



Title	円管内の縦拡散の研究（第2報）：縦拡散の機構と測定について
Author(s)	石崎, 健二; Ishizaki, Kenji
Citation	北海道大學工學部研究報告, 49, 181-194
Issue Date	1968-09-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40889
Type	departmental bulletin paper
File Information	49_181-194.pdf



円管内の縦拡散の研究 (第2報)

— 縦拡散の機構と測定について —

石 崎 健 二*

(昭和43年4月30日受理)

Studies on the Longitudinal Diffusion of Water Flow in a Pipe (II)

— Mechanism of the Longitudinal Diffusion
and its Measurement —

Kenji ISHIZAKI

(Received April 30, 1968)

Abstract

In a previous paper, we reported a method of measuring the coefficient of longitudinal diffusion in a stream flowing in a straight circular pipe and the results obtained by the method.

In this experiment, by using a pipe longer in length and smaller in radius than the previous one, more reasonable values of the coefficient were obtained by the same method.

The distributions of concentration for time, observed on fixed points across the pipe, suggest that a longitudinal diffusivity has a simple relation to the distribution of concentration, variation in velocity over the cross-section and axial turbulent diffusion. It appears that the transfer of a soluble salt along the pipe due to turbulent diffusion is very small compared with that produced by convection.

1. 序 文

塩水速度法によって円管内流れの縦拡散係数を求める方法、及び、それに基づく測定値の幾つかは先に報告した¹⁾。しかし、測定に関しては塩水塊の拡がり不十分なことなど条件が悪く、まだ試みの域を脱しないものであった。装置の改良を中心に実験を進めて来た結果、拡散係数を算出するのに最大濃度を用いる方法は、取り扱いが容易であるが、管の長さが相当長くなければ(塩水塊が十分拡がっていなければ)適用出来ないこと、しかし濃度分布全体に着

* 工業力学第二講座

目すれば管の長さがそれ程長なくても拡散係数を算出出来ること、が分かった。一方、流下中の塩水塊の濃度分布が持つ2, 3の特徴に基づき、縦拡散と流速分布、濃度分布、乱流拡散などの関連について考察して見たので合わせて報告する。

2. 縦拡散の概念

2.1 考 え 方

円管の軸方向に x 軸, 半径方向に z 軸をとる (図-1 参照)。半径一定の円管内を流速 $u(z)$ で定常的に流れている水を考える。図-1-A のように, $t=0$ で微小幅 Δx の水に着色したとする。流れが層流ならば, 分子拡散の効果がまだ目につかない程の時間 t 後には, 着色水は流速 u に応じて図-1-B のように分布するであろう。断面平均濃度に注目すれば, Δx の水が l だけ伸びたことになる。しかし, 乱流の場合には, 僅かな時間の後に乱流拡散が著しく現われて, 濃度分布は図-1-C のように輪廓の不明瞭なものになる。この時, 壁に近づく程流速が小さくなる流速分布 u は絶えず z 方向の濃度勾配を大きくする働きをするので, 乱流拡散の z 成分が u と並んで濃度分布の決定に大きな影響を及ぼすであろう。いずれにしろ, 流速分布と乱流拡散の兼ね合いによって最終的な濃度分布が決まる。このようにして, 流れ方向に断面平均濃度分布が伸びていく現象を縦拡散と呼んでいる。

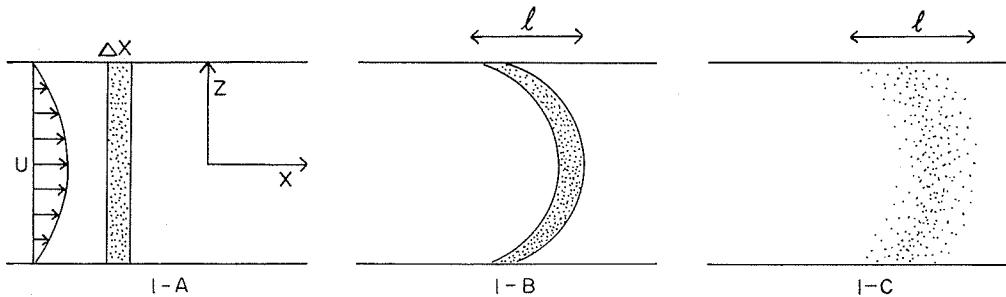


図-1 縦拡散の概念

2.2 縦拡散方程式

円管の半径方向に z 軸, 軸方向に x 軸をとる。乱流拡散係数を $\varepsilon(z)$, 流速を $u(z)$ とすれば, 流下中の塩水塊の濃度 $c(x, z, t)$ は次の式で表わすことが出来る。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (2.1)$$

(2.1) の両辺に z を乗じ, z で積分すれば

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^a z c dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^a u z c dz = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^a \varepsilon z c dz + \int_0^a \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon z \frac{\partial c}{\partial z} \right) dz \quad (2.2)$$

となる。 a は円管の半径である。断面平均濃度を c_m , $u = U + u'$ (U は断面平均流速) と表わせば, (2.2) は

$$\frac{\partial c_m}{\partial t} + U \frac{\partial c_m}{\partial x} = \frac{2}{a^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^a \varepsilon z dz + \left[\varepsilon z \frac{\partial c}{\partial z} \right]_0^a - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^a u' z c dz \right] \quad (2.3)$$

