



Title	半径方向電子流が初期集群されたCEF型前進波装置における相互作用
Author(s)	桜庭, 一郎; Sakuraba, Ichiro; 岩崎, 勝彦 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 50, 111-125
Issue Date	1968-12-20
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40902
Type	departmental bulletin paper
File Information	50_111-126.pdf



半径方向電子流が初期集群された CEF 型 前進波装置における相互作用

桜庭 一郎*

岩崎 勝彦*

(昭和 43 年 9 月 3 日受理)

Radial-Current-Prebunching Effects on Electron-Wave Interactions in CEF-Type Devices

Ichiro SAKURABA

Katsuhiko IWASAKI

Department of Electronic Engineering, Faculty of Engineering,
Hokkaido University, Sapporo, Japan

(Received September 3, 1968)

Abstract

This paper deals with the radial-current-prebunching effect on electron-wave interactions in CEF-type devices in a special case where $b=0$, $d=0$, $Q=0$, $\beta_e \approx 20$, and $C \approx 0.05$. The small-signal forward-wave output power was given by

$$P(\theta) = \frac{1}{2} R_{\text{eq}r} |i_r(0)|^2,$$

and the equivalent resistance was yielded by

$$R_{\text{eq}r} = \frac{16\beta_e K}{k_e^2 C^3 (8 + \beta_e^2 C^2)^2} \left[\sinh(\pi CN \sqrt{\beta_e C}) + \frac{3}{\sqrt{2} \beta_e^2 C \sqrt{\beta_e C}} \sin\left(\frac{2\sqrt{2} \pi CN}{\beta_e C}\right) \right]^2.$$

The first term is due to the growing and decreasing waves in the beam-circuit system and the second term is due to the characteristic ripple in the CEF-type focusing system.

The equivalent resistance of the radial-current-prebunching case is larger than that of the azimuthal-current-prebunching case. Because the azimuthal-current-prebunching effect means only the existence of the initial r. f. component of ring charge density $\tau_1(0)$ at the input end and the radial-current-prebunching effect means that a radial displacement $r_1(0)$ and $\tau_1(0)$ exist at the gun end.

目 次

Abstract	111
1. 緒 言	112

* 電子工学科電子管工学講座

2. 電子方程式	112
3. 前進波回路方程式	115
4. 特性方程式	115
5. 信号出力と等価抵抗	116
6. 結 言	124
参 考 文 献	124

1. 緒 言

CEF 型前進波増幅装置 (Fig. 1) のような相互作用域に存在する波動を決定する特性方程式は、かなり複雑なため分散特性を広く考察することが非常に困難である。現在当講座で CEF 集束系を用いたマイクロ波電子装置の基礎的研究を進めているが^{1)~14)}、周波数変調光検波の問題に関連して、半径方向電流が初期集群している場合の復調出力と等価抵抗を求めたので報告する。

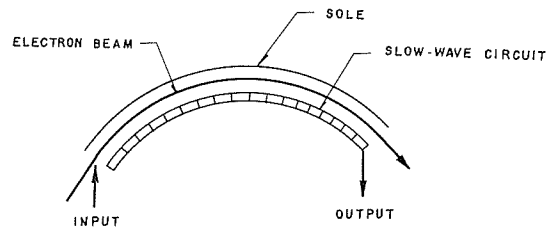


Fig. 1. Model for analysis of CEF-type forward-wave devices.

2. 電子方程式

CEF 型前進波増幅装置の電子方程式は、Brillouin-flow Eulerian-fluid を形成する一個の電子の運動方程式と連続方程式より求められる。単一粒子の運動方程式は、空間電荷効果を省略すると、

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\eta [E_r + E(r)], \quad (1)$$

$$2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = -\eta E_\theta. \quad (2)$$

ここで E_r と E_θ は遅波回路の高周波電界の半径方向成分、 $E(r)$ は半径 r における電子の遠心力と平衡する半径方向の静電界である。半径 r と角速度 $\dot{\theta}$ は小信号理論により次のように定義する。

$$r = r_0 + r_1, \quad (3)$$

$$\dot{\theta} = \Omega_0 + \Omega_1. \quad (4)$$

ここで添字 1 は高周波成分を示し、 Ω_0 は平衡角速度である。式 (3) と (4) を式 (1) と (2) へ代入すれば、

$$\begin{aligned} & (\Omega_0 + \Omega_1) \left[(\Omega_0 + \Omega_1) \frac{\partial^2 r_1}{\partial \theta^2} + \left(\frac{\partial r_1}{\partial \theta} \right) \left(\frac{\partial \Omega_1}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 r_1}{\partial \theta \cdot \partial t} \right] \\ & + \left[\frac{\partial^2 r_1}{\partial t^2} + \left(\frac{\partial r_1}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \Omega_1}{\partial t} + (\Omega_0 + \Omega_1) \frac{\partial^2 r_1}{\partial \theta \cdot \partial t} \right] \\ & - (r_0 + r_1) (\Omega_0 + \Omega_1)^2 = -\eta E_r - \frac{(\Omega_0 r_0)^2}{r_0 + r_1}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$2(\Omega_0 + \Omega_1) \left[(\Omega_0 + \Omega_1) \frac{\partial r_1}{\partial \theta} + \frac{\partial r_1}{\partial t} \right] + (r_0 + r_1) \left[(\Omega_0 + \Omega_1) \frac{\partial \Omega_1}{\partial \theta} + \frac{\partial \Omega_1}{\partial t} \right] = -\eta E_\theta, \quad (6)$$

