



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	高速で走行する搬器の振動
Author(s)	入江, 敏博; Irie, Toshihiro; 山田, 元 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 44, 13-28
Issue Date	1967-09-05
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40830
Type	departmental bulletin paper
File Information	44_13-28.pdf



高速で走行する搬器の振動

入江 敏博*

山田 元*

(昭和42年4月28日受理)

On the Vibration of a Wagon Travelling at High Speed

Toshihiro IRIE

Gen YAMADA

(Received April 28, 1967)

Abstract

Prior to the adoption of high speed wagons for aerial ropeways, thorough research on the motion of wagon and the strength of ropeway structure must be carried out to ensure safety and passenger comfort.

In this paper, in an attempt to study these problems theoretically, a series of fundamental equations of motion of a wagon travelling on a rail was introduced, and the expressions for the tension of haul ropes, the reaction and moment acting on the rail were presented. The equations of motion of the wagon were simplified into linear differential equations and the pitching and rolling motion of the wagon travelling on a 2-span ropeway including a main cable support was treated mathematically.

It was found from the results of calculations on a ropeway, that the vibration of the wagon increases when the travelling speed of the wagon becomes larger and that the maximum angular displacement of its rolling motion increases when the horizontal bent angle between the main ropes on both sides is large and the length of main cable support is small. It was also found that the pitching motion is hardly affected by the bent angle. A diagram on the maximum angular displacement of the pitching and rolling motion was presented and it was proposed that some examinations on such diagrams should be required in planning and designing the ropeways.

1. 緒 言

最近、旅客用普通索道の輸送力を増大する目的のため、搬器の大型化と運転速度の高速化の機運が高まってきている。またこれに伴ってわが国の索道に関する諸規則が欧米諸国のそれに比していささか立ち遅れていることや、現在の科学技術の発展段階からみて不十分な点が多いので関係方面で種々検討されている。

* 機械工学第2学科

高速搬器の採用に当たってまず問題となるのは搬器をはじめ架空索、索支持構造物等の振動問題である。これに関連して筆者らは前報¹⁾で搬器の急制、始動によっておこされる搬器のピッチング運動や曳索張力の変化等について調べたが、本報告では立体軌道と搬器の空間運動に関する基礎方程式から出発して、その運動と曳索系張力、軌道反力等の計算式の誘導を試みる。さらに方程式系を簡略化し、搬器のピッチングとローリングに関する計算と、これを中間支塔を有する2支間索の例に適用し若干の計算図表を与えるとともに、設計計算上注意すべき事項について説明する。

2. 軌道形状

搬器が索道主索上を走行するとき、搬器車輪はこれと接してある空間曲線を画くが、厳密に考えると可撓性のあるロープ上を搬器がある速度で走行するため、搬器を含めた架空索系の振動ないし動揺によって、その軌道(跡)は動的成分を持つ。搬器が高速化するにしたがって、この傾向はますます顕著になるが、かなりむづかしい問題でもあるので、搬器車輪の通過する軌道はこの影響を考えない空間曲線とみなし、これをつぎの形で書くこととしよう。

$$x = f(y), \quad z = g(y) \quad (1)$$

本報告で意図している搬器の運動が顕著に起るのは、のちに述べるように危急の際の急制、始動時を除けば搬器が軌索部を通過するときでなく、Fig. 1に示すような中間支塔における軌索受部を通過中か、停留所の懸垂軌道部においてであることを考えると、以上の仮定は十分根拠のあることである。

(1)式はまた軌道に沿って測った長さ s を用いて

$$x = x(s), \quad y = y(s), \quad z = z(s) \quad (2)$$

と書けるが、これより軌道の接線 T 、法線 N 、従法線 B の方向余弦はそれぞれ

$$T: \quad \alpha = \frac{dx}{ds}, \quad \beta = \frac{dy}{ds}, \quad \gamma = \frac{dz}{ds} \quad (3)$$

$$N: \quad l = \frac{d\alpha}{ds} / \kappa, \quad m = \frac{d\beta}{ds} / \kappa, \quad n = \frac{d\gamma}{ds} / \kappa \quad (4)$$

$$B: \quad \lambda = \left(\frac{dl}{ds} + \kappa\alpha \right) / \tau, \quad \mu = \left(\frac{dm}{ds} + \kappa\beta \right) / \tau, \quad \nu = \left(\frac{dn}{ds} + \kappa\gamma \right) / \tau \quad (5)$$

ただし、 κ, τ はそれぞれ曲率および捩率であって

$$\kappa^2 = \left(\frac{d\alpha}{ds} \right)^2 + \left(\frac{d\beta}{ds} \right)^2 + \left(\frac{d\gamma}{ds} \right)^2 = \{x''(s)\}^2 + \{y''(s)\}^2 + \{z''(s)\}^2, \quad (6)$$

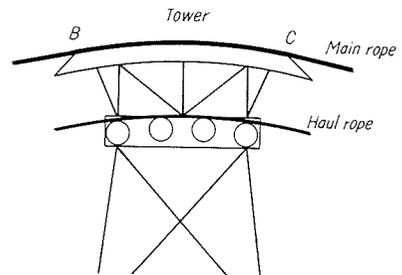


Fig. 1. The rope support.

$$\tau^2 = \left(\frac{d\lambda}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\mu}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\nu}{ds}\right)^2 \quad \text{あるいは} \quad \tau = \frac{1}{\kappa^2} \begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{vmatrix} \quad (7)$$

あるいは逆に、曲率、振率が長さ s の関数として与えられるとき ($\kappa = \kappa(s)$, $\tau = \tau(s)$) を曲線の自然方程式という、曲線は運動を除いて決定される²⁾。Fig. 2 は $\kappa(s)$, $\tau(s)$ を入力として、空間曲線の形状やその方向余弦を求めるブロック線図を Frenet-Serret の式

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\alpha}{ds} &= l\kappa, & \frac{d\beta}{ds} &= m\kappa, & \frac{d\tau}{ds} &= n\kappa \\ \frac{d\lambda}{ds} &= -l\tau, & \frac{d\mu}{ds} &= -m\tau, & \frac{d\nu}{ds} &= -n\tau \\ \frac{dl}{ds} &= -\alpha\kappa + \lambda\tau, & \frac{dm}{ds} &= -\beta\kappa + \mu\tau, & \frac{dn}{ds} &= -\tau\kappa + \nu\tau \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

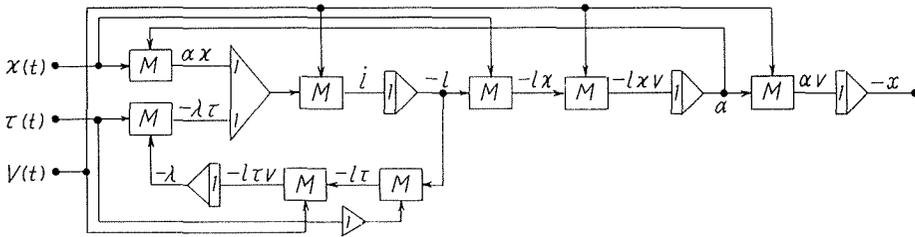


Fig. 2. Block diagram for the rail.