となる。壁では ε は非常に小さく、 $\partial c / \partial z$ も同様であろうから右辺第2項は省略することが出来、(2.3)は

$$\frac{\partial c_m}{\partial t} + U \frac{\partial c_m}{\partial x} = \frac{2}{a^2} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^a z \left(\varepsilon \frac{\partial c}{\partial x} - u' c \right) dz \quad (2.4)$$

となる。

$$\frac{2}{a^2} \int_0^a z \left(\varepsilon \frac{\partial c}{\partial x} - u' c \right) dz = A \frac{\partial c_m}{\partial x} \quad (2.5)$$

とおけば、(1.4)は

$$\frac{\partial c_m}{\partial t} + U \frac{\partial c_m}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial c_m}{\partial x} \right) \quad (2.6)$$

となり、断面平均濃度に関する1次元拡散方程式を得る。(2.5)から、縦拡散係数 A は次のように書かれる。

$$A = \frac{\int_0^a z \left(\varepsilon \frac{\partial c}{\partial x} - u' c \right) dz}{\int_0^a z \frac{\partial c}{\partial x} dz} \quad (2.7)$$

(2.7)は、縦拡散が乱流拡散と convection 輸送から成っていることを示している。 A は x と t の関数で、その正確な値は ε, u', c が与えられなければ知ることが出来ない。しかし、 A を定数と見なして(2.6)を考えていくことは、ここで取り扱うように塩水塊がその太さに比べて十分長く伸びている場合には、あながち不自然なことではない(このことについては6.3「縦拡散係数 A について」を参照)。 A を定数と考えれば、(2.6)は

$$\frac{\partial c_m}{\partial t} + U \frac{\partial c_m}{\partial x} = A \frac{\partial^2 c_m}{\partial x^2} \quad (2.8)$$

となる。

3. 縦拡散係数の算出法

濃度分布 c_m が(2.8)に従っている場合、静止している観測点で刻々に検出される濃度-時間の関係式は既に求められており^{1),2)}、その概略は次の通りである。

(2.8)を無次元化するために、注入点から検出点までの距離を x_0 として、 $x_0/U=t_0$ 、 $c_m Q t_0/S=c_*$ 、 $t/t_0=\tau$ 、 $(x-Ut)/x_0=\xi$ 、 $A/Ux_0=\alpha$ とおけば、(2.8)は

$$\frac{\partial c_*}{\partial \tau} = \alpha \frac{\partial^2 c_*}{\partial \xi^2} \quad (3.1)$$

となる。但し、 Q は円管内の流量、 S は注入塩質量である。 $x=0$ 、 $t=0$ で管の微小長さにならって塩分濃度を一様とすれば、(3.1)の解が得られて

$$c_* = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha\tau}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\alpha\tau}\right) \quad (3.2)$$

となる。さらに、検出点で刻々検出される塩分濃度は(3.2)で $\xi=1-\tau$ とおくことにより

$$c_* = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha\tau}} \exp\left\{-\frac{(1-\tau)^2}{4\alpha\tau}\right\} \quad (3.3)$$

と表わすことが出来る。 α をパラメータにして $c_*-\tau$ 曲線(3.3)を書けば、図-2のようになる。今の実験に必要な α の値は0.0010~0.0150の間にあるので、0.0002置きに(3.3)の曲線を作っており、その一部が図-2である。

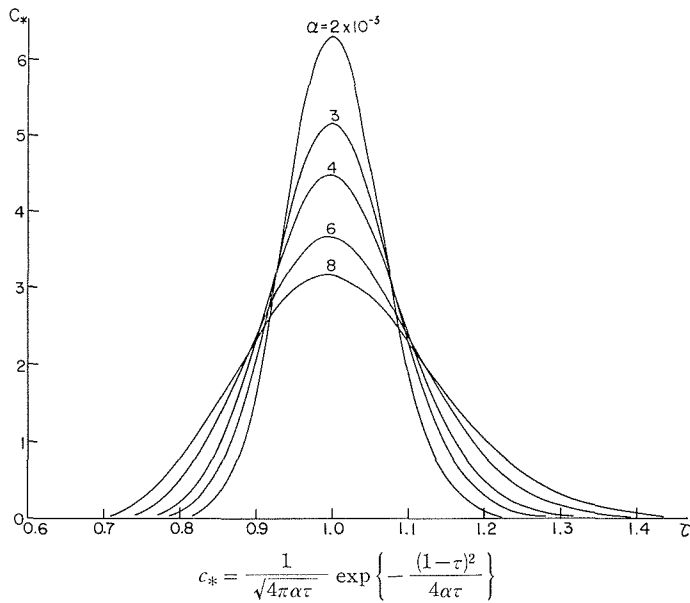


図-2 c_* と τ の関係

縦拡散係数 A を求める手続きは次のようになる。

- (1) 観測して得た c_m-t 曲線を $c_*-\tau$ 曲線に直す。
- (2) (3.3) の曲線群の中から(1)で得た曲線と一致するものを探し出し、 α を決める。
- (3) $A=\alpha Ux_0$ により A を得る。

ここで問題になるのは x_0 である。 x_0 は理論で要求されている注入源点から検出点までの距離であるが、その源点は、実験における注入点とは必ずしも一致しない。何故ならば、図-7で示されているように「微小厚さの面源」として塩水を注入することが困難だからである。しかし、流下中の塩水塊は、拡がるにしたがって初期の乱れの影響は小さくなり、ついにはある点で面源として出発したものと大差無くなってしまいます。そこで、理論と観測値から期待される妥当な源点(上で述べた「ある点」に相当)として、仮想面源を考える。