となる。式 (5) の右辺第二項は、一個の電子の平衡条件より求められ、

$$-\eta E(r) = -\frac{(\Omega_0 r_0)^2}{r_0 + r_1}. \quad (7)$$

である。ここで高周波量は θ と t に関し

$$e^{j(\omega t - \beta \theta)}$$

で変化すると仮定しよう。 β は角方向位相定数である。故に式 (5) と (6) は

$$r_1 \left[(\Omega_0 + \Omega_1)(\beta \omega - \Omega_0 \beta^2 - 2\Omega_1 \beta^2) + \omega(\Omega_0 \beta - \omega + 2\Omega_1 \beta) - 2\Omega_0(\Omega_0 + \Omega_1) - \Omega_1^2 \right] - \Omega_1 r_0 (2\Omega_0 + \Omega_1) = -\eta E_r, \quad (8)$$

$$2r_1(\Omega_0 + \Omega_1) \left[\omega - \beta(\Omega_0 + \Omega_1) \right] + \Omega_1(r_0 + r_1) \left[\omega - \beta(\Omega_0 + \Omega_1) \right] = j\eta E_\theta. \quad (9)$$

なお計算で $r_1/r_0 \ll 1$ と仮定された。

θ 方向電流 I_θ は

$$I_\theta = (\tau_0 + \tau_1)(r_0 + r_1)(\Omega_0 + \Omega_1) = -I_0 + i_\theta, \quad (10)$$

$$-I_0 = \Omega_0 r_0 \tau_0, \quad (11)$$

$$i_\theta = \Omega_0 \tau_0 r_1 + r_0 \tau_0 \Omega_1 + \Omega_0 r_0 \tau_1 + \tau_0 r_1 \Omega_1 + \Omega_0 r_1 \tau_1 + r_0 \Omega_1 \tau_1 + r_1 \Omega_1 \tau_1. \quad (12)$$

で与えられ、 r 方向電流 i_r は

$$i_r = (\tau_0 + \tau_1) \frac{d}{dt} (r_0 + r_1) = (\tau_0 + \tau_1) \left[(\Omega_0 + \Omega_1) \frac{\partial r_1}{\partial \theta} + \frac{\partial r_1}{\partial t} \right] = j r_1 (\omega \tau_0 - \beta \Omega_0 \tau_0 - \beta \tau_0 \Omega_1 + \omega \tau_1 - \beta \Omega_0 \tau_1 - \beta \Omega_1 \tau_1), \quad (13)$$

となる。連続方程式は

$$\nabla \cdot (\bar{l}_r i_r + \bar{l}_\theta I_\theta) = -\frac{\partial}{\partial t} (\tau_0 + \tau_1), \quad (14)$$

で示され、 \bar{l}_r 、 \bar{l}_θ はそれぞれ r 方向と θ 方向の単位ベクトル量である。ここで τ_0 は等価集群電子ビームの電荷線密度の直流分である。体積密度の直流分および高周波分を ρ_0 と ρ_1 とおけば、 $\tau_0 = \rho_0 h \sigma$ および $\tau_1 = \rho_1 h \sigma$ の関係がある。ここで h は電子流の z 方向の高さであり、 σ は半径方向厚さである。式 (14) を円筒座標系で示すと、

$$\frac{i_r}{r_0 + r_1} + \frac{\partial i_r}{\partial r} + \left(\frac{1}{r_0 + r_1} \right) \frac{\partial i_\theta}{\partial \theta} = -\frac{\partial \tau_1}{\partial t}. \quad (15)$$

Eulerian-fluid の仮定および式 (12) と (13) とを式 (15) に代入すれば、

$$\frac{r_1}{r_0 + r_1} \left[\tau_0 (\omega - \beta \Omega_0) + \tau_1 (\omega - \beta \Omega_0) - \beta \tau_0 \Omega_1 - \beta \Omega_1 \tau_1 \right] - \frac{\beta}{r_0 + r_1} \left[\tau_0 r_1 (\Omega_0 + 2\Omega_1) + \tau_0 r_0 \Omega_1 + \Omega_0 \tau_1 (r_0 + 2r_1) + 2r_0 \Omega_1 \tau_1 + 3r_1 \Omega_1 \tau_1 \right] = -\omega \tau_1. \quad (16)$$

を得る。

さてきわめて薄いリボン状電子ビームを用い、単一走行小信号理論を仮定すれば、運動方程式 (8) と (9) および連続方程式 (16) はつぎのように簡単となる。

$$r_1 \Omega_0^2 \left[(\beta_e - \beta)^2 + 2 \right] + \Omega_1 (2\Omega_0 r_0) = \eta E_r, \quad (17)$$

$$2r_1 \Omega_0^2 (\beta_e - \beta) + \Omega_0 \Omega_1 r_0 (\beta_e - \beta) = j\eta E_\theta, \quad (18)$$

$$r_1 (\beta_e - 2\beta) + \Omega_1 \left(\frac{-\beta r_0}{\Omega_0} \right) + \tau_1 \left[\frac{r_0 (\beta_e - \beta)}{\tau_0} \right] = 0, \quad (19)$$

ここで

$$\beta_e = \frac{\omega}{\Omega_0}, \quad \text{electrical radian/spatial radian} \quad (20)$$

で与えられ電子ビームの角方向等価位相定数である。したがって高周波量 r_1 , Ω_1 および τ_1 は

$$r_1 = \frac{\eta \Omega_0 r_0^2}{\tau_0 A_S} (\beta_e - \beta) \left[E_r (\beta_e - \beta) - j2E_\theta \right], \quad (21)$$

$$\Omega_1 = \frac{\eta \Omega_0^2 r_0}{\tau_0 A_S} (\beta_e - \beta) \left[2E_r (\beta_e - \beta) + jE_\theta ((\beta_e - \beta)^2 + 2) \right], \quad (22)$$

$$\tau_1 = \frac{\eta \Omega_0 r_0}{A_S} (\beta_e - \beta) \left[-E_r \beta_e + jE_\theta ((\beta_e - \beta) \beta + 2) \right], \quad (23)$$

となり、 A_S は

$$A_S = \frac{\Omega_0^2 r_0^2 (\beta_e - \beta)^2}{\tau_0} \left[(\beta_e - \beta)^2 - 2 \right], \quad (24)$$

