



Title	電子ビームを用いた前進波増幅装置における増幅機構について
Author(s)	千田, 正彦; Senda, Masahiko
Citation	北海道大學工學部研究報告, 49, 83-93
Issue Date	1968-09-25
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/40897">https://hdl.handle.net/2115/40897</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	49_83-94.pdf



# 電子ビームを用いた前進波増幅装置 における増幅機構について

千 田 正 彦\*

(昭和43年4月30日受理)

## On the Mechanism of Amplification in Electron Beam Forward Wave Amplifiers

Masahiko SENDA

Department of Electronic Engineering,  
Hokkaido University, Sapporo, Japan

(Received April 30, 1968)

### Abstract

The equations governing traveling-wave interaction between an electron beam and a slow-wave circuit were formulated in terms of amplitudes of circuit mode, and slow, synchronous and fast wave modes. The resulting equations were solved to find propagation constants that were used to calculate the gain of CEF-type amplifiers, in a special case where  $\beta_c \approx 20$  and  $C \approx 0.05$ .

### 目 次

Abstract .....	83
1. 緒 言 .....	83
2. 波動の増大と負エネルギー .....	84
3. モード結合の条件 .....	85
4. 2モード間の結合 .....	87
5. CEF type electron beam device への適用 .....	88
6. 結 言 .....	92
参 考 文 献 .....	93

### 1. 緒 言

電子ビームを用いた増幅装置の増幅機構については、装置に存在する波動の間の相互作用として説明がなされる<sup>1)~5)</sup>。

さらに、CEF型電子ビーム増幅装置<sup>5),6)</sup>について、それが含む各波動の伝ばん定数および

\* 電子工学科電子管工学講座

増幅利得の計算結果が示されたが<sup>8)~10)</sup>, 各モード間について計算を行ない, その相互作用の機構を明らかにした。この結果  $\beta_e \approx 20$ ,  $C \approx 0.05$  の条件のもとで,  $b=0$  付近に存在する利得は回路波と同期波,  $b \approx \sqrt{2}$  付近に存在する利得は回路波と集束系固有の遅波とのそれぞれのモード間の相互作用の結果であることが示された。

## 2. 波動の増大と負エネルギー

無損失媒質中における波動間の相互作用は, モード結合理論によって説明される。これによると, 増大波が生ずるためには負の波動エネルギーが必要である。

いま, 力学系 I が他の力学系 II と相互作用の結果, 一定のエネルギー  $\Delta E$  を得たとすると, この  $\Delta E$  という量は観測する系によって異なって見える。特殊相対性理論によると<sup>11)</sup>, 力学系の全エネルギー密度  $E$  と運動量密度  $P$  は Minkovskii 空間において 4 元ベクトルを構成する。

$$(J_1, J_2, J_3) = cP, \quad J_4 = iE \quad (1)$$

これらを速度  $u$  で  $x$  軸の正方向に運動する観測者からみれば, つぎのような変換が行なわれる。但し  $p_x, p_y, p_z$  および  $E$  と  $p'_x, p'_y, p'_z$  および  $E'$  はそれぞれ変換の前と後の各成分であり,  $c$  は真空中の光速である。

$$p'_x = \frac{p_x - (u/c^2)E}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}, \quad p'_y = p_y, \quad p'_z = p_z, \quad (2)$$

$$E' = \frac{E - uP}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}. \quad (3)$$

この系が, 相互作用の結果, 静止観測者からみて  $\Delta E$  のエネルギー変化を生じたものとし,  $\Delta E > 0$  ならエネルギーを得たものとする。また, はじめに運動量をもたなかった系が  $x$  方向に運動量  $p_x$  を得たとすると, このとき移動する系からみたエネルギー変化  $\Delta E'$  は,

$$\Delta E' = \frac{\Delta E - u p_x}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} \quad (4)$$