により画いたものである (この図では $\alpha, \lambda, l; x$ を求める部分のみ示したが他についても同様)。本問題に限らず各種軌道形状を探索するための工業上の応用もあると思われるので付記しておく。

3. 走行搬器の運動に関する基礎方程式

上述の軌道上を走行する搬器の運動方程式については、すでに筆者の一人が導いた³⁾が、本報告に必要な一部を再録する。一般に搬器は2輪, 4輪, ……といった偶数個の車輪系によって軌索(軌条)上を走行するが、簡単のため車輪系を1車輪で置きかえ、これが軌索と1点で接触しているものとする。さらに搬器は剛体であって、軌索との接触点とその重心を結ぶ軸まわりの回転は軌索により誘導されるが、他の軸まわりの回転は自由であると考えれば、十数個

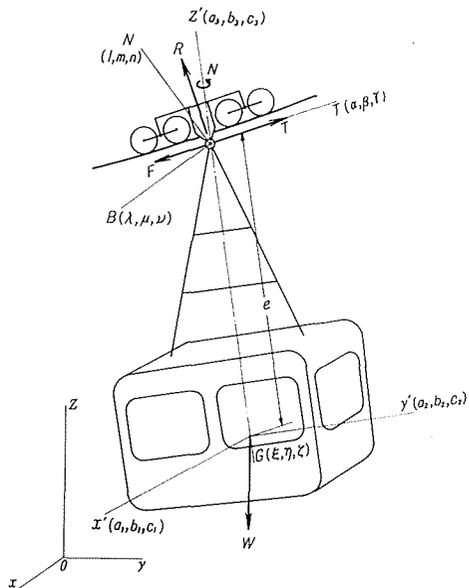


Fig. 3. A travelling wagon hanged from the rail.

の車輪を有する最近の大型搬器の場合にもここで取り扱う問題に関する限り、上の仮定の正当性は失われないであろう。

Fig. 3 は搬器の概略図であるが、その重心 (ξ, η, ζ) に関して、次式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \frac{W}{g} \ddot{\xi} &= (T-F)\alpha + Ru \\ \frac{W}{g} \ddot{\eta} &= (T-F)\beta + Rv \\ \frac{W}{g} \ddot{\zeta} &= (T-F)\gamma + R\omega - W \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ただし、 W : 運搬荷重 (旅客あるいは貨物) を含めた搬器全重量、 R : 軌道の垂直反力、 T : 搬器に作用する曳索一尾索系張力 (曳索と尾索の張力差)、 (u, v, ω) : 軌道反力の方向余弦、 $\dot{\cdot}$ は時間 t に関する微分をあらわす。 F は搬器 (車輪) に対する軌道のころがり摩擦抵抗であって、摩擦係数 μ_f を用いて

$$F = \mu_f R \quad (10)$$

搬器の重心まわりの回転運動に関して

$$\left. \begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_1 - (I_2 - I_3) \omega_2 \omega_3 &= -(T-F)e \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ \alpha & \beta & \gamma \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} - Re \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ u & v & \omega \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \\ I_2 \dot{\omega}_2 - (I_3 - I_1) \omega_3 \omega_1 &= Re \begin{vmatrix} u & v & \omega \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \\ I_3 \dot{\omega}_3 - (I_1 - I_2) \omega_1 \omega_2 &= N \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここで、 (I_1, I_2, I_3) : 搬器の主軸まわりの慣性能率、 e : 搬器重心と軌道上の搬器車輪の接触点間の距離、 $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$: 主軸に関する搬器の角速度成分、 $(a_i, b_i, c_i) (i=1, 2, 3)$: 搬器主軸の方向余弦、 N : 搬器の前後軸を軌道方向に誘導する拘束モーメント。曳索、尾索は車輪に近接して取り付けられ、その方向は搬器軌道の (接線) 方向に一致しているものとみなす。曳索、尾索の垂下量が大きく、両者の方向が著しく相違するときは上記張力は曳索一尾索系張力の軌道方向成分となる。また、搬器には何ら振動減衰器は装備していないものとする (減衰器をもつものについては前報¹⁾ に取り扱ってある)。角速度成分はオイラー角 (θ, φ, ψ) を用いて

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \dot{\theta} \sin \psi - \dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi, \\ \omega_2 &= \dot{\theta} \cos \psi + \dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi, \quad \omega_3 = \dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

また各主軸の方向余弦は

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \cos \theta \cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi, \\ b_1 &= \cos \theta \sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi, \quad c_1 = -\sin \theta \cos \psi \\ a_2 &= -\cos \theta \cos \varphi \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi, \\ b_2 &= -\cos \theta \sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi, \quad c_2 = \sin \theta \sin \psi \\ a_3 &= \sin \theta \cos \varphi, \quad b_3 = \sin \theta \sin \varphi, \quad c_3 = \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

と書くことができ、さらに軌道反力の方向余弦に関して

$$u^2 + v^2 + w^2 = 1, \quad u\alpha + v\beta + w\gamma = 0 \quad (14)$$

搬器重心の位置は

$$\xi = x - ea_3, \quad \eta = y - eb_3, \quad \zeta = z - ec_3 \quad (15)$$

と書くことができる。軌道の接線と搬器に固定された主軸の2つは同一平面内に拘束されていることより

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ a_2 b_2 c_2 \\ a_3 b_3 c_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

なる関係を満足していなければならない。

4. オイラー角を用いて書かれた搬器の運動方程式 および作用する力とモーメント

(9) 式より曳索—尾索系の張力（と軌道抵抗の差）および軌道反力はそれぞれ

$$T - F = \frac{W}{g} \{ \alpha \ddot{\xi} + \beta \ddot{\eta} + \gamma (\ddot{\zeta} + g) \} \quad (17)$$

および

$$R = \frac{W}{g} \{ u \ddot{\xi} + v \ddot{\eta} + w (\ddot{\zeta} + g) \} \quad (18)$$

で与えられ、いずれも搬器の軌道上における位置とその運動に伴って時間的に変化することがわかる。軌道反力が負の値をとるときは搬器は軌道より浮きあがり、危険な事態をひきおこす可能性を生ずる。(9) と (17) 式より軌道反力の方向は

$$\left. \begin{aligned} u : v : w &= \{ -(1 - \alpha^2) \ddot{\xi} + \alpha \beta \ddot{\eta} + \gamma \alpha (\ddot{\zeta} + g) \} \\ &: \{ \alpha \beta \ddot{\xi} - (1 - \beta^2) \ddot{\eta} + \beta \gamma (\ddot{\zeta} + g) \} : \{ \gamma \alpha \ddot{\xi} + \beta \gamma \ddot{\eta} - (1 - \gamma^2) (\ddot{\zeta} + g) \} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

(17) および (19) 式を (11) の第 1, 2 式に用いて

$$\left. \begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_1 - (I_2 - I_3) \omega_2 \omega_3 &= -\frac{W}{g} e \{ a_2 \ddot{x} + b_2 \ddot{y} + c_2 (\ddot{z} + g) - e(a_2 \ddot{a}_3 + b_2 \ddot{b}_3 + c_2 \ddot{c}_3) \} \\ I_2 \dot{\omega}_2 - (I_3 - I_1) \omega_3 \omega_1 &= -\frac{W}{g} e \{ a_1 \ddot{x} + b_1 \ddot{y} + c_1 (\ddot{z} + g) - e(a_1 \ddot{a}_3 + b_1 \ddot{b}_3 + c_1 \ddot{c}_3) \} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