通常、仮想面源は異なった2点での観測曲線から決めることが出来、その方法が種々考案

されている。今の場合でも2点法で求めることが出来るが¹⁾、次に述べる如く、1点で求める方法も可能である。

今、 $x_0=x_0$ で無次元化した時に (3.3) 曲線群の $\alpha=\alpha$ の曲線に一致する観測曲線があったとする。もし、その観測曲線を $x_0=x'_0$ で無次元化したならば、それは (3.3) 曲線群のどれとも一致しなくなってしまう。これが一点法の可能な理由である。 x_0 の変化に対するその不一致の程度が大きい程、 x_0 を狭い範囲で決定することが出来、拡散係数は精度よく求められることになる。

それでは、無次元化された観測曲線と理論曲線を見比べてその差に注目した場合、どの程度まで x_0 を決めることが出来るか見積ってみよう。

$x_0=x_0$ で無次元化した時の観測曲線を $c_* = c_*(\alpha, \tau)$ とすれば、 $x_0=x'_0 = px_0$ で無次元化したものは

$$c'_* = pc_*(\alpha, 1-p[1-\tau']) \quad (3.4)$$

$$\text{但し } \tau' = t'/t'_0, t'_0 = x'_0/U, t' = t - (t_0 - t'_0)$$

となる。以後は τ' のみで論じるので、簡単のために τ' を τ と書くことにする。

次に、 c'_* に最も近い理論曲線を見出すために、 c'_* とある理論曲線 $c''_*(\beta, \tau)$ との比 r を考えれば、

$$r = \frac{c'_*}{c''_*} = \left\{ \frac{\alpha p^{-2} [1-p(1-\tau)]}{\beta \tau} \right\}^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{p^2 (1-\tau)^2}{4\alpha [1-p(1-\tau)]} + \frac{(1-\tau)^2}{4\beta \tau} \right\} \quad (3.5)$$

となる。まず、曲線の最大値のみに注目する。 $\alpha \ll 1$ なら c_* の最大値は $\tau=1$ に現われるから $\tau=1$ とおけばよい。この時、 $\tau=1$ になるのは $\beta = \alpha p^{-2}$ に対してである。次に、 $p=1$ の場合、種々の τ (但し τ は 0.8~1.2) について $r=1$ になる β を求めてみると $\beta = \alpha p^{-2}$ となる。したがって、曲線全体を比べながら2つの曲線を合わせていけば、次第に曲線 $c''_*(\alpha p^{-2}, \tau)$ に近づいていく。最大値で合わせた場合、 $\tau=1$ 以外で現われる「ずれ」 r を知るには、(3.5) の β に αp^{-2} を代入すればよく、さらに τ は 0.8~1.2 なので $\tau=1+\Delta$ とおけば、(3.5) は

$$\begin{aligned} r &= \left(\frac{1+p\Delta}{1+\Delta} \right)^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ \frac{\Delta^2}{4\alpha p^{-2}(1+\Delta)} - \frac{p^2 \Delta^2}{4\alpha(1+p\Delta)} \right\} \\ &\doteq \left(\frac{1+p\Delta}{1+\Delta} \right)^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ \frac{p^2 \Delta^3}{4\alpha} \cdot \frac{p-1}{1+\Delta(1+p)} \right\} \end{aligned} \quad (3.6)$$

となる。 Δ が大きくなると r も大きくなるが、 c_* が小さくなるため「ずれ」そのものの大きさは、必ずしも大きくはならない。しかし、今のデータ処理では、 $\Delta=0.1$ におけるずれが3%になれば十分見分けることが出来る。 $\alpha=0.0025$ の場合で $\Delta=0.1$ 、 $r=1.03$ になるような p を求めてみると約 1.22 である。したがって、 x_0 が 20% 以上間違ふことはまず無く、測定を正確にし、曲線への当てはめを丹念にやれば、かなり正しく x_0 を決めることが出来る。

