



Title	弾性砥石による表面仕上げに関する研究（第3報）：試作引っかき動力計について
Author(s)	五十嵐, 悟; Igarashi, Satoru; 斎藤, 勝政 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 52, 1-18
Issue Date	1969-03-20
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/40930">https://hdl.handle.net/2115/40930</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	52_1-18.pdf



# 弾性砥石による表面仕上げに関する研究 (第3報)

— 試作引っかき動力計について —

五十嵐 悟\*

齋藤 勝政\*

星 光 一\*

(昭和43年11月16日受理)

## Study on Surface-finishing with an Elastic Wheel (III)

— On a Trial Scratch Dynamometer —

Satoru IGARASHI

Katsumasa SAITO

Koichi HOSHI

(Received November 16, 1968)

### Abstract

As a fundamental study to determine the mechanism of surface-finishing of soft metals with an elastic wheel, one of the effective and appropriate methods is to perform scratch tests for soft metals with some elastic supported tool which may be considered as a model of active single grain on the surface of the elastic wheel, and to analyze the behavior of this elastic supported tool. In order to analyze the behavior of this tool, it is necessary to clarify the dynamic characteristics of the elastic materials used and especially to measure the scratch force accurately. For this purpose, a scratch dynamometer using a barium titanate ceramic as the piezoelectric transducer was made experimentally to measure the normal and horizontal components of scratch force. However, the scratch phenomenon is subtle and rapid. Thus, a thorough consideration must be made for the scratch dynamometer.

Hence in this paper, a simple theory of piezoelectric transducer was introduced and an application of this theory was made in the trial scratch dynamometer, thereafter the dynamic sensitivity and frequency characteristics were investigated. The results of calibration of sensitivity on the trial scratch dynamometer performed by means of static load

---

\* 精密工学科 精密加工学第一講座

and a trial electrometer tube circuit with high input resistance were reported. In addition, the results of the above mentioned static calibration were compared with that of calibration by means of dynamic load due to impact of a rubber ball on the dynamometer.

## 目 次

1. 緒 言 .....	2
2. 引っかき動力計に対する要求と変換器の選択 .....	3
3. 理論的考察 .....	4
4. 試作引っかき動力計とその特性 .....	8
5. 引っかき動力計の感度較正と検討 .....	11
6. 結 言 .....	17

## 1. 緒 言

弾性砥石による軟質金属材料の表面仕上げ機構を明らかにするためには、加工を行なっている砥石表面の一個の砥粒の加工機構を知ること、特に力学的に粘弾性体として挙動する結合材によって保持された砥粒が加工中にいかなる挙動をするかを知ることがその基礎であると考えられる。そこで弾性砥石の砥粒切れ刃に対して弾性支持された模型工具を採用して軟質金属材料の引っかき実験を行ない、工具の挙動解析を試みた。

基本的にいかなる現象が起こるかを詳細に調べることが重要であると考え、第1報<sup>1)</sup>では引っかき痕の観察とその形状の詳細な測定を行ない、工具支持弾性体の特性あるいは材料の機械的性質との関係について吟味した。その結果、引っかき痕の縦断面形状が弾性体の特性によって大きな影響を受け、横断面形状、特にもり上がりが材料の機械的性質および組織によって左右されることが明らかとなった。さらに引っかき中の工具の挙動、したがってその結果として形成される引っかき痕の縦断面形状は、弾性体について動特性を考慮し、引っかき抵抗を適当な形に近似することによって定性的には説明できることが分かった。しかし工具の挙動を理論的に解析するには、引っかき抵抗が工具形状、材料の機械的性質、切り込み深さなどの関数として与えられることが必要である。そのためには、高速で微小な引っかき抵抗を正確に測定しなければならない。

そこで、引っかき抵抗の測定、解析を行なうために圧電変換器として BaTiO<sub>3</sub> 磁器を採用し、垂直水平2分力測定用の高感度の引っかき動力計を試作した。従来から圧電素子を用いた圧力、抵抗の測定は数多く行なわれており、理論的感度や圧電気測定回路についても報告は多い<sup>2,3,4)</sup>が、試作した動力計について圧電変換器の簡単な理論を適用してその動的感度と周波数特性を吟味し、圧電気測定回路を試作して一般に技術的に困難とされている静荷重による感度較正を行ない、さらにその結果について検討してみたので報告する。

## 2. 引っかけ動力計に対する要求と変換器の選択

引っかけ現象は切り込み、引っかけ抵抗が微小な上に高速度で変化する現象であるため、引っかけ動力計には特別な考慮を払う必要がある。そこでまず引っかけ動力計に対する要求を考え、これらの要求を満たす変換器について吟味した。

