



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	円管内の縦拡散の研究（第1報）：塩水速度法による縦拡散係数の測定
Author(s)	柏村, 正和; Kashiwamura, Masakazu; 石崎, 健二 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 43, 157-166
Issue Date	1967-05-15
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40818
Type	departmental bulletin paper
File Information	43_157-166.pdf



円管内の縦拡散の研究 (第1報)

—塩水速度法による縦拡散係数の測定—

柏村 正和*

石崎 健二*

(昭和41年11月30日受理)

Studies on the Longitudinal Diffusion of Water Flow in a Pipe (I)

—Measurement of Diffusion Coefficient by the Salt Velocity Method—

Masakazu KASHIWAMURA

Kenji ISHIZAKI

Abstract

This report is the first among a series of studies on longitudinal diffusion of water flow in a straight circular pipe.

One of the authors has previously measured the velocity of water mass in a natural river by the use of a salt velocity method, and several coefficients of longitudinal turbulent diffusion were calculated by the process proposed by him.

In this report, the same method and the same calculating process were applied to a circular pipe. The coefficients were obtained as 10~15 in c.g.s. when the cross-sectional mean velocity was in a range of 50~100 cm/sec.

1. 概 要

筆者の一人は、かつて北海道の自然河川で塩水速度法^{1,2)}を用いて水塊到達時間を測定する機会を得、その資料を用いて自然河川の縦拡散係数を求める方法を提案した^{3,4)}。今回は、この手法を室内実験に応用して円管内の縦拡散係数の概略値を求めてみた。塩水注入法、円管の長さの制約から境界条件が理論とやや異なっているが、半径4.5 cmの円管で流速が50 cm/sec ~100 cm/secの範囲で10 C.G.S.のオーダーの値を得た。

2. 序 文

筆者の一人は、かつて北海道の自然河川で塩水速度法を用いて水塊到達時間を45 kmの距離にわたり測定する機会を得た。その資料を用いて、自然河川の縦拡散係数を求める方法を

* 工業力学第2講座

考案し、実際に空知川の測定資料から計算して $(1\sim 6)\times 10^5$ C.G.S. という値を得ることができた^{3,4)}。今回は、この手法を室内実験に応用して円管内の縦拡散係数を求めてみた。

円管内の流れを定常流と仮定し、平均流速を U 、流下方向の距離を x 、時間を t 、縦拡散係数を A 、塩分濃度を C で表わせば、流下中の塩分濃度の方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = A \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (1)$$

塩水の注入点から検出点までの距離を x_0 、 $x_0/U=t_0$ とし、 $CQ t_0/S=C_*$ 、 $t/t_0=\tau$ 、 $x/Ut_0=\ell$ 、 $A/UX_0=\alpha$ とおき、(1) 式を無次元化すれば、次式を得る。ここに Q は円管内の流量、 S は注入した塩の質量である。

$$\frac{\partial C_*}{\partial \tau} + \frac{\partial C_*}{\partial \ell} = \alpha \frac{\partial^2 C_*}{\partial \ell^2} \quad (2)$$

$t=0$ 、 $x=0$ で管の微小長さ 2ε にわたって塩水濃度が一様と仮定すると (2) 式の解は、次のようになる。

$$C = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha C}} \exp\left\{-\frac{(\ell-\tau)^2}{4\alpha\tau}\right\} \quad (3)$$

したがって、検出点で刻々に検出される塩分は、

$$C_* = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha\tau}} \exp\left\{-\frac{(1-\tau)^2}{4\alpha\tau}\right\} \quad (4)$$

となる。これから C_* の極大値 $C_{*\max}$ は $\tau = \sqrt{\alpha^2+1} - \alpha$ の時に現われ、その値は次式のようになる。

$$C_{*\max} = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha(\sqrt{\alpha^2+1}-\alpha)}} \exp\left\{-\frac{\sqrt{\alpha^2+1}-1}{2\alpha}\right\} \quad (5)$$