で与えられる。さらに小信号理論における i_θ と i_r は

$$i_\theta = \Omega_0 \tau_0 r_1 + r_0 \tau_0 \Omega_1 + \Omega_0 r_0 \tau_1, \quad (25)$$

$$i_r = j\tau_0 \Omega_0 r_1 (\beta_e - \beta), \quad (26)$$

となるから、式 (21), (22) および (23) を用いて書きかえると

$$i_\theta = \frac{\eta \tau_0}{\Omega_0 (\beta_e - \beta)} \left[\frac{-E_r (2\beta_e - \beta) + jE_\theta ((\beta_e - \beta) \beta_e + 2)}{(\beta_e - \beta)^2 - 2} \right], \quad (27)$$

$$i_r = \frac{j\eta \tau_0}{\Omega_0} \left[\frac{E_r (\beta_e - \beta) - j2E_\theta}{(\beta_e - \beta)^2 - 2} \right]. \quad (28)$$

また式 (23) に式 (24) を用いて書きかえると

$$\tau_1 = \frac{\eta \tau_0}{\Omega_0^2 r_0 (\beta_e - \beta)} \left[\frac{-\beta_e E_r + jE_\theta ((\beta_e - \beta) \beta + 2)}{(\beta_e - \beta)^2 - 2} \right], \quad (29)$$

となる。この式が遅波回路の高周波電界 E_r および E_θ と集群電子ビームの電荷線密度の高周波成分 τ_1 との関係を与える電子方程式である。

3. 前進波回路方程式

CEF 型電子装置における遅波回路の回路方程式は Rowe にしたがって

$$\begin{aligned} & \frac{Z_{0,0}}{Z_{0,1}} (v_{0,0}v_{0,1}) \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \left(\frac{v_{0,0}}{r_c} \right) \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} - \left(1 + \frac{v_{0,0}}{v_{0,1}} \frac{Z_{0,0}}{Z_{0,1}} \right) \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \\ & = -(v_{0,0}Z_{0,0}) \frac{\partial^2 (k_c \tau_1)}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (30)$$

となる¹⁵⁾。ここで V は遅波回路の高周波電圧で z , θ および t の関数, k_c はリボン状電子ビームと回路との結合係数, $v_{0,0}$ は遅波回路の表面における位相速度の接線成分, $v_{0,1}$ は遅波回路の表面における位相速度の軸方向成分, $Z_{0,0}$ は遅波回路表面における回路インピーダンスの θ 成分, さらに $Z_{0,1}$ は遅波回路表面の回路インピーダンスの z 成分である。いま E_r と E_θ との関係を

$$E_r = jE_\theta (f_r + jg_r), \quad (31)$$

で表示する。一般的な CEF 型装置の遅波回路では, $f_r \cong -1.0$, $g_r \cong 0$ である。また電子ビームの中心半径 r_0 における E_θ と高周波電圧 V とは

$$E_\theta = -\frac{1}{r_0} \frac{\partial}{\partial \theta} (k_c V) = j\beta k_c \frac{V}{r_0}. \quad (32)$$

で与えられ, r_0 における実用的な相互作用インピーダンス K は, つぎのように定義されている。

$$K = \left| \frac{k_c^2 r_c Z_{0,0}}{r_0} \right|. \quad (33)$$

ここで r_c は遅波回路の半径である。さらに高周波量が $e^{j(\omega t - \beta z - r\theta)}$ のように変化するとして

$$v_{0,0} = \omega r_c / \beta_0, \quad v_{0,1} = \omega / \gamma. \quad (34)$$

$$\omega = \beta_e \Omega_0. \quad (35)$$

を用いれば, 前進波の回路方程式は

$$E_\theta = + \frac{j\beta\beta_0\omega K}{\beta_0^2 - \beta^2} \tau_1. \quad (36)$$

となる。

4. 特性方程式

電荷線密度の高周波成分 τ_1 を与える電子方程式 (29) と回路方程式 (36) より

$$V = \left(\frac{-\eta\tau_0 K}{\Omega_0 r_0} \right) \left(\frac{\beta\beta_0\beta_e V}{\beta_0^2 - \beta^2} \right) \left(\frac{\beta}{\beta_e - \beta} \right) \left[\frac{\beta(\beta_e - \beta) + \beta_e + 2}{\beta(\beta_e - \beta)^2 - 2\beta} \right]. \quad (37)$$

いま利得係数 C を

$$C^3 \equiv \frac{-\eta\tau_0 K}{\Omega_0 r_0} = \frac{KI_0}{2V_0}, \quad (38)$$

で定義すれば、特性方程式は

$$\frac{C^3 \beta^2 \beta_0 \beta_e}{(\beta_0^2 - \beta^2)(\beta_e - \beta)} \left[\frac{\beta(\beta_e - \beta) + \beta_e + 2}{\beta(\beta_e - \beta)^2 - 2\beta} \right] = 1 \quad (39)$$

となる。いま電子ビームが存在する場合の角方向位相定数を β ，cold な位相定数を β_0 とし小信号の仮定によって特性方程式を考察する。いま無損失回路で完全同期と考えて， β と β_0 をつぎのようにおく。

$$\beta = \beta_e(1 + jC\delta), \quad \beta_0 = \beta_e. \quad (40)$$

$$\text{ここで } \delta = x + jy, \quad (41)$$

であり，相互作用のための角方向位相定数の変化分を与える。式 (40) と (41) を用いて式 (39) を書きかえると，

$$(1 + jC\delta) \left[(-j\beta_e^2 C^3) \delta^5 + (-2\beta_e^2 C^2) \delta^4 + jC(\beta_e^2 C^3 - 2) \delta^3 + 2(\beta_e^2 C^3 - 2) \delta^2 + jC^2(-\beta_e^2 + \beta_e + 2) \delta + C(\beta_e + 2) \right] = 0, \quad (42)$$

