HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	高速適応制御系の研究 ： 高速逆関数補償型適応制御系
Author(s)	小山, 昭一; 三浦, 良一; 久保, 洋 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 52, 79-98
Issue Date	1969-03-20
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40923
Type	departmental bulletin paper
File Information	52_79-98.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

高速適応制御系の研究

——高速逆関数補償型適応制御系——

小山昭一*
三浦良一*
久保洋*
桜田昂二*
渋川勝久**
高橋勝*

(昭和43年11月22日受理)

Investigation of High Speed Adaptive Control Systems

——A High Speed Adaptive Control System with an Inverse Transfer Function Type Adaptive Compensation——

Shoichi KOYAMA
Ryoichi MIURA
Hiroshi KUEO
Koji SAKURADA
Katsuhisa SHIBUKAWA
Masaru TAKAHASHI

(Received November 22, 1968)

Abstract

In this paper, the general theory of an adaptive control system employing a high speed identifier with one adjustable parameter is studied.

First, the dynamics and stability of the high speed identifier are analysed and its equivalent transfer function is derived, using a small perturbation technique. Then, the effectiveness of the high speed adaptive compensation is discussed as an ideal case. It is also shown that the adaptation system can be efficiently applicable even for the processes that are disturbed by some disturbances, being regarded them as the cause of parameter variations.

In cases where some mismatchings between the actual processes and their mathematical models exist, there are some phenomana which are unique in the high speed adaptive control system. Thus, theoretical cosiderations on the behaviors of the system in such cases and a detailed discussion on the effects of the mismatchings are made.

* 精密工学科　自動制御工学講座
** 精密工学科　精密機器学第二講座

1. 緒　　言

近年，適応制御系の高速化に対する関心が高まり，多くの適応制御方式が提案され，検討されて来た[2)~10)]。係数変化が比較的速い変係数の制御対象の制御，あるいは系の安定領域がせまく，かつ特性が比較的大きく変動する要素を含む制御系の安定化[5)]，等々，これらの目的には，従来の応答が遅い適応制御系では十分な制御効果を期待できず，高速適応制御方式が必要となる。

しかしながら，これまでの研究では，適応制御系の動的な特性に対する検討が必ずしも十分ではなく，例えば，その応答速度そのものについても，一般に適応ループの許容され得るループゲインをもって応答の速さの尺度とし，実験的に確かめる程度の定性的な議論にとどまり，動特性の検討に基づく定量的な議論は，ほとんどなされていない。これは，適応制御系が一般に非線形かつ変係数の系になるため，その解析が非常に困難であることに起因している。

本研究は，上の理由により，きわめて簡単ではあるが，1パラメータの高速逆関数型適応制御系を例にとり，高速同定器の動特性，高速適応制御系の効用および問題点等を詳細に検討することによって，一般の高速適応制御系の問題を論ずる手がかりを求めるものである。特に，実際の制御対象とその数学モデルとの間に何らかの不一致がある場合は，その不一致が適応制御系の高速化に大きな影響を与えるので，詳細な検討が必要である。

上の目的のため，本研究で例題とする高速適応制御系は，すでにその高速性および安定性が十分確かめられており[6)]，例えば，適応ループの時定数 1/100 秒程度のものが容易に実現される。これは従来の高速といわれるものの数十倍程度，また低速のものの数百倍ないしは数千倍以上にも及ぶ速さである。

本報告では，始めに2章において，高速適応制御系の適応の原理，および同定の原理について簡単に述べ，次いで3章において，同定器の動特性をさらに詳細に論ずる。このとき，制御対象の変係数がステップ状に変化する場合の系の安定性が確かめられる。

4章は制御対象が外乱によって乱されている場合の解析であり，そのような場合における高速適応制御系の効用が論じられる。

次いで5章は，実際の制御対象とその数学モデルが一致していない場合の議論であり，それらの不一致が系に与える影響を詳しく検討する。

6章に上の各場合についての，アナログ計算機による模擬実験の結果を示した。

2. 高速逆関数補償型適応制御系

2. 1. 逆関数補償型適応制御系

始めに，本研究で検討の対象とする高速適応制御系，および同定器のブロック線図を図1に示す。この適応制御系は逆関数補償型適応制御系と呼ばれるもので，制御対象に直列に入れ

られた逆関数補償器が，制御対象の変化する伝達特性を打消し，希望する他の特性に置き換えることによって，適応動作を行なうものである。そして，制御対象の特性の変化は同定器によって同定され，逆関数補償器に与えられる。本例では，議論をできるだけ簡単にするために，制御対象は変化するフィードバックゲイン $a(t)$ を持つ1次要素とし，それが逆関数補償器によって積分要素に置き換えられるものとした。従って，系の微分方程式は，図中の各要素に対応して，それぞれ次のように与えられる。

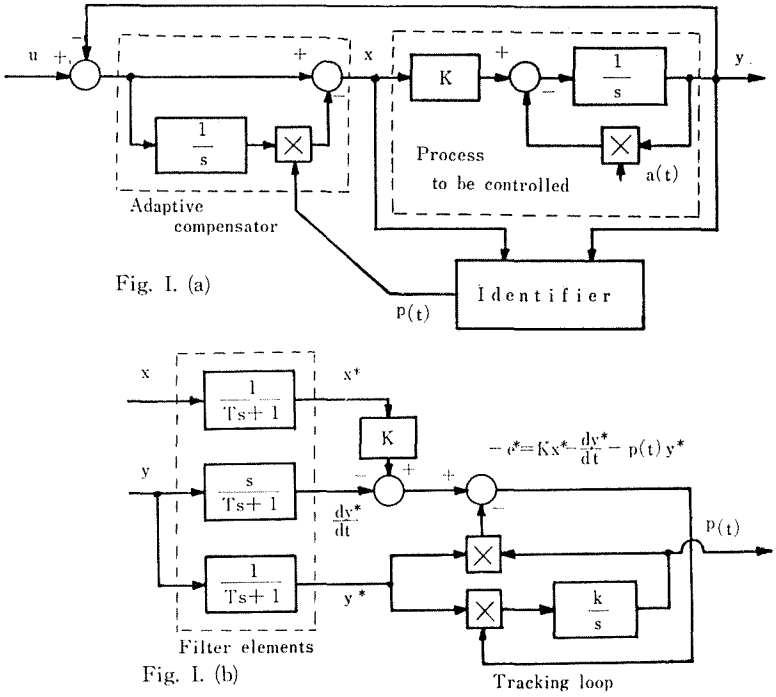

Fig. 1. The block-diagrams of the high speed adaptive control system and its high speed identifier to be investigated.

Fig. 1. (a) High speed adaptive control system.
Fig. 1. (b) High speed identifier.

制御対象：

$$\frac{dy}{dt}+a(t)\cdot y=Kx \tag{2·1}$$

逆関数補償器：

$$x=u-y+p(t)\cdot z \tag{2·2}$$

$$\frac{dz}{dt}=u-y \tag{2·3}$$

同定器フィルタ要素：

$$T\frac{dx^*}{dt}+x^*=x \tag{2·4}$$

$$T\frac{dy^*}{dt}+y^*=y \tag{2·5}$$

同定器追尾系：

$$\frac{dp}{dt}=-ky^*\left(\frac{dy^*}{dt}+p(t)\cdot y^*-Kx^*\right) \tag{2·6}$$

いま，$w=y-Kz$ とおくと，(2・1)，(2・2)，(2・3) の各式より逆関数補償系は

$$\frac{dy}{dt}+Ky=Ku+(p(t)-a(t))y-p(t)w \tag{2・7}$$

$$\frac{dw}{dt}+p(t)\cdot w=(p(t)-a(t))y \tag{2・8}$$

と書き表わせる。従って，同定器の出力 $p(t)$ が制御対象の変係数 $a(t)$ に充分に追従し得て，$p(t)\fallingdotseq a(t)$ となるならば，(2・7)，(2・8) 式は

$$\frac{dy}{dt}+Ky\fallingdotseq Ku-p(t)\cdot w \tag{2・7′}$$

$$\frac{dw}{dt}+a(t)\cdot w\fallingdotseq 0 \tag{2・8′}$$

となり，かつ，(2・8′) 式の左辺は (2・1) 式の左辺と同一の式になり，変数 w は制御対象が安定な系であれば，$t\to\infty$ のとき $w\to 0$ となり，従って (2・7′) 式の右辺第2項が消滅する。すなわち，変化する制御対象の特性が積分要素で置き換えられることになる。以上のことからわかるように，一般に逆関数補償は，置き換えられる制御対象そのものが安定なときにしか可能ではない。

