



Title	自動車の車体と車輪系の運動について（第2報）：後輪系および車体の運動
Author(s)	入江, 敏博; Irie, Toshihiro; 植田, 豊 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 45, 1-17
Issue Date	1967-12-20
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/40846">https://hdl.handle.net/2115/40846</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	45_1-18.pdf



# 自動車の車体と車輪系の運動について (第2報)

— 後輪系および車体の運動 —

入 江 敏 博\*

植 田 豊\*\*

(昭和42年8月29日受理)

## On the Motion of the Body-Wheel System of the Automobile (II) Mechanics of the Rear Wheel and the Body System

Toshihiro IRIE

Yutaka UEDA

(Received August 29, 1967)

### Abstract

As a continuance from the preceding paper treating the mechanics of the front-wheel system, in this paper the mechanics of the entire system of the automobile including the rear wheel and body system was studied theoretically. A new rear-axle coordinate system was introduced in addition to the coordinate systems as presented previously for the convenience of mathematical treatment of the rear-wheel system. The equations of motion and geometrical and mechanical conditions on the rear-wheel and the body system were described in detail. And a block diagram of the entire system was presented in order to view the flow of the transmission of deflections, forces and moments, etc. through each member of the automobile.

### 目 次

1. はしがき .....	2
2. 後車軸懸架機構における座標軸とその変換式 .....	2
3. 後車輪系の力学的関係 .....	3
3.1 後車輪に関する運動方程式 .....	3
3.2 後車軸に関する運動方程式 .....	7
3.3 その他の関係式 .....	8
4. 車体の運動 .....	9
5. 自動車全系の入出力関係 .....	13
6. 結 言 .....	14
記号一覧表 .....	15

\* 機械工学第2学科 機械力学講座

\*\* トヨタ自動車工業株式会社 第2技術部

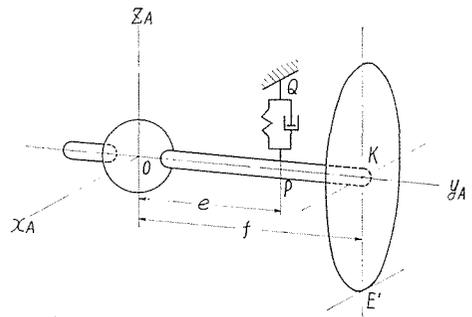
## 1. はし が き

自動車の構造上、その運動性能あるいは車体の振動に関係する要素はきわめて多く、かつ相互の関連も一般に複雑である。この種の問題を幾何学的、力学的に解明するために、前報において普通みられるウィッシュボーン形前輪系についてくわしい研究を実施したが<sup>1)</sup>、本報告では、これに引き続き後輪系および車体系に関して一貫した研究を試みる。さらに前後輪、車体を含めた自動車全系に関する入出力関係図を与え、各部を通して作用する外乱と相互間の作用の伝達、帰還の様子を明らかならしめる。

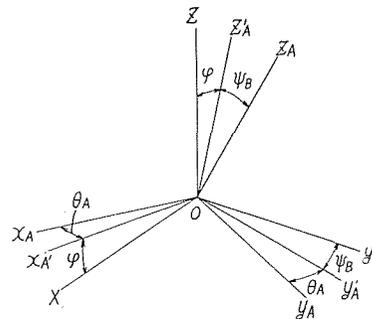
## 2. 後車軸懸架機構における座標軸とその変換式

後車軸の懸架方式は種々の自動車によってそれぞれ異なるので、**Fig. 23** のような構造のものについて考えてみよう。同図の  $O$  点は差動装置を含めた後車軸部の重心、 $K$  点は車輪の回転中心、 $E'$  点はタイヤの接地中心、 $P$  および  $Q$  点はそれぞれ懸架装置の下端および上端で、前者は後車軸に、後車は車体に固定されている。懸架装置  $PQ$  は一般には 3 軸方向の要素もっている。

この部分の取り扱いのために後車軸座標系 ( $x_A y_A z_A$  座標系) を導入するのが便利であるが、車体座標系 ( $xy$  座標系)、路面座標系 ( $x_R y_R z_R$  座標系) として、前車輪系に用いたそれらの原点を標準荷重・静止時の後車軸重心に平行移動したものを使用することとしよう。後車軸座標系は **Fig. 24** にみるように、車体座標系を  $y$  軸まわり負方向にピッチ角  $\varphi$  だけ回転して  $x'_A y'_A z'_A$  座標系に、つぎに  $x'_A$  軸まわり負方向に車体と後車軸のロール角の差  $\psi_B$  だけ回転させて  $x''_A y''_A z''_A$  座標系をつくり、さらに  $z''_A$  軸まわりにアクスル・ステア角  $\theta_A$  だけ負方向に回転させてできる座標系であって、車体座標系よりつぎの変換によってえられる。



**Fig. 23.** A rear suspension system.



**Fig. 24.** Rear axle coordinate.

$$\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix} = (m_A) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (68)$$

ただし

$$(m^A) = \begin{pmatrix} -\sin \theta_A \sin \phi_B \sin \varphi + \cos \theta_A \cos \varphi & -\sin \theta_A \cos \phi_B \\ \cos \theta_A \sin \phi_B \sin \varphi + \sin \theta_A \cos \varphi & \cos \theta_A \cos \phi_B \\ -\cos \phi_B \sin \varphi & \sin \phi_B \\ \sin \theta_A \sin \phi_B \cos \varphi + \cos \theta_A \sin \varphi \\ -\cos \theta_A \sin \phi_B \cos \varphi + \sin \theta_A \sin \varphi \\ \cos \phi_B \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (68)'$$

また後車軸座標系と路面座標系の変換は、後車軸のロール角  $\phi_A$  を用いて

$$\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix} = (m_{AR}) \begin{pmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{pmatrix} \quad (69)$$

$$(m_{AR}) = \begin{pmatrix} \cos \theta_A & -\sin \theta_A \cos \phi_A & -\sin \theta_A \sin \phi_A \\ \sin \theta_A & \cos \theta_A \cos \phi_A & \cos \theta_A \sin \phi_A \\ 0 & -\sin \phi_A & \cos \phi_A \end{pmatrix} \quad (69)'$$

### 3. 後車輪系の力学的関係

後車輪系を左右車輪と車軸部において、それぞれの運動方程式および力とモーメントの関係述べよう<sup>2)</sup>。

#### 3.1 後車輪に関する運動方程式

車輪に作用する力およびモーメントは **Fig. 25** および **Fig. 26** にみるように路面反力  $N$ 、コーナリング・フォース  $C$ 、路面抵抗  $R$ 、キャンバ・スラスト  $S_c$ 、駆動力  $T$ 、車輪に車軸を通して動く力の成分  $X_T, Y_T, Z_T$  およびモーメント成分  $M_{Wz(T)}, M_{Wz(T)}$  である。各力の後車軸座標系成分は

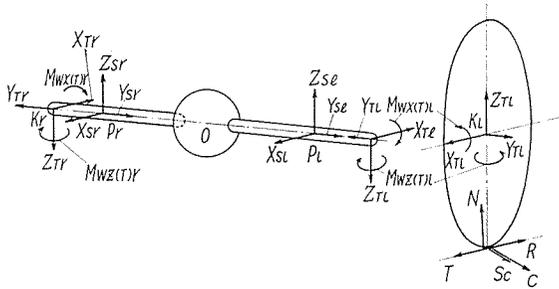


Fig. 25. Forces acting on a rear wheel system.