となる。これらの波のうち一つは

$$\delta_6 = j \frac{2}{C}, \quad (43)$$

であり反対方向に進む波を示す。他の一つは

$$\delta_5 = -\frac{j}{C}. \quad (44)$$

となり θ 方向成分をもたない。いま実験計画中の装置の相互作用の特質を明らかにするため

$$\beta_e \approx 20, \quad C \approx 0.05 \quad (45)$$

の場合を考察する。このとき特性方程式 (42) は

$$\delta^4 (2\beta_e^2 C^2) + \delta^3 (j6C) + \delta^2 (4) + \delta (j\beta_e^2 C^2) - \beta_e C \approx 0. \quad (46)$$

となる。したがって近似解は

$$\delta_{1,2} \approx \pm \frac{1}{2} \sqrt{\beta_e C} - j \frac{3}{4\beta_e^2 C}, \quad (47)$$

$$\delta_{3,4} \approx j \left(\frac{\sqrt{2}}{\beta_e C} \mp \frac{3}{4\beta_e^2 C} \right). \quad (48)$$

となる。増大波 δ_1 と減衰波 δ_2 の実部の絶対値は等しく，符号反対であり，両者の位相速度はともに等しく角速度 Ω_0 よりやや遅い。第三の波 δ_3 は Ω_0 より大きく位相速度をもち，第四の波 δ_4 は Ω_0 より小さい位相速度をもち，振幅はともに一定である。

5. 信号出力と等価抵抗

四つの波の入力端における境界条件は，遅波回路の入力信号が零であり， θ 方向高周波電

流は初期集群がなく、角速度も変調をうけていないが、 r 方向高周波電流は初期集群されるとする。これらを式で示すと

$$\sum_{n=1}^4 V_n = 0, \quad (49)$$

$$\sum_{n=1}^4 i_{\theta n} = 0, \quad (50)$$

$$\sum_{n=1}^4 i_{rn} = i_r(0), \quad (51)$$

$$\sum_{n=1}^4 \Omega_{1n} = 0. \quad (52)$$

となる。ここで V_n は $\theta=0$ における第 n 波の高周波電圧、 $i_{\theta n}$ は $\theta=0$, $r=r_0$ における第 n 波の θ 方向電流、 i_{rn} は $\theta=0$, $r=r_0$ における第 n 波の r 方向電流、 $i_r(0)$ は半径方向電流の初期集群を示し、 Ω_n は $\theta=0$, $r=r_0$ における第 n 波の角速度の高周波成分である。すなわち入力信号が零で、 θ 方向電流は零集群で零速度変調であるが、 r 方向電流は初期集群が与えられている場合を考察している。

また $i_{\theta n}$, i_{rn} および Ω_{1n} は V_n とそれぞれつぎの関係にある。

$$i_{\theta n} \left(\frac{-r_0 \Omega_0}{\eta \tau_0 k_c \beta_e} \right) = C_{\theta n} V_n, \quad (53)$$

$$i_{rn} \left(\frac{j r_0 \Omega_0}{\eta \tau_0 k_c \beta_e^2} \right) = C_{rn} V_n, \quad (54)$$

$$\Omega_{1n} \left(\frac{-r_0^2 \Omega_0}{\eta k_c \beta_e^2} \right) = C_{\Omega n} V_n. \quad (55)$$

ここで係数 $C_{\theta n}$, C_{rn} および $C_{\Omega n}$ は

$$C_{\theta n} = \frac{(1+jC\delta_n)}{j\beta_e C\delta_n} \left[\frac{\beta_e(1-jC\delta_n) - j\beta_e^2 C\delta_n + 2}{(\beta_e C\delta_n)^2 + 2} \right], \quad (56)$$

$$C_{rn} = \frac{(1+jC\delta_n)}{\beta_e} \left[\frac{j\beta_e C\delta_n - 2}{-(\beta_e C\delta_n)^2 - 2} \right], \quad (57)$$

$$C_{\Omega n} = \frac{(1+jC\delta_n)}{j\beta_e^2 C\delta_n} \left[\frac{-j2\beta_e C\delta_n - (\beta_e C\delta_n)^2 + 2}{(\beta_e C\delta_n)^2 + 2} \right]. \quad (58)$$

式 (56), (57) および (58) を用いて式 (53), (54) と (55) を書きかえると、

$$\sum_{n=1}^4 V_n = 0, \quad (59)$$

$$\sum_{n=1}^4 C_{\theta n} V_n = 0, \quad (60)$$

$$\sum_{n=1}^4 C_{rn} V_n = \left(\frac{j r_0 \Omega_0}{\eta \tau_0 k_c \beta_e^2} \right) i_r(0), \quad (61)$$

$$\sum_{n=1}^4 C_{\Omega n} V_n = 0. \quad (62)$$

これらを matrix-form にすれば

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ C_{\theta 1} & C_{\theta 2} & C_{\theta 3} & C_{\theta 4} \\ C_{r 1} & C_{r 2} & C_{r 3} & C_{r 4} \\ C_{\Omega 1} & C_{\Omega 2} & C_{\Omega 3} & C_{\Omega 4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ A_r i_r(0) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (63)$$

となる。ただし

$$A_r \equiv \frac{j r_0 \Omega_0}{\gamma \tau_0 k_e \beta_e^2}. \quad (64)$$

式 (63) の C -matrix の inverse は

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ A_r i_r(0) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_r D_{13} i_r(0) \\ A_r D_{23} i_r(0) \\ A_r D_{33} i_r(0) \\ A_r D_{43} i_r(0) \end{pmatrix}, \quad (65)$$