2. 2. 高速同定器

同定器は，Mishkin-Truxal[1] の同定原理にもとずくもの[4),6),8)]であり，方程式誤差型とも，あるいは不完全微分を実行するためのフィルタ要素を有するために，一般化された方程式誤差型同定器とも呼ばれるものである[4)]。ここでは，高速化の目的のため，同定の評価式に瞬時2乗誤差を用い，また追尾のアルゴリスムは最急降下法を用いている。このため，同定可能なパラメータは1個に限られるが，その応答速度はきわめて高速，かつ非常に安定なものとなる。

ここで，同定器の動作原理を簡単に示す。いま，(2・1) 式で与えられる制御対象に対して，同定器の方程式モデルを次のように置く。

$$\frac{dy}{dt}+p(t)\cdot y=Kx+e \tag{2・9}$$

右辺第2項の変数 e は，方程式誤差と呼ばれるもので，制御対象の変係数 $a(t)$ に対する同定器出力 $p(t)$ の近似誤差を表わす。すなわち，(2・1) 式および (2・9) 式から，この e は次のように表わせる。

$$e=p(t)\cdot y+\frac{dy}{dt}-Kx=(p(t)-a(t))\cdot y \tag{2・10}$$

従って，同定の評価式を

$$I=\frac{1}{2}e^2=\frac{1}{2}\left(p(t)\cdot y+\frac{dy}{dt}-Kx\right)^2 \tag{2・11}$$

として，最急降下法によって I を最小にする $p(t)$ を求めると，$p(t)$ は (2・6) 式に対応する次の微分方程式に従う。

$$\frac{dp}{dt}=-k\frac{\partial I}{\partial p}=-ky\cdot\left(p(t)\cdot y+\frac{dy}{dt}-Kx\right) \tag{2・12}$$

上式はまた，(2・10) 式から次のように表わせる。

$$\frac{dp}{dt}+ky^2\cdot p(t)=ky^2\cdot a(t) \tag{2・13}$$

すなわち，(2・12) 式は同定器の構成を与えるものであり，(2・13) 式がその特性を示している。

さて，(2・12) 式に従って実際に同定器を実現する場合，右辺第2項の dy/dt の信号が必要である。しかし，一般にこの信号を直接得ることは困難である。それゆえに，ここでは (2・4) 式および (2・5) 式のフィルタ要素を用い，それによって制御対象の入出力信号 x, y から x^*, y^* および dy^*/dt を作り，(2・12) 式右辺の各項の代わりにあてる。従って，(2・12) 式が (2・6) 式に置き換えられ，かつ (2・13) 式に対応して次の (2・14) 式が得られる。

$$\frac{dp}{dt}+ky^{*2}\cdot p(t)=ky^{*2}\cdot a^*(t) \tag{2・14}$$

一方，x^* と y^* との間には (2・1) 式と類似な次の関係式

$$\frac{dy^*}{dt}+a^*(t)\cdot y^*=Kx^* \tag{2・15}$$

が成立するものとすると，この (2・15) 式と (2・1), (2・4), (2・5) の各式から，$a(t)$ と $a^*(t)$ に関して

$$Ty^*\cdot\frac{da^*}{dt}+y\cdot a^*(t)=a(t) \tag{2・16}$$

が成立する。

以上の結果から，結局同定器の伝達特性，すなわち制御対象の係数変化 $a(t)$ から同定器の出力 $p(t)$ までの伝達特性は (2・14) 式および (2・16) 式で与えられることになる。すなわち，フィルタ要素と追尾系のそれぞれの特性のカスケード結合になっている。また，(2・14) 式および (2・16) 式はいずれも変係数であるが線形である。(2・15) 式は $y^*=0$ のときを除いて漸近安定であり，従ってループゲイン k は任意の大きさにすることができる。(2・16) 式については，$y=0$ の近傍における安定性はなお詳細な検討が必要であるが，$|y|\gg 0$ のときは容易に安定性が確かめられる。

3. 同定器の等価伝達関数および適応系の安定性

ここで，後半の議論にも関係するので，同定器の特性についてのさらに詳しい解析と，適応系の安定性についての考察を進めることにする。

いま，$a\equiv\bar{a}+\delta a$ および $x\equiv\bar{x}+\delta x$ として，制御対象の変係数 a および入力 x の微小変動 δa および δx によって生ずる同定器出力 $p(t)$ の変動 δp_a および δp_x を考える。制御対象の出力 y についても，当然何らかの変化を受けるはずであり，その変動分をそれぞれ δy_a およ

び δy_x とすると，(2・1) 式より

$$\frac{d\delta y_a}{dt}+a\delta y_a=-\bar{y}\cdot\delta a \tag{3・1}$$

$$\frac{d\delta y_x}{dt}+a\delta y_x=K\delta x \tag{3・2}$$

また，同定器の出力の変動分 δp_a および δp_x については，(2・14) 式および (2・16) 式より

$$\frac{d\delta p_a}{dt}+k\bar{y}^{*2}\cdot\delta p_a=k\bar{y}^{*2}\cdot\delta a_a^*+2k\bar{y}^*\delta y_a\cdot(\bar{a}^*-p) \tag{3・3}$$

$$T\bar{y}^*\frac{d\delta a_a^*}{dt}+\bar{y}\cdot\delta a_a^*=\delta a \tag{3・4}$$

および

$$\frac{d\delta p_x}{dt}+k\bar{y}^{*2}\cdot\delta p_x=k\bar{y}^{*2}\cdot\delta a_x^*+2k\bar{y}^*\cdot\delta y_x\cdot(\bar{a}^*-p) \tag{3・5}$$

$$T\bar{y}^*\frac{d\delta a_x^*}{dt}+\bar{y}\cdot\delta a_x^*=0 \tag{3・6}$$

が得られる。

一方，(3・3) 式および (3・5) 式の右辺第2項の $\bar{a}^*-p$ は同定器の追従誤差であって，これを δp^* とおけば

$$\frac{d\delta p^*}{dt}+k\bar{y}^{*2}\cdot\delta p^*=-\frac{d\bar{a}^*}{dt} \tag{3・7}$$

となり，当然のことではあるが，追尾系のループゲイン k と a^* の変化速度，ひいては a の変化速度に関係して，追尾系のループゲインが大きい程小さく，また a^* の変化速度が大きい程大きくなる値である。しかしながら，a^* の変化速度はフィルタの特性によって (2・16) 式でおさえられ，また一方，δy_a および δy_x はそれぞれ (3・1) 式および (3・2) 式に示されるように，制御対象の周波数特性によっておさえられるので，従ってこれらの積である (3・3) 式および (3・5) 式の第2項の値は，同定器のフィルタ要素および追尾系の応答が十分速ければ，無視できる程小さくなる。これらの関係を示すために，δp^*, δy_a および δy_x の等価的な周波数ゲイン特性を図2に示した。ここでは，$x=\bar{y}=1$, $\bar{a}=1$, $K=10$, $T=1/20$, $k=100$ にとってある。

