



Title	パラメータ変動を考慮したフィードバック系の設計
Author(s)	菅野, 博行; Kanno, Hiroyuki; 小山, 昭一 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 52, 137-150
Issue Date	1969-03-20
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40921
Type	departmental bulletin paper
File Information	52_137-150.pdf



パラメータ変動を考慮した フィードバック系の設計

菅野 博行*

小山 昭一*

三浦 良一*

(昭和43年11月16日受理)

Design of the Linear Feedback System Considering the Parameter Variation

Hiroyuki KANNO

Shōichi KOYAMA

Ryōichi MIURA

(Received November 16, 1968)

Abstract

Generally a process or plant has variable parameters which affect the performance of the control system. When parameters of a process (i. e. gain, pole and zero) are varied, the influence on the feedback system is represented by the relative variation $V(s)$ of a closed loop system, which is defined as follows,

$$V(s) = \ln T(s) - \ln T_0(s)$$

$T(s)$ and $T_0(s)$ are over-all transfer functions with varied parameters and nominal parameters respectively. $V(s)$ is formulated on the basis of Horowitz's graphical design in order to fit the analytical design. If $L_0(s)$ is the loop transmission the design procedure is simply a matter of choosing a sufficiently large $L_0(s)$ over the real frequency range for which small $V(s)$ is desired.

It is emphasized by using $V(s)$ that a linear feedback system has a considerable adaptive capability, if it is properly designed according to our new analytical method. And the limitation of the reduction of parameter variation has been also discussed.

1. ま え が き

制御系の設計においては、まずフィードバックをかけた場合の閉ループ系が持つべき特性

* 精密工学科 自動制御工学講座

が仕様として与えられる。この特性とは、定常特性、速応性及び減衰特性を言う。これによって制御系の目的とする、制御量を目標値に対してある一定の関係に保つ事が達成される。しかし制御対象のパラメータが変動すると、上記の特性が変動し、仕様を満足しなくなる場合が出て来る事は明らかである。従って予想されるパラメータ変動に対して、閉ループ特性の変動を適当な評価で抑えなければならない。

H. W. Bode は饋還増幅器の設計において、閉ループの高利得要素の特性変動による閉ループ特性の変動を低減する目的でフィードバックを用い、閉ループ系の尺度として始めて感度関数を定義した。I. M. Horowitz はこのフィードバック系の感度を非常に重視して、制御系の性能の達成と同時にパラメータ変動の低減も仕様に加えたのである。しかしこの設計手順は、閉ループ特性の周波数応答の変動分を数点で指定し、比較的面倒な図式計算を行って得られた開ループ特性(ナイキスト線図)から伝達関数を決めるのに、多分の任意性が含まれている。筆者らはこの図式計算の手続きを除いてより解析的に設計を進めるために、Horowitz の用いた閉ループ特性の周波数応答上の変動分を $V(s)$ と数式化し、変動関数と名づけ、この関数をパラメータ変動による特性劣化の評価基準にとり、ある一定の制限以内に抑えるようにした。

フィードバックの特長を有効に生かしたこうした設計によれば、ある程度のパラメータ変動に適応的な制御系を比較的簡単に構成する事ができる。

2. フィードバック系の感度と変動分の関係

$P(s)$ は動作条件又は還境条件等によって特性の変動する制御対象であって次のように表わされている。

$$P(s) = \frac{K_P \prod_{iP=1}^{mP} (s + Z_{iP})}{s^{N_L} \prod_{iP=1}^{nP} (s + P_{iP})} \quad (1)$$

但し

$$N_L + n_P - m_P \geq 1 \quad (2)$$

制御対象のパラメータ変動として、 K_P 、 Z_{iP} 、 P_{iP} の最大値、最小値は既知であるものとする。

フィードバックの型には、Fig. 1 (a) に示すような直列補償法の他に種々議論されているが、 $P(s)$ の変動を有効に補償できる基本的な型式として2つの自由度を持つ Fig. 1 (b) の型を奨める事にする。なお Horowitz も指摘しているように、Fig. 1 (c) の型を用いれば試行的設計として従来最も広く用いられている Fig. 1 (a) の型の議論を素直に延長できるけれども解析的設計にはやや困難を伴う。

Fig. 1 (b) の型について、前向き補償要素 $G(s)$ 、フィードバック補償要素 $H(s)$ を次のように表わす。

$$G(s) = \frac{K_G \prod_{iG=1}^{mG} (s + Z_{iG})}{n_G \prod_{iG=1}^{nG} (s + P_{iG})} \quad (3)$$

但し

$$n_G - m_G \geq 0 \quad (4)$$

$$H(s) = \frac{K_H \prod_{iH=1}^{mH} (s + Z_{iH})}{n_H \prod_{iH=1}^{nH} (s + P_{iH})} \quad (5)$$

但し

$$n_H - m_H \geq 0 \quad (6)$$

式 (2), (4), (6) は伝達関数が物理的に実現可能であるための条件である。

以下に述べる議論は Fig. 1 (b) の型以外の系についても適用できる。

目標値 $R(s)$ から制御量 $C(s)$ までの総合伝達関数 $T(s)$ 、及びループ伝達関数は、次のように表わされる。

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s) \cdot P(s)}{1 + L(s)} \quad (7)$$

$$L(s) = P(s) \cdot H(s) \quad (8)$$

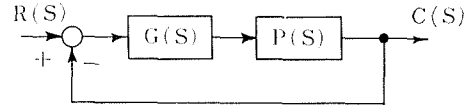
式 (7) 及び (8) は $P(s)$ 内に含まれている変動パラメータの値によって、種々の特性が得られるので、変動を考えない公称値に対してサフィックス “0” をつける事にする。(例えば、 $P_0(s)$, $L_0(s)$, K_{P_0} 等) Bode が与えた感度関数、 $S_P^T(s)$ は (9) 式で示すように $P(s)$ の相対変動に対する $T(s)$ の相対変動の相対的变化率である²⁾。

$$S_P^T(s) = \frac{\partial \ln \{T(s)\}}{\partial \ln \{P(s)\}} = \frac{1}{1 + L(s)} \quad (9)$$

