薄い CEF 型電子ビームの集群による空間電荷界

桜 庭 一 郎*

小 柳 幸 次 郎*

(昭和41年11月30日受理)

Space-Charge Fields Produced by Thin CEF-Type Electron-Beam Bunching

Ichiro SAKURABA

Kojiro KOYANAGI

Department of Electronic Engineering, Faculty of Engineering, Hokkaido University, Sapporo, Japan.

(Received November 30, 1966)

Abstract

This paper deals with the space-charge field produced by thin CEF-type electron-beam bunching.

The azimuthal radio-frequency field greatly exceeds the radial radio-frequency field if the circular propagation constant is a small fraction of (r_0/σ) and $(r_0/\sigma) \gg 1$, where r_0 is the radius of the center-of-the-beam electron and σ is the radial width of the electron ribbon.

The Nunn-Rowe space-charge parameter consists of the reduced plasma angular frequency and the spatial angular velocity of an electron with a radius of r_0.

目　　次

1. 緒　　言

CEF 型電子ビームを用いたマイクロ波帯前進波増幅装置，後進波増幅装置および発振装置において，集群された電子ビームによる高周波電界の半径方向成分は，かなり小さいため省略されることが多い[1)]。さらにこの成分と角方向成分との関係についても考察され[2)]，ついで光

---

*　電子工学科電子管工学講座

検波装置において用いられる薄い光電子ビームに関して数値計算も与えられた[3]。

したがって本論文では，これまでの議論を整理して，実用上よく使用される動作範囲について数値計算を行なった。ついで電磁波と CEF 型電子ビームとの相互作用に及ぼす空間電荷の影響を示すパラメータとして，Nunn-Rowe の空間電荷係数 Q が用いられるが，この係数と電子ビームのプラズマ角周波数との関係を議論し，係数 Q のもつ物理的意義を明らかにしたのでここに報告する。

2. 集群された薄い CEF 型電子ビームによる空間電荷界

z 方向に一様であり，$r\theta$ 面で円運動しているリボン状 CEF 型電子ビームを考察する (Fig. 1 参照)。半径方向厚さ σ はきわめて薄く一般に $\sigma/r_0 \ll 1$ である。それ故この二次元電子ビームに関するポアソン方程式は，

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rE_{rT})+\frac{1}{r}\frac{\partial E_{\theta T}}{\partial \theta}=\frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (1)$$

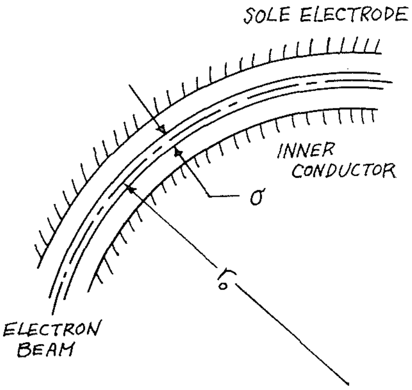

Fig. 1. The basic geometry of CEF-type electron beams.

となる。ここで E_{rT} は集群電子ビームの全電界の半径方向成分，$E_{\theta T}$ は集群電子ビームの全電界の θ 方向成分，さらに ρ は集群電子ビームの全電荷体積密度である。全電界とは，集群された電子ビーム自身によって生ずる直流界と高周波界の両成分の和を意味する。したがって E_{rT} と $E_{\theta T}$ をそれぞれ両成分にわけて考察すれば，式(1)は

$$\frac{\partial}{\partial r}(rE_r^0+rE_{rs})+\frac{\partial}{\partial \theta}(E_\theta^0+E_{\theta s})=\frac{r}{\varepsilon_0}(\rho_0+\rho_1) \qquad (2)$$

となる。ここで E_r^0 は集群電子ビームによる直流電界の半径方向成分，E_{rs} は集群電子ビームによる高周波電界の半径方向成分，E_θ^0 は集群電子ビームによる直流電界の θ 方向成分，$E_{\theta s}$ は集群電子ビームによる高周波電界の θ 方向成分，さらに ρ_0 は集群電子ビームの体積電荷密度の直流分，ρ_1 はその高周波成分である。いま電子ビームの全電荷を Q_b とすれば，体積電荷密度の全成分 ρ は

$$\rho=\frac{Q_b}{\pi h\left(r_0+\dfrac{\sigma}{2}\right)^2-\pi h\left(r_0-\dfrac{\sigma}{2}\right)^2}=\frac{Q_b}{2\pi r_0 h\sigma} \qquad (3)$$

で示される。ここで h は電子ビームの z 方向の長さとする。

つぎに半径 r_0 の円周上に集群電子ビームの全電荷が集中していると仮定した等価集群電子ビームを考える。この電荷の線密度の全成分を τ とすれば，

$$\tau = \frac{Q_b}{2\pi r_0} \tag{4}$$

で与えられる。これは無限に薄い半径 r_0 の円周上に全電荷が集中されていることを意味する。それ故 ρ と τ は

$$\rho = \frac{\tau}{h\sigma}. \tag{5}$$

で示される。したがってこれらを用い，かつ等価集群電子ビームによる電界の θ 方向成分の直流分が零であることに留意すれば，式(2)は，

$$\frac{\partial}{\partial r}(rE_r^0 + rE_{rs}) + \frac{\partial E_{\theta s}}{\partial \theta} = \frac{(\tau_0+\tau_1)\,r}{\varepsilon_0 h\sigma}. \tag{6}$$