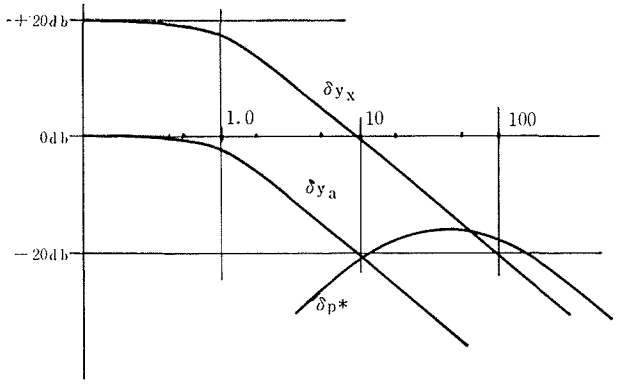

Fig. 2. Frequency-gain characteristics of δp^*, δy_a, and δy_x. ($x=y=1$, $\bar{a}=1$, $K=10$, $T=1/20$, $k=100$)

以上の考察から，結局，δp_a および δp_x に関して，次の関係式が得られる。

$$\frac{d\delta p_a}{dt}+k\bar{y}^{*2}\cdot\delta p_a=k\bar{y}^{*2}\cdot\delta a_a^* \tag{3·3′}$$

$$T\bar{y}^*\frac{d\delta a_a^*}{dt}+\bar{y}\cdot\delta a_a^*=\delta a \tag{3·4}$$

および

$$\frac{d\delta p_x}{dt}+k\bar{y}^{*2}\cdot\delta p_x=k\bar{y}^{*2}\cdot\delta a_x^* \tag{3·5′}$$

$$T\bar{y}^*\frac{d\delta a_x^*}{dt}+\bar{y}\cdot\delta a_x^*=0 \tag{3·6}$$

すなわち，この同定器は制御対象の係数 a の変化には非常に敏感であるが，入力 x の変化にはほとんど感じないことが結論される。これらのことは，アナログ計算機による多くの模擬実験によって裏づけられている。

(3·3′) 式および (3·4) 式から，同定器の等価伝達関数が，前章の結論同様，フィルタ要素と追尾系のカスケード結合として得られる。そのブロック線図を図3に示す。このことは，後述するように，アナログ計算機の模擬実験による同定器の周波数特性 (図 14) の結果と非常によく一致する。

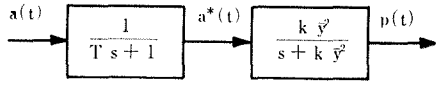

Fig. 3. The equivalent transfer characteristics of the high speed identifier.

さて，以上の結果にもとづいて，適応系の安定性についての簡単な考察を試みよう。逆関数補償器の特性を示す方程式，前章 (2·7′) 式および (2·8′) 式は，$p(t)\fallingdotseq a(t)$ を仮定して得られた式である。そして，それらの式は制御対象の動作方程式 (2·1) 式が安定であれば，適応系が安定に動作し，制御対象の時定数と同じ時定数で適応動作が完了することを意味している。一方，上の考察の結果，すなわち (3·3′) 式，(3·4) 式，(3·5′) 式および (3·6) 式によれば，δa が定数のとき，すなわち，同定器がある初期的な偏差 δa，あるいは大きさが δa であるステップ状の係数変化に追従するような場合は，$t\to\infty$ のとき $\delta p\to\delta a$ であり，その挙動はフィルタ要素および追尾系がカスケードに結合された特性によっていて，制御対象への入力 δx にはほとんど依存していない。従ってこのような場合には，適応系は安定であることが推論される。なお，一般の場合にはさらに詳細な検討が必要であるが，ここでは，多くのアナログシミュレーションの結果，きわめて安定であったことを付け加えるにとどめる。

4. 外乱のある場合の検討

これまでの議論は，制御対象の動作方程式と，同定器の方程式モデルおよびそれに対応した補償器の逆関数モデル，すなわち実際の制御対象とその基本的な数学モデル，が完全に一致していることを前提とした，いわば理想化された状態での議論である。緒言でも述べたように，

実際的な場合にはこのように理想化できることは非常にまれであり，例えば，制御対象が何らかの外乱で乱されていたり，または，実際の制御対象とその数学モデルとの間に差異があったりするのが普通である。これ等は，あらかじめ制御対象の数学モデルを決定する際に行なわれる省略あるいは近似，あるいは他の予測できない種々の要因によってひき起こされる。従って，これ等が系に与える影響を検討することは，きわめて重要なことといえる。本研究では，始めに本章で外乱の影響，およびそれに対する高速適応制御系の効果を論じ，次章以下で制御対象と同定器の方程式モデルとに不一致がある場合を検討することにする。なお，補償器の逆関数モデルの不一致の問題については，従来感度解析法などで詳しい議論がなされており，この場合もほぼ同様であると思われるので，ここでは割愛する。

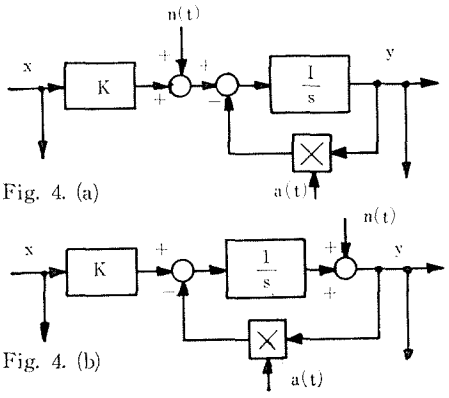

Fig. 4. (a)
Fig. 4. (b)
Fig. 4. Examples of disturbed processes.

さて，制御対象が外乱によって乱されている場合は，図4の例に示すように，種々の場合が考えられる。しかし，いま外乱の影響を表わす項として $m(t)$ なる変数を考えると，制御対象の方程式を次のように仮定しても一般性は失われない。

$$\frac{dy}{dt}+a(t)\cdot y=Kx+m(t) \tag{4・1}$$

すなわち，図4(a) の場合は $m(t)=n(t)$，図4(b) の場合は $m(t)=dn(t)/dt$ とすればよい。これを前述の同定器によって，すなわちその方程式モデルを

$$\frac{dy^*}{dt}+p(t)y^*=Kx^*+e^* \tag{4・2}$$

として，同定するものとする。また，制御対象を表わす (4・1) 式は，フィルタの効果を考慮すると x^*, y^* に関する次の微分方程式に書き換えられ

$$\frac{dy^*}{dt}+a^*(t)\cdot y^*=Kx^*+m^*(t) \tag{4・3}$$

ただし

$$Ty^*\frac{da^*}{dt}+y\cdot a^*(t)=a(t) \tag{4・4}$$

$$T\frac{dm^*}{dt}+m^*(t)=m(t) \tag{4・5}$$

となる。従って，(4・2) 式および (4・5) 式から，前述の (2・14) 式に対応する，次の同定動作の微分方程式が得られる。

$$\frac{dp}{dt}+ky^{*2}\cdot p(t)=ky^{*2}\cdot a^*(t)-ky^*\cdot m^*(t) \tag{4・6}$$

ただし，$a^*(t)$ および $m^*(t)$ はそれぞれ上の (4・4) 式および (4・5) 式に従う。

すなわち，制御対象に外乱が内在している場合には，(4・5) 式および (4・6) 式を通じてその影響が直接的に同定器に現われる。このことは，通常オフライン同定では好ましくないこととされるものであるが，高速適応制御系では，外乱をあたかも制御対象の係数変化としてとらえることができることを意味し，従って，それを補償しうる可能性が生じたのであるから，むしろ好ましいことである。実際，この系では，外乱の影響が同定器出力にネガティブに現われ，それが補償器の乗算器を介して制御対象の入力 x に加えられるので，出力 y に現われる外乱の影響は実効的に減じられる。

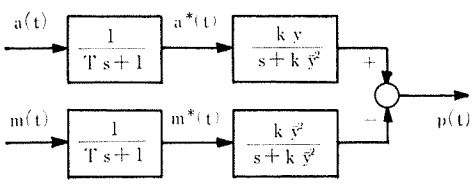

Fig. 5. The equivalent transfer characteristics of the identifier when the controlled process is disturbed with noises.