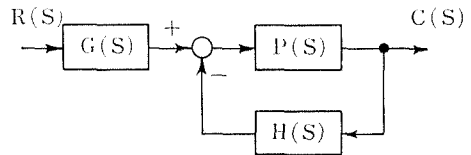
これからループ伝達関数 $L(s)$ のゲインが十分に高い所では、閉ループ系の感度が十分小さくなる事を示し、フィードバック系の持つ最大の長所となっている³⁾。

Horowitzの図式設計³⁾の基となっている閉ループ系の変動分を数式化すると次の様になり

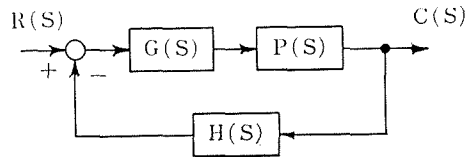
$$V(s) = \ln T(s) - \ln T_0(s) = \ln \left\{ \frac{L(s)}{1 + L(s)} \right\} - \ln \left\{ \frac{L_0(s)}{1 + L_0(s)} \right\} \quad (10)$$



(a) Unity Feedback with cascade compensation



(b) Two degree of freedom Feedback system



(c) Two degree of freedom Feedback system (another type)

Fig. 1. Configurations of feedback system

$V(s)$ を変動分関数と呼ぶ事にする。

パラメータ変動が微小である場合に、(10) 式の右边を Taylor 展開して、その第一次近似の変動分関数を $V^*(s)$ で表わすと次の様になる。

$$V^*(s) = \frac{1}{1+L_0(s)} \left(\ln \frac{K_P}{K_{P0}} - \sum_{iP=1}^{nP} \frac{P_{iP} - P_{iP0}}{s + P_{iP0}} + \sum_{iZ=1}^{mP} \frac{Z_{iZ} - Z_{iZ0}}{s + Z_{iZ0}} \right) \quad (11)$$

周波数領域での議論のため $s=j\omega$ とおき、 $V(j\omega)$ を実部 $K(\omega)$ と虚部 $\Psi(\omega)$ に分けると式(12)のようになる。

$$V(j\omega) = K(\omega) + j\Psi(\omega) = \ln |T(j\omega)/T_0(j\omega)| + j \arg(T(j\omega)/T_0(j\omega)) \quad (12)$$

但し

$$K(\omega) = \ln |T(j\omega)| - \ln |T_0(j\omega)| \quad (13)$$

$$\Psi(\omega) = \arg(T(j\omega)) - \arg(T_0(j\omega)) \quad (14)$$

$K(\omega)$, $\Psi(\omega)$ にそれぞれ $20/\ln 10$, $180/\pi$ をかければ, db, deg で表わした Bode 線図上のゲイン変動分, 位相変動分となる。対数関数である $V(j\omega)$ の代わりに, $V(j\omega)$ の近似である有理型関数の $V^*(j\omega)$ について, 実部 $K^*(\omega)$ と虚部 $\Psi^*(\omega)$ に分けると, それぞれ $K(\omega)$, $\Psi(\omega)$ の近似として, 曲線の形状はよく似ている⁴⁾。

式(11)に示したように, $V^*(j\omega)$ は Bode 感度 $1/\{1+L_0(j\omega)\}$ にゲイン変動, 極変動, 零点変動に関する重みをかけて加え合せたもので, 式(9), (10)と共に $V(j\omega)$ と $S_F^T(j\omega)$ の関係を示している。

設計に $V(s)$ を持ち込む時, 式(10)がループ伝達関数 $L(s)$ のみの関数である事に注目する必要がある。従って $V(s)$ が規定されたならば, これを満たすループ伝達関数 $L_0(s)$ を見出す事が先決問題になるので, 通常の制御系設計の基本である開ループ特性を決定してから, 閉ループ特性の決定という手順を踏むのが妥当である。閉ループ特性の極と零点を指定して開ループ特性を決めるというような方法にはならない。幸い Horowitz によって議論されたように, フィードバックは本質的に2自由度を持つ⁵⁾から, Fig. 1 (b) の系では $L(s)$ に, すなわち $H(s)$ に変動分低減の役割を持たせ, $G(s)$ によって所定の閉ループ特性を達成させる事ができるのである。この事が最も普通に行なわれている直列補償法に比べて変動分を考慮した設計に有利な点であると考えられる。

3. 変動分関数 $V(s)$ の性質

制御対象のパラメータ変動域が与えられている場合には閉ループ系の感度よりも変動分そのものを規定するのが決定的で設計に都合がよい。設計基準は予想されるパラメータ変動に対して, 閉ループ系の変動分 $V(s)$ が使用帯域で一定の制限下に入るように, 開ループ伝達関数 $L(s)$ を決める事である。 $V(s)$ がどのような形状を持っているか調べる事は設計を円滑に進め