となる。ここでもし

$$\Delta E - u p_x < 0 \quad (5)$$

であれば,  $\Delta E' < 0$  となり, エネルギー変化は静止系とは逆になる。いま  $\Delta E$  が媒質中における波動によるものとする, その位相速度を  $v_p$  として,  $p_x = \Delta E/v_p$  という関係があるから, (5) の条件から

$$u > v_p \quad (6)$$

となる。すなわち  $v_p$  よりも速く移動する系においては, 媒質中の波動エネルギーが負になることを示している。

### 3. モード結合の条件

無損失媒質中に空間電荷波が存在する場合について考えよう。波動の適当な振幅を  $a$  とし、波のエネルギー密度を  $\omega|a|^2$  であらわすとする。 $\omega$  は波の角周波数である。媒質に固定した座標系について、次の式が成り立つとする。

$$\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = 0. \quad (7)$$

但し  $v_0$  は波の媒質に対する位相速度である。媒質に対して  $x$  方向に速度  $u$  で移動する座標系では、(7) 式はつぎのように変換される。

$$\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + \frac{2u}{v_0^2 - u^2} \frac{\partial^2 a}{\partial x \partial t} - \frac{1}{v_0^2 - u^2} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = 0. \quad (8)$$

空間に関係する量が  $\exp(-ikx)$  のように変化すると考える。 $k$  は波数である。そうすると (8) 式は次のようになり、

$$\frac{\partial^2 a}{\partial t^2} + 2iku \frac{\partial a}{\partial t} + k^2(v_0^2 - u^2)a = 0, \quad (9)$$

これを解くと、

$$a = A_1 \exp\{ik(v_0 - u)t\} + A_2 \exp\{-ik(v_0 - u)t\} \quad (10)$$

という形になり、右辺の第一、二項はそれぞれ媒質に対し

$$\omega = k(v_0 - u), \quad (11)$$

$$\omega = -k(v_0 + u) \quad (12)$$

の互に逆向きに進行する波をあらわす。

ここで正準共役な変数  $F$  および  $G$  を定義し<sup>13)</sup>、Hamiltonian を  $H$  とおくと、

$$\left. \begin{aligned} F &= -i(a - a^*)/\sqrt{2}, \\ G &= (a + a^*)/\sqrt{2}, \\ H &= \omega(F^2 + G^2)/2. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

そうすると、(9) 式はつぎの正準運動方程式と等価になる。

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial G}, \quad \frac{\partial G}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial F}. \quad (14)$$

$F, G$  についてつぎの交換関係を与える。

$$FG - GF = -i\hbar. \quad (15)$$

$a$  のかわりに演算子  $q$  を定義する。

$$q = (G + iF)/\sqrt{2\hbar}. \quad (16)$$

(16) 式の  $F, G$  が (14) 式を満たすとすれば、

$$H = \hbar\omega \left( qq^* + \frac{1}{2} \right). \quad (17)$$

(17) 式の固有値を  $E$  とすれば

$$E = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega. \quad (18)$$

$n$  は量子数であり,  $q, q^*$  はそれぞれ annihilation operator と creation operator となる。マトリクス表示をすると,

$$q_{n,n+1} = \sqrt{n+1}, \quad (19)$$

$$q_{n,n-1}^* = \sqrt{n} \quad (20)$$

で他の要素はすべて 0 である。

波動の運動量は Lorentz 変換 (2) 式) に関して不変と考えられ, (11) 式の  $k$  を正, (12) 式の  $k$  を負にとらねばならぬ。このようにすると,  $u > v_0$  のとき (11) 式の  $\omega$  は負になり, (18) 式のエネルギーが負になる。

いま一次元のみ運動をする電子ビームを考え, 負エネルギー量子を運ぶ媒質とする。電子ビームをプラズマの流れと考えると, 電子ビームを  $\omega$  で変調した場合, ビームに対し速度  $u$  で運動する系からみて, 2 種の plasmons がビーム中に生ずるのがみられる。これらは slow wave と fast wave に対応する。

$$\left. \begin{array}{l} \text{slow wave: エネルギー} \quad -\hbar\omega, \\ \text{運動量} \quad \hbar(\omega + \omega_p)/u, \\ \text{位相速度} \quad u/(1 + \omega_p/\omega), \\ \text{fast wave: エネルギー} \quad \hbar\omega, \\ \text{運動量} \quad -\hbar(\omega - \omega_p)/u, \\ \text{位相速度} \quad u/(1 - \omega_p/\omega), \end{array} \right\} \quad (21)$$