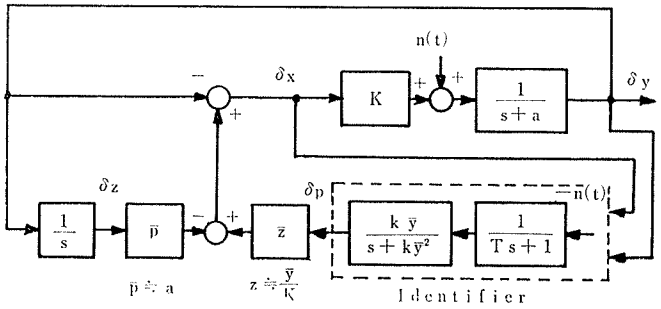

Fig. 6. The equivalent block-diagram of the high speed adaptive control system under the effect of disturbances.

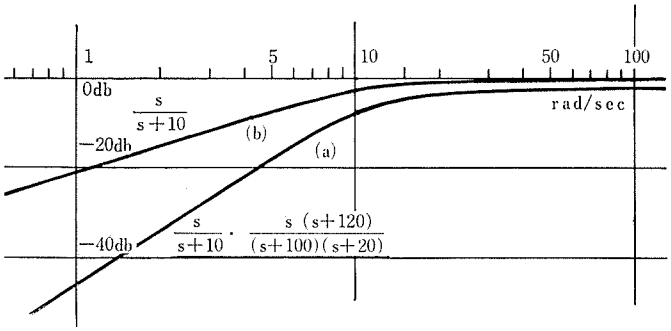

Fig. 7. The effectiveness of the high speed adaptation. Frequency characteristics of control systems from disturbances to system outputs; (a) with adaptation loop, (b) without adaptation loop. ($a=1$, $K=10$, $ky=100$, $T=1/20$)

ここで，前章と同様の手法を用いることにして，外乱の変動分を $\delta m(t)$，および同定器の出力の変動分を δp_m とすれば，(4・5) 式および (4・6) 式より次の (4・7) 式および (4・8) 式が得られる。

$$T\frac{d\delta m^*}{dt}+\delta m^*=\delta m \tag{4・7}$$

$$\frac{d\delta p_m}{dt}+k\bar{y}^{*2}\cdot\delta p_m=-k\bar{y}^*\cdot\delta m^* \tag{4・8}$$

ここで，(4・8) 式ではこの他に，右辺に $k\bar{y}^*\delta\bar{y}_m^*\cdot(a-p)$ なる項を考慮しなければならないが，前章の場合と同様に，十分に小さいので無視することにする。

一方，この δp_m は前述のように乗算器を介して制御対象の入力 δx に加えられるから，

(2・2) 式および (2・3) 式より

$$\delta x = -K\delta y_m + \bar{z}\cdot\delta p_m + \bar{p}\cdot\delta z_m \tag{4・9}$$

かつ

$$\frac{d\delta z_m}{dt} = -\delta y_m \tag{4・10}$$

が得られる。以上の結果より，図5に示す制御対象が外乱で乱されている場合の同定器，および図6に示す高速適応制御系の等価ブロック線図が得られる。図7は逆関数補償を行なった場合の，外乱 $\delta m(t)$ から制御対象の出力 δy までの等価周波数ゲイン線図の一例であり，適応ループのある場合とない場合を比較して，外乱に対する高速適応制御系の効果を示した。ここでは，$\bar{x}=\bar{y}=1$，$a=1$，$K=10$，$T=1/20$，$k=100$ とした。

5. 制御対象と数学モデルに不一致がある場合の検討

5. 1. 問題の検討

実際の制御対象とその数学モデルとの不一致には，次のような各場合が考えられる。すなわち，(1) 制御対象と数学モデルの型が異なる場合，(2) 型は同一であってもその次数が異なる場合，(3) 適応の直接の対象とはされない固定パラメータの不一致，である。

(1) は集中定数系と分布定数系，あるいは線形と非線形，等々，制御対象と数学モデルとの構造的な不一致の場合である。これは非常に多くの場合を含み，またそれらの影響の与え方も非常に多様である。実際，実在する現象とその数学モデルとの間には，常にこのような不一致が存在するといっても過言ではなく，またある種の系では，解析を容易にするために，あえてこのような不一致のある数学モデルを用いることすら多い。従って，このような場合の不一致が高速適応制御系に与える影響を検討することは，非常に興味深く，かつ実用上きわめて重要であるが，これは別の機会にゆずることにして，ここでは，(2) と (3) の問題に限ることにする。

(2) は，制御対象の数学モデルをあらかじめ決定する際の，近似あるいは省略等，複雑な系を簡単化することによって生ずる場合である。周波数応答法等によって，制御対象の特性を知ろうとする場合，通常その系に支配的と思われる折れ点ないしは交点周波数の数 10 倍程度まで測定するのが普通であり，従ってそれよりさらに高周波領域にある折れ点は無視されることになる。一般の制御系の設計においては，これでほぼ十分である訳であるが，高速適応制御系では，適応の速さが制御対象の応答速度と同程度あるいはそれ以上になると，この無視された特性根の影響が現われるようになる。このような場合については，すでに Horracks[2] が彼のモデル比較型の適応制御系において実験的に検討した例があるが，それは警告程度のものであり定量的検討には至っていない。

(3) は，(2) と同様に，数学モデルを決定あるいは設定する際の測定あるいは設定誤差にもとづくものである。特に本研究の例では，適応可能なパラメータがただ1個なので，その意味

でその他の固定されたパラメータの不一致による影響を検討することが重要となるが，一般の多パラメータの適応制御系においても，各パラメータ間の相互干渉が系におよぼす影響を知る重要な手がかりとなるであろう。

ここでは，まずこの (3) の場合から検討を始めることにする。

5. 2. 固定パラメータの不一致

いま，制御対象の固定ゲインを K と推定したところ，実際は K' であった，という場合を考える。すなわち，同定器の方程式モデルを

$$\frac{dy^*}{dt}+p(t)\cdot y^*=Kx^*+e^* \tag{5・1}$$

とし，このとき制御対象の微分方程式が

$$\frac{dy}{dt}+a(t)\cdot y=K'x \tag{5・2}$$

であるとする。上式はフィルタ要素の出力 x^*, y^* について書きなおすと

$$\frac{dy^*}{dt}+a^*(t)\cdot y^*=K'x^* \tag{5・3}$$

$$Ty^*\frac{da^*}{dt}+y\cdot a^*=y\cdot a \tag{5・4}$$

となる。従って2章と同様にして

$$\frac{dp}{dt}+ky^{*2}\cdot p(t)=ky^{*2}\cdot a^*(t)+ky^*(K-K')x^* \tag{5・5}$$

が得られる。すなわち，この場合は制御対象への入力 x の影響が，上式の右辺第2項によって直接同定器出力 p に現われることになる。そして，それは補償器を通じて再び制御対象の入力に加えられるので，その結果ここに閉じた帰還路が形成される。$K>K'$ なら正帰還であり，$K<K'$ なら負帰還となる。

そこで，これらの影響を検討するために，$u\equiv\bar{u}+\delta u$ とし，系への入力 u の微小変動 δu に対する，系の平衡点のまわりの挙動を考察する。ここで，$a(t)$ は定数とする。このとき，系へのある一定入力 $\bar{u}$ に対する系の平衡点における各変数の値は

$$\bar{u}=\bar{y}=\bar{y}^*=\frac{K'}{a}\bar{x}=\frac{K'}{a}\bar{x}^*=\bar{z},\quad \bar{p}=\frac{K}{K'}a$$