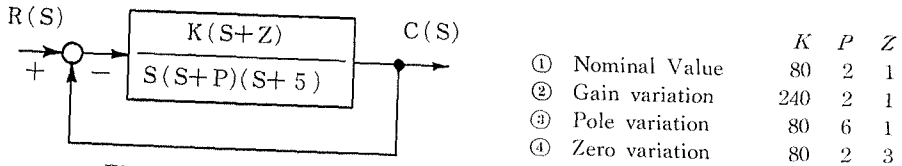


Fig. 2. Example of unity feedback system with variable parameters

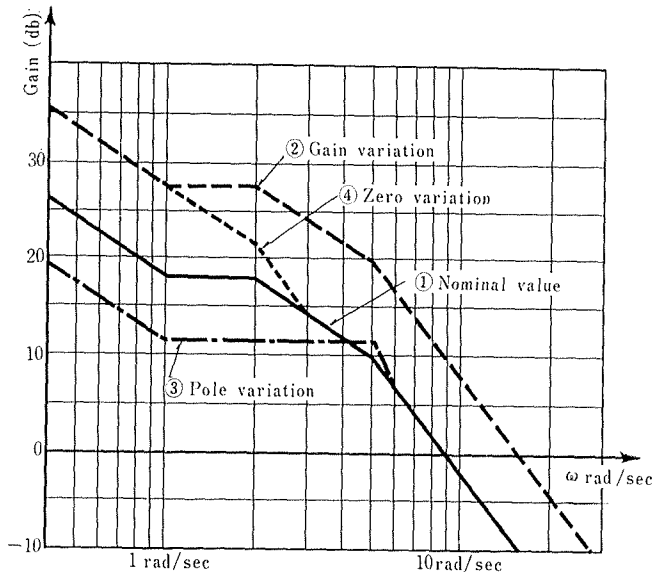


Fig. 3. Open loop characteristics for the system of Fig. 2

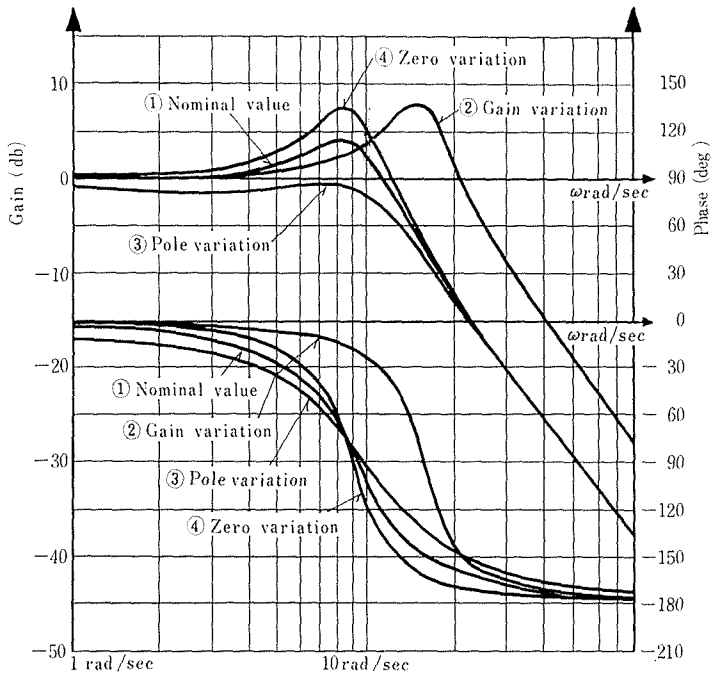


Fig. 4. Closed loop characteristics for the system of Fig 2

る上で重要であるので、例として Fig. 2 の系をあげる。表で示された各変動値に対して、開ループ特性は Fig. 3 の折線近似で示したようになり、閉ループ特性は Fig. 4 になる。 $V(s)$ は Fig. 4 中の曲線 ②, ③, ④ から、公称曲線 ① を各々差し引いた Fig. 5 の曲線となる。Fig. 5 (a) はゲイン K の変動によるゲイン変動分 $K(\omega)$ と位相変動分 $\Psi(\omega)$ である。 $K(\omega)$ は高周波側で $20 \log 3 = 9.5$

(db), 低周波側で 0(db) でその遷移は $P(j\omega)$ の交点周波数 ω_c の近辺で起っている。位相変動分 $\Psi(\omega)$ はつり鐘状でその最大の値をとるのもやはり ω_c 近辺である事が、Fig. 3 と比較してわかる。

Fig. 5 (b) は極 P の変動によるゲイン変動分 $K(\omega)$ と位相変動分 $\Psi(\omega)$ である。いずれの曲線も高周波側、低周波側で 0 db, 0 deg に漸近する。曲線の変化が激しいのはいずれも交点周波数 ω_c の近辺である事がわかる。

Fig. 5 (c) は零点 Z の変動によるゲイン変動分 $K(\omega)$ と位相変動分 $\Psi(\omega)$ である。極 P の変動によるものと反対の形状になっている事がわかる。