したがって、検出点で $C_{*\max}$ が求めれば (5) 式から α が得られ、よって縦拡散係数 A を算出することができる。これが測定の原理である。なお、 $C_{*\max}$ が大きい場合には

$$A \doteq \frac{U}{4\pi x_0} \left(\frac{S}{DC}\right)^2 \quad (6)$$

が成り立つ。ここに D は管の断面積である。

今回の実験では、塩水注入口が点源であり、しかも管長が管径に比し、種々の制約のために十分大きくとれなかったため、境界条件がやや理論と異なるうらみがあったため、検出点を2点としてこれを補う工夫をした。

3. 実験装置

装置全体の様子は、図-1 および 写真-1 によってその概略が示されているので、ここでは各部分について説明する。

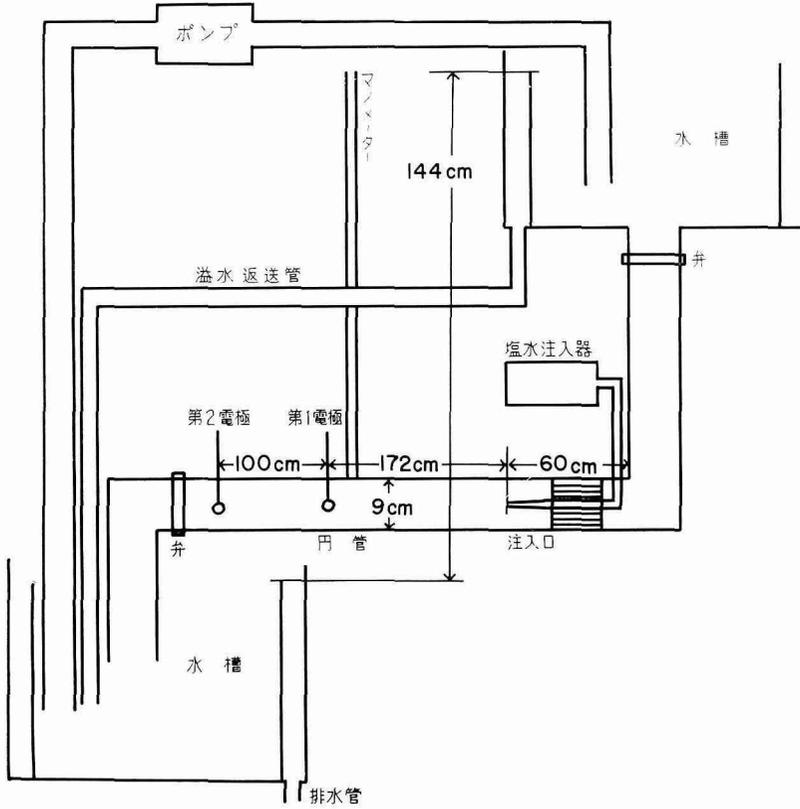


図-1 装置全体図

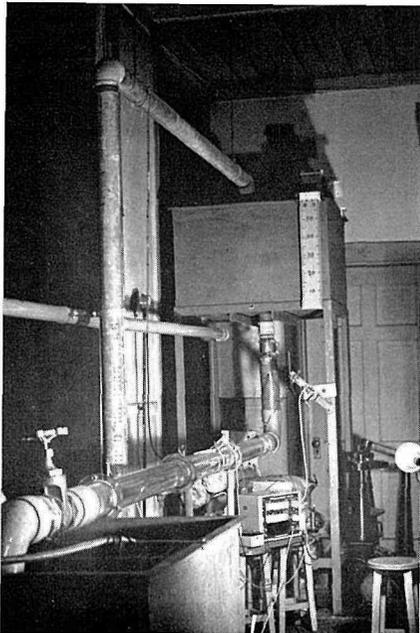


写真-1 装置の全体

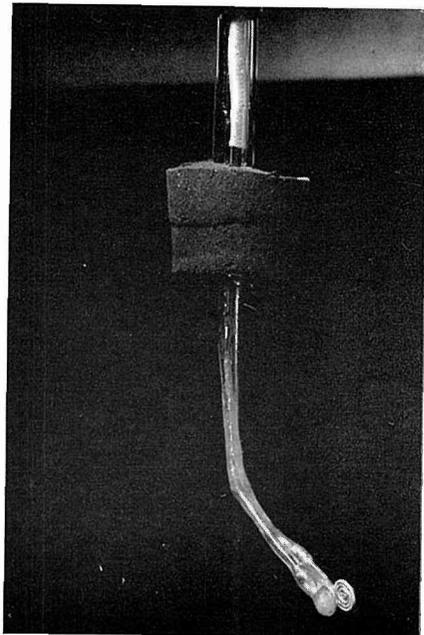


写真-2 電極の外観

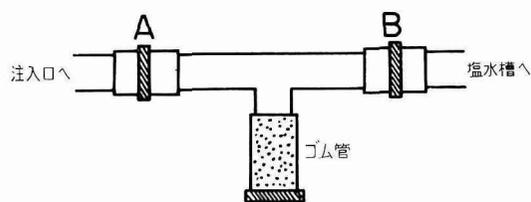


図-2 塩水注入器の概略図

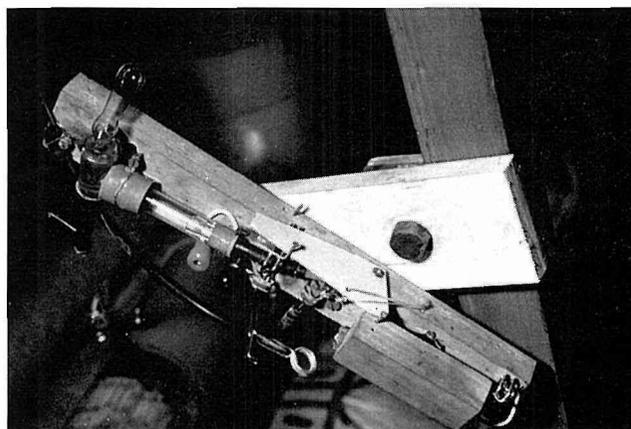


写真-3 塩水注入器

(1) 水槽：容積 $2.5 \times 10^5 \text{ cm}^3$ の鉄製二重槽。内側はビニール布でおおってある。2つの水槽は観測中、常にオーバーフローしていることが必要である。このことを確認するために、上部水槽には浮子式の水位計を設置した。