をうるが、主慣性能率を回転半径 k_i を用いて $I_i = (W/g) k_i^2 (i=1, 2, 3)$ であらわし、さらに ω_i ; $a_i, b_i, c_i (i=1, 2, 3)$ をすべてオイラー角で書きあらためることによって

$$\begin{aligned} & \left(\frac{k_1^2}{e} + e \right) (\dot{\theta} \sin \phi - \dot{\varphi} \sin \theta \cos \phi) + \frac{k_1^2 - k_2^2 + k_3^2}{e} \dot{\psi} (\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\varphi} \sin \theta \sin \phi \\ & - \left(\frac{k_1^2 + k_2^2 - k_3^2}{e} + 2e \right) \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \left(\frac{k_2^2 - k_3^2}{e} + e \right) \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta \sin \phi + g \sin \theta \sin \phi \\ & = \ddot{x} (\cos \theta \cos \varphi \sin \phi + \sin \varphi \cos \phi) + \ddot{y} (\cos \theta \sin \varphi \sin \phi - \cos \varphi \cos \phi) - \ddot{z} \sin \theta \sin \phi \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{k_2^2}{e} + e \right) (\ddot{\theta} \cos \phi + \ddot{\varphi} \sin \theta \sin \phi) + \frac{k_1^2 - k_2^2 - k_3^2}{e} \dot{\phi} (\dot{\theta} \sin \phi - \dot{\varphi} \sin \theta \cos \phi) \\
& + \left(\frac{k_1^2 + k_2^2 - k_3^2}{e} + 2e \right) \dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \theta \sin \phi + \left(\frac{k_3^2 - k_1^2}{e} - e \right) \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta \cos \phi + g \sin \theta \cos \phi \\
& = \ddot{x} (\cos \theta \cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi) + \ddot{y} (\cos \theta \sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi) - \ddot{z} \sin \theta \cos \psi
\end{aligned} \tag{22}$$

搬器の拘束条件式(16)もこれと同様、書きあらためると

$$\dot{x} (\cos \theta \cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi) + \dot{y} (\cos \theta \sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi) - \dot{z} \sin \theta \cos \psi = 0 \tag{23}$$

かくして(21)~(23)式がオイラー角を用いて書かれた搬器の運動方程式である。(21), (22)式右辺は搬器が軌道を走行する際の加速度による外乱であるが、その成分は

$$\ddot{x} = \dot{V} \alpha + \kappa V^2 l, \quad \ddot{y} = \dot{V} \beta + \kappa V^2 m, \quad \ddot{z} = \dot{V} r + \kappa V^2 n \tag{24}$$

(V は軌道上の搬器走行速度)のように速度変化によるものと軌道曲率の変化によるものに分けられるのはいうまでもない。

曳索一尾索系の張力および軌道反力は

$$\begin{aligned}
T = W \frac{\dot{z}}{V} + \frac{W}{g} \left[\dot{V} - \frac{e}{V} \{ \dot{x} (\ddot{\theta} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \varphi - 2\dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \theta \sin \varphi \right. \\
\left. - \ddot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \varphi) \right. \\
\left. + \dot{y} (\ddot{\theta} \cos \theta \sin \varphi - \dot{\theta}^2 \sin \theta \sin \varphi + 2\dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \theta \cos \varphi + \ddot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \theta \sin \varphi) \right. \\
\left. - \dot{z} (\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) \right] + \mu_f \cdot R \tag{25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R = \frac{W}{g} \left[\{ \ddot{x} - e (\ddot{\theta} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \varphi - 2\dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \theta \sin \varphi - \ddot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \varphi) \}^2 \right. \\
\left. + \{ \ddot{y} - e (\ddot{\theta} \cos \theta \sin \varphi - \dot{\theta}^2 \sin \theta \sin \varphi + 2\dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \theta \cos \varphi + \ddot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \theta \sin \varphi) \}^2 \right. \\
\left. + \{ \ddot{z} + g + e (\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) \}^2 \right. \\
\left. - \frac{1}{V^2} \{ V \dot{V} + g \dot{z} - \dot{x} e (\ddot{\theta} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \varphi - 2\dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \theta \sin \varphi \right. \\
\left. - \ddot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \varphi) \right. \\
\left. - \dot{y} e (\ddot{\theta} \cos \theta \sin \varphi - \dot{\theta}^2 \sin \theta \sin \varphi + 2\dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \theta \cos \varphi + \ddot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \theta \sin \varphi) \right. \\
\left. - \dot{z} e (\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) \}^2 \right]^{1/2} \tag{26}
\end{aligned}$$

また拘束モーメントは

$$\begin{aligned}
N = \frac{W}{g} \{ k_3^2 (\dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta - \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \theta) \\
- (k_1^2 - k_2^2) (\dot{\theta} \sin \phi - \dot{\varphi} \sin \theta \cos \phi) (\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\varphi} \sin \theta \sin \phi) \} \tag{27}
\end{aligned}$$

これらの作用の変動が大きいのはいずれも好ましいことではなく、このうち曳索一尾索系張力変化によってその垂下量が変化し、ひいてはこれが架空索系の振動の原因となる。また軌道反力、拘束モーメントも同様索道の振動の原因となりうるのみでなく、搬器、軌索受部、懸垂軌

道の強度に関係がある。反力が極端に変化し、0に近づくような場合には搬器車輪が浮上する危険性があり、また脱線防止上から拘束モーメントが大きくなることは望ましくない。

5. 鉛直面内軌道を走行する搬器のピッチング

水平横方向に曲りのない架空索系では搬器軌道は一定の鉛直面内にある。 yz 面をこの面にえらば、上記で $x=0, \xi=0, -\varphi=\psi=\pi/2, \dots$ となり、(21)式は単に搬器のピッチングに関する式

$$\left(\frac{k_1^2}{e} + e\right)\ddot{\theta} + g \sin \theta = -\dot{V} \cos(\alpha^* - \theta) + \kappa V^2 \sin(\alpha^* - \theta) \quad (28)$$

となる。ここで α^* は軌道接線の水平傾斜角である。搬器に働く力は

$$T = W(\sin \alpha^* + \mu_f \cos \alpha^*) + \frac{W}{g} \left[\dot{V} + \mu_f \kappa V^2 + e \ddot{\theta} \{ \cos(\alpha^* - \theta) - \mu_f \sin(\alpha^* - \theta) \} + e \dot{\theta}^2 \{ \sin(\alpha^* - \theta) + \mu_f \cos(\alpha^* - \theta) \} \right] \quad (29)$$

$$R = W \cos \alpha^* + \frac{W}{g} \left[\kappa V^2 - e \{ \ddot{\theta} \sin(\alpha^* - \theta) - \dot{\theta}^2 \cos(\alpha^* - \theta) \} \right] \quad (30)$$

そしてこの場合、上記拘束モーメントには変化はなく、常に

$$N = 0 \quad (31)$$

である。かくして曳索系の張力は重力のほか、走行加速度、曲率変化、搬器の振動に支配され軌道反力は走行加速度を除き、これらのものに影響されることがわかる。(28)~(30)式の解法についてはすでに前報¹⁾で詳しく説明した。

いま1個の搬器が軌索上を走行している場合を考えてみよう。搬器(の車輪)の軌跡はほぼ

$$\left. \begin{aligned} x &= 0 \\ z &= y \tan \bar{\alpha} - \frac{4s(1+2n)y(1-y/l_0)}{\sqrt{1+12n(1+n)(y/l_0)(1-y/l_0)}} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