これらの形状からも明らかなように $V(s)$ は零角周波数、無限角

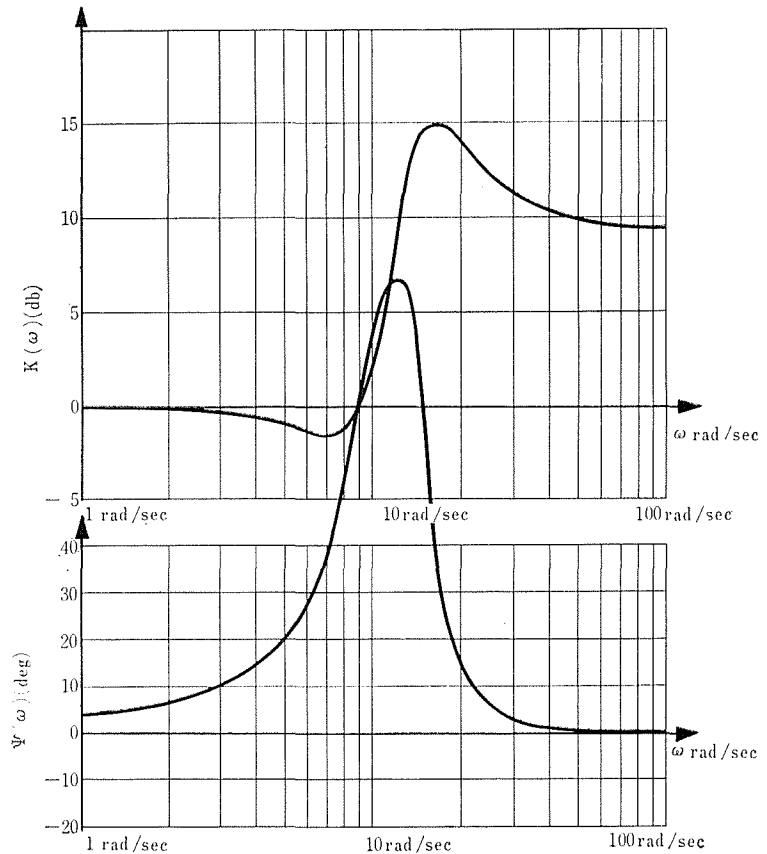


Fig. 5. a). $K(\omega)$ and $\Psi(\omega)$ by gain Variation ②

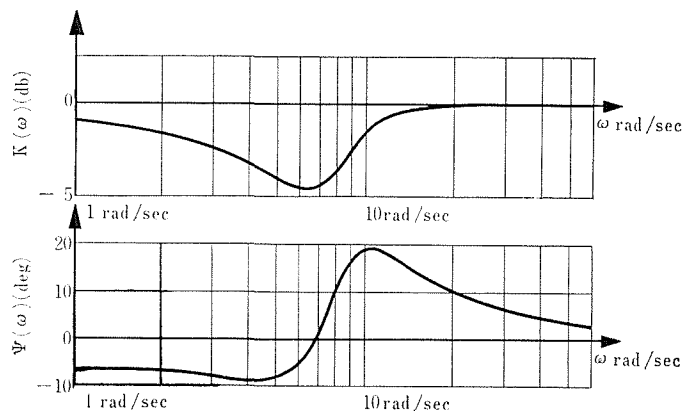
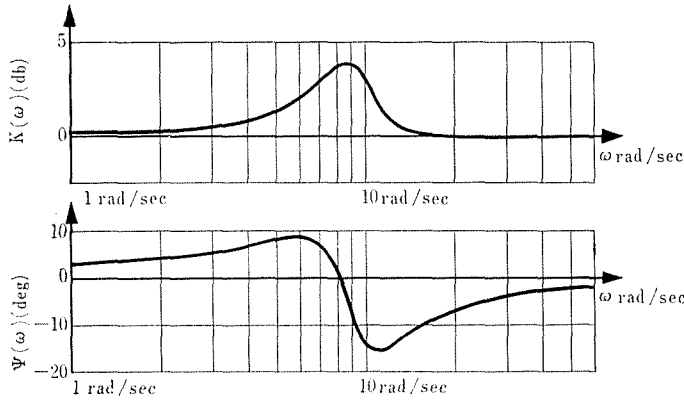


Fig. 5. b) $K(\omega)$ and $\Psi(\omega)$ by pole Variation ③

Fig. 5. c) $K(\omega)$ and $\Psi(\omega)$ by zero Variation ④

周波数で正則であるからそれぞれ式 (15), (16) のように展開する事ができる。

$$V(s) = K_0 + \Psi_0 s + K_1 s^2 + \Psi_1 s^3 + \dots \quad (15)$$

$$V(s) = K_\infty + \frac{\Psi_\infty}{s} + \frac{K'_1}{s^2} + \frac{\Psi'_1}{s^3} + \dots \quad (16)$$

式 (15), (16) に代表的な閉路積分公式²⁾を用いると以下に述べる積分関係式を得る事ができる。位相変動分 $\Psi(\omega)$ に対して式 (17) が成立する。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\omega) du = \frac{\pi}{2} (K_\infty - K_0) \quad (\text{但し } u = \ln \omega) \quad (17)$$

$K_\infty = \ln(K_P/K_{P0})$ で、I 型以上の系では $K_0 = 0$ となるから次式が得られる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\omega) du = \frac{\pi}{2} \ln\left(\frac{K_P}{K_{P0}}\right) \quad (17')$$

ゲイン変動分 $K(\omega)$ に対しては、I 型以上の系で K_P が公称値である事を仮定して、式 (18) が成立する。

$$\int_0^{\infty} K(\omega) d\omega = \frac{\pi}{2} \left\{ -\sum_{iP=1}^{nP} (P_{iP} - P_{iP0}) + \sum_{iZ=1}^{mP} (Z_{iZ} - Z_{iZ0}) \right\} \quad (18)$$

式 (17') は Fig. 5 (a) の $\Psi(\omega)$ の面積がゲイン K_P の変動によって決まる一定値であり Fig. 5 (b), (c) の $\Psi(\omega)$ の正の変動部分と負の変動部分の面積は等しい事を示している。式 (18) はゲイン変動分 $K(\omega)$ を算術周波数尺上で積分した量は極、零点の変動幅によって決まる一定値である事を示している。これらの関係はループ内の固定補償要素をいかに選んでも成立するわけで、線型フィードバック補償の一つの限界とも言える。にもかかわらず変動分 $V(s)$ を低減するフィードバックの補償効果が期待できるのは、 $K(\omega)$, $\Psi(\omega)$ の形状を上記の関係を保ちながら、周波数尺上で変化させる事ができるからであるとも言える。例えば、 $K(\omega)$, $\Psi(\omega)$ は ω_c 近辺の変化が急増であるから、 ω_c を高周波側に移動させれば低周波側の変動分を抑える事になる。これを行うにはループ伝達関数 $L(s)$ のゲインを上げればよいが、ゲイン余裕 g_m 、位相余裕 ϕ_m が十分になければならない。

