



Title	ガンダイオードにおけるドメイン特性の一解析法
Author(s)	松木, 宏司; Matsuki, Koji; 桜庭, 一郎 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 49, 75-81
Issue Date	1968-09-25
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/40888">https://hdl.handle.net/2115/40888</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	49_75-82.pdf



# ガンダイオードにおけるドメイン 特性の一解析法

松 木 宏 司\*

桜 庭 一 郎\*

(昭和 43 年 4 月 30 日 受理)

## An Analytical Method of Domain Characteristics in Gunn Diodes

Koji MATSUKI

Ichiro SAKURABA

Department of Electronic Engineering, Faculty of Engineering,  
Hokkaido University, Sapporo, Japan.

(Received April 30, 1968)

### Abstract

The propagating domain shape was calculated for Gunn diodes. The Kroemer  $v(F)$  characteristic was applied to the Butcher-Fawcett-Hilsum model in the Gunn effect.

### 目 次

Abstract .....	75
1. 緒 言 .....	75
2. Butcher-Fawcett-Hilsum のモデル .....	76
3. 数値計算の方法 .....	77
4. 計 算 結 果 .....	80
5. 結 言 .....	80
参 考 文 献 .....	81

### 1. 緒 言

1961 年 Ridley と Watkins は半導体中にバルク 負性抵抗の存在する可能性を提案し<sup>1)</sup>, ついでこのような半導体中においては, 空間電荷の不安定性によって, 内部が高電界域と低電界域に分割され, これがドリフトして発振が起きると Ridley が予想した<sup>2)</sup>。さらに Hilsum は n 形 GaAs にこの種のバルク 負性抵抗が存在し, 計算によって電界の臨界値を予想した<sup>3)</sup>。そ

\* 電子工学科電子管工学講座

の後 Gunn が GaAs や InP でコヒーレントな電流振動を測定し、その周期は走行時間によって定まることを知った。さらに臨界値以上の電界で、陰極付近で高電界域が発生し、ついで試料中をドリフトし陽極で吸収消滅を繰り返していることを確認している<sup>4)</sup>。このような現象に対し、多くの人達が解析を試みたが、特に Kroemer は、Ridly, Watkins や Hilsum の提案した方式で証明し得ることを指摘し、バルク負性抵抗が、Gunn 効果の直接的な原因であると証明している<sup>4),5)</sup>。

この GaAs に関する研究は、最近急速に発展しつつあり、とくにバルク負性抵抗を用いたマイクロ波帯発振器や増幅器としての性質がよく理解されつつある。しかしその相互作用の機構からみて、光変調素子やデジタル素子としての発展も可能であり、したがってこれらの性質を決定するのに必要な、高電界域の特性について検討を行なったので、この論文で中間報告をするものである。すなわち Butcher, Fawcett および Hilsum の議論では<sup>6)</sup>、正負の空間電荷対より成り立つ局所的電界域が、いかなる形をしているか与えられていない。その理由の一つは、電界と電子のドリフト速度との関係が解析関数で与えられていないことにあると考えられる。しかるに Kroemer<sup>7)</sup> は空間電荷域の非直線性を検討した論文において、それらの関数形を与えている。したがってこの結果を用いて空間電荷の分布と電界を求めたものである。

## 2. Butcher-Fawcett-Hilsum のモデル

ガンダイオードの高電界ドメインに関する Butcher, Fawcett および Hilsum のモデルから出発する。すなわち、ダイオードの中の電子に対して、次の二つの式が成り立つ。一つは Poisson の方程式で

$$\partial E / \partial t = \frac{e}{\epsilon_r \epsilon_0} (n - n_0) \quad (1)$$

ここで  $\epsilon_r$  は比誘電率、 $e$  は電子の電荷、 $n$  は電子密度、 $n_0$  はドナー密度である。

もう一つの式は、全電流に関する式で、

$$I = env(E) - eD \partial n / \partial x + \epsilon_r \epsilon_0 \partial E / \partial t \quad (2)$$

式(2)において  $env(E)$  は電子伝導電流、 $eD \partial n / \partial x$  は拡散電流、 $\epsilon_r \epsilon_0 \partial E / \partial t$  は変位電流である。