(2) 円管：内径 9 cm、長さ 1 m の透明アクリル樹脂を 3 本つないだもので上流部に塩水注入管があり、そこにはビニールストローを束ねた整流格子を置いてある。また、円管の両端には流速調節用のバルブが取り付けられているが、通常は上流側はバルブを開放にして下流側バルブで流速調節を行なう。

(3) 電極：直径 0.5 mm の白金線を渦巻状に巻いて直径 4 mm の円板とし、それを 2 mm の間隔で向き合わせたもの。外側はガラスで被覆してある (写真-2)。また円管への取り付け状況は、後掲の塩水塊の 写真-4 (B) に示されている。

(4) 塩水注入器：図-2 によって説明する。ゴム管に塩水が満たされている状態で B を閉じて A を開き、バネを利用してゴム管を瞬間的に圧することにより、その分だけの塩水が注入口から出る。注入量調節はゴム管の長さを変えておこなう。このようにして、いつも一定量の塩水を短時間に注入することができる。なお、注入時をレコーダーで記録するために電気接点が設けられている。写真-3 は使用した注入器である。塩水槽としてビューレット (写真の左側に見えるガラス管) を使用することにより注入量 (1 回毎及び 10 数回分の合計) を知るることができる。

(5) 塩水注入管：第一電極の前方，円管の中心に注入口を下流に向けて取り付けられている。内径4mmのガラス管の先を細くし，先端内径約1mmにしたものである。

4. 測定方法

縦拡散係数を算出するには (1) 観測点における塩分濃度，(2) 流速，(3) 注入塩質量，(4) 円管断面積，(5) 注入点から観測点までの距離，を知らねばならない。(4)，(5) は装置により決定されるので (1)~(3) について述べる。