4. 設 計

4. 1. 設 計 仕 様

(1) 変動分 $V(j\omega)$

使用帯域内で一定の制限内に抑えるという条件を式 (19) で表す⁶⁾。

$$\left. \begin{aligned} |K(\omega_x)| &\leq \alpha_x \\ |\Psi(\omega_x)| &\leq \beta_x \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ω_x は (2) で決める ω_{br} から、 $K(\omega)$ 、 $\Psi(\omega)$ の変化の激しい ω_c の数倍程度の周波数幅で適当な数点を決める。

(2) 定 常 特 性

総合伝達特性 $T(s)$ の定常ゲイン $T(o)$ が 1 であるためには I 型系以上での系で $G(o)=H(o)$ でなければならない。式 (7) より制御系の誤差 $E(s)$ は式 (20) のように表わされる。

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{R(s) - C(s)}{R(s)} = \frac{1 + \{H(s) - G(s)\}P(s)}{1 + L(s)} \quad (20)$$

定常偏差定数は、 $E(s)/R(s)$ を s について Taylor 展開して

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + K_p} + \frac{1}{K_v} s + \frac{1}{K_a} s^2 + \dots \quad (21)$$

各係数 K_p 、 K_v 、 K_a をそれぞれ定位置偏差定数、定速度偏差定数、定加速度偏差定数と定義している⁷⁾。

O 型系では $K_p = P(o) \cdot H(o)$ となり、式 (15) の K_0 はこれに対応して

$$K_0 = \ln(1 + K_{p0}) - \ln(1 + K_p) \quad (22)$$

と表わされ、 K_p の変動によって $T(s)$ の定常ゲインが変動する量を示している。一般にこの系はオフセットを除くために、位相遅れ補償によって $L(s)$ の低周波ゲインを高めるか、積分補償によって I 型系にする場合が多い。

II 型以上の系では安定化のための補償設計が困難になるので、本論では I 型系の定常特性の仕様を考察する。

$N_L=1$ であるから式 (20)、(21) より $K_p = \infty$ が得られ、式 (15) より $K_0 = O$ となる。これはオフセットが完全に O で、パラメータ変動によるオフセットの変動も勿論ない事を示す。式 (20) より定常速度偏差定数を求める。

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_v} &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s^2} E(s) \\ &= \frac{1}{H(o)} \frac{\prod_{iP=1}^{nP} P_{iP}}{K_P \prod_{iP=1}^{mP} Z_{iP}} + \frac{nG}{\prod_{iG=1}^{nG} P_{iG}} \frac{nH}{\prod_{iH=1}^{nH} P_{iH}} \left(\sum_{iH=1}^{mH} \frac{1}{Z_{iH}} - \sum_{iG=1}^{mG} \frac{1}{Z_{iG}} + \sum_{iH=1}^{nH} \frac{1}{P_{iH}} - \sum_{iG=1}^{nG} \frac{1}{P_{iG}} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

式 (15) の Ψ_0 は、式 (23) を用いて

$$\Psi_0 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d}{ds} V(s) = -\frac{1}{H(0)} \left(\frac{\prod_{iP=1}^{nP} P_{iP}}{K_P \prod_{iZ=0}^{mP} Z_{iZ}} - \frac{\prod_{iP=1}^{mP} P_{iP_0}}{K_{P_0} \prod_{iZ=1}^{mP} Z_{iZ_0}} \right) \quad (24)$$

$$= -\frac{1}{K_v} + \frac{1}{K_{v_0}} \quad (25)$$

と表わす事ができる。式 (24) は $H(0)$ と制御対象のパラメータ変動幅によって決まる量であり、これは定常速度偏差定数 K_{v_0} の変化値 K_v と式 (25) の形で等しくなる。 $1/K_v$ は総合伝達特性の極 P_{iP} 、零点 Z_{iZ} で、式 (26) の形に書かれ、極・零点による設計法の基礎になっている。

$$\frac{1}{K_v} = \sum_{iP=1}^{nT} \frac{1}{P_{iP}} - \sum_{iZ=1}^{mT} \frac{1}{Z_{iZ}} \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned} n_T &= n_P + n_U + n_G + 1 \\ m_T &= m_P + m_G + n_U \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$1/K_v$ の値のパラメータ変動による変化量 (25) を小さくするためには、式 (24) の $H(0)$ に設計操作を加えねばならない。 $H(s)$ に位相遅れ補償を入れ低周波ゲインを上げるならば上記の要求を満足できる。 K_v の値そのものは総合特性によって決まるから $G(s)$ にこの役割を受け持たせる事になる。

(3) 速 応 性

Bode 線図上で $T(j\omega)$ のゲイン曲線が -3 db となる角周波数 ω_{br} を持って速応性の仕様を与える。立ち上がり時間 T_r との関係は大略式 (28) のようになる⁷⁾。

$$\omega_{br} = 2\pi(0.3 \sim 0.45)/T_r \quad (28)$$

K_P の減少 (増加), P_{iP} の増大 (減少), Z_{iZ} の減少 (増加) によって $L(s)$ の交点周波数 ω_c は低周波側 (高周波側) に移動し、初期の単一フィードバック系の設計で用いられた系のバンド幅 ω_b と ω_c が等しいという関係を用いる事はできない。 ω_c は変動するわけであるから一定バンド幅 ω_{br} を維持するためには $\omega_c > \omega_{br}$ でなければならない。この ω_{br} は固定前向き補償要素 $G(s)$ によって (一種の減衰器として) 実現する事になり、この結果 ω_c 近辺の変動の激しい部分は減衰せられる。(1) の仕様に $|K(\omega_{br})| \leq \alpha_{br}$ を与えて速応性の変動を規定する。