$\omega_p$  は低減プラズマ角周波数である。

やはり回路波に対応する波動伝ばん媒質中の 2 種の波動量子を

$$\left. \begin{array}{l} \text{forward wave: エネルギー} \quad \hbar\omega, \\ \text{運動量} \quad -\hbar\omega/v_p, \\ \text{backward wave: エネルギー} \quad \hbar\omega \\ \text{運動量} \quad \hbar\omega/v_p \end{array} \right\} \quad (22)$$

とし, 前の 2 種の plasmons との相互作用を考える。

ビームと固定媒質波との結合した系については, 主として 2 種の量子の同時発生または消滅する過程と, 1 個の量子の発生と他種の量子 1 個の消滅の過程が考えられる<sup>12)</sup>。まず前者では, 2 種の量子のエネルギーおよび運動量をそれぞれ  $e_1, e_2; p_1, p_2$  としたとき, エネルギー保

存則と運動量保存則とから  $e_1 + e_2 = 0$ ,  $p_1 + p_2 = 0$  が得られ, これらを満たす量子は負の plasmon と前進波に対応する波動量子の組み合わせのみである。さらに運動量についての式から,

$$\begin{aligned} \hbar(\omega + \omega_p)/u + (-\hbar\omega/v_p) &= 0, \\ \therefore v_p &= u/(1 + \omega_p/\omega), \end{aligned} \quad (23)$$

すなわち slow wave の位相速度と, 媒質波位相速度が等しくなければならないことがわかる。次に後者の場合では  $e_1 - e_2 = 0$ ,  $p_1 - p_2 = 0$  が得られ, これらを満たす量子対は, fast wave に対応する正の plasmon と前進波に対応する波動量子との組み合わせのみであり, さらに運動量についての関係から

$$v_p = u/(1 - \omega_p/\omega) \quad (24)$$

となる。すなわち fast wave の位相速度と媒質波の位相速度が等しくなければならないことを示す。

電子ビーム速度が遅いときは, 電子ビームからみた波動エネルギーは正の値で, 波動エネルギーが Joule heat に変換されるにつれ, 波動の量子数が減少し, これは媒質に固定の系から見ると電子ビーム方向にそい波動が減衰するように見える。電子ビーム速度が増し  $u \approx v_0$  となるにつれ波動の電場が空間電荷で中和され Joule heat の発生は少くなる。 $u > v_0$  となると, 電子ビームからみた波動量子は負エネルギーをもち, 量子数は増加し, 波動の振幅が増大するようになる。

#### 4. 2モード間の結合

Pierce は 図-1 のように 2つのモードが結合する場合について考えた<sup>1)</sup>。

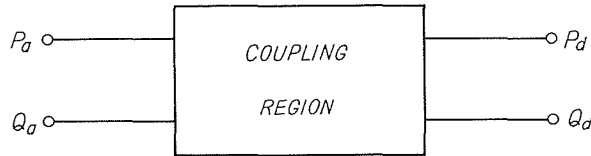


図-1

$$\left. \begin{aligned} P_d &= AP_a + BQ_a, \\ Q_d &= CQ_a + DP_a. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

ここで  $P$  および  $Q$  は,  $PP^*$  が 1つのモードの power で,  $QQ^*$  が他のモードの power であるとする。この場合, 同方向に進むモードのみについて考える。いま結合領域の連なりがあったとし, その  $n$  番目の領域についてつぎの関係がなりたつとする。

$$\left. \begin{aligned} P_{n+1} &= \sqrt{1-M^2} e^{-j(\theta_p - \theta_1)} P_n + jM e^{-j(\theta_a - \theta_2)} Q_n, \\ Q_{n+1} &= \sqrt{1-M^2} e^{-j(\theta_a - \theta_3)} Q_n + jM e^{-j(\theta_p - \theta_1 + \theta_2 - \theta_3)} P_n. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$M$  は real であり、結合による各モードの移相分が  $\theta_p, \theta_q$  であり、 $\theta_1, \theta_2$  および  $\theta_3$  は coupling mechanism 自体の位相定数である。連続的な結合を考えるためつぎのようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \theta_p &= -j\Gamma_{10}\Delta z, \\ \theta_q &= -j\Gamma_{20}\Delta z, \\ \theta_1 &= j\xi_{11}\Delta z, \\ \theta_2 &= j\xi_{12}\Delta z, \\ \theta_3 &= j\xi_{13}\Delta z, \\ jM &= \xi\Delta z. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$\Delta z$  は結合領域の長さ、 $\xi$  は coupling parameter とする。(3) を (2) に代入し  $\Delta z$  をごく小さいとして指数部を展開し、二次以上の項を省略すると