式(1)と式(2)の解を求める訳であるが、計算を容易にするために、次の様な仮定と境界条件を設定する。すなわち高電界ドメインが形を変えないで、速度  $v_D$  で走っており、ドメインの外では  $n = n_0$  で且つ  $E = E_R$  であり、また  $y = y_m$  で  $E = E_D$  で且つ  $n = n_0$  である (Fig. 1 参照)。

これらの条件を考えて、式(1)と式(2)を解けば、

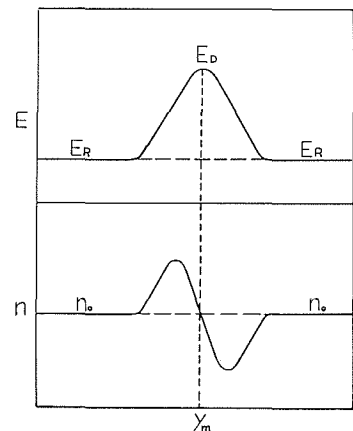


Fig. 1. Schematic plots of the field and the electron density versus  $y$  for a stable high-field domain propagating with the drift velocity (after Butcher, Fawcett and Hilsum).

$$y = y_m + \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0}{e} \int_{E_D}^E \frac{1}{n - n_0} dF \quad (3)$$

$$n/n_0 - \ln n/n_0 - 1 = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0}{en_0 D} \int_{E_R}^E dF \left[ (v(F) - v_D) - \frac{n_0}{n} (v_R - v_D) \right] \quad (4)$$

が求まる。

$E = E_D$  では  $n = n_0$  であるから、式(4)において、

$$n/n_0 - \ln n/n_0 - 1 \Big|_{n=n_0} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0}{en_0 D} \int_{E_R}^E dF \left[ (v(F) - v_D) - \frac{n_0}{n} (v_R - v_D) \right] \Big|_{E=E_D}$$

したがって、

$$0 = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0}{en_0 D} \int_{E_R}^{E_D} dF \left[ (v(F) - v_D) - \frac{n_0}{n} (v_R - v_D) \right] \quad (5)$$

式(5)からわかる様に、 $\int_{E_R}^{E_D} \frac{n_0}{n} (v_R - v_D) dF$  の項は、 $n > n_0$  であるか  $n < n_0$  であるかによって積分の値が違ふ。したがって式(5)が成り立つためには、 $v_R = v_D$  でなければならない。すなわち式(4)は、 $v_R = v_D$  の時においてのみ成り立つ。

したがって式(4)は  $n = n_0$ 、 $E = E_D$  では、

$$0 = \int_{E_R}^{E_D} dF (v(F) - v_D) \quad (6)$$

式(6)の意味する所は、Fig. 2 において、斜線の二つの面積が等しい事である。これは等面積の原理と呼ばれている。

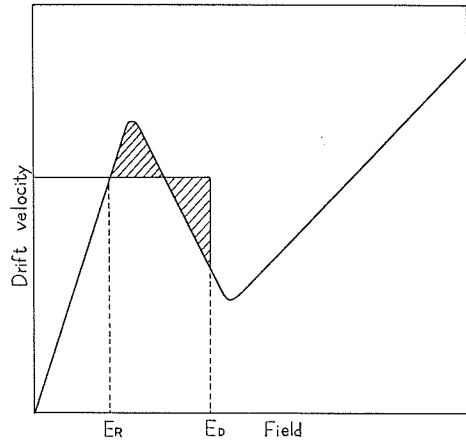


Fig. 2. Schematic plots of drift velocity versus field. The two shaded areas are equal in magnitude (after Butcher, Fawcett and Hilsun).