(4) 減 衰 特 性

等価 2 次系の ζ を規定し、(3) で述べた $G(s)$ によって実現する。総合伝達特性 $T(s)$ が等価 2 次系になるように $G(s)$ を決定すれば (2), (3), (4) の仕様は各々独立ではなくなり、 $K_p = \infty$ であるが K_v は次式のように書かれる⁷⁾。

$$K_v = \omega_{br}/2\zeta \quad (29)$$

4. 2. 設計の進め方

前節の設計仕様に関する考察から、Fig. 1 (b) の I 型系について設計の手順を導こう。ま

ず (1) の仕様はフィードバック補償要素 $H(s)$ のみによって達成され、(2), (3), (4) の仕様は前向き補償要素 $G(s)$ に受け持たせる。本論は $G(s)$ の設計に関するものでないが、総合伝達特性 $T(s)$ を規定する上で必要なので $T(s)$ が標準的な 2 次系となるような $G(s)$ を選ぶ事にする。しかし極と零点による設計法で展開されているように $G(s)$ の決定は仕様に対してかなりの柔軟性を持つものである。

$K(\omega)$, $\Psi(\omega)$ をプロットして、低周波側から ω_{br} の範囲の変動分が大きい場合には、 ω_c 近辺への影響が少いような $k_2(s+k_1m)/(s+m)$ ($k_2, k_1 > 1, m > 0$) なる位相遅れ補償を付加する。 ω_{br} から交点周波数 ω_c 近辺の変動分が仕様を満足しなければ、この範囲で最大位相進みを持つような $k(s+m)/(s+km)$ ($k > 1, m > 0$) なる位相進みを付加する。これは Fig. 1 (a) で直列補償設計の際に、定常速度誤差を小さくし、安定余裕を増加させる目的で用いられる方法で変動分低減の効果を持つ。これを試行的に行えば (1) の仕様を満足させる事ができるわけで、Fig. 6 に設計手順の流れを示した。

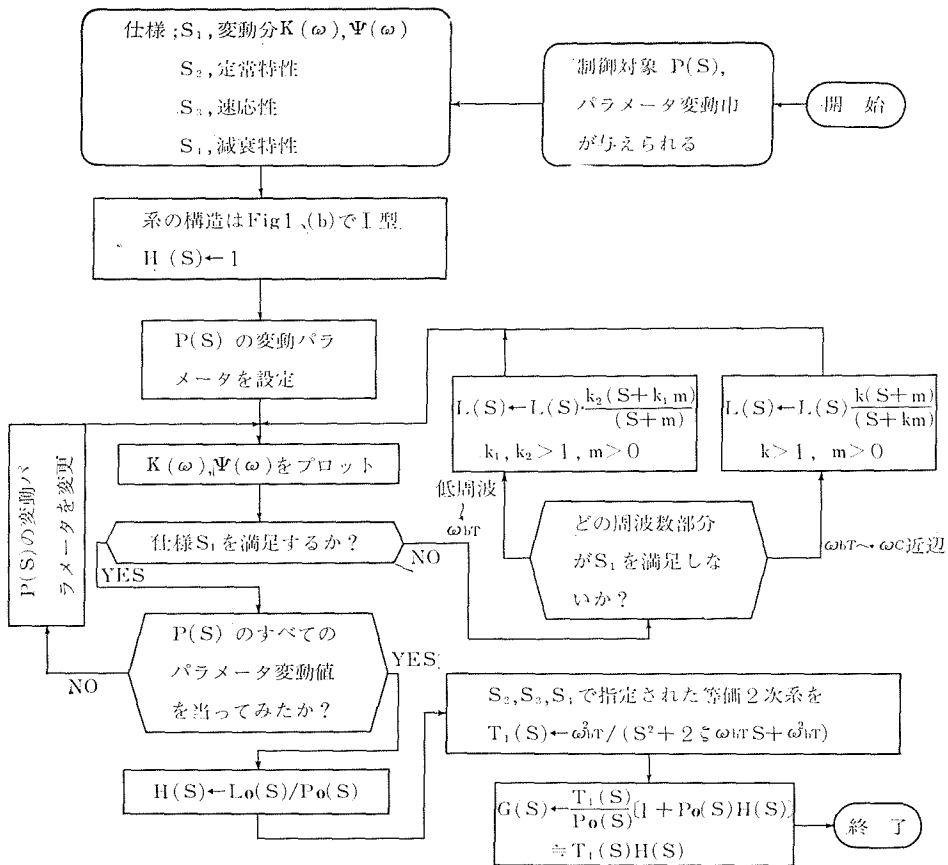


Fig. 6. Flow of design procedure

4. 3. 設 計 例

制御対象 ; $P(s) = \frac{K_P}{s(s+1)}$ $K_{P0} = 10$ $K_{P\max} = 20$ $K_{P\min} = 5$

仕様 S_1 ; 変動分関数 $V(j\omega)$ の実部 $K(\omega)$ を $|K(1)| \leq 0.5(\text{db}), |K(2)| \leq 1(\text{db}), |K(4)| \leq 2(\text{db})$ のように抑える。