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial\left(\frac{V_1}{k_1}\right)}{\partial z} &= -(\Gamma_{10} + \xi_{11})\frac{V_1}{\sqrt{k_1}} + \xi\frac{V_2}{\sqrt{k_2}}, \\ \frac{\partial\left(\frac{V_2}{k_2}\right)}{\partial z} &= -(\Gamma_{20} + \xi_{22})\frac{V_2}{\sqrt{k_2}} + \xi\frac{V_1}{\sqrt{k_1}}. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

ここで  $P = V_1/\sqrt{k_1}$ 、 $Q = V_2/\sqrt{k_2}$  とおき、 $k_1, k_2$  を 2 つの lines の特性インピーダンスあるいは 2 つのモードの wave impedance とする。

損失が小さい場合には上の式の形が変わらないと考えると、一般化した伝ばん定数を次のようにおくことができる。

$$\Gamma = \alpha + j\beta \quad (29)$$

$\alpha$  は減衰定数、 $\beta$  は位相定数である。

さて、

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{10} + \xi_{11} &= \Gamma_1 \\ \Gamma_{20} + \xi_{22} &= \Gamma_2 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

とおいて、(28) 式における  $z$  に関する微分を  $-\Gamma$  で置換すると

$$\left. \begin{aligned} (\Gamma - \Gamma_1) V_1 + k_e \sqrt{\Gamma_1 \Gamma_2} \sqrt{K_1/K_2} V_2 &= 0 \\ (\Gamma - \Gamma_2) V_2 + k_e \sqrt{\Gamma_1 \Gamma_2} \sqrt{K_2/K_1} V_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

となる。 $k_e$  は 2 つの lines または modes の結合係数と定義する。

## 5. CEF type electron beam devices への適用

無損失、零空間電荷係数、 $\beta_e \approx 20$ 、 $C \approx 0.05$  の条件のもとで小信号動作における CEF 型増幅器<sup>8)~10)</sup> について考える。相互作用については、各モードの位相速度がかなり離れている場合

は互に影響を及ぼさないと仮定し、回路波のうちの後進波と集束系固有の波のうちの  $\delta_5, \delta_6$  を省略する<sup>10)</sup>。

残りの4つのモードをつぎのようにおき、これらの間での相互作用について考える<sup>10)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_f &= j(\beta_e - \sqrt{2}), \\ \Gamma_e &= j\beta_e, \\ \Gamma_s &= j(\beta_e + \sqrt{2}), \\ \Gamma_0 &= j\beta_e(1 + Cb). \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$\Gamma_f, \Gamma_e, \Gamma_s$  および  $\Gamma_0$  はそれぞれ速波、同期波、遅波および回路波の伝ばん定数である。相互作用の結果生ずる波を

$$\Gamma = j\beta_e(1 + jC\delta) \quad (33)$$

とする。 $\beta_e$  は電子ビーム上を同じ角速度で伝ばんする disturbance の角方向位相定数、 $C$  は gain parameter である<sup>8)</sup>。集束系固有のモード  $\Gamma_f, \Gamma_e$  および  $\Gamma_s$  の相互間には結合はなく、回路波とのみ結合を生ずるとし、結合係数はごく小さいと仮定する。

前章の理論により次の式がなりたつ。

$$\left. \begin{aligned} (\Gamma - \Gamma_0)V_1 + \xi_{12}V_2 + \xi_{13}V_3 + \xi_{14}V_4 &= 0, \\ \xi_{21}V_1 + (\Gamma - \Gamma_f)V_2 &= 0, \\ \xi_{31}V_1 + (\Gamma - \Gamma_e)V_3 &= 0, \\ \xi_{41}V_1 + (\Gamma - \Gamma_s)V_4 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