次に p の拡散係数 A への影響であるが、正しくは $A=Ux_0\alpha$ の場合、 x_0 を間違つて x'_0 とすれば

$$A' = Ux_0'\beta = Ux_0\alpha p^{-1} = Ap^{-1} \quad (3\cdot7)$$

となる。すなわち、 A も x_0 の正しさと同じ程度で求まることが分かる。

4. 実験装置

装置の大体は前回と同じなので、変えた点を中心に述べる。図-3に略図、図-4に全景写真をあげてある。

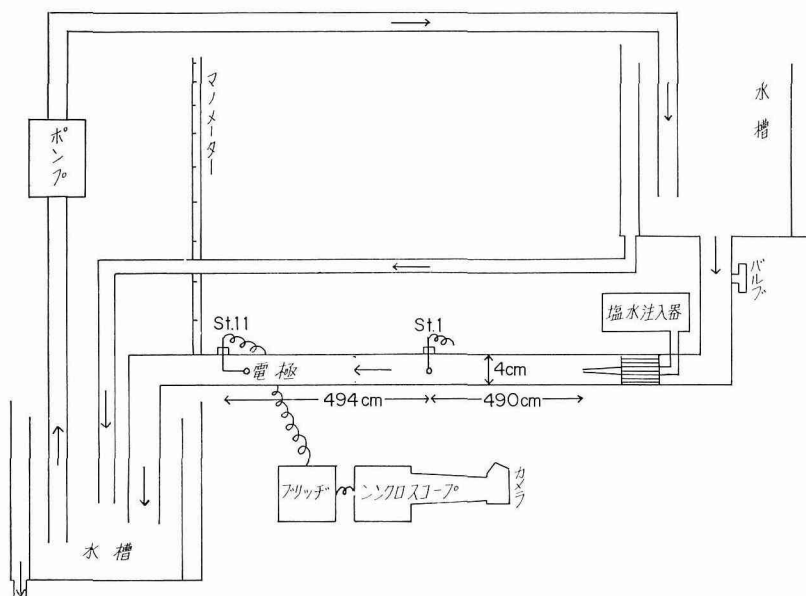


図-3 実験装置全体図

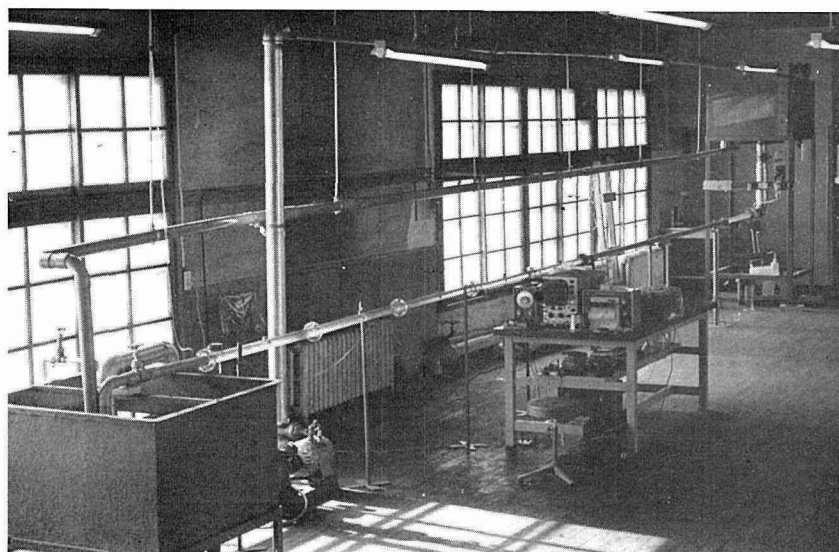


図-4 実験装置の全体

4.1 円管

管径を直径 4 cm, 長さを 10 m にしたので, 前回より細く長くなった。塩水塊が十分壁まで拡がり, しかも, 流れ方向にも大きく伸びた状態で測定出来るようにするためである。

4.2 電極

管径を小さくしたのに応じて電極も小さくした(図-5 参照)。感部は, 直径 0.5 mm の白金線 (U 字形に曲げてある) を約 1 mm の間隔で平行に並べたものである。L 型の首を付けたので, 軸上にセットすれば直径上の任意の点に感部を速やかに移動することが出来る。

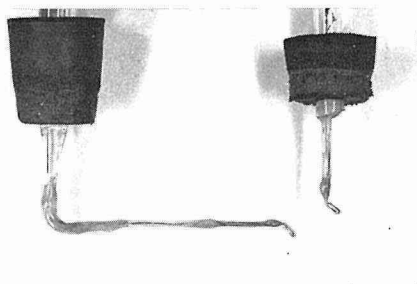


図-5 電極の外観

4.3 測定・記録部

曲線全体の形を問題にするためには, 正確な時間一濃度観測値が必要なので, 電導度の測定法を次のように変えた。

電極を一つの抵抗としたブリッジを組み, 円管内の水に対して平衡をとっておく。塩水が到着すると塩分濃度に応じてブリッジの平衡が崩れるので, そのずれをシンクロスコープで読み取る。ブリッジ電源の周波数は 4 kc 前後である。図-6 はシンクロスコープ写真の一例である。

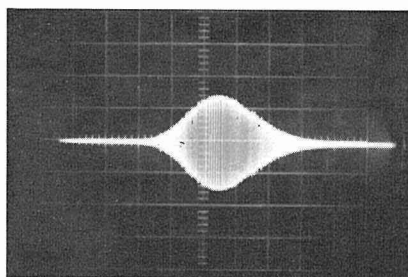


図-6 シンクロスコープ写真の一例

4.4 塩水の注入

前回と同じ方法によった。1 回の注入量は 250 g/l の食塩水で約 0.2 cm^3 , 食塩量にして 0.05 g である。注入直後の塩水塊の状況は図-7 に示されており, これによれば注入に要する時間は 0.1 秒である。なお, 注入口の先が曲がっているのは, 塩水が注入口から自然にこぼれるのを防ぐためである。

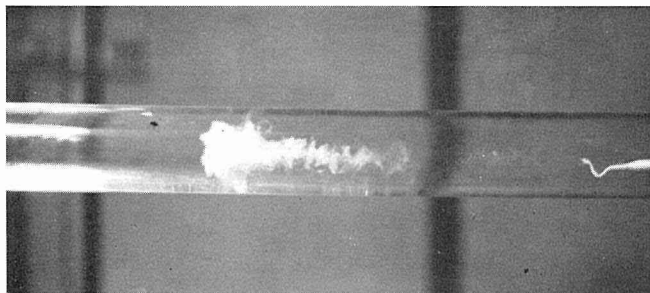


図-7 塩水塊の様子 (注入直後)