となる。 D -matrix は C -matrix の inverse な symbolic form であり、 D -element は一般に

$$D_{n3} = u_{n3} + j v_{n3}, \quad (66)$$

となる。前述の動作条件 $\beta_e \approx 20$ と $C \approx 0.05$ の場合 δ_n の近似解 (47) と (48) を用いて C -elements を算出し、さらにそれらを用いて D -elements を求めるとつぎのようになる。

$$C_{\theta 1} \approx \frac{-\beta_e C \sqrt{\beta_e C} - j2}{2C \sqrt{\beta_e C}}, \quad (67)$$

$$C_{\theta 2} \approx \frac{-\beta_e C \sqrt{\beta_e C} + j2}{2C \sqrt{\beta_e C}}, \quad (68)$$

$$C_{\theta 3} \approx \frac{-\beta_e^2 (1 + \sqrt{2})}{3}, \quad (69)$$

$$C_{\theta 4} \approx \frac{-\beta_e^2 (1 - \sqrt{2})}{3}, \quad (70)$$

$$C_{r 1} \approx \frac{4 - j\beta_e C \sqrt{\beta_e C}}{4\beta_e}, \quad (71)$$

$$C_{r 2} \approx \frac{4 + j\beta_e C \sqrt{\beta_e C}}{4\beta_e}, \quad (72)$$

$$C_{r 3} \approx \frac{2(1 + \sqrt{2})}{3}, \quad (73)$$

$$C_{r 4} \approx \frac{2(1 - \sqrt{2})}{3}, \quad (74)$$

$$C_{\Omega 1} \approx \frac{-\beta_e C \sqrt{\beta_e C} - j2}{\beta_e^2 C \sqrt{\beta_e C}}, \quad (75)$$

$$C_{\Omega 2} \approx \frac{-\beta_e C \sqrt{\beta_e C} + j2}{\beta_e^2 C \sqrt{\beta_e C}}, \quad (76)$$

$$C_{23} \approx \frac{-2\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{3}, \quad (77)$$

$$C_{24} \approx \frac{2\sqrt{2}(1-\sqrt{2})}{3}, \quad (78)$$

$$u_{13} \approx 0, \quad (79)$$

$$v_{13} \approx \frac{2\beta_e^2 C \sqrt{\beta_e C}}{8 + \beta_e^3 C^3}, \quad (80)$$

$$u_{23} \approx 0, \quad (81)$$

$$v_{23} \approx -\frac{2\beta_e^2 C \sqrt{\beta_e C}}{8 + \beta_e^3 C^3}, \quad (82)$$

$$u_{33} \approx \frac{3\sqrt{2}}{8 + \beta_e^3 C^3}, \quad (83)$$

$$v_{33} \approx 0, \quad (84)$$

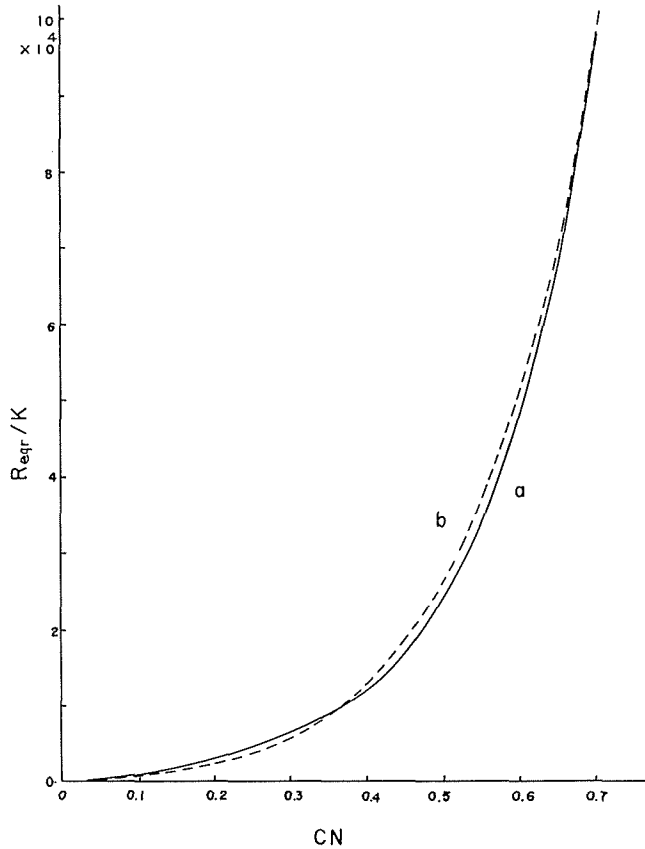


Fig. 2. Re_{qr}/K vs CN in the case where $d=0$, $b=0$, $Q=0$, $\beta_e \approx 20$ and $C \approx 0.05$,

(a) calculated values by E_q . (97),

(b) calculated values by the first term of E_q . (97).