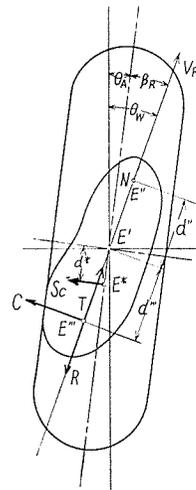


Fig. 26. Forces acting on a rear wheel and their lines of action.

$$\left. \begin{aligned} N_{x(A)} &= -N \sin \theta_A \sin \phi_A \\ N_{y(A)} &= N \cos \theta_A \sin \phi_A \\ N_{z(A)} &= N \cos \phi_A \end{aligned} \right\} \quad (\text{at } E'') \quad (70)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{x(A)} &= C(-\sin \theta_A \cos \phi_A \cos \theta_W + \cos \theta_A \sin \theta_W) \\ C_{y(A)} &= C(\cos \theta_A \cos \phi_A \cos \theta_W + \sin \theta_A \sin \theta_W) \\ C_{z(A)} &= -C \sin \phi_A \cos \theta_W \end{aligned} \right\} \quad (\text{at } E''') \quad (71)$$

$$\left. \begin{aligned} R_{x(A)} &= R(-\sin \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W - \cos \theta_A \cos \theta_W) \\ R_{y(A)} &= R(\cos \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W - \sin \theta_A \cos \theta_W) \\ R_{z(A)} &= -R \sin \phi_A \sin \theta_W \end{aligned} \right\} \quad (\text{at } E''') \quad (72)$$

$$\left. \begin{aligned} S_{ex(A)} &= S_e \sin \theta_A \cos \theta_A (1 - \cos \phi_A) \\ S_{ey(A)} &= S_e (\cos^2 \theta_A \cos \phi_A + \sin^2 \theta_A) \\ S_{ez(A)} &= -S_e \cos \theta_A \sin \phi_A \end{aligned} \right\} \quad (\text{at } E^*) \quad (73)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{x(A)} &= T(\sin \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W + \cos \theta_A \cos \theta_W) \\ T_{y(A)} &= T(-\cos \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W + \sin \theta_A \cos \theta_W) \\ T_{z(A)} &= T \sin \phi_A \sin \theta_W \end{aligned} \right\} \quad (\text{at } E''') \quad (74)$$

各式後尾の括弧内はおのおのの力の作用点をあらわす。これらの力によるタイヤの横および縦方向の変形量は

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_u &= \frac{1}{k_{ru}} \left\{ N \cos \theta_A \sin \phi_A + C(\cos \theta_A + \cos \phi_A \cos \theta_W + \sin \theta_A \sin \theta_W) \right. \\ &\quad \left. + S_e(\cos^2 \theta_A \cos \phi_A + \sin^2 \theta_A) \right. \\ &\quad \left. - (T - R)(\cos \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W - \sin \theta_A \cos \theta_W) \right\} \end{aligned} \quad (75)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_v &= \frac{1}{k_{rv}} \left\{ N \cos \phi_A - C \sin \phi_A \cos \theta_W - S_e \cos \theta_A \sin \phi_A \right. \\ &\quad \left. + (T - R) \sin \theta_W \sin \phi_A \right\} \end{aligned} \quad (76)$$

かくして車輪の有効半径  $r_e$  は無荷重時の半径  $r$  と

$$r_e = r - \mathcal{A}_v \quad (77)$$

だけの差があり、また、タイヤ変形後の接地中心  $E'$  の位置は変形を考慮しないときの車輪最下点  $E$  の  $x_{ryrzr}$  座標とタイヤ変形量の和として

$$x'_{e(A)} = x_{e(A)}, \quad y'_{e(A)} = y_{e(A)} + \mathcal{A}_u, \quad z'_{e(A)} = z_{e(A)} + \mathcal{A}_v \quad (78)$$

ここでタイヤの  $x_A$  軸方向の変形量は他に比して小さいので無視してある。

路面からタイヤに働くいくつかの力の作用点  $E''$ ,  $E'''$ ,  $E^*$  の位置は

$$\left. \begin{aligned} x'_{e'(A)} &= x'_{e(A)} + d''(\sin \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W + \cos \theta_A \cos \theta_W) \\ y'_{e'(A)} &= y'_{e(A)} + d''(-\cos \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W + \sin \theta_A \cos \theta_W) \\ z'_{e'(A)} &= z'_{e(A)} + d'' \sin \phi_A \sin \theta_W \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{e(A)}''' &= x_{e(A)}' + d''' (-\sin \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W - \cos \theta_A \cos \theta_W) \\ y_{e(A)}''' &= y_{e(A)}' + d''' (\cos \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W - \sin \theta_A \cos \theta_W) \\ z_{e(A)}''' &= z_{e(A)}' - d''' \sin \phi_A \sin \theta_W \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{e(A)}^* &= x_{e(A)}' - d^* (\sin^2 \theta_A \cos \phi_A + \cos^2 \theta_A) \\ y_{e(A)}^* &= y_{e(A)}' - d^* \sin \theta_A \cos \theta_A (1 - \cos \phi_A) \\ z_{e(A)}^* &= z_{e(A)}' - d^* \sin \theta_A \sin \phi_A \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

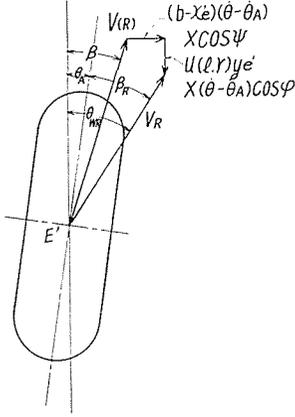


Fig. 27. Velocity of a rear wheel.

ここで  $d''$ ,  $d'''$ ,  $d^*$  はそれぞれ  $E'$  点より  $E''$ ,  $E'''$ ,  $E^*$  点にいたる路面上の距離である。

タイヤの接地中心における速度  $V_R$  は Fig. 27 から容易にわかるように

$$V_R = \left\{ V_{(R)} \cos \beta - u(L, r) y_e' (\dot{\theta} - \dot{\theta}_A) \cos \varphi \right\} \sec \theta_{WR} \quad (82)$$

ただし,  $V_{(R)}$ ,  $\beta$  は車体重心の道路 ( $x_R$ ,  $y_R$ ) 面内の速度および横すべり角,  $\theta_{WR}$  は車体方向とタイヤ接地中心における進行方向のなす角で, つぎの式によって与えられる。

$$\tan \theta_{WR} = \frac{V_{(R)} \sin \beta + (b - x_e') (\dot{\theta} - \dot{\theta}_A) \cos \varphi}{V_{(R)} \cos \beta - u(L, r) y_e' (\dot{\theta} - \dot{\theta}_A) \cos \varphi} \quad (83)$$

車輪の重心における速度がほとんど接地中心における速度  $V_R$  に等しく, かつ車輪重心点の旋回半径が車体重心における旋回半径  $\rho$  に等しいものと考えれば, 車輪の運動に関して

$x_A$  軸方向 :

$$\begin{aligned} \frac{W_W}{g} \left\{ \ddot{x}_{k(A)}^* - g \sin \theta_A \sin \phi_A - \frac{V_R^2}{\rho} (\sin \theta_A \cos \phi_A \cos \theta_W - \cos \theta_A \sin \theta_W) \right\} \\ = -N \sin \theta_A \sin \phi_A - C (\sin \theta_A \cos \phi_A \cos \theta_W - \cos \theta_A \sin \theta_W) \\ + S_c \sin \theta_A \cos \theta_A (1 - \cos \phi_A) + (T - R) (\sin \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W + \cos \theta_A \cos \theta_W) + X_T \end{aligned} \quad (84)$$

$y_A$  軸方向 :

$$\begin{aligned} \frac{W_W}{g} \left\{ \ddot{y}_{k(A)}^* + g \cos \theta_A \sin \phi_A + \frac{V_R^2}{\rho} (\cos \theta_A \cos \phi_A \cos \theta_W + \sin \theta_A \sin \theta_W) \right\} \\ = N \cos \theta_A \sin \phi_A + C (\cos \theta_A \cos \phi_A \cos \theta_W + \sin \theta_A \sin \theta_W) \\ + S_c (\cos^2 \theta_A \cos \phi_A + \sin^2 \theta_A) - (T - R) (\cos \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W - \sin \theta_A \cos \theta_W) + Y_T \end{aligned} \quad (85)$$