4.5 平均流速

概略値は前回と同様, マノメーターによって知ることが出来た。正確には実験の都度, 塩水塊が 2 点間を通過するのに要する時間を測って決めた。最大平均流速は 160 cm/sec で Reynolds 数にして 5.6×10^4 である。実験に用いた最低流速は 40 cm/sec で, この時の Reynolds 数は 1.4×10^4 である。

5. 実験結果

5.1 塩水塊の様子と c_m について

濃度分布が縦拡散において重要な因子になっていることは既に述べた通りであるが、管径を細くしたこと、電極をあまり小さく出来なかったこと、などのため正確な濃度分布を得ることは困難であった。したがって、ここでは塩水塊の拡がり方、形状についてその概略を述べることにする。

注入管から注入された塩水が管壁まで拡がるのに要する流下距離をチェックするために、まず写真撮影を試みた。大体の様子は図-7、図-8（塩水の替りに牛乳を使用）から推察出来る。注入直後既にかなり半径方向に拡がっており、1.5 m 下流では相当の部分が壁まで及んでいるようである。

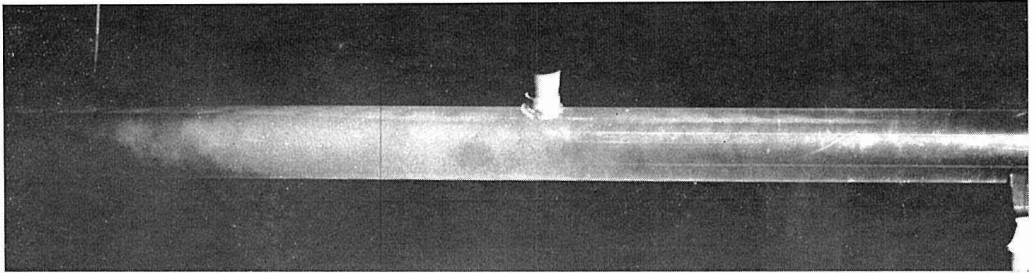


図-8 塩水塊の様子（注入点より1.5 m 下流）

次に、塩水を注入管から連続注入し、L型電極を用いて直径上の濃度を連続的に測定してみた。注入点の1.5 m 下流では中央部と壁付近で幾らか濃度差が認められたが、2.0 m 下流では殆んど差が認められなかった。しかし、注入時の濃度むらはまだ相当目立っていた。

縦拡散係数算出のための測定点は注入点から8~10 m 下流にある。そこでの中心軸上の濃度分布の様子は図-6で見える通りである。塩水塊の長さは約250 cmで、僅かな濃度むらが見られるが全体の形は奇麗である。最大濃度は注入塩水のおよそ $1/10^4$ になっている。中心軸から0.5 cm, 1.0 cm, 1.5 cm（管壁は2.0 cm）の点でも濃度分布を測定してみたが、分布の形には、はっきりした違いは認められなかった。しかし、最大濃度部の到着時刻は中心軸と1.5 cm 点とでは明らかに0.1~0.2秒の差があった。以上のことから、大ざっぱではあるが観測点における塩水塊の形状を推定すると図-9のようになる。

次に、 c_m についてであるが、この量を直接測定する電極を作る

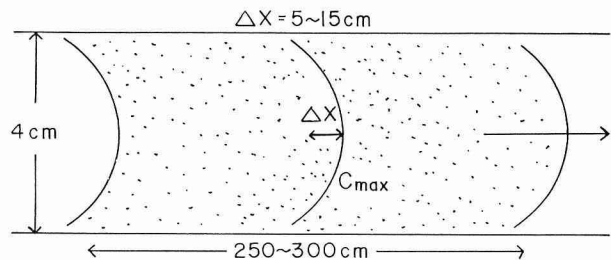


図-9 観測点における塩水塊の状況

ことは難しい。今の所は半径上の c を測定して平均する以外にないが、今はこれも難しい。しかし、後に6・2「断面平均濃度 c_m について」の項で考えるように、塩水塊の様子が上で述べたようなものならば、その流速が平均流速であるような点での濃度分布の形を c_m の形として使用しても当面は支障ないと思われる。

5.2 観測曲線の処理と縦拡散係数の算出

前報で述べた我々の2点法では、2点での観測曲線が正しく(3・3)に当てはめられることを前提にして、曲線全体でなくその最大値 $c_{m \cdot \max}$ だけを使うことにしている。今回得たデータの1つ、 $U=80 \text{ cm/sec}$ のデータに対してその方法を適用してみると、St. 11 の観測曲線に対しては $x_0=567 \text{ cm}$ 、 $\alpha=0.0035$ となる。ここで得た x_0 を用いて St. 11 の観測曲線を無次元化したのが図-10 の○印である。実線は(3・3)で $\alpha=0.0035$ としたもので、両者は一致していない。しかし、 $c_{m \cdot \max}$ でなく、曲線全体に目を向ければ、現在得られる観測曲線からでももっと正確に A を求めることが出来るのではないだろうか。

そこで、図-10 の○印で示された観測曲線は全体としては(3・3)に一致させることが出来ないが、 $c_{m \cdot \max}$ を中心にして2つに分け、左右別々にならそれが出来る、ということに注目する。図-11-1, 2に示されているように、右半分はあたかも $\alpha=0.0026$ の曲線の右半分に一致し、左半分は $\alpha=0.0036$ のそれに一致している。 x_0, S も左右別々に、各々に相応しい大きさで決定される。今回の実験で得た他の15本の曲線についても同様のことが可能であった。