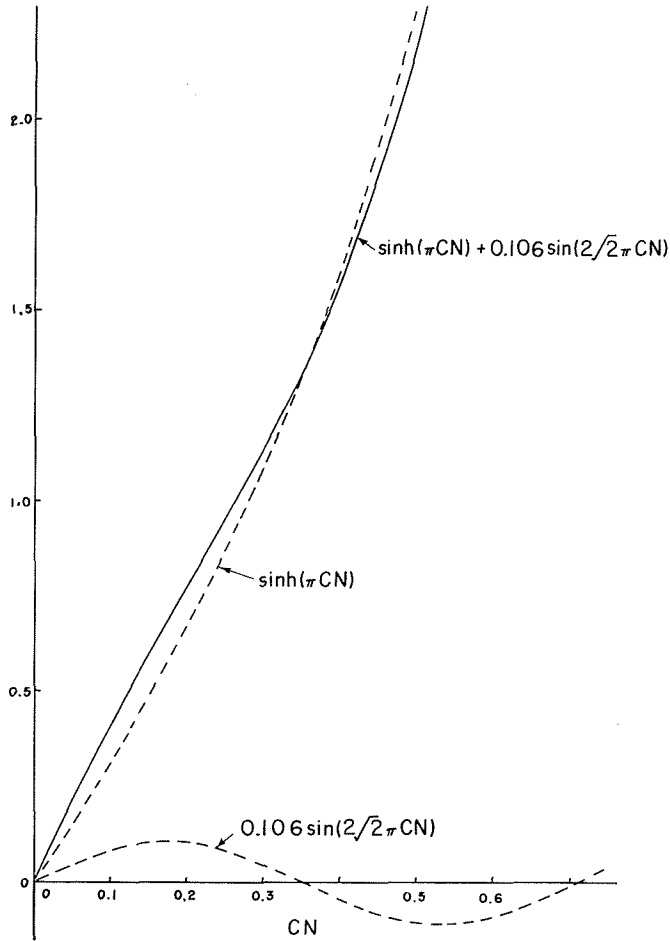


Fig. 3. Calculated values of $[\sinh(\pi CN) + 0.106 \sin(2\sqrt{2}\pi CN)]$

$$u_{43} \approx -\frac{3\sqrt{2}}{8 + \beta_c^2 C^2}, \quad (85)$$

$$v_{43} \approx 0. \quad (86)$$

相互作用域の空間角度を θ とすれば、遅波回路の出力信号電圧 $V_R(\theta)$ は、

$$V_R(\theta) = \sum_{n=1}^4 V_n e^{-j\beta_n \theta}, \quad (87)$$

で表わされ、 V_n は式 (65) より

$$V_n = A_r D_{n3} i_r(0), \quad n = 1, 2, 3, 4. \quad (88)$$

で示されるから、出力信号電圧は

$$V_R(\theta) = A_r \left(\sum_{n=1}^4 D_{n3} e^{j\phi_n} \right) i_r(0) e^{-j\beta_2 N}, \quad (89)$$

で与えられる。ここで空間角度 θ に対する電気角 ϕ は

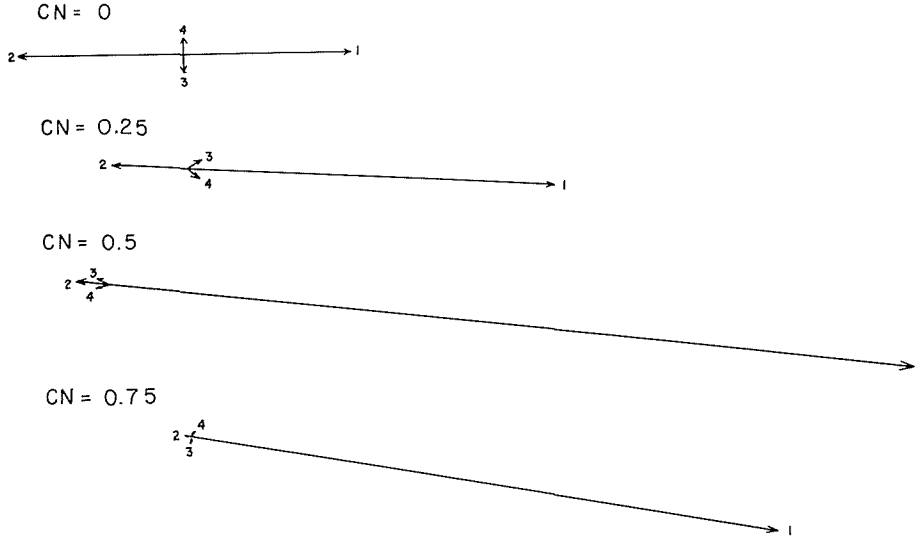


Fig. 4. Relative amounts of the four wave components of circuit voltage at the various distance down the device. Values at $CN=0.75$ are drawn on a scale of one to three.

$$\phi = \beta_e C \theta = 2\pi CN, \quad (90)$$

である。 N は相互作用域の空間角度 θ に対する wave angle の数である。また式 (89) で

$$\sum_{n=1}^4 D_{n3} e^{j\phi_n} \equiv D_r, \quad (91)$$

とおくと

$$V_R(\theta) = A_r D_r i_r(0) e^{-j2\pi N}, \quad (92)$$

となる。遅波回路の出力信号電力 $P(\theta)$ は

$$\begin{aligned} P(\theta) &= \frac{1}{2K} |V_R(\theta)|^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{K} |A_r|^2 |D_r|^2 \right) \cdot |i_r(0)|^2. \end{aligned} \quad (93)$$

で示されるから、いま等価抵抗 R_{eqr} を考え (Fig. 2 参照)

$$R_{\text{eqr}} \equiv \frac{1}{K} |A_r|^2 \cdot |D_r|^2, \quad (94)$$

とすれば、復調出力 $P(\theta)$ は

$$P(\theta) = \frac{1}{2} R_{\text{eqr}} |i_r(0)|^2, \quad (95)$$

となる。すなわち入力端で初期集群量として半径方向電流 $i_r(0)$ が選ばれる場合、遅波回路の出力端から得られる電力が $P(\theta)$ ということである。いま等価抵抗 R_{eqr} を K , k_c , β_e および C で表示すれば