測定すべき引っかけ抵抗は0～数百gで数msecの現象であるから、動力計としてはg単位の値までの感度を有し、引っかけの過渡現象まで調べるためには固有振動数は少なくとも5kcは必要である。またこれ以下の周波数(少なくとも10c/sまで)で応答はフラットでなければならない。さらに切り込みが $\mu$ オーダーであるから1gの力に対して $10^{-4}\mu$ 以下の変位しか許されない。この外に室温付近の温度で動作が安定で、湿度の多少の変化に対しても特性が変化を受けないことが要求される。

以上の要求の外に実験装置の構造上からの制約もあるが、この点は選ばれた変換器に対して工夫することとし、ここでは感度と剛性を吟味する。

上に述べた要求を満たすには変換器として高感度の電気的変換器を採用し、高速現象であるため記録はブラウン管オシロで行なわなければならない。手持ちの2現象観測用シンクロスコープの最大感度が5mvであるから、最終感度1mv/gが得られるような変換器を選ぶ必要がある。

感度の点からは容量変化型、インダクタンス変化型、抵抗変化型などの変換器でも充分であるが、これらはいずれも力による変位を前提とした変換器である。しかし引っかけ動力計の場合には前述したように切り込みが微小であるから、変位を許さない力の測定が必要であり、この要求を満たすには圧電変換器を選ぶ以外にはないと思われる。圧電効果をもつ物質としては古くから水晶、ロソエル塩、電気石などが知られているが、感度、安定性、機械的強度などを考慮して、高感度で安定性も優れた機械的強度も高く、誘電率の非常に大きなBaTiO<sub>3</sub>磁器を採用した。BaTiO<sub>3</sub>磁器の諸定数を他の圧電物質と共に表2-1に示したが、この表から動

表2-1 圧電素子の特性

	弾性率 $E$ (N/m <sup>2</sup> )	圧電定数 $d$ (m/V)	誘電率 $\epsilon_1$	単位容量 $\epsilon_0\epsilon_1$ (N/V <sup>2</sup> )	電圧出力係数 $q = d/\epsilon_1\epsilon$ (V-m/N)
水晶 Xcut	$8.61 \times 10^{10}$	$2.04 \times 10^{-12}$	4.5	$0.398 \times 10^{-10}$	$5.12 \times 10^{-2}$
A D P 45°Zcut	4.37	11.3	14	1.24	9.1
ロソエル塩 45°Xcut	1.04	481	200	17.7	27.2
ロソエル塩 45°Ycut	1.29	23.8	10	0.885	26.9
電気石 Zcut	17.0	1.96	5.5	0.487	4.03
BaTiO <sub>3</sub> 磁器縦効果	9.7~11.2	190	1700	150	1.27

力計に使用した BaTiO<sub>3</sub> 磁器の剛性と感度を検討してみる。

使用した磁器は図 2-1 に示したように、直径 5 mm、厚さ 3 mm のもの 2 枚を接着したもので、機械的には直列に、電気的には並列に接続されている。したがってこの磁器のバネ定数は約  $3 \times 10^4$  kg/mm で、1 g の力に対する変位は  $3 \times 10^{-5}$   $\mu$  程度に過ぎない。すなわち剛性に関しては充分で、 $\mu$  オーダの切り込みに対しても変位は無視できる。感度は 3-2 で述べる静的感度の式  $V/F = d/C_0$  を使って概算すれば、 $C_0 \approx 200$  pF で  $V/F \approx 9.7$  V/kg となり、感度も充分である。

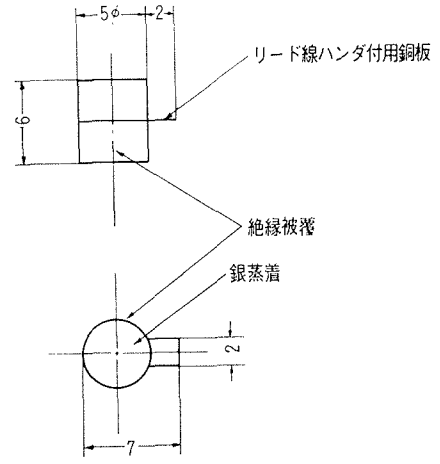


図 2-1 試作動力計に使用した BaTiO<sub>3</sub> 磁器

### 3. 理論的考察

BaTiO<sub>3</sub> 磁器を用いて試作した引っかき動力計の感度と特性を検討するために、圧電素子に関する基本的な関係式とこれらの関係式を使った圧電変換器の簡単な理論<sup>5)</sup>を紹介しておく。