$V_i$  はモード電圧とし、添字 1, 2, 3 および 4 はそれぞれ回路波、速波、同期波および遅波を示す。 $\xi_{ij}$  はモード間の結合パラメータで波動インピーダンスを含んでいる。

(34) 式の解が存在するとすれば、 $V_i$  の係数についての行列式は零にならねばならない。計算の都合上

$$\xi_{ij} = j\beta_e C A_{ij} \quad (35)$$

とおくと、(32) を用いて

$$\begin{vmatrix} (j\delta - b) & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & j\delta + \frac{\sqrt{2}}{\beta_e C} & 0 & 0 \\ A_{31} & 0 & j\delta & 0 \\ A_{41} & 0 & 0 & j\delta - \frac{\sqrt{2}}{\beta_e C} \end{vmatrix} = 0. \quad (36)$$

この式と前に報告した式<sup>9)</sup>,

$$\delta^4 + j\left(b + \frac{3}{\beta_e^2 C}\right)\delta^3 + \frac{2}{\beta_e^2 C^2}\delta^2 + j\frac{1}{\beta_e^2 C^2}\left(2b + \frac{\beta_e^2 C^2}{2}\right)\delta - \frac{1}{2\beta_e C}\left(\frac{1}{2}Cb + 1\right) \approx 0 \quad (37)$$

と比較することにより、次の関係を得る。

$$\left. \begin{aligned} A_{12}A_{21} &\approx \beta_e C(\sqrt{2}+1)/8 \\ A_{13}A_{31} &\approx -\beta_e C/4 \\ A_{14}A_{41} &\approx -\beta_e C(\sqrt{2}-1)/8 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

回路波（前進波）と他の3つの波それぞれとの結合を、それぞれ2モード間の相互作用として考える。

(i) 回路波と速波との結合は次の式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} (\Gamma - \Gamma_0)V_1 + j\beta_e CA_{12}V_2 &= 0, \\ j\beta_e CA_{21}V_1 + (\Gamma - \Gamma_f)V_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

(39) 式の解が存在するための条件は

$$(\Gamma - \Gamma_0)(\Gamma - \Gamma_f) + \beta_e^2 C^2 A_{12}A_{21} = 0 \quad (40)$$

であるから、(38)式を用いて解くと

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{2} \left[ (\Gamma_0 + \Gamma_f) \pm \sqrt{(\Gamma_0 + \Gamma_f)^2 - 4(\Gamma_0\Gamma_f + \beta_e^2 C^2 A_{12}A_{21})} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ (\Gamma_0 + \Gamma_f) \pm \sqrt{(\Gamma_0 - \Gamma_f)^2 - \frac{\beta_e^2 C^3 (\sqrt{2} + 1)}{2}} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ (\Gamma_0 + \Gamma_f) \pm j\sqrt{-(\Gamma_0 - \Gamma_f)^2 + \frac{\beta_e^2 C^3 (\sqrt{2} + 1)}{2}} \right]. \end{aligned} \quad (41)$$