となる。従って，前述の手法と同様にして，次の微小変動に関する系の連立方程式が得られる。

$$\frac{d\delta y}{dt}+a\cdot\delta y=K'\delta x \tag{5・6}$$

$$\delta x=\frac{K}{K'}\cdot a\cdot\delta z+\bar{y}K\cdot\delta p-\delta y+\delta u \tag{5・7}$$

$$\frac{d\delta z}{dt}=-\delta y+\delta u \tag{5・8}$$

$$\frac{d\delta p}{dt}+k\bar{y}^2\cdot\delta p=k\bar{y}\cdot(K-K')\delta x^* \tag{5·9}$$

$$\frac{d\delta x^*}{dt}+\delta x^*=\delta x \tag{5·10}$$

従って，これらの方程式から図8に示される，固定ゲイン K の不一致の影響を表わす，適応制御系の等価ブロック線図が得られる。図9は，この等価系の特性方程式の根軌跡である。K'/K をパラメータにとり，$\bar{u}=x=\bar{y}=1$，$a=1, k=100, T=1/100$ としてある。この根軌跡は，K'/K が小，すなわち実際の制御対象に対して同定器の固定ゲイン K を大きく見積り過ぎると，系が次第に振動的になり，遂には不安定にさえなることを示している。しかしながら，$\bar{p}=a\cdot K/K'$ となるので，通常はそれ以前に同定器の出力 p が飽和する。いずれにしても，制

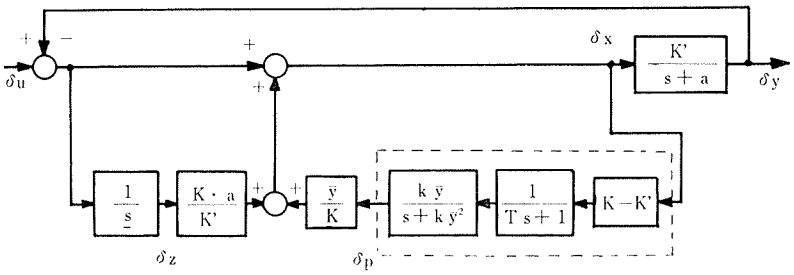

Fig. 8. The equivalent block-diagram of the adaptive control system under the effect of mismatching of fixed parameter K.

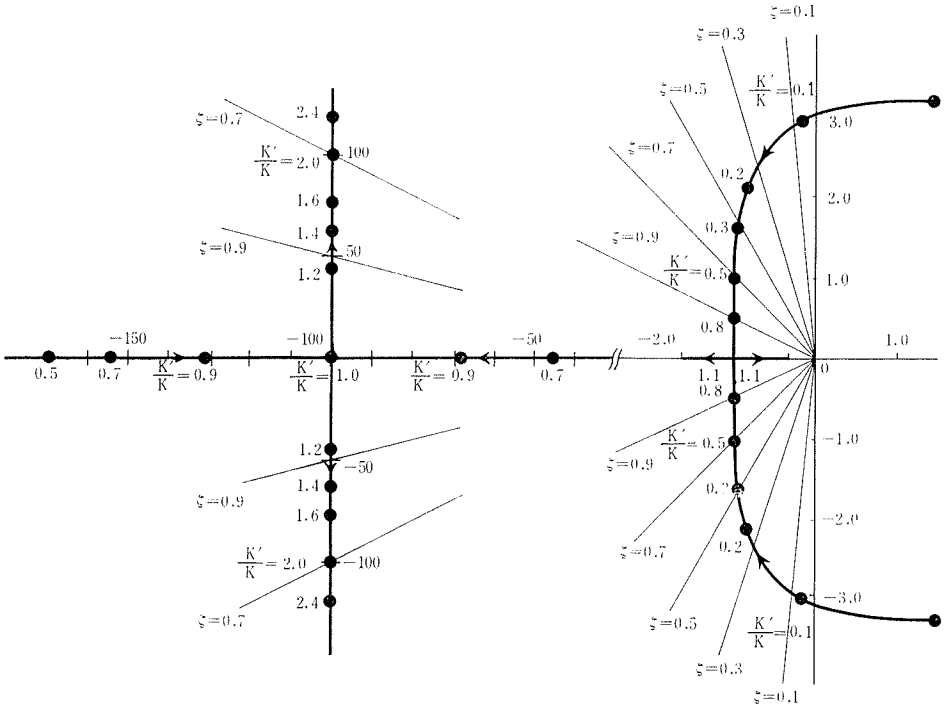

Fig. 9.

御対象の固定ゲイン K' が動作中に大きく変動するような場合には，それに対する適当な対策が必要になる。

5. 3. 次数が異なる場合

次に，実際の制御対象の動作方程式と同定器の方程式モデルとの間に次数の違いがある場合について考察する。ここでは，その例として2次系の制御対象に対して，前述の1次系の同定器を用いる場合を考える。すなわち，実際の制御対象には変動する特性根 $a(t)$ の他に，特性根 b が付加されている場合である。この場合，図10 の (a) および (b) に示すように，付加極 b の入り方で，次の2通りの場合が考えられる。すなわち，制御対象の微分方程式を記号的に書き表わすと，(a) 図に対応して

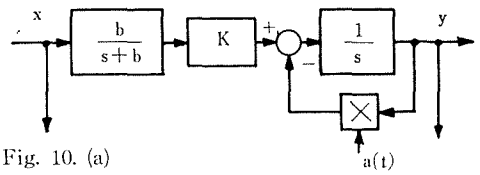

Fig. 10. (a)

$$\left(\frac{d}{dt}+b\right)\cdot\left(\frac{d}{dt}+a(t)\right)\cdot y=bK\cdot x \tag{5・11}$$

および (b) 図に対応して

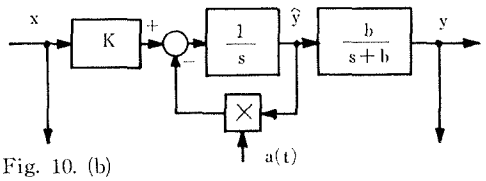

Fig. 10. (b)

Fig. 10. Examples of mismatching cases where the controlled process has an additional pole b.

$$\left(\frac{d}{dt}+a(t)\right)\cdot\left(\frac{d}{dt}+b\right)\cdot y=Kb\cdot x \tag{5・12}$$

である。

(1) (a) 図の場合　いま m を付加極 b の影響を表わす量として，(5・11) 式が次の (5・13) 式の形に書き表わせるものとする。

$$\left(\frac{d}{dt}+a(t)\right)\cdot y=K\cdot x+1\cdot m \tag{5・13}$$

この (5・13) 式の両辺に演算子 $(d/dt+b)$ を掛けあわせ，(5・11) 式から辺々引き算を行なうと

$$\frac{dm}{dt}+b\cdot m=-K\frac{dx}{dt} \tag{5・14}$$

が得られる。すなわち，制御対象 (5・11) 式は連立方程式 (5・13) 式および (5・14) 式の形で表わされることになる。(5・13) 式は m が (5・14) 式に従う x の関数であるということを除いて，前章の外乱がある場合と同様な式である。従って，前章と同様な手順により，次の同定器の動作方程式が得られる。

$$\frac{dp}{dt}+ky^{*2}\cdot p=ky^{*2}\cdot a^*-ky^*\cdot m^* \tag{5・15}$$

$$Ty^*\frac{da^*}{dt}+y\cdot a^*=y\cdot a \tag{5・16}$$

$$T\frac{dm^*}{dt}+m^*=m \tag{5・17}$$

(2) (b) 図の場合　　次に制御対象の特性が (5・12) 式で与えられる場合は，図中に示されているような中間の変数 $\hat{y}$ をとると

$$\frac{dy}{dt}+by=b\hat{y} \tag{5・18}$$

$$\frac{d\hat{y}}{dt}+a(t)\cdot\hat{y}=Kx \tag{5・19}$$

である。ここで前述の場合と同様に，付加極 b の影響量を m として

$$\frac{dy}{dt}+\hat{a}(t)\cdot y=Kx+m \tag{5・20}$$

が成立するものと仮定する。ただし，今度の場合は，(5・18) 式が $a(t)$ に対してフィルタ的効果を持つので，(5・20) 式においては $\hat{a}(t)$ とならなければならない。このようにすると，前述の場合と同様にして，次の関係式を得る。

$$y\cdot\frac{d\hat{a}}{dt}+b\cdot\hat{y}\cdot(\hat{a}-a)=K\frac{dx}{dt}+\frac{dm}{dt}+bm \tag{5・21}$$

