谷・他: “ TE_{01}° 姿態導波管用不要 TE_{0n}° 姿態除去ろ波器”, 信学誌, 41, 1, p. 35 (1958-1).
- 9) 小口・加藤: “円形 TE_{01} 導波管の曲りにおける TE_{1m} 波の影響”, 信学誌, 41, 1, p. 35 (1958-1).
- 10) Dawson, R. W.: “An experimental dual polarization antenna feed for three radio relay bands”, Bell Syst. tech. J., 36, 2, p. 391 (1957-3).

附 録

(1) 式 (19) を求めること

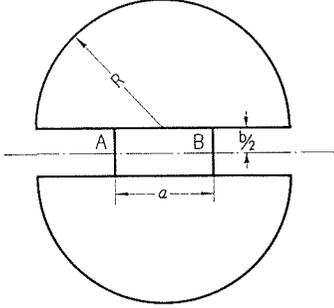


Fig. A-1. Cross section of coupled waveguide.

円形導波管と矩形導波管の結合部分は Fig. A-1 に示す断面をもつ。しかるに、この矩形導波管の短辺の中点を結ぶ AB 面に導体板を挿入しても電磁界分布を乱さない。したがって、Fig. 2, Fig. 3 に示した結合導波管を考えればよいことになる。このような断面の電圧、電流振幅 V_i, I_i はつぎのように決定される。

半円形導波管における伝送電力を 1 に規格するものとするれば、この伝送電力は円形導波管におけるものの 1/2 になるから、式 (5) より

$$\left. \begin{aligned} V_{[i]} &= 2\sqrt{\frac{\lambda_{g[i]}}{\lambda\eta}}, & I_{[i]} &= 2\sqrt{\frac{\lambda\eta}{\lambda_{g[i]}}} \\ V_{(i)} &= 2\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_{g(i)}\eta}}, & I_{(i)} &= 2\sqrt{\frac{\lambda_{g(i)}\eta}{\lambda}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-1})$$

を得る。また矩形導波管においては式 (3) の電磁界表示において b の代りに $b/2$ を用いて、電流、電圧振幅は式 (5) を 1 に規格することから求めればよい。しかし、このことは TE_{10} 姿態を考える限り振幅として式 (A-1) を用いることに等しくなる。結局、結合導波管における半円形、矩形導波管の振幅は式 (A-1) で与えられる。

この振幅係数を用いると式 (19) の反射係数、結合係数はつぎのように求められる。まず $C_{11}^{[01]z}$ については、

$$\begin{aligned} C_{11}^{[01]z} &= \frac{\omega}{4} \left\{ \mu \hat{M}_{\xi\xi} |H_z|^2 - \mu \hat{M}_{\eta\eta} |H_r|^2 + \varepsilon \hat{P}_{z\xi} |E_\phi|^2 \right\} \\ &= \frac{\hat{M}_{\xi\xi}}{2} \lambda_{g[01]} \left(\frac{x_{[01]} J_0 \left(\frac{x_{[01]} r_0}{R} \right)}{\pi R^2 J_0(x_{[01]})} \right)^2 \\ &\quad - \frac{2}{\lambda} \left(\frac{\lambda \hat{M}_{\eta\eta}}{\lambda_{g[01]}} - \frac{\lambda_{g[01]} \hat{P}_{z\xi}}{\lambda} \right) \cdot \left(\frac{J_0 \left(\frac{x_{[01]} r_0}{R} \right)}{R J_0(x_{[01]})} \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

ここで $\hat{M}_{\xi\xi} \gg \hat{M}_{\eta\eta}$, $\hat{P}_{z\xi}$ とおいて軸方向分極率のみを考えると、

$$C_{11}^{[01]z} = \frac{\lambda_{g[01]} \hat{M}_{\xi\xi}}{2} \left(\frac{x_{[01]} J_0 \left(\frac{x_{[01]} r_0}{R} \right)}{\pi R^2 J_0(x_{[01]})} \right)^2 \quad (\text{A-3})$$