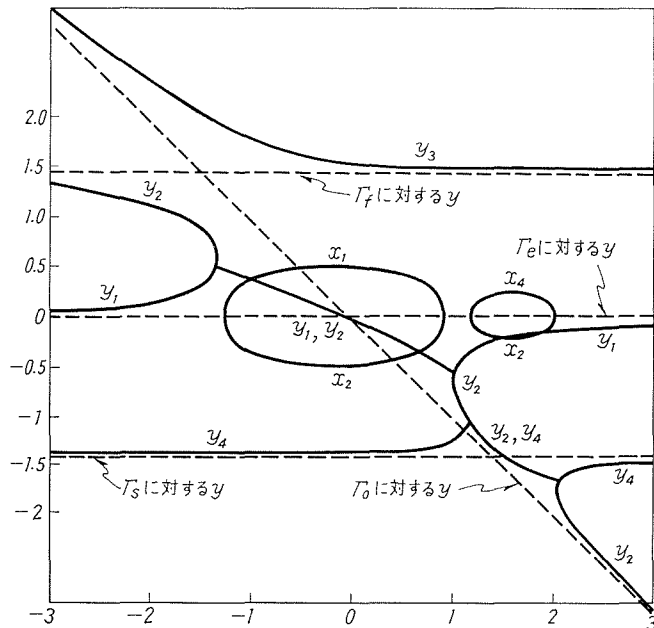


図-2  $\beta_e=20, C=0.05$  に対する  $x, y$  対  $b$

ここで  $\Gamma_0 - \Gamma_f = 0$ , すなわち (32) 式から  $b = -\sqrt{2}/(\beta_e C)$  のとき

$$\Gamma = \Gamma_0 \pm j \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\beta_e^3 C^3 (\sqrt{2} + 1)}{2}} \quad (42)$$

となり, 結合によって回路波の位相定数より大きい位相定数をもつ波と小さい位相定数をもつ波の2つに分かれることを示す。 $\beta_e = 20$ ,  $C = 0.05$  の場合は  $b = -\sqrt{2}$  において,

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma_0 \pm j \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 1}{2}} \\ &= \Gamma_0 \pm j 0.55, \end{aligned}$$

すなわち 図-2 のように,  $b = -\sqrt{2}$  の交点において位相定数が上下に分離し, その大きさは  $\pm 0.55$  となり, 図-2 とほぼ一致する。但し図-2 は電子計算機による結果である。<sup>9), 10)</sup>

(ii) 回路波と同期波についても同様に

$$\begin{cases} (\Gamma - \Gamma_0) V_1 + j \beta_e C A_{13} V_3 = 0 \\ j \beta_e C A_{31} V_1 + (\Gamma - \Gamma_e) V_3 = 0 \end{cases} \quad (43)$$

の式から

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{2} \left[ (\Gamma_0 + \Gamma_e) \pm \sqrt{(\Gamma_0 - \Gamma_e)^2 - 4 \beta_e^2 C^2 A_{13} A_{31}} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ (\Gamma_0 + \Gamma_e) \pm \sqrt{(\Gamma_0 - \Gamma_e)^2 + \beta_e^3 C^3} \right]. \end{aligned} \quad (44)$$

$\Gamma_0 - \Gamma_2 = 0$  すなわち (32) 式より  $b = 0$  のとき

$$\Gamma = \Gamma_0 \pm \frac{1}{2} \sqrt{\beta_e^3 C^3} \quad (45)$$

となる。この場合  $\Gamma$  に実数部を生じるので増大波と減衰波を生じる。2モード間の結合理論<sup>2)</sup>によると, (33) 式の  $\delta$  の実数部  $x$  の最大値は, (44) 式より

$$R_e(\Gamma_{\max}) = \beta_e C x_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\beta_e^3 C^3}$$

という関係から求まり

$$x_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\beta_e C} \quad (b = 0 \text{ において}) \quad (46)$$

を得る。この値は図の  $x_{\max}$  ときわめてよく一致する。なお (44) 式において  $\Gamma$  の実数部が存在し得る範囲は, 根号内が負でないとし

$$(\Gamma_0 - \Gamma_e)^2 + \beta_e^3 C^3 = -\beta_e^2 C^2 (b^2 - \beta_e C) \geq 0$$

から

$$|b| \leq \sqrt{\beta_e C} \quad (47)$$

となる。 $\beta_e = 20$ ,  $C = 0.05$  とすれば

$$|b| \leq 1$$

である

(iii) 回路波と遅波についても同様にして

$$(\Gamma - \Gamma_0)(\Gamma - \Gamma_s) + \beta_e^2 C^2 A_{14} A_{41} = 0 \quad (48)$$

から

$$\Gamma = \frac{1}{2} \left[ (\Gamma_0 + \Gamma_s) \pm \sqrt{(\Gamma_0 - \Gamma_s)^2 + \frac{\beta_e^3 C^3 (\sqrt{2} - 1)}{2}} \right] \quad (49)$$

となり,  $\Gamma_0 - \Gamma_s = 0$  すなわち  $b = \sqrt{2}/(\beta_e C)$  のとき

$$\Gamma = \Gamma_0 \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\beta_e^3 C^3 (\sqrt{2} - 1)}{2}} \quad (50)$$