$z_A$  軸方向 :

$$\begin{aligned} \frac{W_W}{g} \left( \ddot{z}_{k(A)}^* + g \cos \phi_A - \frac{V_R^2}{\rho} \sin \phi_A \cos \theta_W \right) \\ = N \cos \phi_A - C \sin \phi_A \cos \theta_W - S_c \cos \theta_A \sin \phi_A + (T - R) \sin \phi_A \sin \theta_W + Z_T \end{aligned} \quad (86)$$

$W_W$  は後車輪の重量,  $\ddot{x}_{k(A)}^*$ ,  $\ddot{y}_{k(A)}^*$ ,  $\ddot{z}_{k(A)}^*$  は車輪重心の後車軸座標系に平行な静止座標系にお

ける加速度成分である。

車輪の重心を通り、後車軸座標軸に平行な軸まわりの回転運動に関しては車輪重心を通る  $x_A$  軸に平行な軸まわり：

$$\begin{aligned}
J'_W \ddot{\varphi}_{Wx(A)}^* &= N \left[ (r_e - d'' \sin \phi_A \sin \theta_W) \cos \theta_A \sin \phi_A \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \mathcal{A}_u - d''' (\cos \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W - \sin \theta_A \cos \theta_W) \right\} \cos \phi_A \right] \\
&+ C \left[ (r_e + d''' \sin \phi_A \sin \theta_W) (\cos \theta_A \cos \phi_A \cos \theta_W + \sin \theta_A \sin \theta_W) \right. \\
&\quad \left. - \left\{ \mathcal{A}_u + d''' (\cos \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W - \sin \theta_A \cos \theta_W) \right\} \sin \phi_A \cos \theta_W \right] \\
&+ S_e \left[ (r_e + d^* \sin \theta_A \sin \phi_A) (\cos^2 \theta_A \cos \phi_A + \sin^2 \theta_A) \right. \\
&\quad \left. - \left\{ \mathcal{A}_u - d^* \sin \theta_A \cos \theta_A (1 - \cos \phi_A) \right\} \cos \theta_A \sin \phi_A \right] \\
&- (T - R) \left[ (r_e + d''' \sin \phi_A \sin \theta_W) (\cos \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W - \sin \theta_A \cos \theta_W) \right. \\
&\quad \left. - \left\{ \mathcal{A}_u + d''' (\cos \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W - \sin \theta_A \cos \theta_W) \right\} \sin \phi_A \sin \theta_W \right] \\
&+ M_{Wx(T)} + M_{\theta_A}
\end{aligned} \tag{87}$$

同  $y_A$  軸に平行な軸まわり：

$$\begin{aligned}
(1 + j^2) J_W \ddot{\varphi}_{Wy(A)}^* &= -N \left\{ d'' (\sin \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W + \cos \theta_A \cos \theta_W) \cos \phi_A \right. \\
&\quad \left. - (r_e - d'' \sin \phi_A \sin \theta_W) \sin \theta_A \sin \phi_A \right\} \\
&- C \left\{ d''' (\sin \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W + \cos \theta_A \cos \theta_W) \sin \phi_A \cos \theta_W \right. \\
&\quad \left. - (r_e + d''' \sin \phi_A \sin \theta_W) (\sin \theta_A \cos \phi_A \cos \theta_W - \cos \theta_A \sin \theta_W) \right\} \\
&- S_e \left\{ d^* (\sin^2 \theta_A \cos \phi_A + \cos^2 \theta_A) \cos \theta_A \sin \phi_A \right. \\
&\quad \left. + (r_e + d^* \sin \theta_A \sin \phi_A) \sin \theta_A \cos \theta_A (1 - \cos \phi_A) \right\} \\
&+ (T - R) \left\{ d''' (\sin \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W + \cos \theta_A \cos \theta_W) \sin \phi_A \sin \theta_W \right. \\
&\quad \left. - (r_e + d''' \sin \phi_A \sin \theta_W) (\sin \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W + \cos \theta_A \cos \theta_W) \right\} + Q_d
\end{aligned} \tag{88}$$

同  $z_A$  軸に平行な軸まわり：

$$\begin{aligned}
J'_W \ddot{\varphi}_{Wz(A)}^* &= N \left[ \left\{ \mathcal{A}_u - d'' (\cos \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W - \sin \theta_A \cos \theta_W) \right\} \sin \theta_A \sin \phi_A \right. \\
&\quad \left. + d'' (\sin \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W + \cos \theta_A \cos \theta_W) \cos \theta_A \sin \phi_A \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + C \left[ \left\{ \begin{aligned} & \mathcal{A}_u + d''' (\cos \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W - \sin \theta_A \cos \theta_W) \\ & \times (\sin \theta_A \cos \phi_A \cos \theta_W - \cos \theta_A \sin \theta_W) \\ & - d''' (\sin \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W + \cos \theta_A \cos \theta_W) \\ & \times (\cos \theta_A \cos \phi_A \cos \theta_W + \sin \theta_A \sin \theta_W) \end{aligned} \right\} \right. \\
& - S_c \left[ \left\{ \begin{aligned} & \mathcal{A}_u - d^* \sin \theta_A \cos \theta_A (1 - \cos \phi_A) \\ & - d^* (\sin^2 \theta_A \cos \phi_A + \cos^2 \theta_A) (\cos^2 \theta_A \cos \phi_A + \sin^2 \theta_A) \end{aligned} \right\} \right. \\
& \left. - (T - R) \mathcal{A}_u (\sin \theta_A \cos \phi_A \sin \theta_W + \cos \theta_A \cos \theta_W) + M_{Wz(T)} + M_{\phi_A} \right] \quad (89)
\end{aligned}$$

$J_W$ ,  $J'_W$  は車輪の対称軸およびこれに垂直な車輪重心を通る軸まわりの慣性能率,  $j^2$  は後車輪とともに回転する部分の慣性能率を車輪部に換算するための付加係数である。また,  $\varphi_{Wx(A)}^*$ ,  $\varphi_{Wy(A)}^*$ ,  $\varphi_{Wz(A)}^*$  は車輪重心を通り後車軸座標軸に平行な軸まわりの回転角で, つぎのように与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
\varphi_{Wx(A)}^* &= -\dot{\psi} (\sin \theta_A \sin \phi_B \sin \varphi - \cos \theta_A \cos \varphi) - \dot{\varphi} \sin \theta_A \cos \phi_B \\
&\quad + \dot{\theta} (\sin \theta_A \sin \phi_B \cos \varphi + \cos \theta_A \sin \varphi) - \dot{\psi}_B \cos \theta_A \\
\varphi_{Wy(A)}^* &= \omega + \dot{\psi} (\cos \theta_A \sin \phi_B \sin \varphi + \sin \theta_A \cos \varphi) + \dot{\varphi} \cos \theta_A \cos \phi_B \\
&\quad - \dot{\theta} (\cos \theta_A \sin \phi_B \cos \varphi - \sin \theta_A \sin \varphi) - \dot{\psi}_B \sin \theta_A \\
\varphi_{Wz(A)}^* &= -\dot{\psi} \cos \phi_B \sin \varphi + \dot{\varphi} \sin \phi_B + \dot{\theta} \cos \phi_B \cos \varphi - \dot{\theta}_A
\end{aligned} \right\} \quad (90)$$

また,  $M_{\theta_A}$ ,  $M_{\phi_A}$  はそれぞればね下部分のアクスル・ステアおよびローリングによって生ずるジャイロモーメントで

$$\left. \begin{aligned}
M_{\theta_A} &= -J_W \omega \dot{\theta}_A (x_A \text{ 軸方向}) \\
M_{\phi_A} &= -J_W \omega \dot{\phi}_A (z_A \text{ 軸方向})
\end{aligned} \right\} \quad (91)$$