### 3. 数値計算の方法

前節で与えた式(3)と式(4)を用いて、ドメインの形を求める訳であるが、問題となる点は、Fig. 2 に示した電界対電子ドリフト速度特性が解析的な形で一義的に求まっていないことである。この点に関し多くの人達が、計算機解析を試みているが筆者らは、Kroemerがこの特性を関数の形で求めていることに着目し、この関数を用いて数値解析を進めることにする。Kroemer はダイオード内の電界と速度について次の様な関係式を与えた。

$$v = v_0 \frac{E/E_0 [1 + B(E/E_0)^k]}{1 + (E/E_0)^k} \quad (7)$$

ここで  $v_0$ 、 $E_0$  はそれぞれ電子ドリフト速度と電界に関するある基準値であり、 $B$ 、 $k$  は定数である。

式(7)を式(4)に代入して

$$n/n_0 - \ln n/n_0 - 1 = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0}{e n_0 D} \int_{E_R}^E dF \left[ v_0 \frac{F/E_0 [1 + B(F/E_0)^k]}{1 + (F/E_0)^k} - v_D \right] \quad (8)$$

式(3)より  $y_m = 0$  として

$$y = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0}{e} \int_{E_D}^E dF \left( \frac{1}{n - n_0} \right) \quad (9)$$

次に数値計算の手順を述べる。

(1) 式(7)を用いて、 $E/E_0$  対  $v/v_0$  の関係を求め、結果をグラフに表わす。Kroemer にしたがって  $B=0.2$ ,  $k=8$  を用いる。

(2)  $E_R/E_0$  の値を決定する。実際の場合は  $E_R = V_B/l$  で与えられる：但し  $V_B$  は外部印加バイアス電圧であり、 $l$  は試料の長さである。本論文では  $E_R/E_0 = 0.56$  と仮定した (Fig. 3 参照)。

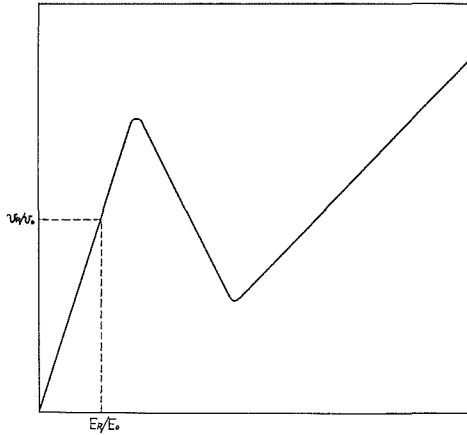


Fig. 3.  $v/v_0$  versus  $E/E_0$ .

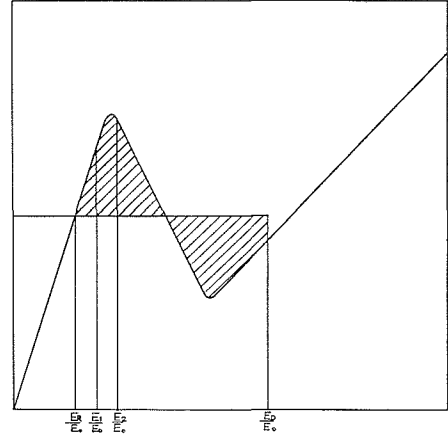


Fig. 4.  $v/v_0$  versus  $E/E_0$ . The two shaded areas are equal in magnitude.

(3)  $E_R$  の値に比較的近い  $E_1$  という値を決めて、式(8)の右辺の定積分を求める。次に  $E$  の値を  $E_1, E_2, \dots$  と順次変化させて定積分が 0 となる所まで計算を続ける。この定積分の値が 0 となった時の  $E$  の値が、等面積の原理より  $E_D$  である。ここで定積分は解析的には求まらないので、Simpson の公式を用いて近似計算を行なう (Fig. 4 参照)。

(3) において

$$n/n_0 - \ln n/n_0 - 1 = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0}{e n_0 D} \int_{E_R}^{E_m} dF \left[ v_0 \frac{F/E_0 [1 + B(F/E_0)^k]}{1 + (F/E_0)^k} - v_D \right] = K_m$$

但し  $m = 1, 2, 3, \dots$

が得られたので上式を  $n/n_0$  について解く。すなわち  $x - \ln x - 1 = K_m$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) という方程式を  $x$  について解く訳であるが、これは解析的には求まらないので Newton の方法を用いて近似解を求める。これから  $E/E_0$  と  $n/n_0$  の間の関係が求まる。次に式(9)により  $n/n_0$  と  $y$  の関係が求まる。以上により、ある  $y$  の値に対しての  $n/n_0$ ,  $E/E_0$  の関係が求まるわけである。