S_2 ; 速応性, $T_I(s)$ を等価 2 次系にとりバンド幅は $\omega_{br} = 2(\text{rad/sec})$

S_3 ; 減衰性, $\zeta = 0.7$

S_4 ; 定常特性, $K_P = \infty, K_v = 0.143(1/\text{sec})$

$G(s) = 1, H(s) = 1$ の場合には Fig. 7 (a) の閉ループ特性となり, ステップ応答は Fig. 7 (b) の

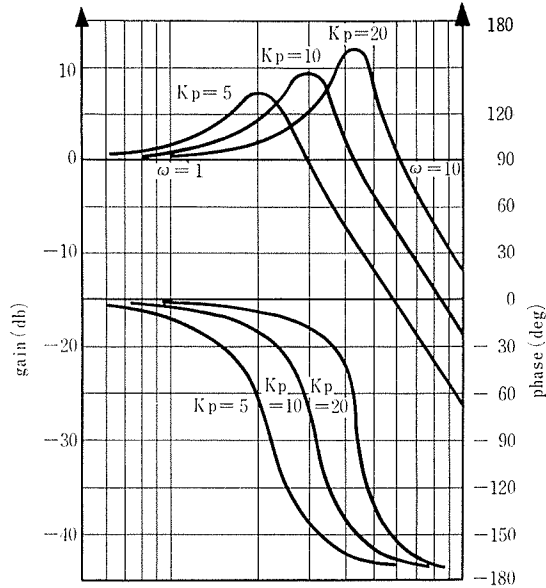


Fig. 7. (a) Frequency Response of the Unity-Feedback System

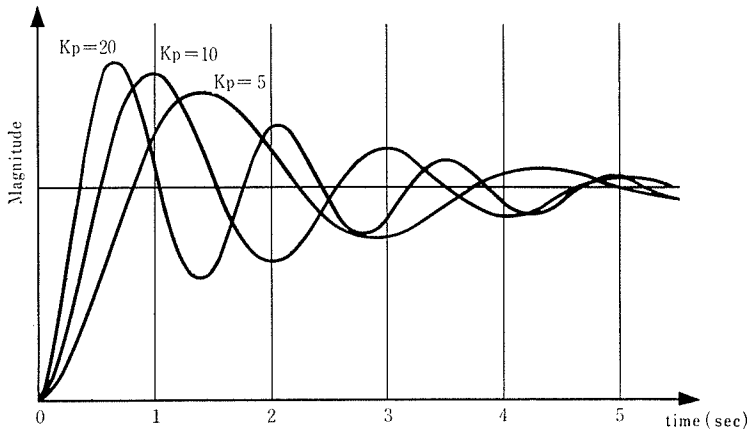


Fig. 7. (b) Step Response of the Unity-Feedback System

ようになり、 K_P の変動が速応性、減衰性に与える影響が大きい。今 $H(s) = K_U(s + Z_U)/(s + P_U)$ なる位相進み要素を選んで仕様 S_1 を満足させるパラメータを試行的に $K_U = 10$, $P_U = 10$, $Z_U = 1$ と求めた。Fig. 8 に開ループ特性 $L(s)$, 制御対象の特性 $P(s)$ 及びフィードバック補償

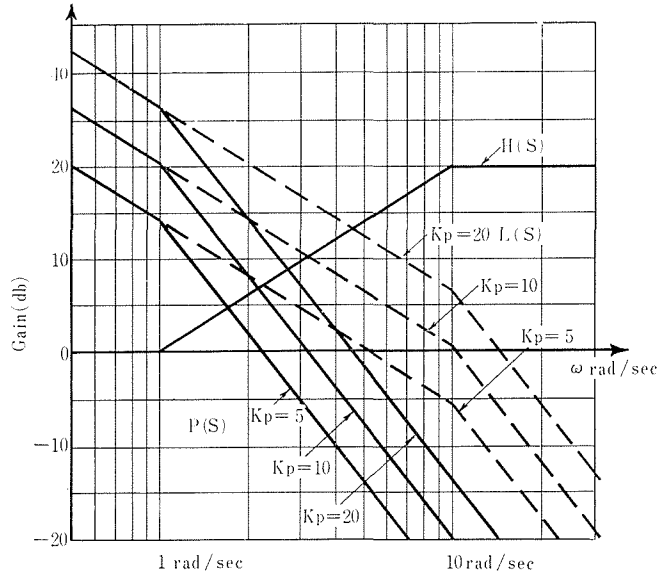


Fig. 8. Open loop characteristics of $P(s)$ and $L(s)$

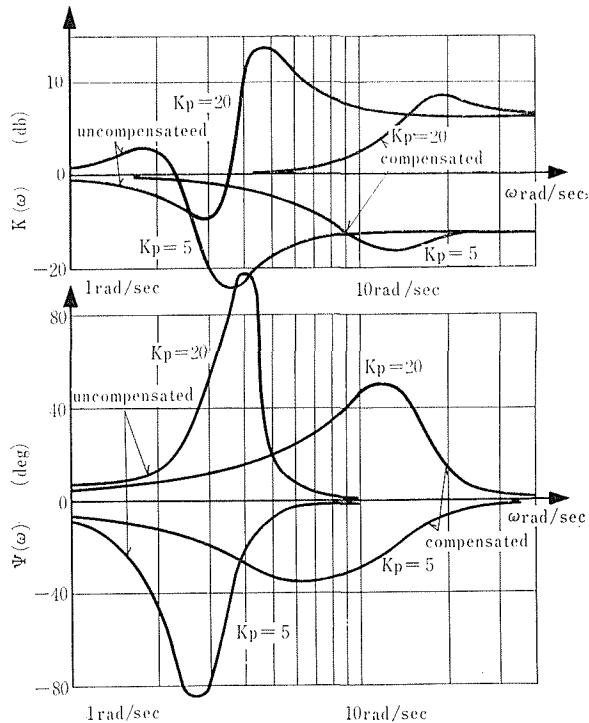


Fig. 9. Comparison of compensated and uncompensated feedback system

要素 $H(s)$ を示す。 $H(s)=1$ の系と補償を行った系の $K(\omega)$, $\Psi(\omega)$ を Fig. 9 に示した。後者の交点周波数 ω_c を前者より高い周波数に持って行き、 $H(s)$ の位相進みの効果によって、 $\Psi(\omega)$, $K(\omega)$ の曲線をなだらかにして S_1 を満足させている。