が導かれる。同様に $C_{22}^{[01]z}$, $C_{12}^{[01] \rightarrow [10]}$ も得られる。

なお軸方向の分極率のみを考える場合は反射、および結合係数として式 (14) の代りに次式

を用いると容易に求められる。

$$\left. \begin{aligned} C_{ii} &= \frac{\pi}{2\eta\lambda} M_i |H_i|^2 \\ C_{ij} &= A_{mj} \sqrt{C_{ii} C_{jj}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-4})$$

(2) 式 (34), (35) を導くこと

Fig. 8 の S 字型曲りを拡大して示すと Fig. A-2 のようになる。このとき (t_1, t_2) は半径 R で原点を通る円周上にあるから、

$$t_2 = \sqrt{R^2 - (R - t_1)^2} \quad (\text{A-5})$$

を満足する。また点 (t_1, t_2) と円の中心を結ぶ直線のなす角を ϕ とすると、

$$\phi = \tan^{-1} \frac{t_2}{R - t_1} \quad (\text{A-6})$$

であるから円周に沿う弧の長さ \hat{s} は次式で与えられる。

$$\hat{s} = R\phi = R \tan^{-1} \frac{\sqrt{R^2 - (R - t_1)^2}}{R - t_1} \quad (\text{A-7})$$

この \hat{s} を $n\lambda_{g\phi}/2$ に等しいとおいて、上式の右边を $R \gg t_1$ のもとで展開すると、

$$\frac{n\lambda_{g\phi}}{2} = \sqrt{2t_1 R} \left(1 + \frac{1}{12} \frac{t_1}{R} + O\left(\frac{t_1}{R}\right)^2 \right) \quad (\text{A-8})$$

ここで、 $O(x)$ は x と同程度以上の高次量を表している。上式の R に

$$\sqrt{R} = \frac{n\lambda_{g\phi}}{2\sqrt{2t_1}} + \Delta \quad (\text{A-9})$$

なる摂動を行なって Δ を求めると、

$$\Delta = -\frac{1}{3} \frac{t_1^2}{n\lambda_{g\phi}} \frac{\left(1 + \frac{2t_1^2}{3(n\lambda_{g\phi})^2} \right)}{\sqrt{2t_1}} \quad (\text{A-10})$$

となるから、結局 R として、

$$R = \frac{(n\lambda_{g\phi})^2}{8t_1} - \frac{t_1}{6} \left(1 + \frac{2t_1^2}{3(n\lambda_{g\phi})^2} \right) \quad (\text{34})$$

を得る。また式 (A-5) を $R \gg t_1$ のもとで変形すると、

$$\begin{aligned} t_2 &= \sqrt{R^2 - (R - t_1)^2} = \sqrt{2t_1 R} \left(1 - \left(\frac{t_1}{2R} \right) \right) \\ &\simeq \sqrt{2t_1 R} \left(1 - \frac{t_1}{4R} \right) \end{aligned} \quad (\text{35})$$

を得る。

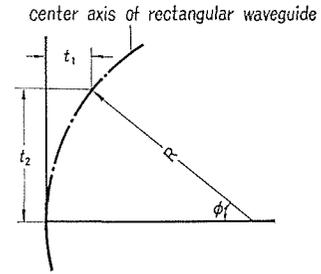


Fig. A-2. Bend of center axis of rectangular waveguide (Fig. 8).

(3) 減衰定数式 (43), (44), (45) を導くこと

減衰定数 α は次式で定義される。

$$\alpha = \frac{\text{管壁によって消費される電力}}{2 \times \text{伝送電力}} = \frac{\Re \cdot \int |\mathbf{H}_{\tan}|^2 ds}{2R_e(z) \iint |\mathbf{H}_t|^2 dS} \quad (\text{A-11})$$

ds , dS はそれぞれ管壁に沿う線積分, 断面の面積分を表わしている。 z は波動インピーダンスであって, 媒質に損失がないときは,

$$R_e(z) = \begin{cases} \frac{\lambda_g}{\eta\lambda} : TE \text{ 姿態} \\ \frac{\lambda}{\eta\lambda_g} : TM \text{ 姿態} \end{cases} \quad (\text{A-12})$$

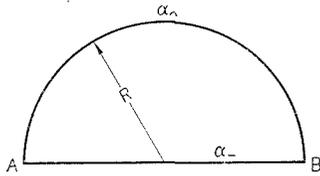


Fig. A-3. Attenuation constant of semicircular waveguide.