ここで τ_0 と τ_1 は電荷線密度 τ の直流分と高周波成分とを示す。高周波界と電荷密度における直流量と高周波量は互に独立であるから，式(6)は，

$$E_r^0 + r\frac{\partial E_r^0}{\partial r} = \frac{\tau_0 r}{\varepsilon_0 h\sigma} = -\frac{r}{\eta}\,\omega_p^2, \tag{7}$$

$$E_{rs} + r\frac{\partial E_{rs}}{\partial r} + \frac{\partial E_{\theta s}}{\partial \theta} = \frac{\tau_1 r}{\varepsilon_0 h\sigma}, \tag{8}$$

$$\omega_p^2 = \frac{\eta|\rho_0|}{\varepsilon_0} = \frac{\eta|\tau_0|}{\varepsilon_0 h\sigma}. \tag{9}$$

となり，ω_p は電子ビームのプラズマ角周波数である。

式(7)は一様に分布した等価電子ビームとそれによって作られる半径方向電界の直流分との関係を与える。式(8)は，等価電子ビームの電荷線密度の高周波成分とそれによって生ずる高周波電界との関係を示す。いまリボン状電子ビームの半径方向厚さがきわめて薄く，かつ電荷密度の高周波成分が非常に小さいとして(8)式の第二項はほぼ零と仮定する。さらにすべての高周波量が，

$$e^{j(\omega t-\beta\theta)}$$

のように変化すると仮定する。ここで β は角方向位相定数，θ は空間角である。したがって式(8)は，

$$E_{rs} - j\beta E_{\theta s} \approx \frac{\tau_1 r}{\varepsilon_0 h\sigma} \tag{10}$$

いま二次元リボン状電子ビームの z 方向の電気力線を無視すれば，ガウスの定理より，電子ビームの外側において

$$E_{rs1} = \frac{Q_{rf}}{2\pi r_0\left(1+\dfrac{\sigma}{2r_0}\right)h\varepsilon_0} \approx \frac{\tau_1}{\varepsilon_0 h}\left[1-\left(\frac{\sigma}{2r_0}\right)\right]. \tag{11}$$

内側において

$$E_{rs2}=\frac{Q_{rf}}{2\pi r_0\left(1-\dfrac{\sigma}{2r_0}\right)h\,\varepsilon_0}\approx\frac{\tau_1}{\varepsilon_0 h}\left[1+\left(\frac{\sigma}{2r_0}\right)\right]. \tag{12}$$

となる。ここで Q_{rf} は電子ビームの電荷の高周波成分であり，

$$Q_{rf}=2\pi r_0\tau_1 \tag{13}$$

である。それ故この電子ビームによって作られる高周波電界の半径方向成分 E_{rs} は，平均値をとって

$$E_{rs}=\frac{1}{2}\left(E_{rs1}+E_{rs2}\right)\approx\frac{\tau_1}{\varepsilon_0 h}. \tag{14}$$

したがって θ 方向成分 $E_{\theta s}$ は式 (14) と式 (10) より

$$E_{\theta s}=\frac{j\tau_1}{\beta\varepsilon_0 h}\left[\frac{r}{\sigma}-1\right] \tag{15}$$

となる。いま $r\approx r_0$ として E_{rs} と $E_{\theta s}$ の比をとれば，

$$\frac{E_{rs}}{E_{\theta s}}\approx\frac{-j\beta}{\dfrac{r_0}{\sigma}-1} \tag{16}$$