と与えられる⁴⁾。ただし、 $\bar{\alpha}$: 軌索の両支点を結ぶ直線の水平傾斜角、 l_0 : 両支点間の水平距離、 s : 無負荷索の中央垂下比(支間水平距離に対する最大たわみ比)、 $n = P/W$: 両支点間ロープ全重量(W)に対する搬器荷重比であって、この場合、軌索の一端を原点にとり、両支点を含む鉛直面を yz 面にえらんである。通常中央垂下比は $s=0.03 \sim 0.05$ の微小量であるから α^* および κ はほぼ

$$\alpha^* = \tan^{-1}(dz/dy) \approx \bar{\alpha} - s f'_D(y) \cos^2 \bar{\alpha} + 0(s^2) \quad (33)$$

$$\kappa = \frac{d^2z/dy^2}{\{1+(dz/dy)^2\}^{3/2}} \approx -s f''_D(y) \cos^3 \bar{\alpha} + 0(s^2) \quad (34)$$

$$f_D(y) = \frac{4(1+2n)y(1-y/l_0)}{\sqrt{1+12n(1+n)(y/l_0)(1-y/l_0)}}$$

であって、ロープ接線の水平傾斜角は中央垂下比のオーダーの相違を除き、両支点間の水平傾斜

角に等しく、また軌道の曲率は垂下比程度の小さい量である。したがって搬器が軌索を通過するときは、急制、始動などによる走行速変化によるもの以外は顕著なピッチングは起りえない。

搬器が中間支塔軌索受部を通過する場合については、軌道を2次曲線

$$\left. \begin{aligned} x &= 0 \\ z &= b_S y - \frac{c_S}{2} \frac{y^2}{l_{0S}} \quad (0 < y < l_{0S}) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

に近いものとみなせば

$$\left. \begin{aligned} \alpha_S^* &= \tan^{-1} \left(b_S - c_S \frac{y}{l_{0S}} \right) \\ \kappa_S &= - \frac{c_S/l_{0S}}{\{1 + (b_S - c_S y/l_{0S})^2\}^{3/2}} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

ただし、(36)式の y は $V(t)$ との間には

$$V(t) = \sqrt{1 + \left(b_S - c_S \frac{y}{l_{0S}} \right)^2} \dot{y} \quad (37)$$

あるいはこれを積分して

$$\begin{aligned} & \sinh^{-1} b_S - \sinh^{-1} \left(b_S - c_S \frac{y}{l_{0S}} \right) + b_S \sqrt{1 + b_S^2} - \left(b_S - c_S \frac{y}{l_{0S}} \right) \sqrt{1 + \left(b_S - c_S \frac{y}{l_{0S}} \right)^2} \\ &= \frac{2c_S}{l_{0S}} \int_0^t V(t) dt \quad (t=0: y=0) \end{aligned} \quad (38)$$

なる関係がある。支塔上の軌索受部とその両側軌索に傾斜の不連続がないとすれば

$$\left. \begin{aligned} b_S &= \tan \bar{\alpha}_1 + 4s_1(1+2n_1) \\ c_S &= \tan \bar{\alpha}_1 - \tan \bar{\alpha}_2 + 4s_1(1+2n_1) + 4s_2(1+2n_2) \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

ただし、 $\bar{\alpha}_i, s_i, n_i (i=1, 2)$ は両側軌索の値、 l_{0S} は軌索受部の水平長をあらわす。これより両側軌索の傾斜角の変化の度合が大きく、かつ垂下比の大きいものほど、全系の軌跡曲率も大きく、そのために搬器ピッチングの原因ともなりうる事がわかる。さらに軌索あるいは支塔が振動する場合には支塔乗越時の軌跡の曲率変化がさらに急激なものとなり、そのために搬器振動を助長する危険性も倍加することもありうるが、現段階ではこれを完全に説明するに至っていない。

6. 空間軌道を走行する搬器のピッチングとローリング

上記のように空間軌道を走行する搬器の振動は面倒な非線型方程式で書かれ、これを解くのはむつかしいので、略近計算を試みよう。いま走行中の搬器(車輪)の位置、速度、加速度を

$$\left. \begin{aligned} (x, y, z) &= \{x(s), y(s), z(s)\}, \\ (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) &= V \{x'(s), y'(s), z'(s)\}, \\ (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}) &= \dot{V} \{x'(s), y'(s), z'(s)\} + V^2 \{x''(s), y''(s), z''(s)\} \\ & s = \int_0^t V(t) dt \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

と書き、軌道の方向を

$$\left. \begin{aligned}
 T : \quad (\alpha, \beta, \gamma) &= \{x'(s), y'(s), z'(s)\} \\
 N : \quad (l, m, n) &= \frac{\{x''(s), y''(s), z''(s)\}}{\sqrt{\{x''(s)\}^2 + \{y''(s)\}^2 + \{z''(s)\}^2}} \\
 B : \quad (\lambda, \mu, \nu) &= \frac{\{(y'z'' - y''z')(s), (z'x'' - z''x')(s), (x'y'' - x''y')(s)\}}{\sqrt{\{x''(s)\}^2 + \{y''(s)\}^2 + \{z''(s)\}^2}}
 \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

で与える。この場合、搬器の移動にともなって変動する張力、反力等に関して振動の影響を小さいとして省略すれば

$$\left. \begin{aligned}
 T &= \frac{W}{g} \left(g z'(s) + \dot{V} + \mu_f \sqrt{\dot{V}^2 + \kappa^2(s) V^4 + 2g V^2 z''(s) + g^2 [\{x'(s)\}^2 + \{y'(s)\}^2]} \right) \\
 F &= \mu_f \frac{W}{g} \sqrt{\dot{V}^2 + \kappa^2(s) V^4 + 2g V^2 z''(s) + g^2 [\{x'(s)\}^2 + \{y'(s)\}^2]} \\
 R &= \frac{W}{g} \sqrt{\dot{V}^2 + \kappa^2(s) V^4 + 2g V^2 z''(s) + g^2 [\{x'(s)\}^2 + \{y'(s)\}^2]} \\
 N &= \frac{W}{g} k_3^2 \left[\dot{V} \frac{d}{ds} \left\{ \tan^{-1} \frac{x'(s)}{y'(s)} \right\} + V^2 \frac{d^2}{ds^2} \left\{ \tan^{-1} \frac{x'(s)}{y'(s)} \right\} \right]
 \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

となり、オイラー角を

$$\left. \begin{aligned}
 \theta &= \theta, \quad \varphi = \varphi_0(s) + \varphi, \quad \psi = \psi_0(s) + \psi \\
 \varphi + \psi_0 &= \tan^{-1} \{x'(s)/y'(s)\}
 \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

と書き、振動のない場合の値 (s を付す) と動成分にわけると。これらを (21), (22) 式に代入し、動成分は小さいものとしてその 2 次以上の量を省略 (線型化) することによって

$$\left(\frac{k_1^2}{e} + e \right) \ddot{\theta}_p + g \theta_p = -\dot{V}_h(t) \quad (44)$$

および

$$\left(\frac{k_2^2}{e} + e \right) \ddot{\theta}_r + g \theta_r = -\kappa_h(t) V_h^2(t) \quad (45)$$