と書かれるが, 通常これらは小さい量である。ここで角  $\theta_A$  は一般に幾何学的な拘束条件にしたがっている。なお, ここでも前車輪系同様, 摩擦による減衰トルクを考慮していないことに注意しておこう。

### 3.2 後車軸に関する運動方程式

後車軸には Fig. 25 にみるように車輪から伝達される力  $X_T$ ,  $Y_T$ ,  $Z_T$  とモーメント  $M_{Wz(T)}$ ,  $M_{Wz(T)}$  が作用するとともに, 車体から懸架ばねを介して力  $X_S$ ,  $Y_S$ ,  $Z_S$  が働いている。

$x_A$  軸方向 :

$$\begin{aligned}
& \frac{W_A}{g} \left\{ \ddot{x}_{\dot{\theta}(A)}^* - g \sin \theta_A \sin \phi_A - \frac{V_{\dot{\theta}R}^2}{\rho} \sin \theta_A \cos \phi_A \cos \theta_W - \cos \theta_A \sin \theta_W \right\} \\
& = -(X_{Tl} + X_{Tr}) - (X_{Sl} + X_{Sr}) (\sin \theta_A \sin \phi_B \sin \varphi - \cos \theta_A \cos \varphi) \\
& \quad - (Y_{Sl} + Y_{Sr}) \sin \theta_A \cos \phi_B + (Z_{Sl} + Z_{Sr}) (\sin \theta_A \sin \phi_B \cos \varphi + \cos \theta_A \sin \varphi) \quad (92)
\end{aligned}$$

$y_A$  軸方向：

$$\begin{aligned} & \frac{W_A}{g} \left\{ \ddot{y}_{0(A)}^* + g \cos \theta_A \sin \phi_A + \frac{V_{0R}^2}{g} \cos \theta_A \cos \phi_A \cos \theta_W + \sin \theta_A \sin \theta_W \right\} \\ & = -(Y_{Tl} + Y_{Tr}) + (X_{Sl} + X_{Sr}) (\cos \theta_A \sin \phi_B \sin \varphi + \sin \theta_A \cos \varphi) \\ & \quad + (Y_{Sl} + Y_{Sr}) \cos \theta_A \cos \phi_B - (Z_{Sl} + Z_{Sr}) (\cos \theta_A \sin \phi_B \cos \varphi + \sin \theta_A \sin \varphi) \end{aligned} \quad (93)$$

$z_A$  軸方向：

$$\begin{aligned} & \frac{W_A}{g} \left( \ddot{z}_{0(A)}^* + g \cos \phi_A - \frac{V_{0R}^2}{\rho} \sin \phi_A \cos \theta_W \right) \\ & = -(Z_{Tl} + Z_{Tr}) - (X_{Sl} + X_{Sr}) \cos \phi_B \sin \varphi + (Y_{Sl} + Y_{Sr}) \sin \phi_B \\ & \quad + (Z_{Sl} + Z_{Sr}) \cos \phi_B \cos \varphi \end{aligned} \quad (94)$$

$W_A$  は差動装置を含めた後車軸部重量， $x_{0(A)}^*$ ， $y_{0(A)}^*$ ， $z_{0(A)}^*$  は後車軸座標系 ( $x_A y_A z_A$  座標系) に平行な静止座標系における重心の加速度成分であり， $V_{0R}$  は後車軸重心における速度である。

回転運動に関して

重心を通る  $x_A$  軸に平行な軸まわり：

$$\begin{aligned} J_{Ax} \ddot{\varphi}_{Ax(A)}^* & = -(Z_{Tl} - Z_{Tr}) f + \left\{ -(X_{Sl} - X_{Sr}) \cos \phi_B \sin \varphi + (Y_{Sl} - Y_{Sr}) \sin \phi_B \right. \\ & \quad \left. + (Z_{Sl} - Z_{Sr}) \cos \phi_B \cos \varphi \right\} e - (M_{Wx(T)l} + M_{Wx(T)r}) \end{aligned} \quad (95)$$

同  $z_A$  軸に平行な軸まわり：

$$\begin{aligned} J_{Az} \ddot{\varphi}_{Az(A)}^* & = (X_{Tl} - X_{Tr}) f + \left\{ (X_{Sl} - X_{Sr}) (\sin \theta_A \sin \phi_B \sin \varphi - \cos \theta_A \cos \varphi) \right. \\ & \quad \left. + (Y_{Sl} - Y_{Sr}) \sin \theta_A \cos \phi_B - (Z_{Sl} - Z_{Sr}) (\sin \theta_A \sin \phi_B \cos \varphi + \cos \theta_A \sin \varphi) \right\} e \\ & \quad - (M_{Wz(T)l} + M_{Wz(T)r}) \end{aligned} \quad (96)$$

ここに， $J_{Ax}$ ， $J_{Az}$  はそれぞれ後車軸部重心を通る車輪座標軸に平行な軸まわりの慣性能率， $f$ ， $e$  は後車軸重心より車輪中心およびばね座にいたる距離である。 $\varphi_{Ax(A)}^*$ ， $\varphi_{Az(A)}^*$  は同回転角で

$$\varphi_{Ax(A)}^* = \varphi_{Wx(A)}^* , \quad \varphi_{Az(A)}^* = \varphi_{Wz(A)}^* \quad (97)$$

でなければならない。

### 3.3 その他の関係式

後車輪の横すべり角は

$$\beta_R = \theta_{WR} - \theta_A \quad (98)$$

なお，後車輪に作用するコーナリング・フォース，路面抵抗，キャンバ・スラスト等に関しては前車輪系と同様の取り扱いができるので記載を省略する。

後輪の対地キャンバ角は

$$\sigma_{(R)} = -\sin^{-1}(\cos \theta_A \sin \phi_A) \quad (99)$$

後車軸重心における速度は

$$V_{0R} = \sqrt{\dot{x}_0^{*2} + \dot{y}_0^{*2} + \dot{z}_0^{*2}} \quad (100)$$

この路面に平行な成分に関しては

$$V_{0R(R)} = V_{(R)} \cos \beta \sec \theta_{0R} \quad (101)$$

ただし、 $\theta_{0R}$  は車体方向と路面に平行な速度成分とのなす角で、車体重心と後車軸重心間の車体方向距離を  $b$  とすると

$$\tan \theta_{0R} = \frac{V_{(R)} \sin \beta + (b - x'_c) (\dot{\theta} - \dot{\theta}_A) \cos \psi}{V_{(R)} \cos \beta} \quad (102)$$

また、車輪重心と車軸重心における速度の間には

$$\dot{x}_{k(A)}^* \approx \dot{x}_{0(A)}^* + u(l, r) f(\dot{\theta}_A - \dot{\theta}), \quad \dot{y}_{k(A)}^* \approx \dot{y}_{0(A)}^*, \quad \dot{z}_{k(A)}^* \approx \dot{z}_{0(A)}^* + u(l, r) f \dot{\psi}_A \quad (103)$$

の関係があり、車軸重心の車体重心に対する相対速度は

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_0^* - \dot{x}_{cg}^*, \quad \dot{y}_0 = \dot{y}_0^* - \dot{y}_{cg}^* + b \dot{\theta}, \quad \dot{z}_0 = \dot{z}_0^* - \dot{z}_{cg}^* - b \dot{\psi} \quad (104)$$

ここで、 $\dot{x}_{cg}^*$ ,  $\dot{y}_{cg}^*$ ,  $\dot{z}_{cg}^*$  は車体重心の車体座標系に平行な静止座標系における速度をあらわす。懸架装置を介して伝達される力はばね座  $P$  の車体座標

$$\left. \begin{aligned} x_p &= x_0 + u(l, r) e(\cos \theta_A \sin \psi_B \sin \varphi + \sin \theta_A \cos \varphi) \\ y_p &= y_0 + u(l, r) e \cos \theta_A \cos \psi_B \\ z_p &= z_0 - u(l, r) e(\cos \theta_A \sin \psi_B \cos \varphi - \sin \theta_A \sin \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (105)$$