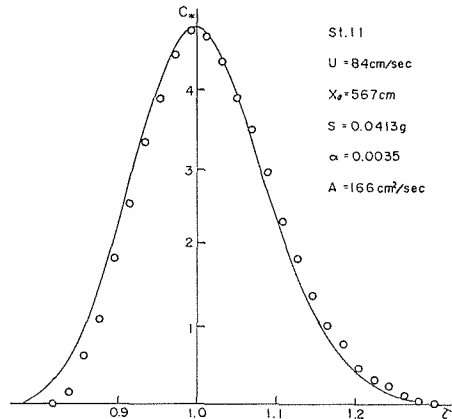


図-10 観測曲線と理論曲線を最大値で合わせた場合、最大値以外では一致しない。

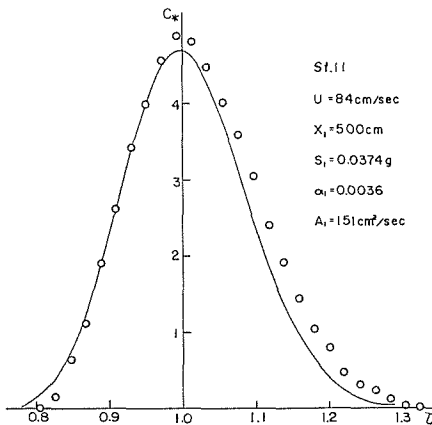


図-11-1 観測曲線の左半分に注目して理論曲線と合わせた場合

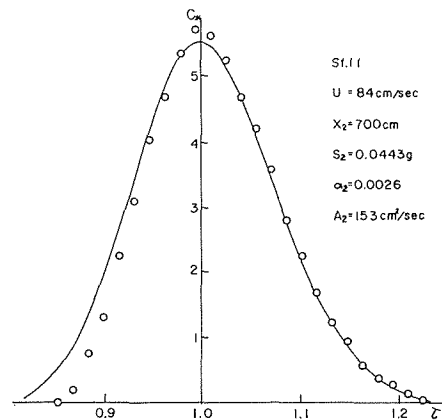


図-11-2 観測曲線の右半分に注目して理論曲線と合わせた場合

分割して当てはめることの根拠としては、次のような想定をしている。左右のバランスがとれた最終的濃度分布になるまでは、一方から他方へ実質的な塩の輸送があるが、その量がある程度小さくなれば刻々の濃度分布の形に与える影響は無視出来るようになり、左右別々に十分拡散係数 A を反映した分布になるのであろう。

なお、曲線を分割して考える時には、左半分に関しては（流れ方向側にある半分）添字 1、右半分に関しては 2 で区別する。

上で述べた「想定」から

$$\left(\frac{S^2}{x_0}\right)_1 = \left(\frac{S^2}{x_0}\right)_2 \tag{5.1}$$

の関係式を考えることが出来、実際に $(x_0)_1$ から $(x_0)_2$ を推定するのに有効であった。(5.1) は次のようにして得た。

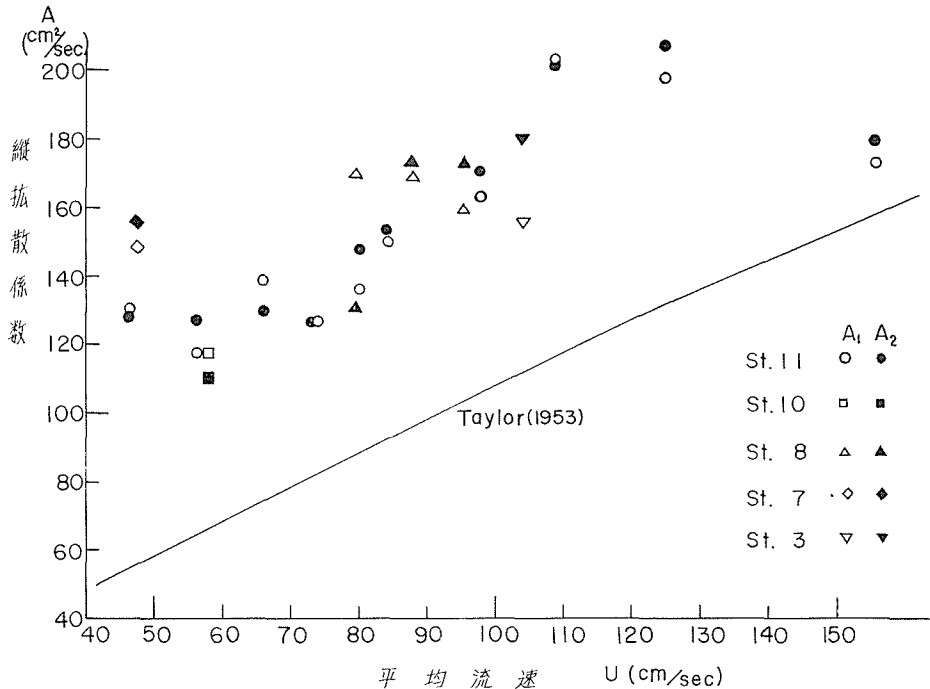
(3.3) から c_{*max} が $\tau = \sqrt{\alpha^2 + 1} - \alpha$ の時に現われ、 α が十分小さい時には

$$c_{*max} \doteq \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha}} \tag{5.2}$$