をうる。ただし、 $\theta_p = \theta \sin \psi_0$ および $\theta_r = \theta \cos \psi_0$ はそれぞれ搬器のピッチングおよびローリング角であり、また (44), (45) 式右辺の $V_h(t)$ および $\kappa_h(t)$ はそれぞれ搬器速度および軌道曲率の水平成分をあらわす。かくして搬器のピッチングはもっぱら接線加速度の水平成分、他方ローリングは軌道の法線加速度の水平成分によって起り、いずれも鉛直成分には関係のないことがわかる。

(44), (45) 式より $t=0: \theta_p = \theta_r = 0, \dot{\theta}_p = \dot{\theta}_r = 0$ として

$$\theta_p = -\frac{1}{(k_1^2/e + e) \omega_p} \int_0^t \frac{dV_h(\tau)}{d\tau} \sin \omega_p(t-\tau) d\tau \quad (46)$$

$$\theta_r = -\frac{1}{(k_2^2/e + e) \omega_r} \int_0^t \kappa_h(\tau) V_h^2(\tau) \sin \omega_r(t-\tau) d\tau \quad (47)$$

ただし、 $\omega_p = \sqrt{g/(k_1^2/e + e)}$ および $\omega_r = \sqrt{g/(k_2^2/e + e)}$ は搬器のピッチングとローリングに関する固有振動数である。

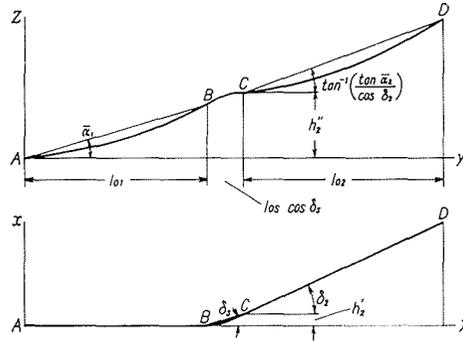


Fig. 4. A 2-span ropeway including a main rope support.

以上を Fig. 4 のような水平曲りのある 2 間索道に適用して計算を試みよう。搬器軌道を第 1 支間 (AB): —

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 0 \\ z_1 &= y \tan \bar{\alpha}_1 - \frac{4s_1(1+2n_1)y(1-y/l_{01})}{\sqrt{1+12n_1(1+n_1)}(y/l_{01})(1-y/l_{01})} \quad (0 < y < l_{01}) \end{aligned} \right\} (48)$$

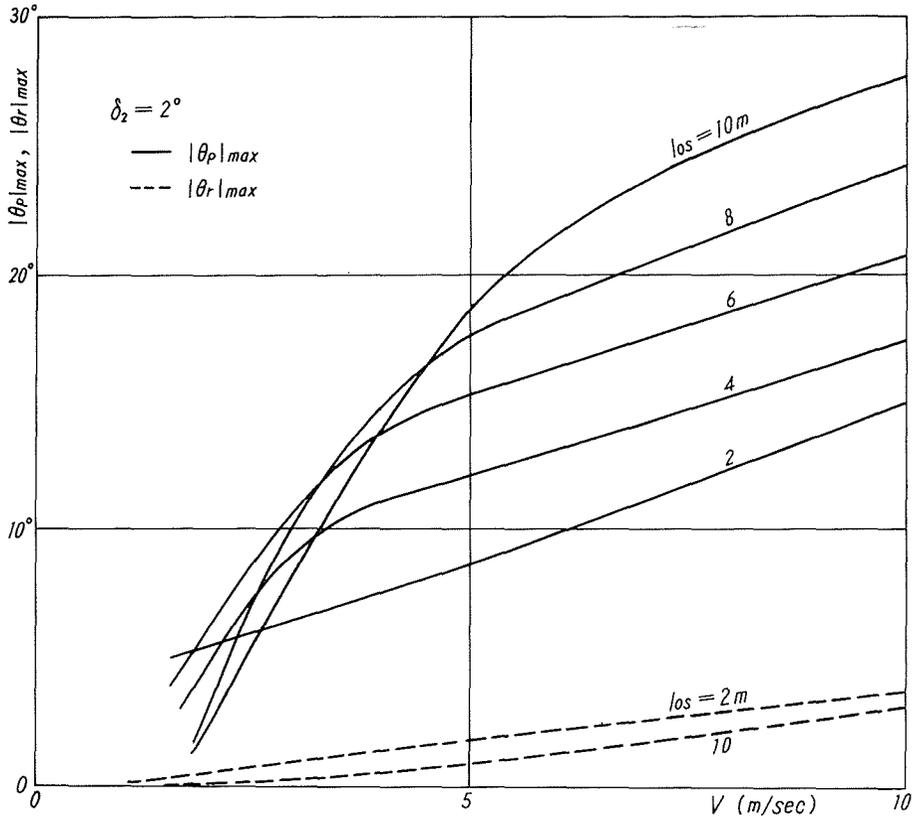


Fig. 5-a. Max. angular displacement of wagon caused by travelling on the cable support.

中間支塔軌索受部 (BC): —

$$\left. \begin{aligned} x_s &= a'_s + b'_s(y-l_{01}) + \frac{c'_s}{2} \frac{(y-l_{01})^2}{l_{0s} \cos \delta_s} \\ z_s &= a''_s + b''_s(y-l_{01}) - \frac{c''_s}{2} \frac{(y-l_{01})^2}{l_{0s} \cos \delta_s} \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

$(l_{01} < y < l_{01} + l_{0s} \cos \delta_s)$

第2支間 (CD): —

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= h'_2 + (y-l_{01} - l_{0s} \cos \delta_s) \tan \delta_2 \\ z_2 &= h''_2 + (y-l_{01} - l_{0s} \cos \delta_s) \tan \bar{a}_2 \sec \delta_2 \\ &- \frac{4s_2(1+2n_2)(y-l_{01} - l_{0s} \cos \delta_s) \{1 - (y-l_{01} - l_{0s} \cos \delta_s)/(l_{02} \cos \delta_2)\} \sec \delta_2}{\sqrt{1+12n_2(1+n_2)} \{(y-l_{01} - l_{0s} \cos \delta_s)/(l_{02} \cos \delta_2)\} \{1 - (y-l_{01} - l_{0s} \cos \delta_s)/(l_{02} \cos \delta_2)\} \sec \delta_2} \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

$(l_{01} + l_{0s} \cos \delta_s < y < l_{01} + l_{0s} \cos \delta_s + l_{02} \cos \delta_2)$

軌索受部における軌道と両側軌索の連続性より

$$\begin{aligned} a'_s &= b'_s = 0, \quad c'_s = \tan \delta_2 \\ a''_s &= l_{01} \tan \bar{a}_1, \quad b''_s = \tan \bar{a}_1 + 4s_1(1+2n_1) \\ c''_s &= \tan \bar{a}_1 - \tan \bar{a}_2 \sec \delta_2 + 4s_1(1+2n_1) + 4s_2(1+2n_2) \sec \delta_2 \end{aligned}$$