(1) 観測点における塩分濃度

塩分濃度の測定のために電気伝導度から求める方法を採用したが，これは応答が早く，しかも連続測定が容易であるからである。電気伝導度は伝導度計を用いて電圧に交換し，ペン書きレコーダーで記録した。したがって，測定に先立ち，既知濃度の種々の塩水を用意して濃度と記録される電圧の関係を調べておかねばならない。図-3 は15°Cにおける濃度—電圧曲線である。伝導度は，温度により大きく左右されるので観測値は温度補正を要する。

使用する水道水はすでに0.1~0.2 g/lの塩分に相当する伝導度を有するので，注入した塩分のみによる濃度は，観測値とその差として求めることができる。なお，実験に使用した測定器よりもっと信頼のおける伝導度計を用いて水道水のみ伝導度を測定し，実験で得た値と比較することにより正確を期した。

(2) 流速

流速測定は塩水速度法によった。注入口から注入された塩水塊が2つの電極間を通過するのに要する時間から流速を計算することができる。所要時間は記録紙から読み取ったが，精度

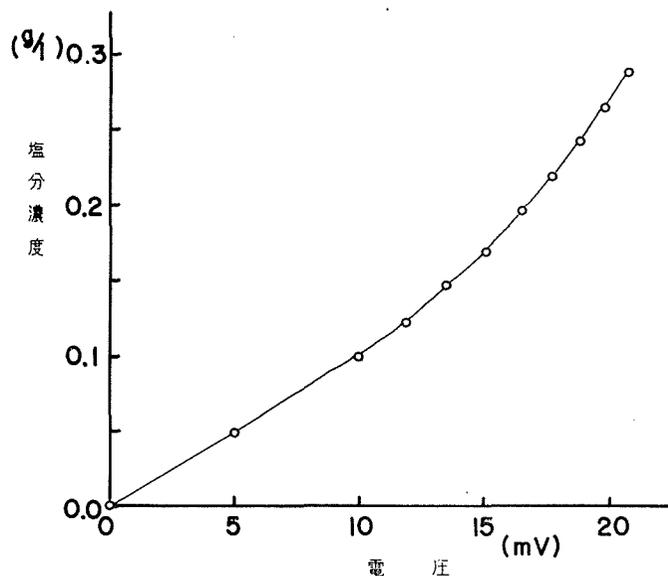


図-3 塩分濃度—電圧特性 (15°C, 第一電極)

は $\pm 2 \text{ cm/sec}$ 程度である。円管内を流れる水の圧力降下は、流速の二乗に比例するという関係があり、この方法で求めた流速は、よくこれに適合しているの、かなり正しい平均流速を示していると考えられる。一方、円管に取りつけたガラス管マンメーターは、その水面の位置を今述べた方法によって求めた流速と関係づけることにより、流速計として使用することができる。流速設定は、このマンメーターを用いておこなったが、流速の絶対値に多少の誤差はあっても同じ流速を再現するには十分である。

(3) 注入塩質量

使用した塩は食塩であるが、注入塩水濃度と注入量から求めることができる。1回の注入量は約20回連続注入した時の総注入量から算出した。

5. 実験結果

(1) 観測点における塩分濃度 (C)

1つの流速につき約20回連続測定を行ない、その平均をとって測定値とした。図-4は記録の一例である。約20回の観測値に対して危険率1%の平均値区間推定をおこなってみると、平均値の約 $\pm 10\%$ であった。