ここで，$\hat{a}$ は制御対象の変係数 a のみに依存するものとして

$$y\cdot\frac{d\hat{a}}{dt}+b\hat{y}\cdot\hat{a}=a \tag{5・22}$$

とおくと，m について (1) の場合と同様の式

$$\frac{dm}{dt}+bm=-K\frac{dx}{dt} \tag{5・23}$$

が得られる。従って，この場合の同定器の出力 p に関して，次の関係式が得られる。

$$\frac{dp}{dt}+ky^{*2}\cdot p=ky^{*2}\cdot\hat{a}^{*}-ky^{*}\cdot m^{*} \tag{5・24}$$

$$Ty^{*}\frac{d\hat{a}^{*}}{dt}+y\cdot\hat{a}^{*}=y\cdot\hat{a} \tag{5・25}$$

$$T\frac{dm^{*}}{dt}+m^{*}=m \tag{5・26}$$

これらの関係式は，(1) の場合の (5・15)，(5・16) および (5・17) の各式とほぼ同様の式であるが，その違いは (5・22) 式で与えられるように，変係数 a が，付加極 b の影響を受けた $\hat{a}$ の形で，同定器の出力 p に現われることである。従って，同定器の変係数 $a(t)$ に対する追従特性は，付加極 b の影響を受けることになる。また，制御対象への入力 x は，いずれの場合においても，同定器の出力 p に $-K\cdot dx/dt$ の形で直接的に現われることになり，前節の固定パラメータの不一致の場合と同様に，閉帰還路が形成される。

さて，ここでふたたび $u\equiv\bar{u}+\delta u$ として，微小変動法を用いてこの場合の系の解析をすすめることにすると，δu に対する各変数の微小変動に関する微分方程式は

$$\frac{d\delta y}{dt}+a\delta y=K\delta x+\delta m \tag{5·27}$$

$$\frac{d\delta m}{dt}+b\delta m=-\frac{d\delta x}{dt} \tag{5·28}$$

$$\delta x=a\delta z+\dot{y}\cdot\delta p-\delta y+\delta u \tag{5·29}$$

$$\frac{d\delta z}{dt}=-\delta y+\delta u \tag{5·30}$$

$$\frac{d\delta p}{dt}+k\bar{y}^2\cdot\delta p=-ky\cdot\delta m^* \tag{5·31}$$

$$T\frac{d\delta m^*}{dt}+\delta m^*=\delta m \tag{5·31}$$

となる。

従って，図 11 に示されるこの場合の適応制御系の等価ブロック線図が得られる。図 12 は，この等価系の特性方程式の根軌跡である。k をパラメータとして，$\bar{u}=\bar{x}=\bar{y}=1$, $a=1$, $b=5$ および $T=1/100$ としてある。この根軌跡は，この場合，すなわち実際の制御対象とその数学モデルの次数が一致しない場合は，同定器の応答が速くなると系が振動的になることを示している。

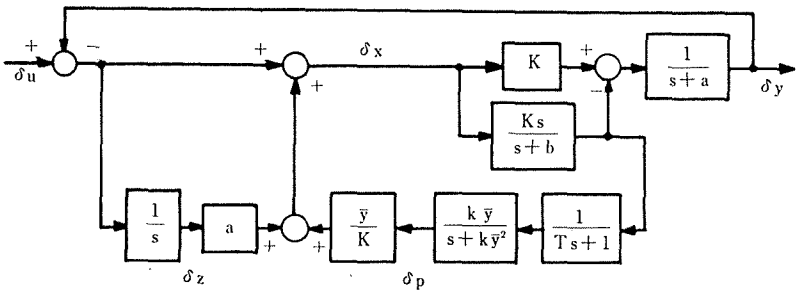

Fig. 11. The equivalent block-diagram of the adaptive control system under the effect of the additional pole b.

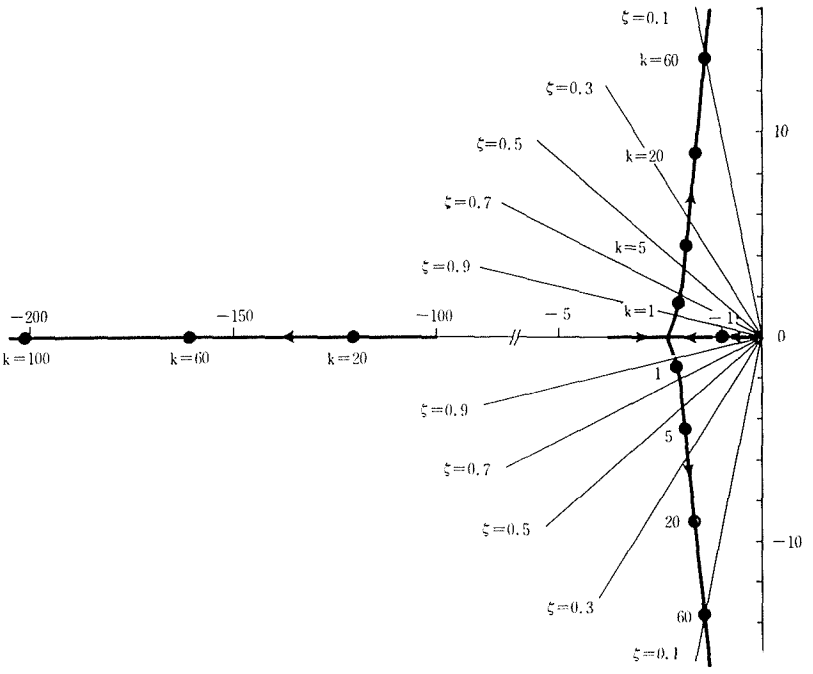

Fig. 12.

6. 実験と考察

アナログ計算機による模擬実験の結果を以下に示す。実験のための計算機の結線図は図 13 に示す通りである。図中制御対象 I は，制御対象と数学モデルが一致している理想化された場合の対象である。制御対象 II は外乱のある場合，制御対象 III および IV は同定器の方程式モデルと次数が 1 次異なっており，それぞれ前章 5.3 の (1) および (2) の各場合に対応している。また，固定ゲインに不一致のある場合の模擬は，制御対象 I を用いてそのゲイン定数 K を，同定器の対応するゲイン係数 K と違えることにより行なった。

始めに，図 14 は制御対象 I を用いたときの係数変化 $a(t)$ から同定器出力 $p(t)$ までの周波数応答である。前述の第 3 章の解析に対応して，同定器の動特性が，フィルタ要素と追尾系のそれぞれの特性のカスケード結合であることを示している。ここで，$T=1/20$，$k=200$，$\bar{y}=0.5$ 従って $k\bar{y}^2=50$ である。制御対象 II について行なった，外乱 $n(t)$ から同定器出力 $p(t)$ までの周波数応答については，この図 14 とほとんど同一のものが得られた。

次に図 15 の周波数応答は，次数の不一致がある場合で，制御対象入力 δx から同定器出力 δp までをとってある。この場合は，制御対象 III および制御対象 IV の各場合について行なったが，ほぼ同一の結果であり，第 5 章の解析の結果とよく一致している。

図 16 には，上述の各場合についての過渡応答の結果を示した。各場合とも $\bar{u}=0.5$，$k=200$，$T=1/20$ としてあり，とくに断わらない場合は $a=1$ および $K=1$ である。それぞれ，制御対