が得られる。この場合も  $\Gamma$  に実数部を生じ,

$$\begin{aligned} R_e(\Gamma_{\max}) &= \beta_e C x'_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\beta_e^3 C^3 (\sqrt{2} - 1)}{2}}, \\ x'_{\max} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\beta_e^3 C^3 (\sqrt{2} - 1)}{2}} \end{aligned} \quad (51)$$

となる。 $\beta_e = 20$ ,  $C = 0.05$  とすると

$$x'_{\max} = 0.227$$

となる。また実数部を生ずる範囲は (ii) と同様にして

$$\sqrt{2} - \sqrt{\frac{\beta_e C (\sqrt{2} - 1)}{2}} \leq b \leq \sqrt{2} + \sqrt{\frac{\beta_e C (\sqrt{2} - 1)}{2}}$$

となる。

図-2について,  $b$  を横軸にとることは, たとえばビーム電流一定のもとに加速電圧を変化した場合に相当している。結合前の回路波, 速波, 同期波および遅波の  $y$  曲線が, 図示のようにそれぞれ  $O$  点を通る  $-45^\circ$  の直線,  $y = \sqrt{2}$ ,  $0$  および  $-\sqrt{2}$  のそれぞれの水平線で表わされることに注意すれば,  $b = \sqrt{2}$ ,  $0$ ,  $-\sqrt{2}$  がそれぞれ回路波が位相速度について遅波, 同期波および速波と一致した点に相当することがわかる。同期波との交点  $b = 0$  において  $x$  は最大値をとり, 進行波増幅装置として最大増幅度が得られる条件となっていること, また  $b = \sqrt{2}$  の遅波との交点でも増幅を生じ,  $b = -\sqrt{2}$  では増大または減衰する波はまったく生じなく, 位相定数の異なる4つの波(そのうち2つは結合作用により分離したもの)が生じることなどが示された。

## 6. 結 言

波動の増幅を負エネルギーとの関係で論じ CEF type 電子ビーム増幅装置の増幅機構を論じた。これにより, さきに得た電子計算機による数値計算結果<sup>10)</sup>につき  $\beta_e = 20$ ,  $C = 0.05$  の条件のもとで, 電子ビーム入射速度係数  $b$  に関し2つの増幅領域を生ずる機構を説明し得た。

日頃お世話頂く本学桜庭教授に深く感謝致します。

## 参 考 文 献

- 1) Pierce, J. R.: Coupling of Modes of Propagation, J. Appl. Phys. 25, No. 2, p. 179, 1954.
- 2) 斎藤成文: 電子ビーム電磁回路論, オーム, 1960.
- 3) Rynn, N.: Analysis of Coupled-Structure Traveling-Wave Tubes, IRE-ED, April, p. 172, 1956.
- 4) Sasaki, A., Vanduzer, T.: Coupled-Mode Analysis of Interaction In Crossed Fields, IEEE-ED, No. 5, p. 494, 1966.
- 5) Nunn, W. M., Jr., Rowe, J. E.: Single-Transit, Large-Radius E-type Devices, IRE-ED, Vol. 8, p. 508, 1961.
- 6) Nunn, W. M., Jr.: Single-Transit E-type Traveling-Wave Devices, Journal of Electronics and Control, Vol. 15, No. 3, p. 201, 1963.
- 7) Heffner, H.: A Coupled Mode Description of Beam-Type Amplifiers, Proc-IRE, Feb, p. 210, 1954.
- 8) 桜庭一郎・平石雅昭: CEF 型前進波増幅装置の利得, 北大工学部研究報告, No. 41, p. 121, 1966.
- 9) 桜庭一郎・千田正彦: CEF 型前進波増幅装置の利得に対する電子入射速度の影響, 北大工学部研究報告, No. 42, p. 29, 1966.
- 10) 千田正彦・桜庭一郎: CEF 型前進波増幅装置の利得におよぼす集束特性の影響, 北大工学部研究報告, No. 43, p. 55, 1967.
- 11) Pauli: Theory of Relativity, Pergamon Press, 1958.
- 12) 武者利光: 負エネルギーと波動の増幅, 通研実報, 6, No. 12, 1963.
- 13) Levine, S. N.: エレクトロニクスのための量子物理 (邦訳), 丸善, 1966.