望ましい等価 2 次系の総合伝達特性 $T(s)$ は S_2, S_3, S_4 より $T_I(s)=4/(s^2+2.8s+4)$ とする。前向き補償要素 $G(s)$ は

$$G(s)=T_I(s)\frac{1+P_0(s)H(s)}{P_0(s)}\doteq T_I(s)H(s)$$

となるが低周波部分で近似して $G(s)=4(s+1)/(s^2+2.8s+4)$ を得る。 $G(s)$, $H(s)$ によって補償された系の周波数応答は Fig. 10 (a) のようになりステップ応答は Fig. 10 (b) のようになる。

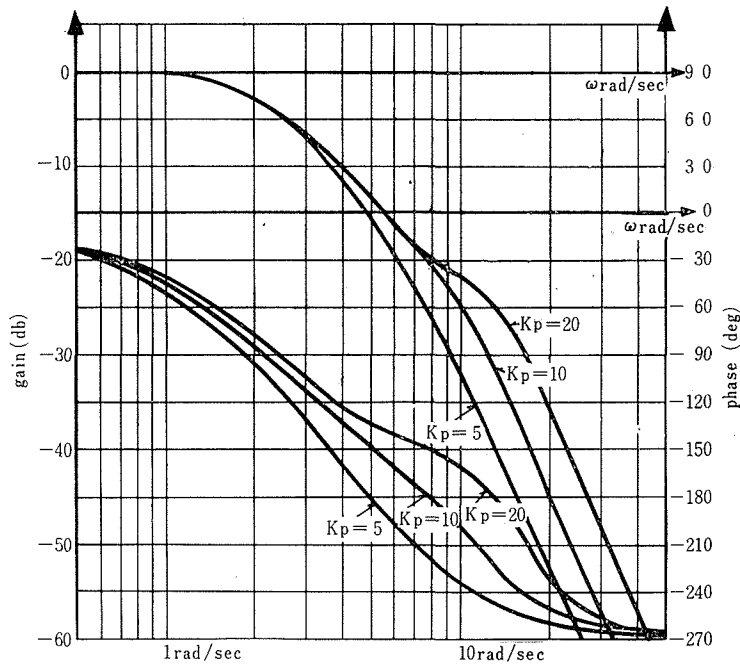


Fig. 10. (a) Frequency response of the compensated feedback system

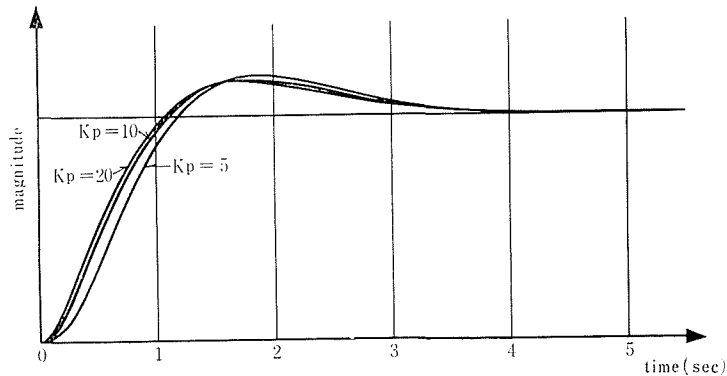


Fig. 10. (b) Step response of the compensated feedback system

プロセスのゲイン変動に対して、上記の線型補償設計を行い適応的な制御性能が得られる事を示した。

5. 結 び

制御対象のパラメータは一般に不確定な場合が多いが、そのパラメータ変動域が与えられている場合の周波数応答法に基づいた線型補償設計について述べた。筆者らが得た結論は次のようである。

(1) Bode が定義した感度と、Horowitz が図式設計に用いた変動分を解析的設計に便利のように $V(s)$ と数式化した変動分関数との関係を明らかにし、 $V(s)$ によって変係数フィードバック系の特徴を定量的にとらえる事ができた。

(2) 従来のフィードバック理論で仕様として与えられる各種定数の許容変動と $V(s)$ との関係に基づき、それらの変動を一括して $V(s)$ に対する仕様で抑え、これを満足するような補償方式を提案した。

(3) 本論文で提案した解析的設計法は原理的に計算機による自動設計に適する。

引 用 文 献

- 1) Horowitz, I. M.: Synthesis of Feedback System, (1963), p. 94~298, Academic Press.
- 2) ボーデ, H. W, 喜安善市訳: 回路網と饋還の理論, (1955), p. 52~284, 岩波書店.
- 3) Horowitz, I. M.: I.R.E. Trans on AC vol. 7, No. 1 (1962), p. 48~56.
- 4) 菅野・小山・三浦: 第10回自動制御連合講演会予稿集, (1967), p. 123~124.
- 5) Horowitz, I. M.: I.R.E. Trans on AC vol. 9, No. 1 (1962), p. 47~57.
- 6) Horowitz, I. M.: I.E.E.E. Trans on AC vol. 9, No. 1 (1964), p. 90~97.
- 7) 市川邦彦: 自動制御の理論と演習, (昭40), p. 198~202, 産業図書.