図-4 記録の一例

下方のふれは、塩水注入の瞬間を示し、その右方最初の大きいピークは第一電極、つぎのピークは第二電極における塩分の応答電圧を示す。

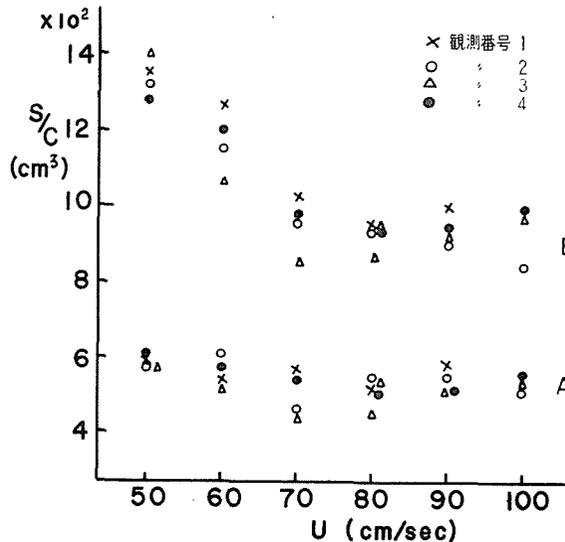


図-5 平均流速と検出濃度との関係

Aは第一電極、Bは第二電極での値を示す。

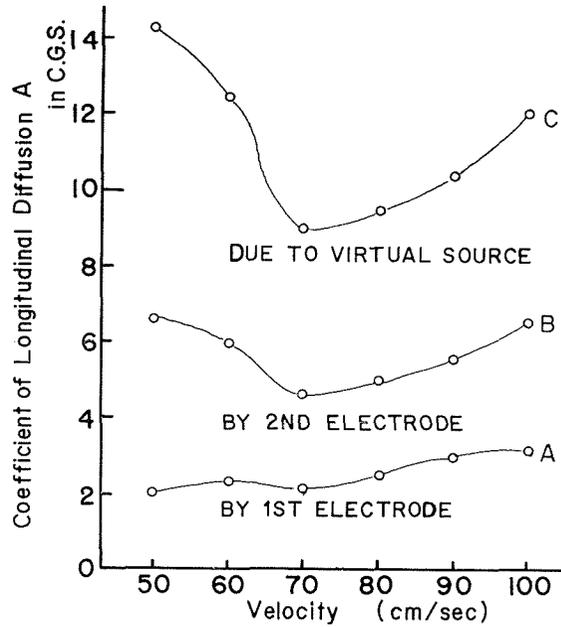


図-6 平均流速と縦拡散係数の関係

A, Bは、それぞれ第一、第二電極で得られた値で、
CはA, Bを用いて修正された値を示す。

今回は、各流速について、それぞれ4回の測定をしたので、その結果を図-5に示す。ただし、注入塩質量に多少の変動が見られたので、図-5では便宜的に縦軸を注入塩質量と観測濃度の比にとった。これから平均流速と拡散係数の関係を計算して図-6に示す。拡散係数の計算に当っては4回の平均値を用いた。

(2) 流 速 (U)

あまり低速にすると塩水塊が沈降してしまい、また、高速にすぎると記録計の応答が悪くなるので50 cm/sec~100 cm/secの範囲について10 cm/secおきに測定した。

(3) 注入塩質量 (S)

注入塩水濃度は常に250 g/l。一回平均注入量は、注入方法は同じであっても、流速が増すにつれてわずかつ増加する結果となった。50 cm/secで約0.072 g、100 cm/secで約0.084 gである。

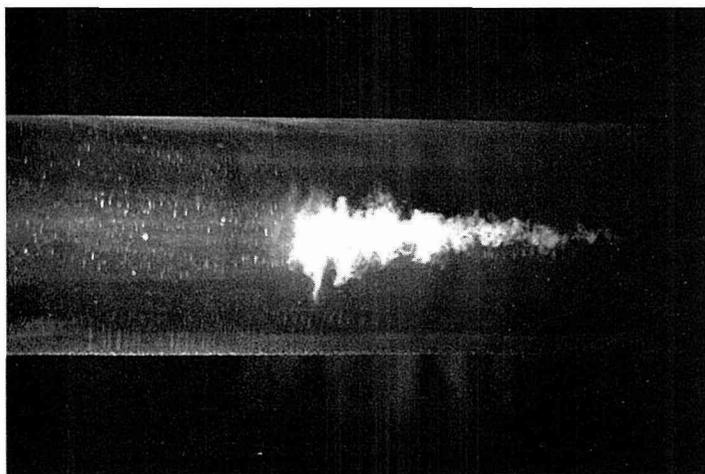
(4) 円管断面積 (D)