を用いて

$$X_s = -(k_{Rx} x_p + c_{Rx} \dot{x}_p), \quad Y_s = -(k_{Ry} y_p + c_{Ry} \dot{y}_p), \quad Z_s = -(k_{Rz} z_p + c_{Rz} \dot{z}_p) \quad (106)$$

$k_{Rx}$ ,  $k_{Ry}$ ,  $k_{Rz}$ ;  $c_{Rx}$ ,  $c_{Ry}$ ,  $c_{Rz}$  は懸架装置の各車体座標軸方向の等価ばね定数および減衰係数である。

#### 4. 車体の運動

自動車のばね上部分の運動は前車輪系および後車輪系から伝達される力とモーメントに支配される。Fig. 28 はこれらの作用点 (入力点) を示したものであるが、C, O 点はそれぞれウィッシュボーン形懸架装置のアップおよびロア・アームの回転中心、M 点はピットマン・アーム、アイドラ・アーム両回転中心の中間点、 $Q_B$ ,  $Q_R$  点はそれぞれ前後車輪系懸架装置の上端 (車体取付点) である。各点間の距離  $a$ ,  $b$ ;  $2c$ ,

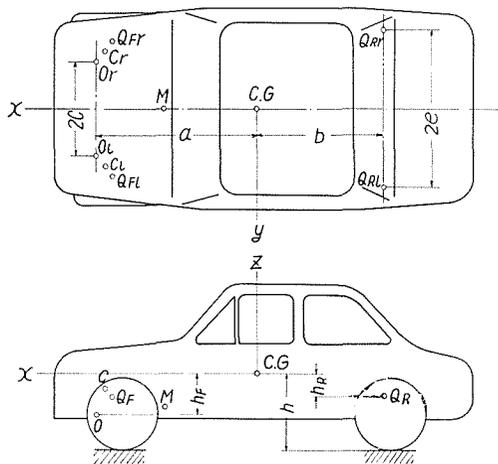


Fig. 28. Points of action of forces acting on the sprung mass.

2e, 高さ  $h$ ,  $h_F$ ,  $h_R$  等は **Fig. 28** に示す通りである。

かくして、車体の並進運動に関して

車体前後方向：

$$\begin{aligned}
& \frac{W_B}{g} \left\{ \dot{x}_{cg}^* - g \cos \phi \sin \varphi + \frac{V^2}{\rho} (\cos \beta \sin \psi \sin \varphi + \sin \beta \cos \varphi) \right\} \\
& = -(X'_{Ll} + X'_{Lr}) \cos \phi_L \cos \theta_L \\
& \quad - Y'_{Ll} (\sin \theta_{0al} \sin \phi_L \cos \theta_L - \cos \theta_{0al} \sin \theta_L) \\
& \quad - Y'_{Lr} (\sin \theta_{0ar} \sin \phi_L \cos \theta_L - \cos \theta_{0ar} \sin \theta_L) \\
& \quad + Z'_{Ll} (\cos \theta_{0al} \sin \phi_L \cos \theta_L + \sin \theta_{0al} \sin \theta_L) \\
& \quad + Z'_{Lr} (\cos \theta_{0ar} \sin \phi_L \cos \theta_L + \sin \theta_{0ar} \sin \theta_L) - (X'_{Ul} + X'_{Ur}) \cos \phi_U \cos \theta_U \\
& \quad - Y'_{Ul} (\sin \theta_{bcl} \sin \phi_U \cos \theta_U - \cos \theta_{bcl} \sin \theta_U) \\
& \quad - Y'_{Ur} (\sin \theta_{bcr} \sin \phi_U \cos \theta_U - \cos \theta_{bcr} \sin \theta_U) \\
& \quad - (F_{Sl} \lambda_{Sl} + F_{Sr} \lambda_{Sr}) - (F_{Ll} \lambda_{Ll} + F_{Lr} \lambda_{Lr}) - (X_{Sl} + X_{Sr}) + X_{air}
\end{aligned} \tag{107}$$

横方向：

$$\begin{aligned}
& \frac{W_B}{g} \left( \dot{y}_{cg}^* + g \sin \phi + \frac{V^2}{\rho} \cos \beta \cos \psi \right) \\
& = -(X'_{Ll} - X'_{Lr}) \cos \phi_L \sin \theta_L \\
& \quad - Y'_{Ll} (\sin \theta_{0al} \sin \phi_L \sin \theta_L + \cos \theta_{0al} \cos \theta_L) \\
& \quad + Y'_{Lr} (\sin \theta_{0ar} \sin \phi_L \sin \theta_L + \cos \theta_{0ar} \cos \theta_L) \\
& \quad + Z'_{Ll} (\cos \theta_{0al} \sin \phi_L \sin \theta_L - \sin \theta_{0al} \cos \theta_L) \\
& \quad - Z'_{Lr} (\cos \theta_{0ar} \sin \phi_L \sin \theta_L - \sin \theta_{0ar} \cos \theta_L) - (X'_{Ul} - X'_{Ur}) \cos \phi_U \sin \theta_U \\
& \quad - Y'_{Ul} (\sin \theta_{bcl} \sin \phi_U \sin \theta_U + \cos \theta_{bcl} \cos \theta_U) \\
& \quad + Y'_{Ur} (\sin \theta_{bcr} \sin \phi_U \sin \theta_U + \cos \theta_{bcr} \cos \theta_U) \\
& \quad - (F_{Sl} \mu_{Sl} - F_{Sr} \mu_{Sr}) - (F_{Ll} \mu_{Ll} - F_{Lr} \mu_{Lr}) - (Y_{Sl} + Y_{Sr}) + Y_{air}
\end{aligned} \tag{108}$$

上下方向：

$$\begin{aligned}
& \frac{W_B}{g} \left\{ \dot{z}_{cg}^* + g \cos \psi \cos \varphi - \frac{V^2}{\rho} (\cos \beta \sin \psi \cos \varphi - \sin \beta \sin \varphi) \right\} \\
& = -(X'_{Ll} + X'_{Lr}) \sin \phi_L + Y'_{Ll} \sin \theta_{0al} \cos \phi_L + Y'_{Lr} \sin \theta_{0ar} \cos \phi_L \\
& \quad - Z'_{Ll} \cos \theta_{0al} \cos \phi_L - Z'_{Lr} \cos \theta_{0ar} \cos \phi_L \\
& \quad - (X'_{Ul} + X'_{Ur}) \sin \phi_U + Y'_{Ul} \sin \theta_{bcl} \cos \phi_U + Y'_{Ur} \sin \theta_{bcr} \cos \phi_U \\
& \quad - (F_{Sl} \nu_{Sl} + F_{Sr} \nu_{Sr}) - (F_{Ll} \nu_{Ll} + F_{Lr} \nu_{Lr}) - (Z_{Sl} + Z_{Sr}) + Z_{air}
\end{aligned} \tag{109}$$

$W_B$  はばね上部分重量,  $\dot{x}_{cg}^*$ ,  $\dot{y}_{cg}^*$ ,  $\dot{z}_{cg}^*$  はそれぞればね上部分重心の車体座標系に平行な静止座標系における加速度成分である。車体重心における速度は当然

$$V = \sqrt{\dot{x}_{cg}^{*2} + \dot{y}_{cg}^{*2} + \dot{z}_{cg}^{*2}} \tag{110}$$

その路面座標系成分

$$\left. \begin{aligned}
\dot{x}_{cg(R)}^* &= \dot{x}_{cg}^* \cos \varphi + \dot{z}_{cg}^* \sin \varphi \\
\dot{y}_{cg(R)}^* &= \dot{x}_{cg}^* \sin \psi \sin \varphi + \dot{y}_{cg}^* \cos \psi - \dot{z}_{cg}^* \sin \psi \cos \varphi \\
\dot{z}_{cg(R)}^* &= -\dot{x}_{cg}^* \cos \psi \sin \varphi + \dot{y}_{cg}^* \sin \psi + \dot{z}_{cg}^* \cos \psi \cos \varphi
\end{aligned} \right\} \tag{111}$$