で表わされることが分かる。

関係式： $A = \alpha U x_0$, $c_* = c_m Q t_0 / S = c_m x_0 D / S$ (D は円管断面積) を (5.2) に代入すると

$$A = \frac{U}{4\pi x_0} \left(\frac{S}{D c_{*max}}\right)^2 \tag{5.3}$$



図一12 縦拡散係数と平均流速の関係 (実線は Taylor による予想値を示す)

となる。分割された分布1, 2の各々が(5・3)を満足し、縦拡散係数 A も同じ値であるとすれば、

$$\left[\frac{U}{4\pi x_0} \left(\frac{S}{D c_{m \cdot \max}} \right)^2 \right]_1 = \left[\frac{U}{4\pi x_0} \left(\frac{S}{D c_{m \cdot \max}} \right)^2 \right]_2$$

$$\therefore \left(\frac{S^2}{x_0} \right)_1 = \left(\frac{S^2}{x_0} \right)_2$$

図-12は、縦拡散係数と平均流速の関係を示す。1本の観測曲線から2つの値 A_1, A_2 が得られるので、 A_2 の方は黒い記号で示してある。図-12の実線は、Taylor³⁾ が適当な条件の下で計算した理論値である。

6. 考 察

5・1で塩水塊の様子についての概略を述べたが、あの程度のことからでもある瞬間の濃度分布その他についてある程度の推定が可能である。ここでは次の2点に基づいて考える(図-13参照)。

① 観測点0~3の各点で得られた濃度-時間曲線はほとんど同じである。

② 観測点0~3の各点に最大

濃度部が到着する時刻には0.1~0.2秒の差があり、中心軸から離れる程遅れが大きくなる。

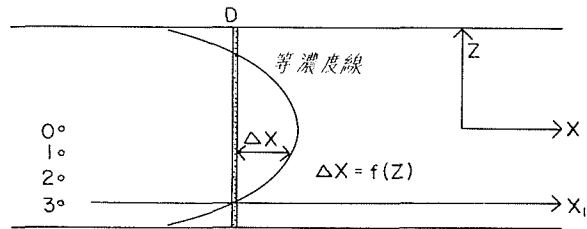


図-13 濃度分布の考え方

6・1 濃度分布について

まず、ある断面 D の濃度分布 c_D を考える。流速が平均流速であるような点を通る新しい座標軸を x_1 軸、 x_1 軸上の濃度分布を c_{x1} とし、 D と x_1 軸の交点を通る等濃度線を $\Delta x = f(z)$ と表わせば、①②により

$$c_D = c_{x1} - f(z) \frac{\partial c_{x1}}{\partial x} - \frac{1}{2} [f(z)]^2 \frac{\partial^2 c_{x1}}{\partial x^2} \quad (6.1)$$

と表わすことが出来よう。

図-14は x_1 軸上の濃度分布の一例である。○印は $\partial c_{x1} / \partial x$ 、△印は $\partial^2 c_{x1} / \partial x^2$ で、濃度分布から算出した概略値である。 Δx は x_1 軸の内側でしか測定していないが②により、その範囲内で20 cmを越えていない。したがって、(6.1)の第3項は 10^{-7} のオーダーである。 c_{x1} の測定精度がその程度であるから