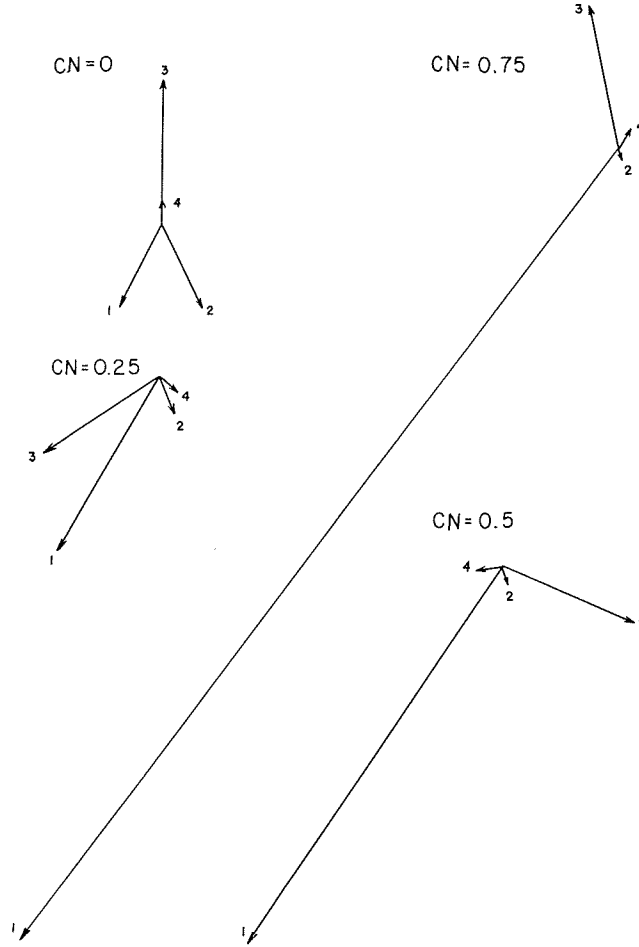


Fig. 5. Relative amounts of four wave components of azimuthal current at various distance down the device.

$$R_{\text{eqr}} = \frac{16\beta_e K}{k_e^2 C^3 (8 + \beta_e^2 C^3)^2} \left[\sinh \frac{\sqrt{\beta_e C}}{2} \phi + \frac{3}{\sqrt{2} \beta_e^2 C \sqrt{\beta_e C}} \sin \frac{\sqrt{2}}{\beta_e C} \phi \right]^2, \quad (96)$$

あるいは

$$\frac{R_{\text{eqr}}}{K} = \frac{16\beta_e}{k_e^2 C^3 (8 + \beta_e^2 C^3)^2} \left[\sinh(\pi CN \sqrt{\beta_e C}) + \frac{3}{\sqrt{2} \beta_e^2 C \sqrt{\beta_e C}} \sin \left(\frac{2\sqrt{2} \pi CN}{\beta_e C} \right) \right]^2. \quad (97)$$

となる。上式の右辺第一項は増大波と減衰波によるものであり、第二項は CEF 電子ビームの ripple によるものである。 $k_e=0.8$, $\beta_e \approx 20$, $C \approx 0.05$ の場合式 (97) は

$$\frac{R_{\text{eqr}}}{K} \approx 4.94 \times 10^4 \left[\sinh(\pi CN) + 0.106 \sin(2\sqrt{2} \pi CN) \right]^2, \quad (98)$$

となる。この R_{eqr}/K の CN に対する計算値を Fig. 2 に与えた。この図で点線は第一項のみを考えたものである。さらに右辺の括弧内の CN に対する計算結果を Fig. 3 に示した。これ

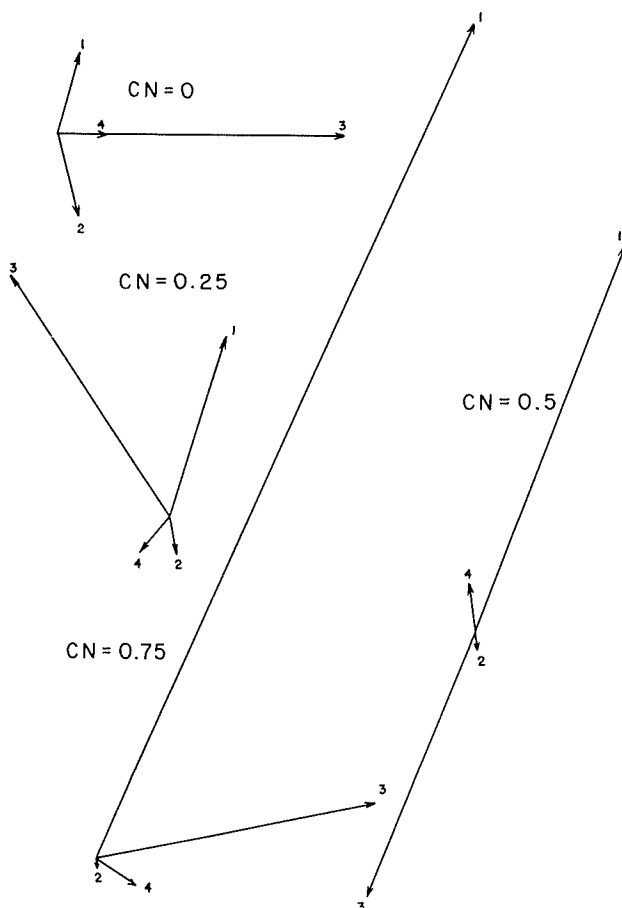


Fig. 6. Relative amounts of four wave components of radial current at various distance down the device.

は集束系固有の電子軌道より考察すれば、 $0 < CN < 0.353$ で第二項が正となり、つまり電子ビームの ripple により遅波回路へエネルギーが与えられることを示し、 $0.353 < CN < 0.707$ では負となり、回路よりエネルギーが失われることとなる。すなわち $CN = 0.177$ および 0.530 で電子の半径方向速度が最大でエネルギー授受も最大となる。つぎに i_θ のみが、入力点で初期集群を受けた場合の等価抵抗 $R_{eq\theta}$ と比較すれば一般に $R_{eqr} > R_{eq\theta}$ となる¹⁶⁾。これは $i_\theta(0) \neq 0$, $i_r(0) = 0$ および $\Omega_1(0) = 0$ の条件は、 $r_1(0) = 0$ で $\tau_1(0) = 0$ を意味するが、 $i_\theta(0) = 0$, $i_r(0) \neq 0$ さらに $\Omega_1(0) = 0$ は $r_1(0) \neq 0$ と $\tau_1(0) = -\tau_0 r_1(0)/r_0$ で与えられる二つの初期集群が存在することを意味し、相互作用によるエネルギー交換が、より多く行なわれることと考えられる。

さらに高周波電圧 V_n , $i_{\theta n}$, i_{rn} および Ω_{1n} の各種の CN の値における各波の位相と振幅の関係を Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6 および Fig. 7 に与えた。これらの結果より相互作用の成長の過程が明らかになる。