を用いると、重心横すべり角および車体重心速度の路面に平行な成分はそれぞれ

$$\tan \beta = -\dot{y}_{cg(R)}^*/\dot{x}_{cg(R)}^* \quad (112)$$

$$V_{(R)} = \sqrt{\dot{x}_{cg(R)}^{*2} + \dot{y}_{cg(R)}^{*2}} \quad (113)$$

$X_{\text{air}}$ ,  $Y_{\text{air}}$ ,  $Z_{\text{air}}$  は空気力の車体座標系成分である。

車体のピッチ角, ロール角は小さいのが普通なのでこれに関する高次の微小項を省略すれば, つぎの回転運動方程式がえられる。

車体のローリング:

$$\begin{aligned} & J_{Bz} \ddot{\phi} - J_{Bzx} \ddot{\theta} - (J_{By} - J_{Bz}) \dot{\theta} \dot{\phi} \\ &= -(X'_{Ll} - X'_{Lr}) (c \sin \phi_L + h_F \cos \phi_L \sin \theta_L) \\ &+ Y'_{Ll} \left\{ \sin \theta_{0al} (c \cos \phi_L - h_F \sin \phi_L \sin \theta_L) - h_F \cos \theta_{0al} \cos \theta_L \right\} \\ &- Y'_{Lr} \left\{ \sin \theta_{0ar} (c \cos \phi_L - h_F \sin \phi_L \sin \theta_L) - h_F \cos \theta_{0ar} \cos \theta_L \right\} \\ &- Z'_{Ll} \left\{ \cos \theta_{0al} (c \cos \phi_L - h_F \sin \phi_L \sin \theta_L) + h_F \sin \theta_{0al} \cos \theta_L \right\} \\ &+ Z'_{Lr} \left\{ \cos \theta_{0ar} (c \cos \phi_L - h_F \sin \phi_L \sin \theta_L) + h_F \sin \theta_{0ar} \cos \theta_L \right\} \\ &- (X'_{Ul} - X'_{Ur}) \left\{ (c + y_c) \sin \phi_U + (h_F - z_c) \cos \phi_U \sin \theta_U \right\} \\ &+ Y'_{Ul} \left[ \sin \theta_{bcl} \left\{ (c + y_c) \cos \phi_U - (h_F - z_c) \sin \phi_U \sin \theta_U \right\} - (h_F - z_c) \cos \theta_{bcl} \cos \theta_U \right] \\ &- Y'_{Ur} \left[ \sin \theta_{bcr} \left\{ (c + y_c) \cos \phi_U - (h_F - z_c) \sin \phi_U \sin \theta_U \right\} - (h_F - z_c) \cos \theta_{bcr} \cos \theta_U \right] \\ &- F_{Sl} \left\{ \nu_{Sl} (c + y_q) + \mu_{Sl} (h_F - z_q) \right\} + F_{Sr} \left\{ \nu_{Sr} (c + y_q) + \mu_{Sr} (h_F - z_q) \right\} \\ &- (F_{Il} \mu_{Il} - F_{Ir} \mu_{Ir}) (h_F - z_m) - (Z_{Sl} - Z_{Sr}) e - (Y_{Sl} + Y_{Sr}) h_R \\ &+ M'_{Ll} (\cos \theta_{0al} \sin \phi_L \cos \theta_L + \sin \theta_{0al} \sin \theta_L) \\ &- M'_{Lr} (\cos \theta_{0ar} \sin \phi_L \cos \theta_L + \sin \theta_{0ar} \sin \theta_L) \\ &+ M'_{Ul} (\cos \theta_{bcl} \sin \phi_U \cos \theta_U + \sin \theta_{bcl} \sin \theta_U) \\ &- M'_{Ur} (\cos \theta_{bcr} \sin \phi_U \cos \theta_U + \sin \theta_{bcr} \sin \theta_U) + M_{\text{zair}} \end{aligned} \quad (114)$$

ピッチング:

$$\begin{aligned} & J_{By} \ddot{\phi} - (J_{Bz} - J_{Bx}) \dot{\theta} \dot{\phi} - J_{Bzx} \dot{\theta}^2 \\ &= (X'_{Ll} + X'_{Lr}) (h_F \cos \phi_L \cos \theta_L + a \sin \phi_L) \\ &+ Y'_{Ll} \left\{ \sin \theta_{0al} (h_F \sin \phi_L \cos \theta_L - a \cos \phi_L) - h_F \cos \theta_{0al} \sin \theta_L \right\} \\ &+ Y'_{Lr} \left\{ \sin \theta_{0ar} (h_F \sin \phi_L \cos \theta_L - a \cos \phi_L) - h_F \cos \theta_{0ar} \sin \theta_L \right\} \\ &- Z'_{Ll} \left\{ \cos \theta_{0al} (h_F \sin \phi_L \cos \theta_L - a \cos \phi_L) + h_F \sin \theta_{0al} \sin \theta_L \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -Z'_{Lr} \left\{ \cos \theta_{0ar} (h_L \sin \phi_L \cos \theta_L - a \cos \phi_L) + h_{Fr} \sin \theta_{0ar} \sin \theta_L \right\} \\
& + (X'_{Ul} + X'_{Ur}) \left\{ (h_F - z_c) \cos \phi_U \cos \theta_U + (a + x_c) \sin \phi_U \right\} \\
& + Y'_{Ul} \left[ \sin \theta_{bel} \left\{ (h_F - z_c) \sin \phi_U \cos \theta_U - (a + x_c) \cos \phi_U \right\} - (h_F - z_c) \cos \theta_{bel} \sin \theta_U \right] \\
& + Y'_{Ur} \left[ \sin \theta_{ber} \left\{ (h_F - z_c) \sin \phi_U \cos \theta_U - (a + x_c) \cos \phi_U \right\} - (h_F - z_c) \cos \theta_{ber} \sin \theta_U \right] \\
& + F_{Sl} \left\{ \lambda_{Sl} (h_F - z_q) + \nu_{Sl} (a + x_q) \right\} + F_{Sr} \left\{ \lambda_{Sr} (h_F - z_q) + \nu_{Sr} (a + x_q) \right\} \\
& + F_{Il} \left\{ \lambda_{Il} (h_F - z_m) + \nu_{Il} (a + x_m) \right\} + F_{Ir} \left\{ \lambda_{Ir} (h_F - z_m) + \nu_{Ir} (a + x_m) \right\} \\
& + (X_{Sl} + X_{Sr}) h_R - (Z_{Sl} + Z_{Sr}) b \\
& + M'_{Ll} (\cos \theta_{0al} \sin \phi_L \sin \theta_L - \sin \theta_{0al} \cos \theta_L) \\
& - M'_{Lr} (\cos \theta_{0ar} \sin \phi_L \sin \theta_L - \sin \theta_{0ar} \cos \theta_L) \\
& + M'_{Ul} (\cos \theta_{bel} \sin \phi_U \sin \theta_U - \sin \theta_{bel} \cos \theta_U) \\
& - M'_{Ur} (\cos \theta_{ber} \sin \phi_U \sin \theta_U - \sin \theta_{ber} \cos \theta_U) + M_{yair}
\end{aligned} \tag{115}$$