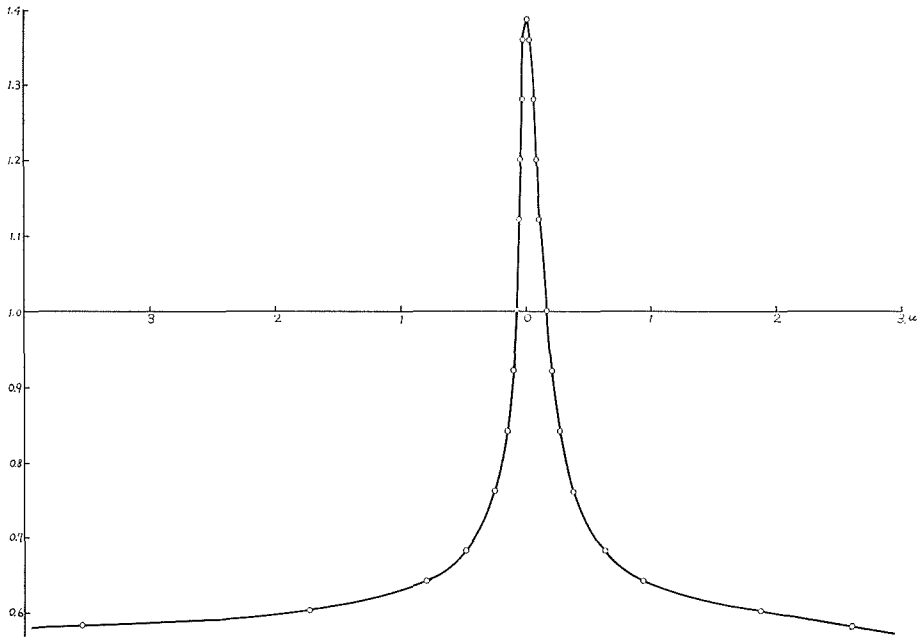


Fig. 5. Numerically computed distribution of electric field.

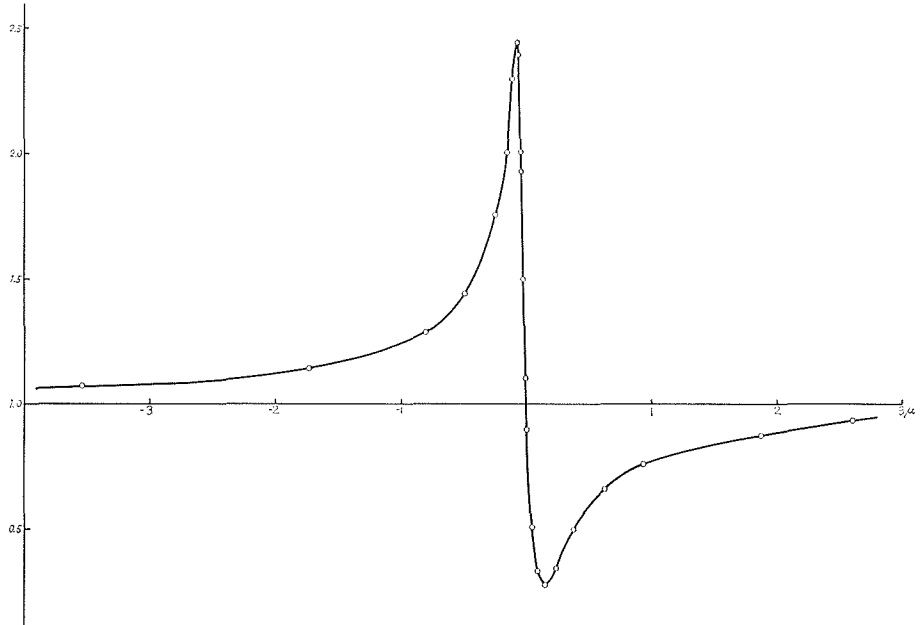


Fig. 6. Numerically computed distribution of space charge density.

#### 4. 計算結果

前節に述べた方法によって得られた、電界と空間電荷の場所的分布に関する結果を Table 1 と Fig. 5 および Fig. 6 に示した。

**Table 1.** An result obtained by numerical analysis expressing the local distribution of the electric field and space charge density.