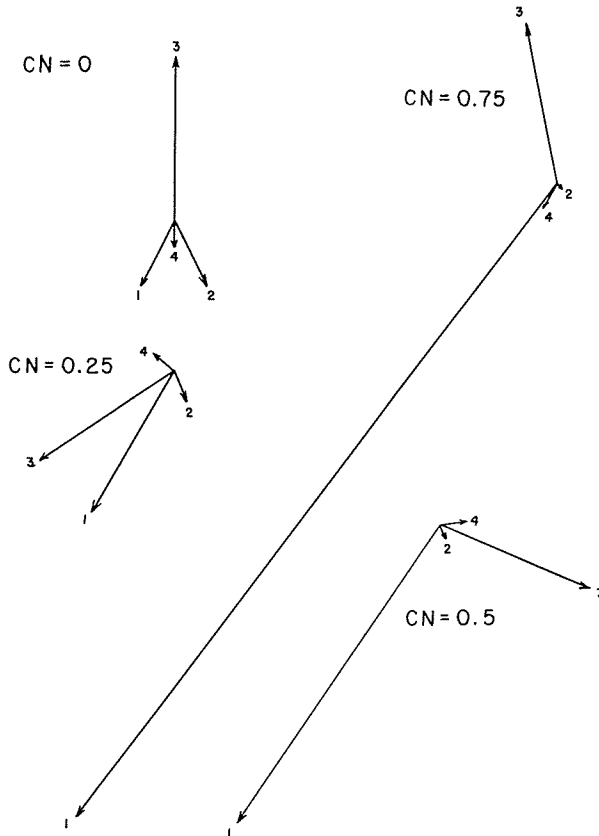


Fig. 7. Relative amounts of four wave components of radial current at various distance down the device.

6. 結 言

CEF 型前進波装置の無損失，完全同期，零空間電荷， $\beta_e \approx 20$ ， $C \approx 0.05$ ，半径方向電流に初期集群のあった場合，復調出力ならびに等価抵抗に関する表示式がはじめて得られた。hot system には増幅装置と同様に増大波，減衰波および集束系固有の波が存在するが，復調出力はほぼ増大波によって決定される。また $i_r(0)=0$ と $i_r(0) \neq 0$ の境界条件は，実現上問題あり一考を要する。

おわりに討論下さった小柳幸次郎技官，鈴木武夫氏（電子第四期，現在東京芝浦電気株式会社勤務）および羽賀照夫氏（電子第四期，現在キャノン株式会社勤務）に感謝する。また発表の機会を与えて下さった電子工学科の方々に深謝する。

参 考 文 献

- 1) 桜庭一郎：“遠心力を用いた静電界集束系における電子軌道”，北海道大学工学部研究報告，第 40 号，pp. 77-86 (1966-3).

- 2) 桜庭一郎・平石雅昭: “CEF 型前進波増幅装置の利得”, 北海道大学工学部研究報告, 第 41 号, pp. 121-133 (1966-8).
- 3) Rowe, J. E. and Sakuraba, I.: “Equivalent Resistance of CEF Photodemodulators”, Proceedings of the 6th International Conference on Microwave and Optical Generation and Amplification, Cambridge, England, pp. 458-463 (1966-9).
- 4) 桜庭一郎・千田正彦: “CEF 型前進波増幅装置の利得に対する電子入射速度の影響”, 北海道大学工学部研究報告, 第 42 号, pp. 29-41 (1967-1).
- 5) 千田正彦・桜庭一郎: “CEF 型前進波増幅装置の利得におよぼす集束特性の影響”, 北海道大学工学部研究報告, 第 43 号, pp. 55-66 (1967-5).
- 6) 桜庭一郎・小柳幸次郎: “薄い CEF 型電子ビームの集群による空間電荷界”, 北海道大学工学部研究報告, 第 43 号, pp. 49-54 (1967-5).
- 7) 小柳幸次郎・桜庭一郎: “空間電荷を考慮した CEF 型集束系の Beam Stiffness”, 北海道大学工学部研究報告, 第 44 号, pp. 67-72 (1967-9).
- 8) 小柳幸次郎・桜庭一郎: “CEF 型電子ビームの近軸軌道方程式と Critical Perveance”, 昭和 42 年電気四学会北海道支部連合大会講演論文集, No. 2-3 (1967-10). 北海道大学工学部研究報告, 第 45 号, pp. 45-52 (1967-12).
- 9) 千田正彦・桜庭一郎: “CEF 型前進波増幅装置の利得と電子入射速度”, 昭和 42 年電気四学会北海道支部連合大会講演論文集, No. 2-2 (1967-10).
- 10) Sakuraba, I. and Koyanagi, K.: “Rippling of CEF-Type Electron Beams”, Memoirs of Faculty of Engineering, Hokkaido University, No. 55, pp. 153-167 (1968-2).
- 11) 桜庭一郎・小柳幸次郎: “CEF 型電子ビームの近軸軌道”, 昭和 43 年電気四学会連合大会講演論文集, No. 1484 (1968-3).
- 12) 千田正彦・桜庭一郎: “CEF 型前進波増幅装置の空間電荷効果に関する数値計算結果”, Unpublished Work (1966-12).
- 13) 小柳幸次郎・桜庭一郎: “CEF 型前進波増幅装置の特性方程式の近似解”, Unpublished Work (1967-9).
- 14) 桜庭一郎・小柳幸次郎: “CEF 型前進波増幅装置の空間電荷効果”, 北海道大学工学部研究報告, 第 47 号, pp. 43-55 (1968-3).
- 15) Rowe, J. E.: “Nonlinear Electron-Wave Interaction Phenomena”, Academic Press, New York and London, pp. 54-62 (1965).
- 16) 桜庭一郎・鈴木武夫: “角方向電子流が初期集群された CEF 型前進波装置における相互作用”, Unpublished Work (1967-3).