で与えられる。

Fig. 2, Fig. 3 の結合導波管において, スロットを切ったことによる減衰定数の変化がないものとして, 半円形導波管 TE_{01} , TM_{11} 姿態の減衰定数は求められる。Fig. A-3 に示す半円形導波管における各姿態の伝送電力は円形導波管におけるその 1/2 になる。一方, 半円筒管壁による熱損失も完全円筒管壁におけるその 1/2 に等しいと考えられるから, 弧 \widehat{AB} の導体による減衰は式 (A-11) から円形導波管の減衰に一致することがわかる。この減衰定数は文献 (2) において与えられていて,

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\widehat{AB}}^{[01]} &= \frac{\Re \lambda \lambda_{g[01]} x_{[01]}^2}{4\zeta \pi^2 R^3} \\ \alpha_{\widehat{AB}}^{(11)} &= \frac{\Re \lambda_{g(11)}}{\zeta R \lambda} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-13})$$

である。

つぎに分割導体板 \overline{AB} による熱損失を考える。 \overline{AB} 面上の磁界成分は式 (1), (2) から,

$$\left. \begin{aligned} |\mathbf{H}_{\tan}^{[01]}|^2 &= |H_r^{[01]}|^2 + |H_z^{[01]}|^2 \\ &= \left(\sqrt{\frac{1}{\pi}} \frac{I_{[01]} x_{[01]} \lambda_{g[01]}}{2\pi R^2 J_0(x_{[01]})} \right)^2 \left\{ J_0^2 \left(\frac{x_{[01]} r}{R} \right) + \left(\frac{2\pi R}{x_{[01]} \lambda_{g[01]}} \right) J_1^2 \left(\frac{x_{[01]} r}{R} \right) \right\} \\ |\mathbf{H}_{\tan}^{(11)}|^2 &= |H_r^{(11)}|^2 = \frac{2}{\pi} \left(\frac{I_{(11)} J_1 \left(\frac{x_{(11)} r}{R} \right)}{x_{(11)} r J_2(x_{(11)})} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-14})$$

一方, 半円形導波管における伝送電力は,

$$\left. \begin{aligned} R_e(z) \iint_{\widehat{AB}} |\mathbf{H}_t^{[01]}|^2 dS &= \frac{1}{2} \zeta \frac{\lambda_{g[01]}}{\lambda} I_{[01]}^2 \\ R_e(z) \iint_{\widehat{AB}} |\mathbf{H}_t^{(11)}|^2 dS &= \frac{1}{2} \zeta \frac{\lambda}{\lambda_{g(11)}} I_{(11)}^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-15})$$

で与えられるから、式(A-11)より

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{-}^{[01]} &= \frac{x_{[01]} \lambda \lambda_{g_{[01]}} \Re}{2 \zeta \pi^3 R^3 J_0^2(x_{[01]})} \int_0^{x_{[01]}} \left\{ J_0^2(r) + \left(\frac{2\pi R}{x_{[01]} \lambda_{g_{[01]}} \lambda} \right)^2 J_1^2(r) \right\} dr \\ \alpha_{-}^{(11)} &= \frac{4 \lambda_{g_{(11)}} \Re}{\pi \zeta x_{(11)} \lambda R J_2^2(x_{(11)})} \int_0^{x_{(11)}} \frac{J_1^2(r)}{r^2} dr \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-16})$$

よって式(A-13), (A-16)から式(43), (44)が導かれる。

また半円形導波管と結合している矩形導波管の減衰定数はつぎのようにして求められる。
Fig. A-1においてAB面に挿入された導体板によっても TE_{10} 姿態は変化しないから式(A-11)の分子、分母の被積分関数は変わらない。したがって壁面に沿う積分 (ds) と断面積分 (dS) はともに $a \times b$ の寸法の矩形導波管における値の 1/2 になる。ゆえに式(A-11)より結合矩形導波管の減衰定数は $a \times b$ 寸法のそれと一致して、これは文献(2)に与えられている。