≡ イング :

$$\begin{aligned}
& J_{Bz} \ddot{\theta} - J_{Bzx} \ddot{\psi} + J_{Bzx} \dot{\theta} \dot{\psi} \\
& = -(X'_{Ll} - X'_{Lr}) \cos \phi_L (a \sin \theta_L - c \cos \theta_L) \\
& - Y'_{Ll} \left\{ \sin \theta_{0al} \sin \phi_L (a \sin \theta_L - c \cos \theta_L) + \cos \theta_{0al} (a \cos \theta_L + c \sin \theta_L) \right\} \\
& + Y'_{Lr} \left\{ \sin \theta_{0ar} \sin \phi_L (a \sin \theta_L - c \cos \theta_L) + \cos \theta_{0ar} (a \cos \theta_L + c \sin \theta_L) \right\} \\
& + Z'_{Ll} \left\{ \cos \theta_{0al} \sin \phi_L (a \sin \theta_L - c \cos \theta_L) - \sin \theta_{0al} (a \cos \theta_L + c \sin \theta_L) \right\} \\
& - Z'_{Lr} \left\{ \cos \theta_{0ar} \sin \phi_L (a \sin \theta_L - c \cos \theta_L) - \sin \theta_{0ar} (a \cos \theta_L + c \sin \theta_L) \right\} \\
& - (X'_{Ul} - X'_{Ur}) \cos \phi_U \left\{ (a + x_c) \sin \theta_U - (c + y_c) \cos \theta_U \right\} \\
& - Y'_{Ul} \left[ \sin \theta_{bel} \sin \phi_U \left\{ (a + x_c) \sin \theta_U - (c + y_c) \cos \theta_U \right\} \right. \\
& \quad \left. + \cos \theta_{bel} \left\{ (a + x_c) \cos \theta_U + (c + y_c) \sin \theta_U \right\} \right] \\
& + Y'_{Ur} \left[ \sin \theta_{ber} \sin \phi_U \left\{ (a + x_c) \sin \theta_U - (c + y_c) \cos \theta_U \right\} \right. \\
& \quad \left. + \cos \theta_{ber} \left\{ (a + x_c) \cos \theta_U + (c + y_c) \sin \theta_U \right\} \right] \\
& - F_{Sl} \left\{ \mu_{Sl} (a + x_q) - \lambda_{Sl} (c + y_q) \right\} + F_{Sr} \left\{ \mu_{Sr} (a + x_q) - \lambda_{Sr} (c + y_q) \right\} \\
& - (F_{Il} \mu_{Il} - F_{Ir} \mu_{Ir}) (a + x_m) + (X_{Sl} - X_{Sr}) e + (Y_{Sl} + Y_{Sr}) b \\
& - (M'_{Ll} \cos \theta_{0al} - M'_{Lr} \cos \theta_{0ar}) \cos \phi_L \\
& - (M'_{Ul} \cos \theta_{bel} - M'_{Ur} \cos \theta_{ber}) \cos \theta_U + M_{zair}
\end{aligned} \tag{116}$$

ただし  $J_{Bx}$ ,  $J_{By}$ ,  $J_{Bz}$  はそれぞれ車体の前後, 左右, 上下軸まわりの慣性能率,  $J_{Bzx}$  は左右軸

まわりの慣性乗積である。車体は左右対称と考えて  $J_{Byz} = J_{Bzy} = 0$  としてある。 $M_{xair}$ ,  $M_{yair}$ ,  $M_{zair}$  は車体に働く空気力によるモーメントである。

車体重心の旋回半径はヨー角の  $z_R$  軸まわりの成分を  $\theta_{(R)}$  として

$$\rho = \frac{dV_{(R)}}{d\theta_{(R)}} \tag{117}$$

$d\rho/dV$  の符号の正負によりアンダ・ステア, オーバ・ステア特性の判定が可能であり, これが正のときアンダ・ステア, 負のときオーバ・ステア, 0 であればニュートラル・ステア特性を示すことは云うまでもない。

### 5. 自動車全系の入出力関係

Fig. 29 は前車輪系, 後車輪系, 車体系を含めた自動車全系の入出力関係の概略を示した

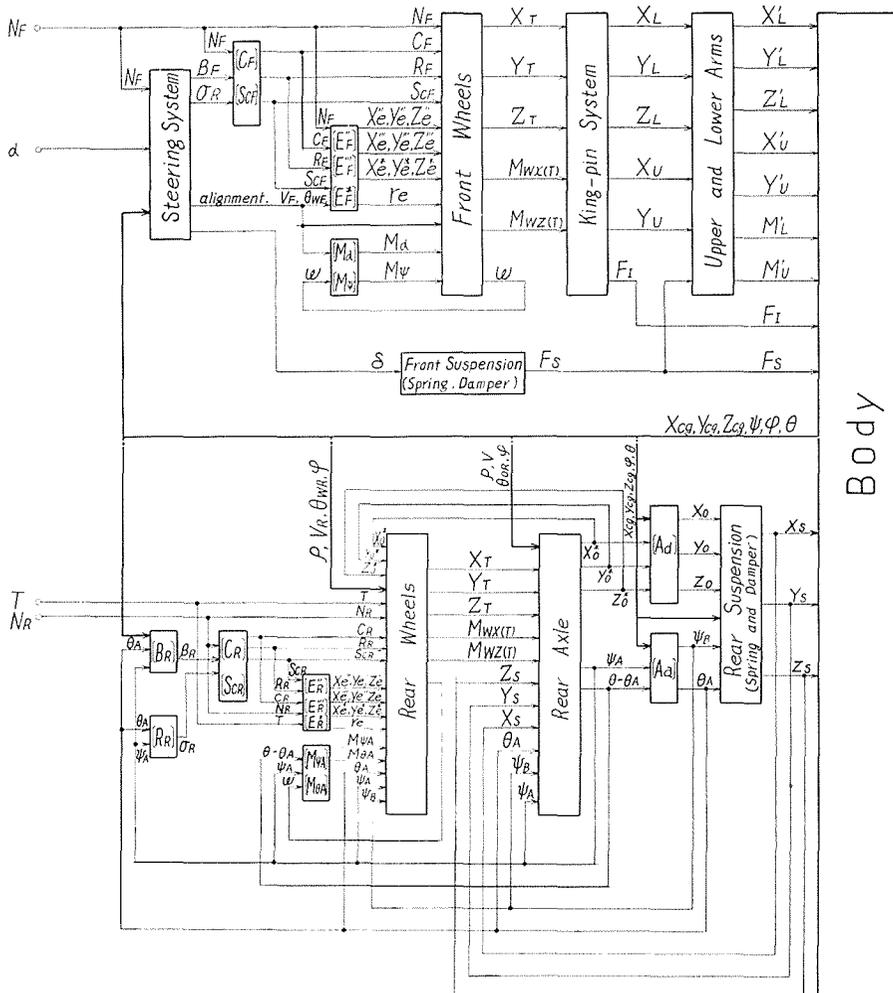


Fig. 29. A block diagram of the automobile.

ものである。同図の上半分は前車輪系、下半分は後車輪系で、前車輪系においては路面反力および車体から帰還される諸量によってきまる力およびモーメントが車輪部、キングピン部、上下両アームおよび懸架装置を経て車体に伝達される。後車輪系においては路面反力、駆動力および車体から帰還される諸量によってきまる力およびモーメントが車輪部、車軸部、懸架装置を経て、車体に伝達される。これらと空気力などの外乱によって車体の運動が決定し、また、それらが前車輪系および後車輪系に帰還されるのである。

## 6. 結 言

本報告は自動車の車体系、後車輪系の運動に関する幾何学、力学的関係をかかなり詳細に挙げたものであって、前報とあわせて自動車全系の運動に関する記述をまとめたものである。本報告ではとくに

1. 後車輪系に関する新しい座標系を導入し、これと車体系、路面座標系との関連を論ずることによって、後車輪系の幾何学的、力学的取扱い上の便宜をはかった。
2. 後車輪系を左右各車輪と車軸部にわけ、これらに働く外力と各メンバ間および車体間に働く力およびモーメントのいっさいと力学的な関係式をもれなくあげた。
3. 車体に関する6自由度運動方程式と前後車輪系との関係式を詳細にわたって書き、今後の研究の手がかりを与えた。
4. 前後車輪、車体のすべてを含む自動車全系の入出力関係の概略図を与え、各部を通して作用する外乱と、相互間の作用の伝達、帰還の様子を明らかにした。