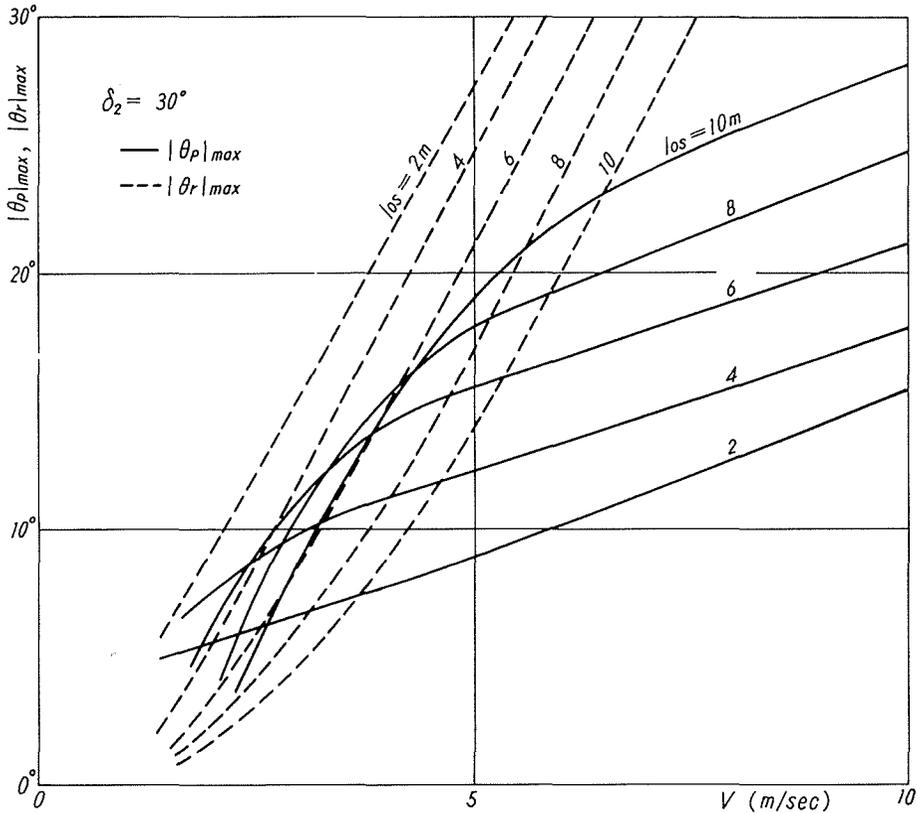


Fig. 5-b. Max. angular displacement of wagon caused by travelling on the cable support.

$$h'_2 = (1/2) l_{0S} \cos \delta_S \tan \delta_2$$

$$h'_2 = l_{01} \tan \bar{\alpha}_1 + (1/2) l_{0S} \cos \delta_S \{ \tan \bar{\alpha}_1 + \tan \bar{\alpha}_2 \cdot \sec \delta_2 + 4s_1(1+2n_1) - 4s_2(1+2n_2) \sec \delta_2 \}$$

軌索受部通過時の振動は (46), (47) 式より

$$\theta_p = -\frac{1}{(k_1^2/e + e)\omega_p} \int_0^t \left[\sqrt{1 + \left\{ \frac{c'_S(y-l_{01})}{l_{0S} \cos \delta_S} \right\}^2} \frac{d^2y}{d\tau^2} + \frac{c_S^2(y-l_{01})/(l_{0S} \cos \delta_S)}{\sqrt{1 + \{c'_S(y-l_{01})/(l_{0S} \cos \delta_S)\}^2}} \left(\frac{dy}{d\tau} \right)^2 \right] \times \sin \omega_p(t-\tau) d\tau \quad (51)$$

$$\theta_r = -\frac{1}{(k_2^2/e + e)\omega_r} \int_0^t \frac{c'_S}{\sqrt{1 + \{c'_S(y-l_{01})/(l_{0S} \cos \delta_S)\}^2}} \left(\frac{dy}{d\tau} \right)^2 \sin \omega_r(t-\tau) d\tau \quad (52)$$

ただし、軌索受部への移行時を $t=0$ ととってある。この場合の走行速度と y の間には

$$V(t) = \sqrt{1 + \left\{ \frac{c'_S(y-l_{01})}{l_{0S} \cos \delta_S} \right\}^2} + \left\{ b'_S - c'_S \frac{y-l_{01}}{l_{0S} \cos \delta_S} \right\}^2 \dot{y} \quad (53)$$

なる関係があるので、これを積分して

$$\int_0^t V(t) dt = \frac{1}{2c_S} \left\{ 1 + b_S'^2 - \left(\frac{b_S' c_S'}{c_S} \right)^2 \right\} \left[Y(y) + \frac{1}{2} \sinh \{2Y(y)\} - Y(l_{01}) - \frac{1}{2} \sinh \{2Y(l_{01})\} \right] \quad (54)$$

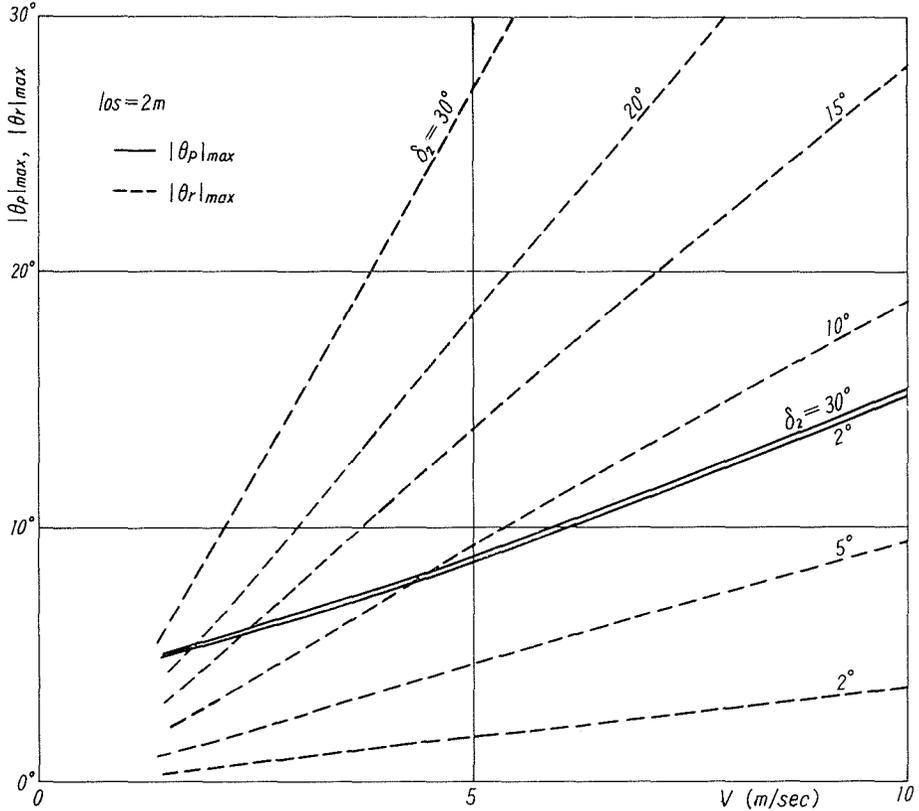


Fig. 6-a. Max angular displacement of wagon caused by travelling on the cable support.

$$\sinh Y(y) = \left\{ c_s \left(\frac{y-l_{01}}{l_{0s} \cos \delta_s} \right) - \frac{b'_s c'_s}{c_s} \right\} / \sqrt{1 + b_s'^2 - \left(\frac{b'_s c'_s}{c_s} \right)^2}$$

$$c_s = \sqrt{c_s'^2 + c_s''^2} \quad (0 < (y-l_{01}) / (l_{01} \cos \delta_s) < 1)$$