$$c_D = c_{x1} - f(z) \frac{\partial c_{x1}}{\partial x} \quad (6.2)$$

としてよい。

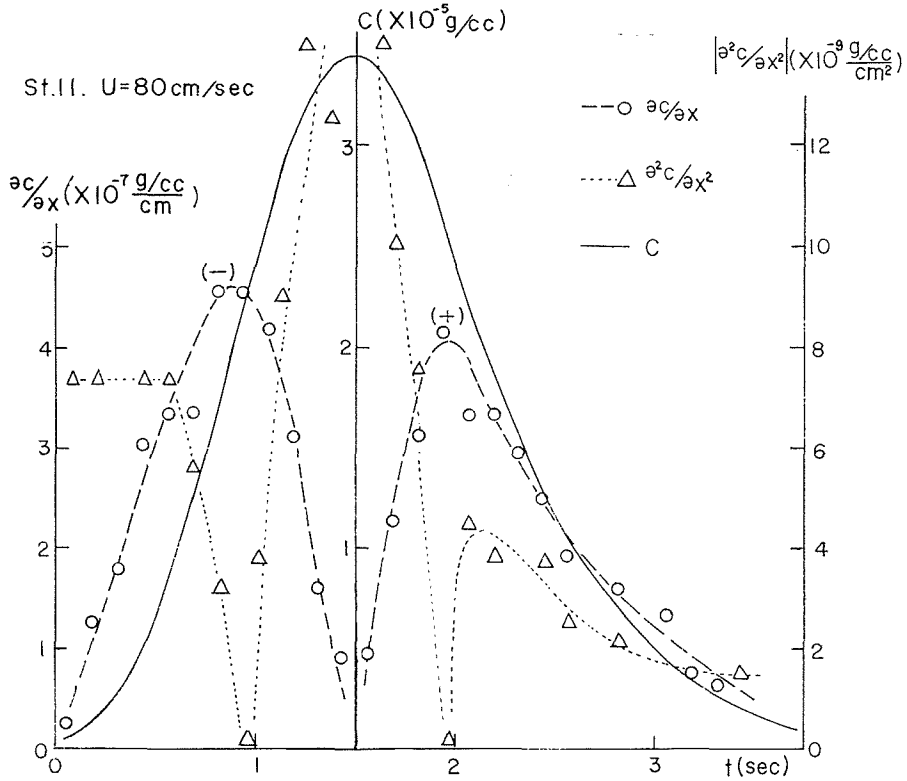


図-14 濃度分布に関する量の分布

次に、任意の x_1 で c_D を考えようとする時、 $f(z)$ が x によらないかどうか問題になる。上であげた ① ② から等濃度線に関して言えることは「一つの塩水塊の各部分が次々と一つの観測点を通り過ぎていく時のその部分の等濃度線の形は、先端から末尾までほぼ同じ」ということで、ある瞬間における各部分の等濃度線のことは分からない。しかし、塩水塊の各部分はいずれも違った濃度分布を持っているにもかかわらず $f(z)$ が同じということから、一定の流速分布の場合では $f(z)$ は濃度分布の変化に対して相当の安定性を持っているように思われる。したがって、2秒位の間では（塩水塊の通過時間は3~4秒）ほとんど $f(z)$ に変化がないと考えれば、塩水塊全体で $f(z)$ は一様である。(6.2)は任意の x_1 で成り立つことになり、濃度分布として

$$c(x, z) = c_{x1} - f(z) \frac{\partial c_{x1}}{\partial x} \tag{6.3}$$

を得る。壁付近の Δx は測定していないが、中心部より大きいことは無いようである³⁾。

6.2 断面平均濃度 c_m について

濃度分布として (6.3) を用いれば

$$c_m = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a 2\pi z c dz = \frac{2}{a^2} \int_0^a z \left[c_{x1} - f(z) \frac{\partial c_{x1}}{\partial x} \right] dz$$

$$= c_{x1} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial c_{x1}}{\partial x} \int_0^a z f(z) dz = c_{x1} - G \frac{\partial c_{x1}}{\partial x} \quad (6.4)$$

$$\text{但し } G = \frac{1}{a^2} \int_0^a z f(z) dz \quad (6.5)$$

となる。分布 c_m は分布 c_{x1} を x_1 軸に沿って G だけ平行移動したものであることを、(6.4) は示している。 G は等濃度線の形 $f(z)$ で決定されるが、 G の値が多少変わっても $\partial^2 c_{x1} / \partial x^2$ が小さければ c_m の形には影響しない。

6.3 縦拡散係数 A について

縦拡散係数 A は

$$A = \frac{\int_0^a z \left(\varepsilon \frac{\partial c}{\partial x} - u'c \right) dz}{\int_0^a z \frac{\partial c}{\partial x} dz} \quad (2.7)$$

である。濃度分布として(6.3)を用いて(2.7)を計算する。

$$\begin{aligned} A &= \frac{\int_0^a z \left[\varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{x1} - f(z) \frac{\partial c_{x1}}{\partial x} \right) - u' \left(c_{x1} - f(z) \frac{\partial c_{x1}}{\partial x} \right) \right] dz}{\int_0^a z \frac{\partial}{\partial x} \left[c_{x1} - f(z) \frac{\partial c_{x1}}{\partial x} \right] dz} \\ &\doteq \frac{\frac{\partial c_{x1}}{\partial x} \int_0^a z [\varepsilon + u' f(z)] dz - c_{x1} \int_0^a z u' dz}{\frac{\partial c_{x1}}{\partial x} \int_0^a z dz} \\ &= \frac{2}{a^2} \int_0^a z [\varepsilon + u' f(z)] dz \quad (6.6) \end{aligned}$$

ε も u' も z の関数であるから $A = \text{const}$ である。さらに、 A は t によらない、即ち平均流速 U に対して一定の A が対応していると考えられることは、塩水塊がどんなに伸びても等濃度線の形は不変であることを期待することにならう。 ε は u' から推定可能だから u' と $f(z)$ を測定すれば A を計算することが出来る。実際には、 A の実測値が 10^2 のオーダーであり、 ε は 10^{-1} より大きいことはないと思われるので³⁾、縦拡散では convection $u'f(z)$ の寄与が ε に比べてはるかに大きいと言えよう。

7. 結 語

今回は管壁まで十分に拡がった塩水塊、正確な一点濃度分布の測定、を中心に実験を進めて来たが、その目的は達せられたようである。しかし、管長を管径の250倍にしても奇麗に Gauss 分布をした塩水塊を得ることは出来なかった。もう少し「面源らしく」塩水を注入する工夫が必要であろう。

観測曲線を分割して考える見方は、縦拡散係数算出に一点法が可能なが分かって取り上げたものである。曲線とはよく合うが、その根拠はまだ明瞭でなく検討を要する。

縦拡散の機構に関して、流速分布、濃度分布（特に等濃度線として）、乱流拡散などについてある程度の見通しが得られた。今後は、今回得た見通しに基づき、装置をさらに改善し、縦拡散係数の測定と共に拡散機構についても調べていくつもりである。

この研究を進めるに当たり、工業力学第2講座柏村正和教授には、絶えず適切な御指導をいただいた。ここに厚く感謝の意を表す。また、貴重な討論をしていただいた吉田静男助手並びに実験その他で何かと援助していただいた藤亮宏技官に対して心からお礼申し上げる。

文 献

- 1) 柏村正和・石崎健二：北大工学部研究報告（昭42），43，p. 157-166.
- 2) 柏村正和：北大地球物理学研究報告（昭32），5，p. 79-90.
- 3) Taylor, Sir Geoffrey：Proc. Roy. Soc. A, 219 (1953), p. 447-467.