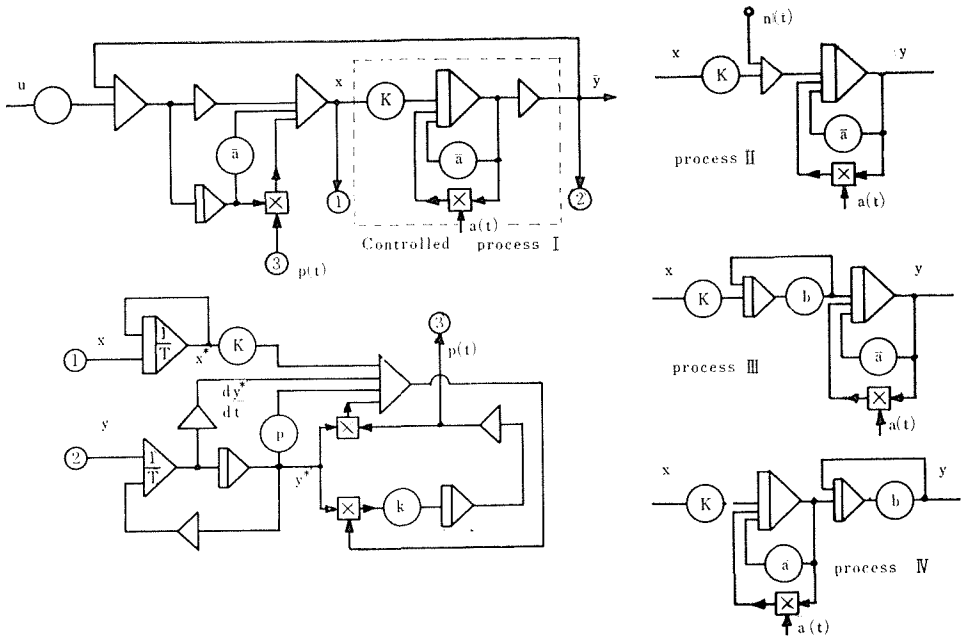

Fig. 13. The computer diagram for analog simulation of the adaptive control system.

象の出力 y(上)と同定器の出力 p(下)とが対比され，また適応系にしないとき(前)としたとき(後)の応答が示されており，適応系の挙動を明らかにしている。

図16(a)は制御対象Iを用いた場合で，(1)は $a=1$，$p(0)=1$ として，制御対象と同定器の各係数が完全に一致している場合の応答であり，従って同定器の出力はほとんど変動しない。この場合は適応系とそうでないときはほとんど一致している。(2)，(3)は $a=1$，$p(0)=1.5$ として，$p(t)$ に初期的な偏差を与えたときの応答で，(2)は適応系でない場合，(3)が適応系にした場合である。

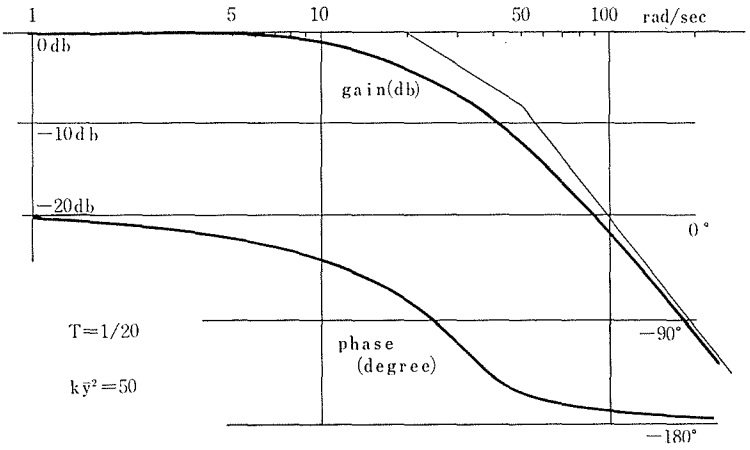

Fig. 14. Frequency response of the identifier; from parameter variation $a(t)$ to the identifier output $p(t)$.

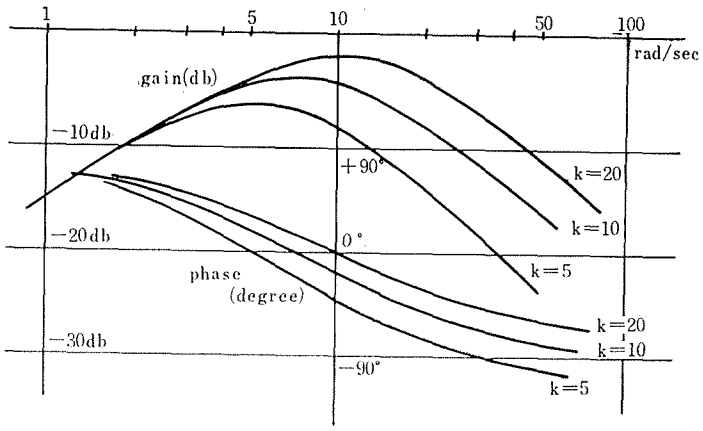

Fig. 15. Frequency responses of the identifier under the effect of the additional pole b; from the input variation δx of the process to the identifier output δp. ($a=1$, $b=5$, $x=1+0.1\sin\omega t$, $T=1/100$)

いずれの場合も同定器の出力はまったく同様の応答を示し，その応答速度が制御対象に比べて非常に速いことが示されている。

図16(b)はそれぞれ制御対象 I および II において，$a=1+0.2\,\mathrm{sgn}(\sin t)$ あるいは $n(t)=0.2\,\mathrm{sgn}(\sin t)$ としたときの応答であり，(1)，(2)が前者，および(3)，(4)が後者の場合である。また(1)，(3)が適応系でない場合，および(2)，(4)が適応系の場合である。この図の順序の関係は以下の図においては，いずれも同一の関係になっている。この場合，係数変化 $a(t)$ および外乱 $n(t)$ が，それぞれ矩形波状に変化しているので，前掲の周波数応答の結果からみても，それらの影響を完全に除去することは困難であるが，これらは高速適応系の効果を非常によく現わしているといえる。