63.6 cm²。

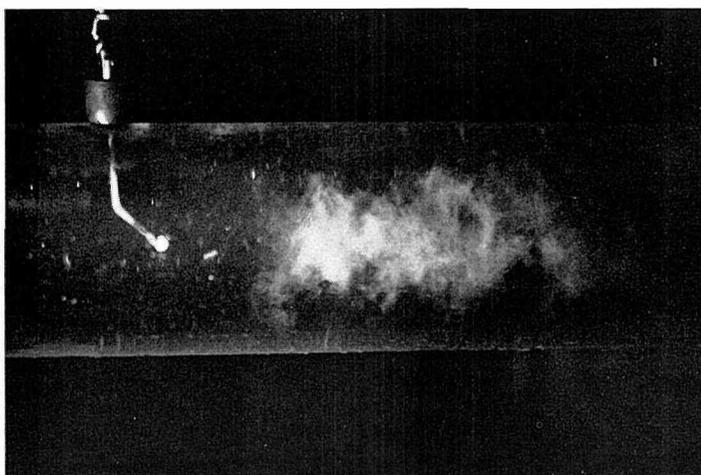
(5) 注入点から観測点までの距離 (x₀)

第1電極に対しては172 cm、第2電極に対しては272 cm。

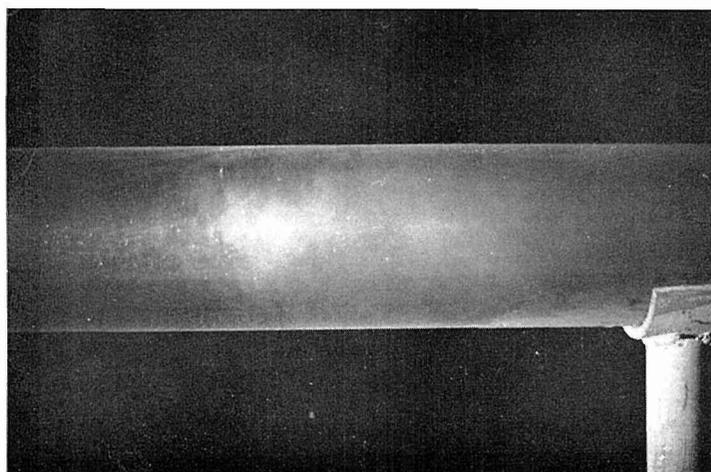
以上の結果から式(6)にしたがって拡散係数を計算すると、前述の如く図-6に示すとお



A 点源から注入
される瞬間



B 第一電極寸前
に進行してき
たときの状態



C 第一電極を過
ぎ第二電極に
向かうときの
状況

写真-4 塩水塊拡散の状況

りになる。(A), (B) はそれぞれ第1電極, 第2電極について得られたものである。両者の拡散係数に差がある点については後程検討する。また, (C) についても後で述べる。

(6) 塩水塊の形状

塩水塊は点源から作られるのであるが, 移動中の形状を見るために, 塩水塊の写真撮影を試みた。しかし, 塩水に着色しても写りが良好でなく, 目的を達し難かったため, 塩水の替りに牛乳を注入して撮影した。流速 90 cm/sec の時に撮影したものを写真-4 (A), (B), (C) としあげてみる。牛乳と塩水のちがいがこの実験できいてくるのは, 密度と粘性についてであろう。低速の場合は多少影響があると思われるが, 撮影時のようにある程度高速になると, 流れの乱れが大きくなり, 観測部までの滞在時間も短くなるので, 両者はほとんど同じと見てよいと思われる。(A) は注入直後, (B) は注入口より 50 cm 下流の所, (C) は第1電極と第2電極の間である。この写真により, 塩水塊は第1電極を通り抜ける頃にはかなり円管壁までひろがっていることがわかる。しかし, 写真は塩水塊 (正しくは牛乳塊) の表面しか表わしていないことに注意せねばならない。第2電極において流速 80 cm/sec のとき, 流心から円管壁にかけて3点で縦濃度分布をざっと測定してみたところ, 中身をくり抜いた砲弾状をしており, 流れ方向の厚さは流心部ほど薄く, 最大濃度は流心部ほど大きかった。