走行速度一定のとき (51), (52) 式の積分は (53) あるいは (54) 式を用いることによって

$$\theta_p = - \frac{V}{(k_1^2/e + e) \omega_p \{1 + b_s'^2 - (b'_s c'_s / c_s)^2\}} \times \int_{l_{01}}^y \frac{1}{\cosh Y(\eta)} \left\{ c'_s \tanh Y_0(\eta) - \frac{Y'(\eta)}{Y(\eta)} \cosh Y_0(\eta) \cdot \tanh Y(\eta) \right\} \sin \omega_p(t - \tau) d\eta \quad (55)$$

$$\theta_r = - \frac{c'_s V}{(k_2^2/e + e) \omega_r \{1 + b_s'^2 - (b'_s c'_s / c_s)^2\} l_{0s} \cos \delta_s} \int_{l_{01}}^y \operatorname{sech} Y_0(\eta) \operatorname{sech} Y(\eta) \sin \omega_r(t - \tau) d\eta \quad (56)$$

ただし

$$t - \tau = \frac{1}{2c_s V} \left\{ 1 + b_s'^2 - \left(\frac{b'_s c'_s}{c_s} \right)^2 \right\} \left[Y(y) + \frac{1}{2} \sinh \{2Y(y)\} - Y(\eta) - \frac{1}{2} \sinh \{2Y(\eta)\} \right]$$

$$\sinh Y_0(y) = c'_s \left(\frac{y-l_{01}}{l_{0s} \cos \delta_s} \right)$$

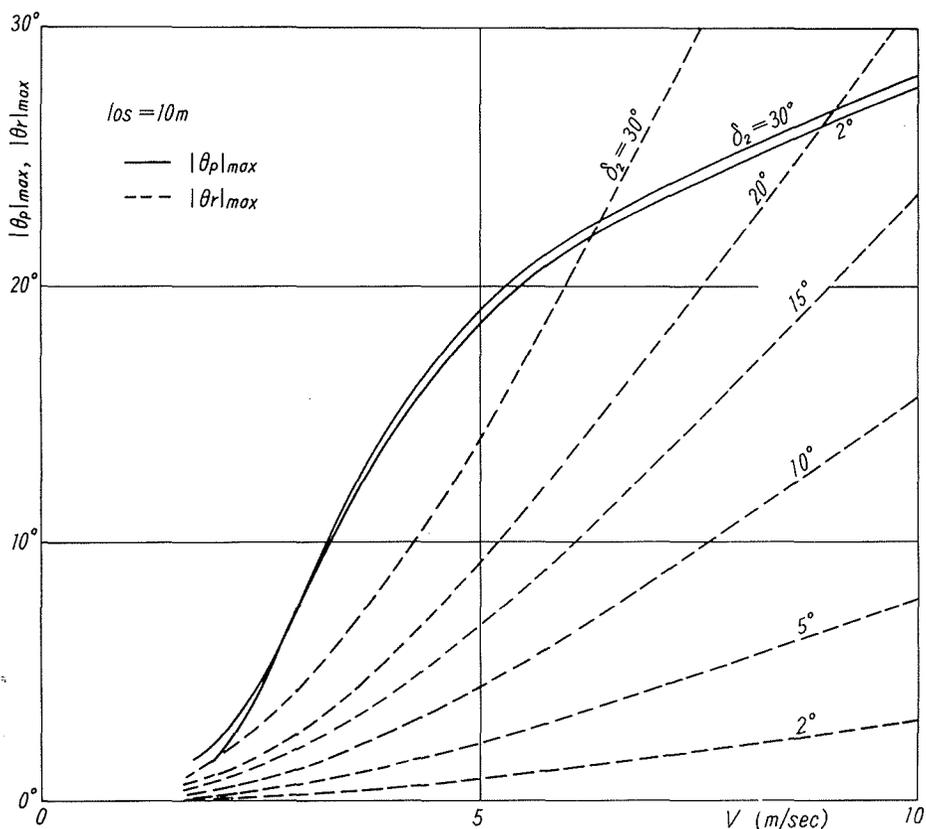


Fig. 6-b. Max. angular displacement of wagon caused by travelling on the cable support.

とくに $\delta_2 = \delta_S = 0$ (曲がりのない) のときは $c'_S = h'_2 = 0$, $c_S = c'_S$, $Y_0(\eta) = 0$ となり, $\theta_r = 0$ (ローリングなし) および

$$\theta_p = \frac{V}{(k_1^2/e + e)\omega_p} \int_{l_{01}}^y \frac{1}{\cosh Y(\eta)} \frac{Y'(\eta)}{Y(\eta)} \tanh Y(\eta) \sin \omega_p(t - \tau) d\eta \quad (57)$$

$$t - \tau = \frac{l_{0S} \cos \delta_S}{2c'_S V} \left[Y(y) + \frac{1}{2} \sinh \{2Y(y)\} - Y(\eta) - \frac{1}{2} \sinh \{2Y(\eta)\} \right]$$

である。

つぎに軌索受部通過時および通過後の搬器の運動を計算してみよう。ここで用いる搬器および軌道形状はつぎのようなものである (Fig. 4 参照)。

搬器の重心位置: $e = 2.18$ m, 重心まわりの回転半径: $k_1 = 1.18$ m, $k_2 = 1.17$ m, 走行速度: $V = 10$ m/sec 以下

軌索の支間水平距離: 第1支間 $l_{01} = 230$ m, 第2支間 $l_{02} = 250$ m, 支間水平傾斜角: 第1支間 $\bar{\alpha}_1 = 10^\circ$, 第2支間 $\bar{\alpha}_2 = 8^\circ$, (無荷重索) 中央垂下比: 両支間とも $si = 0.05$ ($i = 1, 2$), 搬器荷重比: 第1支間 $n_1 = 1.5$, 第2支間 $n_2 = 1.4$