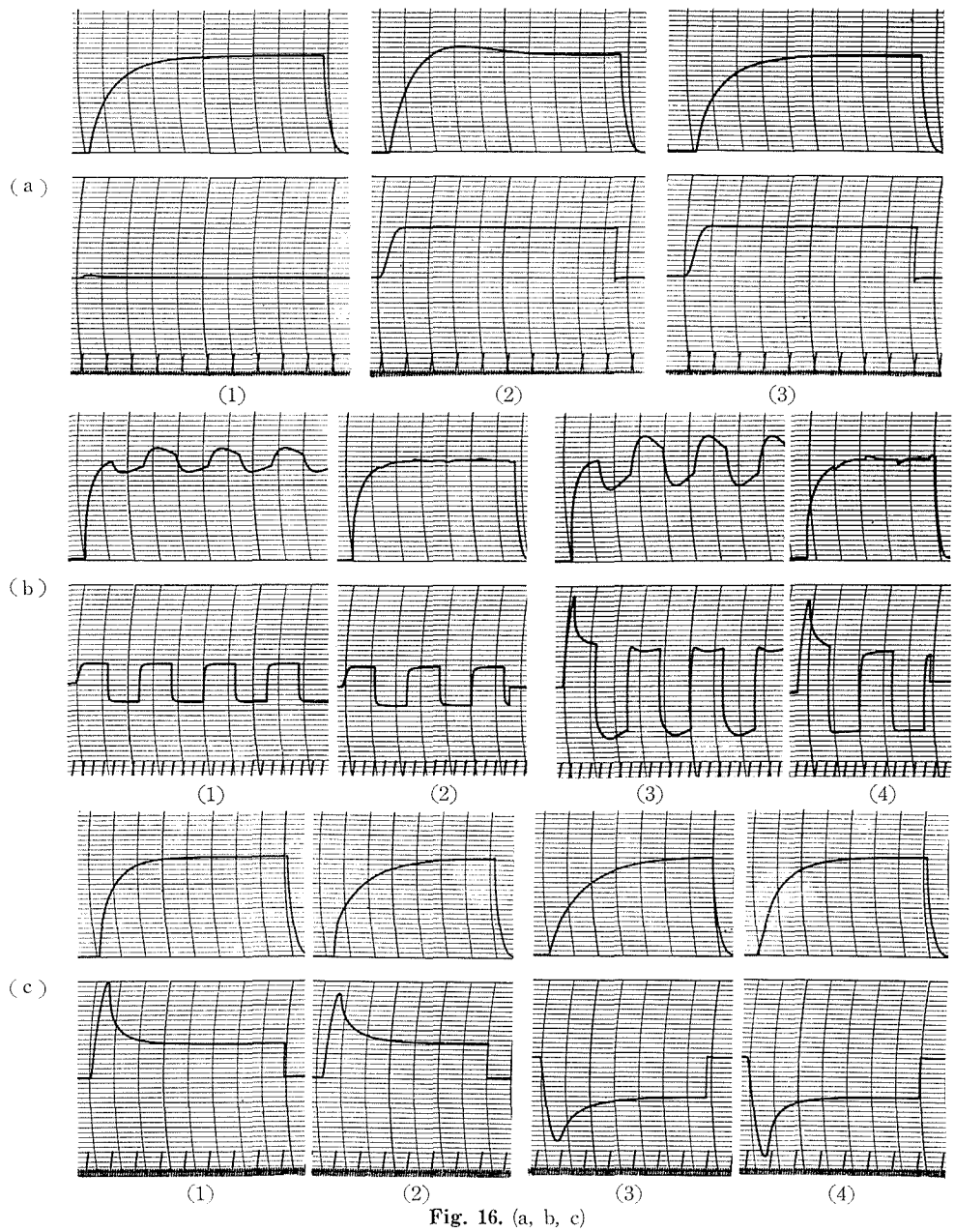

Fig. 16. (a, b, c)

図 16 (c) は，固定ゲイン K の不一致の場合の応答であり，同定器のゲイン K を 1 として，(1), (2) は制御対象のゲイン $K'=1.5$ の場合，(3), (4) は $K'=0.75$ の場合である。適応系にした場合，前章 5.2 の解析結果に対応して，前者ではピーク値がおさえられ，後者では逆に大きくなっている。

次に図 16 (d)，図 16 (e) は，次数が一致しない場合で，付加極を $b=5$ とし，それぞれ (1), (2) が制御対象 III，(3), (4) が制御対象 IV の場合である。とくに図 16 (e) は，(d) の場合

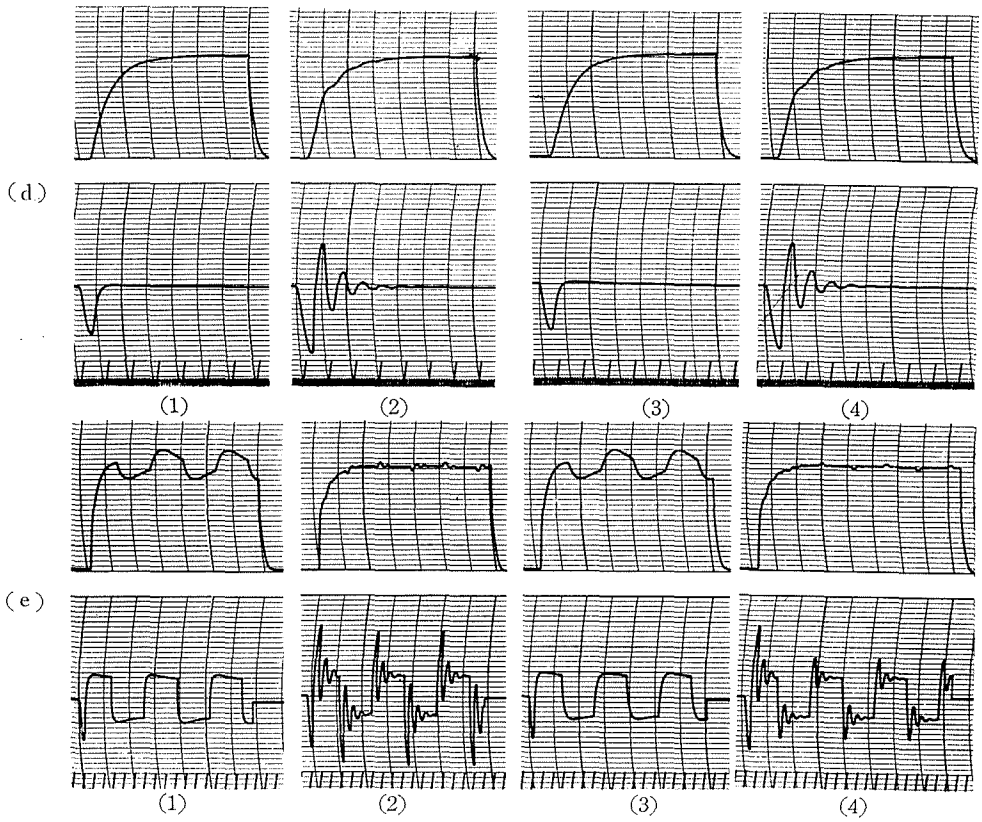

Fig. 16. (d, e)

にさらに係数 a の変化を加え，$a(t)=1+0.2\,\mathrm{sgn}(\sin t)$ としてある。図 (d) では制御対象 III, IV による差異はほとんどないが，(e) ではその差異がはっきり認められる。これは付加極 b の影響による，同定器の $a(t)$ に対する追従特性の違いによるものである。

7. 結　　言

以上，逆関数補償型の高速適応制御系についての検討を行なった。特に同定器については，その動特性が明らかにされ，等価伝達関数が導かれた。この等価伝達関数は，同一の同定原理によるものであれば，より高次の同定器についても同様にして得られるものである。

また，外乱で乱されている制御対象に対して，高速適応制御の効用が示された。これは一般の制御系が，特に外乱変化速度が制御対象の応答速度と同程度である場合，その影響を除去することが困難であるのに対し，きわめて特長的なことである。

高速適応制御系においては，実際の制御対象とその数学モデルが一致していない場合，それが系の挙動，特に安定性に影響を与えるので，その不一致の影響を検討することがきわめて重要である。本研究では，そのような場合の例として，制御対象の動作方程式と同定器の方程式モデルの次数が 1 次異なる場合，および直接適応の対象とされない固定されたパラメータが

異なる場合について，それらの不一致がそれぞれ系に与える影響を詳しく検討し，それらの影響下での系の等価伝達特性を導いた。これによりそれら不一致がある場合の補償が種々可能になるであろう。しかしながら，一般に高速適応制御系では，いずれにしてもこのような不一致が存在すると，それが応答速度を制限する重要な要因になる。

本研究で例題とした高速適応制御系はきわめて簡単なものであったが，上の議論は容易により複雑な系に拡張でき，今後一般の高速適応制御系に関する研究を進める上に重要な手がかりを与えるものと思われる。

終りにのぞんで，日頃よく御討議いただいている北大工学部・田川教授，および学会講演の際筆書等の不注意な誤りを御指摘下さり，かつ本研究に重要な示唆を与えて下さった，電気試験所・辻博士に心から感謝の意を表します。

引 用 文 献

1) E. Mishkin and J. G. Truxal, Proc. of 1st System Symposium at Case Inst. Tech., 1961.
2) T. Horrocks, Proc. IEE, Vol. 111, No. 11, Nov., 1964.
3) A. J. White, Proc. IEE, Vol. 113, No. 1, Jan., 1966.
4) Paul M. Lion, J.A.C.C. in Univ. of Washington, Aug., 1966.
5) I. Pechorina, A. Nikitin and E. Straschinin, Proc. 3rd IFAC Congress, London, 1966.
6) 小山・三浦，第5回計測自動制御学会学術講演会予稿集，1966.
7) 小山・三浦，第9回自動制御連合講演会前刷，1966.
8) J. Maršik, Preprints of the IFAC Symp. Idetification in Automatic Control System, Prague, Czekoslovakia, June, 1967.
9) 小山・三浦，第7回計測自動制御学会学術講演会予稿集，1968.
10) 小山・三浦，第11回自動制御連合講談会前刷，1968.