以上のように自動車全系の幾何学と力学的関係はきわめて複雑で、これを数学的に取り扱うことはむずかしく、目的に応じて思い切った省略ないし簡略化が余儀なくされる。その際全系の認識の上に立って重要因子を的確に判断し、所期の目的を達することが望ましい。また、自動車の部分系に注目して、その特性を十分把握することも重要なことであるが、本報告がこういった目的のための参考資料となることを期待するとともに、この種の問題についてさらに後日あらためて報告の機会をもちたい。

本研究をまとめるに当って、懇切なご討議を頂いた深沢正一教授、ならびに協力を惜しまなかった機械力学研究室の各位に深く謝意を表す。

## 記号一覧表

- $a, c$ : 車体重心とロア・アーム回転中心間の前後, 左右方向の距離  
 $b$ : 車体重心と後車軸中心間の距離  
 $C$ : コーナリング・フォース  
 $c_S, c_R$ : 懸架ばね系の減衰係数  
 $d'', d''', d^*$ : 車輪接地中心 (E) からタイヤに働く力の着力点 (E'', E''', E\*) にいたる距離  
 $e$ : 後車軸中心と懸架ばね座間の距離  
 $F_I$ : タイロッドを通してナックル・アームに伝えられる操舵力  
 $F_S$ : 車体から懸架ばねを介してロア・アームに伝達される力  
 $f$ : 後車軸中心と後車輪中心間の距離  
 $H_R$ : 車輪の角運動量  
 $h_F, h_R$ : 車体重心とロア・アーム回転中心および後車軸懸架装置上端間の高さの差  
 $J_{Ax}, J_{Az}$ : 後車軸重心を通る後車軸座標軸に平行な軸まわりの慣性能率  
 $J_{Bx}, J_{By}, J_{Bz}$ : 車体の前後, 左右, 上下軸まわりの慣性能率  
 $J_{Bxx}$ : 車体左右軸に関する慣性乗積  
 $J_W, J'_W$ : 車輪回転軸および車輪中心を通りこれと直角な軸まわりの慣性能率  
 $k_S, k_R$ : 懸架ばね定数  
 $k_{T_u}, k_{T_v}$ : タイヤの横および縦剛性  
 $l_L, l_U$ : ロアおよびアッパ・アーム長さ  
 $l_S$ : 車輪緩衝器の長さ  
 $M'_L, M'_U$ : 車体とロア, アッパ各アーム間に作用するモーメント  
 $M_W$ : 車輪とホイール・スピンドル間に作用する力  
 $M_\alpha, M_\psi$ : 転舵およびローリングによって生ずるジャイロモーメント  
 $M_{\theta_A}, M_{\phi_A}$ : アクスル・ステアおよびローリングによって生ずるジャイロモーメント  
 $(m_A), (m_K), (m_L), (m_R), (m_T), (m_U)$ : 座標変換マトリックス  
 $m, n$ : ころがり摩擦係数の横すべり角の影響をあらわす定数  
 $N$ : タイヤに働く路面反力  
 $Q_d$ : 駆動トルク  
 $R$ : タイヤに働く路面抵抗  
 $r$ : 無荷重時車輪半径  
 $r_e$ : 車輪の有効半径  
 $S_c$ : タイヤに働くキャンバ・スラスト

$T$ : タイヤに働く駆動力

$$u(l, r) = \begin{cases} +1 & (\text{左輪系に対して}) \\ -1 & (\text{右輪系に対して}) \end{cases}$$

$V$ : 車体重心の走行速度

$V_{FR}$ : 前(後)輪タイヤ接地中心における速度

$V_{OR}$ : 後車軸重心における速度

$W_A$ : 差動装置を含めた後車軸の全重量

$W_B$ : ばね上部分重量

$W_W$ : 各車輪重量

$X_L, Y_L, Z_L$ : ロア・アームとキングピン間に働く力

$X_U, Y_U$ : アップ・アームとキングピン間に働く力

$X'_L, Y'_L, Z'_L$ : ロア・アームと車体間に働く力

$X'_U, Y'_U$ : アップ・アームと車体間に働く力

$X_T, Y_T, Z_T$ : 車輪とホイール・スピンドル間に働く力

$xyz$  座標系: 車体座標系

$x_A y_A z_A$  座標系: 後車軸座標系

$x_K y_K z_K$  座標系: キングピン座標系

$x_L y_L z_L$  座標系: ロア・アーム座標系

$x_U y_U z_U$  座標系: アップ・アーム座標系

$x_R y_R z_R$  座標系: 路面座標系

$x_T y_T z_T$  座標系: 車輪座標系

$(x_a, y_a, z_a)$ : ロア・アーム先端 (A) の  $xyz$  座標

$(x_b, y_b, z_b), (x_c, y_c, z_c)$ : アップ・アーム先端 (B) および回転中心 (C) の  $xyz$  座標

$(x_e, y_e, z_e)$ : タイヤ変形を考えないときの車輪最下点 (E) の  $xyz$  座標

$(x'_e, y'_e)$ : タイヤ接地中心 (E') の  $xyz$  座標

$(x''_e, y''_e, z''_e), (x'''_e, y'''_e, z'''_e), (x^*_e, y^*_e, z^*_e)$ : タイヤに働く路面反力, コーナリング・フォース, キャンバ・スラストの着力点 (E'', E''', E\*) の  $xyz$  座標

$(x_i, y_i, z_i), (x_h, y_h, z_h)$ : タイロッド両端 (I, H) の  $xyz$  座標

$(x_m, y_m, z_m)$ : ピットマン・アーム, アイドラ・アーム両回転中心中間点の  $xyz$  座標

$(x_p, y_p, z_p), (x_q, y_q, z_q)$ : 緩衝器両端 (P, Q) の  $xyz$  座標

$\alpha$ : 前輪の舵角

$\alpha_R$ : 対地舵角

$\alpha_p, \alpha_K$ : ピットマン・アームおよびキングピン回転角

$\dot{\alpha}_K$ : 前輪転舵速度

$\beta$  : 車体重心における横すべり角

$\beta_{R,R}$ : 前(後)輪の横すべり角

$r$  : キャスタ角

$A_u, A_v$ : タイヤの横および縦変形量

$\delta$  : 懸架ばねのたわみ

$\varepsilon$  : キングピンとホイール・スピンドル間の角

$\varepsilon'$  : ホイール・スピンドルと車体前後軸間の角

$\xi, \eta, \zeta$ -軸: キングピンとホイール・スピンドルを含む面内で, ホイール・スピンドルに垂直および平行にとった直交軸

$\theta$  : 車体ヨー角

$\theta_{0a}$ :  $x_L$  軸まわりのロア・アーム回転角

$\theta_{0v}$ :  $x_U$  軸まわりのアッパ・アーム回転角

$\theta_A$ : アクスル・ステア角

$\theta_K$ :  $y_K$  軸まわりのキングピン回転角

$\theta_L, \theta_U$ :  $z$  軸まわりのロアおよびアッパ・アーム回転角

$\theta_W$ : 車体(前後)方向とタイヤ接地中心における進行方向のなす角

$\mu_{r,0}$ : 横すべりのないときのタイヤのころがり摩擦係数

$\rho$  : 車体旋回半径

$\sigma$  : キャンバ角

$\sigma_R$ : 対地キャンバ角

$\varphi$  : 車体ピッチ角

$\varphi_A$ : 後車軸回転角

$\varphi_W$ : 車輪回転角

$\phi_L, \phi_U$ : ロア, アッパ各アームの回転角

$\chi$  : キングピン傾角

$\psi$  : 車体ロール角

$\psi_A$ : 後車軸ロール角

$\omega$  : 車輪回転角速度

## 文 献

- 1) 入江敏博・植田 豊: 北海道大学工学部研究報告, 43, 1 (昭42).
- 2) —————: 日本機械学会講演論文集, 173, 127 (昭42).