となる。r_0/σ をパラメータとして β と $|E_{rs}/E_{\theta s}|$ の関係を計算すると Fig. 2 となる。すなわち

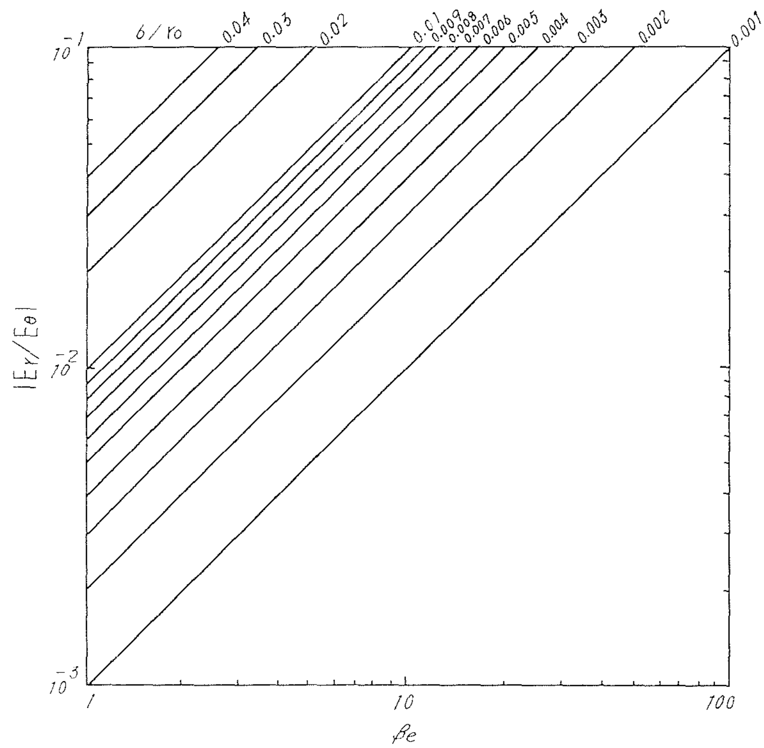

Fig. 2. The ratio of the radial R-F field to the azimuthal R-F field vs β_e with (σ/r_0) as parameter.

$(r_0/\sigma)\gg 1$ かつ $(r_0/\sigma)\gg\beta$ ならば，集群によって生ずる高周波電界の r 方向成分は，θ 方向成分に比べて非常に小さく省略可能であることを知る。

3. 電子ビームのプラズマ角周波数と Nunn-Rowe の空間電荷係数との関係

いま CEF 型電子ビームの半径方向の厚さ σ がきわめて薄く，内部電極および外部電極からの距離が，σ に比べて非常に大きいと仮定すれば，軽減された電子ビームのプラズマ角周波数 ω_q は，電極の影響が省略され式 (9) で与えた ω_p とほぼ等しいとおけるから

$$\omega_q^2 \approx \frac{\eta|\tau_0|}{\varepsilon_0 h\sigma}\,. \tag{17}$$

いま等価角方向位相定数を β_q とすれば，電子ビームの平衡角速度を Ω_0 として

$$\beta_q = \frac{\omega_q}{\Omega_0}\,. \tag{18}$$

となるから，

$$\beta_q^2 = \frac{\omega_q^2}{\Omega_0^2} = \frac{\eta|\tau_0|}{\Omega_0^2\varepsilon_0 h\sigma} \tag{19}$$

となる。つぎに CEF 型電子ビーム装置における Nunn-Rowe の空間電荷係数 Q は，

$$Q = \frac{\eta\tau_0}{\Omega_0^2\varepsilon_0 h\sigma}\,. \tag{20}$$

$$-I_0 = r_0\Omega_0\tau_0\,. \tag{21}$$

であるから，

$$Q = -\beta_q^2 \tag{22}$$

となる。空間電荷係数 Q は，電子ビームの軽減されたプラズマ角周波数の等価角方向位相定数 β_q の平方に負号を付したものに等しい。これで空間電荷係数の物理的意味がかなり明らかとなる。数値例を Fig. 3 に示した。

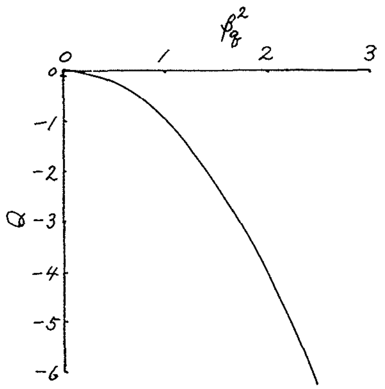

Fig. 3. Reduced plasma propagation constants for Nunn-Rowe space-charge parameters.

4. 結　　言

集群された薄い CEF 型電子ビームによって生ずる空間電荷界について考察した。

電子ビームの中心半径がビームの半径方向厚さに比べてきわめて大であり，かつ角方向位相定数が，その比に対して非常に小さければ，空間電荷界の高周波分の半径方向成分を省略し得る。また Nunn-Rowe の空間電荷係数は電子ビームのプラズマ角周波数の等価角方向位相定数で表示し得る。

おわりに研究の機会を与えて下さった電子工学科の方々，輪講で討論された千田正彦助手，さらに多くの資料を御教示下さった Professor J. E. Rowe と Professor W. M. Nunn, Jr. に感謝する。

参 考 文 献

1) Nunn, W. M., Jr. and Rowe, J. E.: "Single-Transit, Large-Radius E-Type Devices", Trans. PGED-IRE, vol. ED-8, pp. 508-520 (1961-11).
2) Nunn, W. M., Jr.: "Single-Transit E-Type Traveling-Wave Devices", Journal of Electronics and Control, vol, 15, No. 3, pp. 201-227 (1963-9).
3) Sakuraba, I. and Rowe, J. E.: "Photodemodulation of Coherent Light Signals in Centrifugal Electrostatic Focusing Systems" Technical Report No. 75, Electron Physics Laboratory, Department of Electrical Engineering, The University of Michigan (1964-9).