$E/E_0$	$n/n_0$	$y (\mu)$	$n/n_0$	$y (\mu)$
0.58	0.9347	2.611	1.069	-3.535
0.60	0.8735	1.882	1.138	-1.730
0.64	0.7604	0.9441	1.285	-0.7958
0.68	0.6603	0.6325	1.440	-0.4883
0.72	0.5735	0.4759	1.599	-0.3388
0.76	0.4992	0.3815	1.758	-0.2511
0.80	0.4369	0.3170	1.914	-0.1953
0.84	0.3861	0.2713	2.061	-0.1570
0.88	0.3461	0.2365	2.192	-0.1297
0.92	0.3161	0.2087	2.301	-0.1097
0.96	0.2952	0.1856	2.384	-0.09453
1.00	0.2829	0.1658	2.436	-0.08281
1.04	0.2784	0.1482	2.455	-0.07353
1.08	0.2815	0.1323	2.442	-0.06593
1.12	0.2922	0.1175	2.397	-0.05952
1.16	0.3108	0.1033	2.322	-0.05388
1.20	0.3386	0.08967	2.218	-0.04869
1.24	0.3775	0.07612	2.088	-0.04355
1.28	0.4313	0.06236	1.930	-0.03813
1.32	0.5082	0.04787	1.738	-0.03190
1.36	0.6287	0.03130	1.495	-0.02348
1.39	0.8091	0.02468	1.219	-0.01225
1.396	0.8913	0.008225	1.117	-0.007647

#### 5. 結 言

Butcher, Fawcett および Hilsun らのドメインに関するモデルに対して、Kroemer の電界対速度の関係式を適用して、空間電荷と電界の分布を求めた。得られた結果は、金田氏の論文に示されているものとはかなり異なる<sup>8)</sup>。この主な原因は、金田氏が電界対速度の関係について McCumber の温度モデル<sup>9)</sup>を使用していると考えられるが、この点の詳細な比較は今後の課題である。

おわりに研究の機会を与えて下さった電子工学科の方々，さらに沢山美彦氏のガンダイオードに関する御教示<sup>10)</sup>に感謝致します。また数値計算についてお世話になった土岐祥介助教授にお礼申し上げます。

#### 参 考 文 献

- 1) Ridley, B. K., and Watkins, T. B.: "The possibility of negative resistance effects in semiconductors", Proc. Phys. Soc. (London), Vol. 78, pp. 298-304, Aug. 1961.
- 2) Ridley, B. K.: "Specific negative resistance in solids", Proc. Phys. Soc. (London), Vol. 82, pp. 954-966.
- 3) Hilsum, C.: "Transferred electron amplifiers and oscillators, Proc. IRE, Vol. 50, pp. 185-189, Feb. 1962.
- 4) For state-of-the-art survey as of the fall of 1965 and the spring 1967, see IEEE Trans. Electron Devices, Vol. ED-13, Jan. and Vol. ED-14, Sept. 1967.
- 5) Kroemer, H.: "Theory of the Gunn effect", Proc. IEEE, Vol. 52, p. 1736, Dec. 1964.
- 6) Butcher, P. N., Fawcett, W., and Hilsum, C.: "A simple analysis of stable domain propagation in the Gunn effect", Brit. J. Appl. Phys., Vol. 17, pp. 841-850, July, 1966.
- 7) Kroemer, H.: "Nonlinear space-charge domain dynamics in a semiconductor with negative differential mobility", IEEE Trans. Electron Devices, Vol. ED-13, pp. 27-40, January, 1966.
- 8) 金田重男: "Gunn 発振器における高電界ドメインの特性について", 昭和 42 年電気四学会連合大会講演論文集, No. 1771 (1967-4).
- 9) McCumber, D. E., and Chynoweth, A. G.: "Theory of negative-conductance amplification and of Gunn Instabilities in two-valley semiconductors", IEEE Trans. Electron Devices, Vol. ED-13, pp. 4-21, January, 1966.
- 10) 沢山美彦: "ガンダイオード", 電子材料, Vol. 16, No. 11, pp. 16-21 (1966-11).