6. 考 察

境界条件が整っていれば, 第1電極, 第2電極それぞれの測定値から得られる拡散係数は一致するはずである。しかし, 図-6 の (A), (B) に示されているように第1, 第2各電極での係数が異なる結果を得た。これは序論にも述べてある如く, そして塩水塊写真からも明らかな様に, 注入時塩水塊の形状の不適當と, 実際の境界条件と理論的境界条件の不一致にもとづくものである。

ここで塩水塊の写真を見直してみると, 第1, 第2電極の附近においては, それより上流側に比べて, 塩水塊はかなり円管壁近くまで拡がっているので, 両電極の間における拡散状況は, 前に拡散係数の計算のために取り扱った部分よりもより理論の条件に近いと思われる。この考えにもとづき, 図-7 に示されているように, 第1電極の上流側に仮想面源 (理論の面源に相

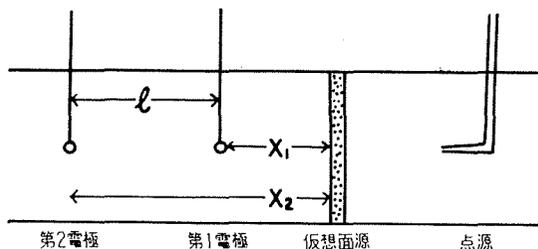


図-7 第一, 第二電極における係数算出値に差がある点を修正するための仮想面源のとり方を示す。

当) を置くことにより、両電極間における拡散係数を計算してみた。

第1及び第2電極の測定から得られる拡散係数をそれぞれ A_1 , A_2 とすると、

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{U}{4\pi x_1} \left(\frac{S}{DC_1} \right)^2 \\ A_2 &= \frac{U}{4\pi x_2} \left(\frac{S}{DC_2} \right)^2 \end{aligned} \right\}$$

であるから、円管内では $A = \text{一定}$ と考えて $A_1 = A_2$ とおけば

$$C_2^2(x_1 + \ell) = C_1^2 x_1$$

故に

$$x_1 = \frac{C_2^2 \ell}{C_1^2 - C_2^2}$$

したがって

$$A = \frac{U}{4\pi} \left(\frac{C_2^2 \ell}{C_1^2 - C_2^2} \right) \left(\frac{S}{DC_1} \right)^2$$

となる。計算の結果は 図-6 の (C) である。このようにして仮想面源の考えにより、条件の不満足はある程度補うことができるが、このようなやり方の妥当性については、さらに吟味を要する。

以上によって円管内の平均的縦拡散係数を求めることができたが、理論と実験の境界条件の差によって生ずる誤差については、さらに追究していく所存である。なお、実験の条件を理論の条件に合わせるように装置の改造を試みており、また、理論の方も検討しているので、今後さらに精度よく係数を求め得ることが期待される。

本研究は昭和40年度文部省科学研究費各個研究補助金によったことを附記する。

文 献

- 1) Allen, Ch. M. & Taylor, E. A.: The salt velocity method of water measurement. Trans. ASME. Vol. 45, 1923.
- 2) Trokolanski, A.: "Hydrometry", Pergamon Press. 1960.
- 3) 柏村: 空知川の縦の乱流拡散について, 北大地球物理学研究報告, 第5号, 昭和32年10月.
- 4) 柏村: 塩水法による長水路の流下方向拡散係数の測定, 第10回 応用力学連合講演会予稿集, 昭和35年9月.