軌索受部長さ: $l_{0S} = 2 \sim 10$ m, 水平屈曲角: $\delta_2 = 30^\circ$

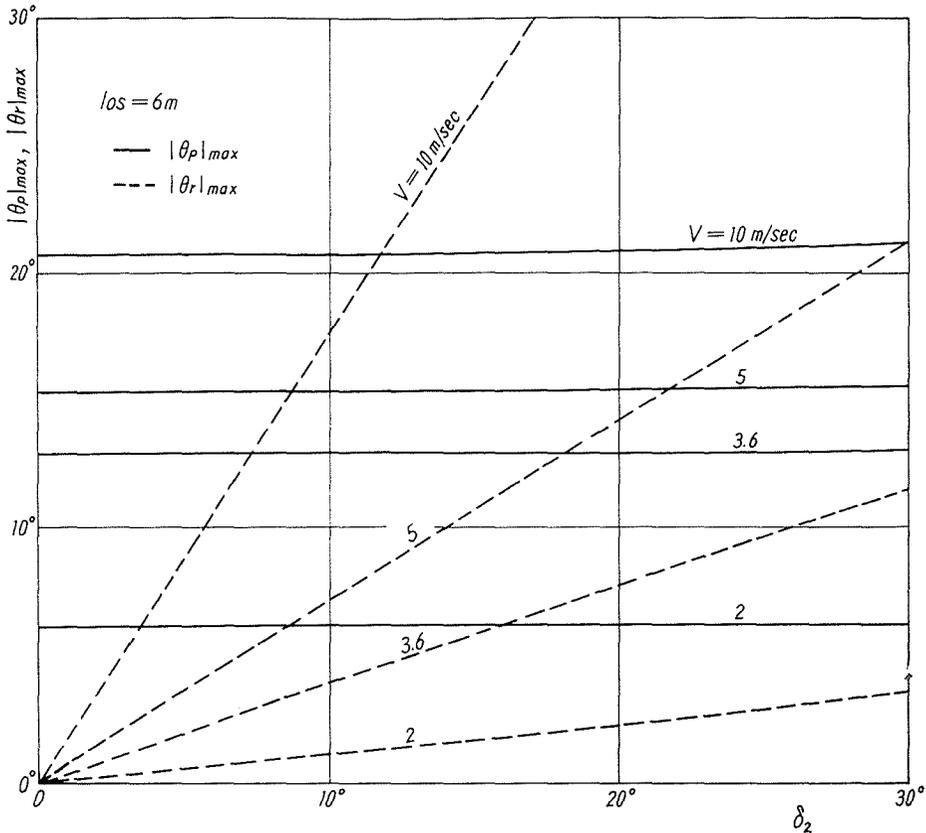


Fig. 7. Max. angular displacement of wagon caused by travelling on the cable support.

Figs. 5~7 はいずれも第1支間軌索上を何ら振動することなく走行してきた搬器が、中間支塔軌索受部における曲率変化によって振動し、同部あるいはこれを通過して第2支間軌索部へ移動後、ひきおこすピッチングあるいはローリングの最大振幅を与えたものである。

Figs. 5-a および b は水平屈曲角 2° および 30° に対して走行速度の増加に伴うピッチングおよびローリング最大角を示したものであるが、これより速度の増加とともにこれらの最大角が増大することは明らかである。軌索受部長さが小さくなるにしたがって、一般にピッチング最大角は小さくなるに対し、ローリング最大角はこれと逆に大きくなる傾向にある。ただし、ピッチング最大角に関しては走行速度が 4 m/sec 以下ではこの傾向は顕著ではないが、 3 m/sec 近辺において速度増加に対する最大角の増加は著しく、 3.6 m/sec が現行法規に定められた許容速度であるに関連してとくに注意すべき点であるように思われる。

Figs. 6-a および b は同じく走行速度に対するピッチングおよびローリング最大角を $l_{0s}=2, 10 \text{ m}$ について示したものであり、また Fig. 7 は $l_{0s}=6 \text{ m}$ について水平屈曲角に対する最大角を示したものである。これより、走行速度増加に伴って両角ともかなり急激に増大することはいうまでもないが、屈曲角が増加するにしたがってローリング最大角は当然増加する。しかるにピッチングに関してはほとんど変化がないことがわかる。その理由はピッチングが軌索受部両側の軌索の水平傾斜角、垂下比、搬器荷重比といったものに支配されるものであって、水平屈曲角による影響が小さいものであるためと思われる。

Fig. 8 は $l_{0s}=6 \text{ m}$ について計算したピッチングおよびローリングに対する許容限界線図

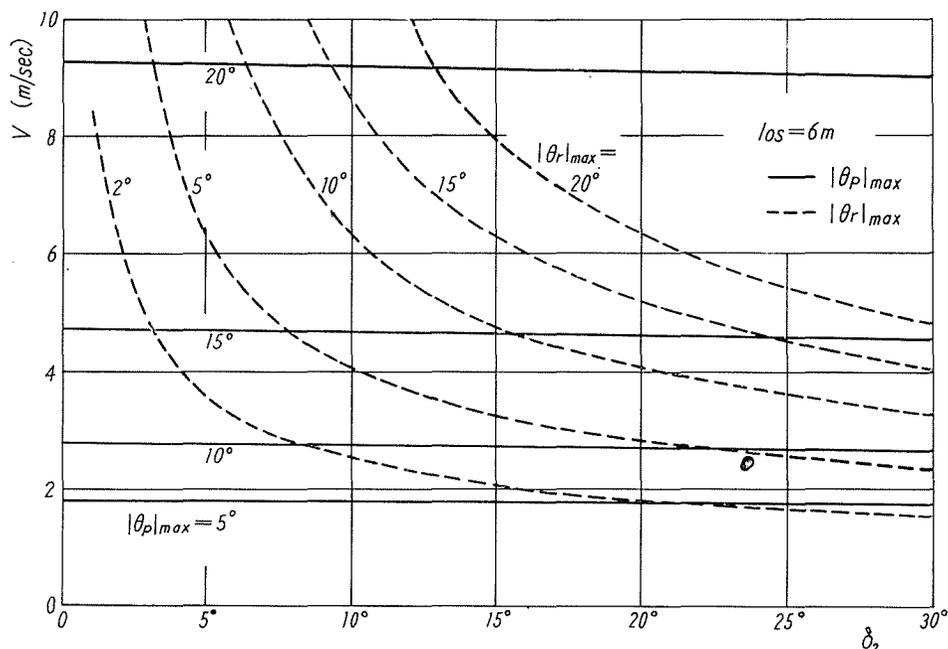


Fig. 8. Diagram for allowable speed of wagon travelling on the cable support.

というべきもので、おのおのの曲線は上記最大角を一定にする水平屈曲角と走行速度を与えたものである。この図より最大角を所定の値以内にとどめるためには、該当する曲線の下側（許容領域）にとるべきであることはいうまでもない。Fig. 8 はその一例にすぎないが、索道設計に当りそれぞれの支塔軌索受部においてこれと類似の計算図表を作製して十分検討するのが望ましい。

7. 結 言

普通旅客索道において、高速・大型搬器を採用するに当って問題となる搬器の乗心地、構造強度、安全性等について調べる一つの手がかりとして、搬器の運動、曳索系張力、軌道反力等を理論的に解析し、その結果つぎの成果をえた。

- 1) 任意の空間軌道を走行する搬器の運動に関する一連の基礎方程式を与えた。
- 2) これをオイラー角を用いた搬器の運動方程式の形に整理するとともに、曳索系張力、軌道反力、搬器の拘束モーメント等の計算式を導いた。
- 3) さらに方程式系を簡略（線型）化し、搬器のピッチングおよびローリングに関する計算を試み、これを中間に1個の軌索受部を有する2支間索上を走行する搬器の代表例に適用した。
- 4) 具体例に関する数値計算の結果、走行速度を増すにしたがって、搬器の振動が著しくなることはもちろんであるが、水平屈曲角が大きくなり、かつ軌索受部長さが小さくなるにしたがってローリング最大角が大きくなる。ピッチング角に関しては屈曲角の影響は少ないが、軌索受部長さが大きくなるにしたがってピッチング角も大きくなる。
- 5) 最後にピッチングおよびローリング最大角に関する許容限界線図を与えたが、索道の計画と設計計算に当っても、これと類似の図表に基づいて検討すべきであることを提案した。

文 献

- 1) 入江敏博・山田 元：北大工学部研究報告，41（昭41）。
- 2) たとえば数学ハンドブック編集委員会編：理工学のための数学ハンドブック（昭40），p. 250，丸善。
- 3) Irie, T.: Proc. 7th Jap. Nat. Congr. Appl. Mech., (1957), p. 371~374.
- 4) 加藤誠平：索道設計法（昭37），p. 56~64，金原出版。