#### 3-1. 圧電素子に関する基本的な関係式

いま断面積  $S$  (m<sup>2</sup>)、厚さ  $l$  (m) なる圧電素子を考えるとその容量  $C_0$  (Farad) は

$$C_0 = \epsilon_1 \epsilon_0 \frac{S}{l} \quad (3-1)$$

で与えられる。ここに  $\epsilon_0$  (Farad/m) は空気の誘電率、 $\epsilon_1$  は素子の比誘電率である。また素子に加えられる外力とそれによる変位があまり大きくない範囲では素子はフックの法則にしたがってひずみを生ずる。つまり外力  $F$  (Newton) と変位  $\xi$  (m) との間には弾性定数を  $c_{hk}$  (Newton/m<sup>2</sup>) として次の関係が成り立つ。

$$c_{hk} = Fl/S\xi = X_h/x_k \quad (3-2)$$

ここに  $X_h = F/S$  (Newton/m<sup>2</sup>) は応力、 $x_k = \xi/l$  はひずみを表わす。添字  $hk$  は素子の剛性の異方性によるもので、圧縮に対して  $h=k$ 、せん断に対して  $h \neq k$  である。

さてひずみ  $x_k$  によって素子の両端に発生する電荷を  $Q$  (Coulomb) とすれば、素子の両端を短絡した場合の分極  $P_i = Q/S$  (Coulomb/m<sup>2</sup>) は次式で与えられる。

$$P_i = e_{ik} x_k \quad (3-3)$$

また、素子を完全に固定して  $E_j = V/l$  (Volt/m) なる強さの電界を加えたときに発生する内部応力  $X_h$  は次式で与えられる。

$$X_h = e_{hj} E_j \quad (3-4)$$

ここで  $e_{ik}$ 、 $e_{hj}$  は圧電応力定数で、 $ik$  は相対する 3 組の面の 1 つ ( $i$ ) が 6 つの可能なひずみの

いずれか1つ ( $k$ ) によってチャージされることを示し、 $h_j$  は応力成分の1つ ( $h$ ) に対する電界の強さの1つ ( $j$ ) を表わす。

これらの関係式を用いると (3-1) 式は次の形に書きかえられる。

$$P_i = \varepsilon_{ij} E_j \quad (3-5)$$

ここで  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_i \varepsilon_0$  は素子の誘電率である。また (3-2) 式と (3-4) 式から次式が得られる。

$$x_k = d_{kj} E_j \quad (3-6)$$

さらに (3-4) 式と (3-5) 式から次式を得る。

$$P_i = d_{in} X_n \quad (3-7)$$

ここで  $d_{kj}$ ,  $d_{in}$  は圧電ひずみ定数であり、 $e$  と  $d$  の間には  $e_{ik} = \sum_n c_{kn} d_{in}$  なる関係がある。

以上の関係をまとめたのが表 3-1-1 である。これらの関係を正確に取り扱うには添字が示すようにテンソルの取り扱いが必要であるが、工学上は次の近似式を用いても実用上さしつかえない。まず次の関係式を導入する。

$$\begin{array}{l} X_n = c_{nk} \cdot x_k \quad \text{機械量} \\ \cdot \parallel \\ d_{in} = e_{ik, h_j} \cdot d_{kj} \quad \text{電気・機械量} \\ \parallel \parallel \\ P_i = \varepsilon_{ij} \cdot E_j \quad \text{電気量} \end{array}$$

表 3-1-1 圧電素子についての基本的な関係式

$$\text{電流: } i = \frac{dQ}{dt} = S \frac{dP}{dt} \quad (\text{Amp.})$$

$$\text{電圧: } V = lE \quad (\text{Volt})$$

$$\text{速度: } u = \frac{d\xi}{dt} = l \frac{dX}{dt} \quad (\text{m/sec})$$

$$\text{力: } F = SX \quad (\text{Newton})$$

これらの関係式に (3-3) 式と (3-4) 式を適用して、次のより実用的な関係式が得られる。

$$i = \sum_j e_{ik} \cdot u = \alpha_{ik} u \quad (\text{短絡}) \quad (3-8)$$

$$F = \sum_j e_{nj} \cdot V = \alpha_{nj} V \quad (\text{固定}) \quad (3-9)$$

ここに  $\alpha_{ik}$ ,  $\alpha_{nj}$  は電気機械変換係数で一般には  $\alpha_{ik} = \alpha_{nj}$  が成り立つ。(3-8) 式および (3-9) 式を用いれば、変換係数  $\alpha$  によって電気量 $\leftrightarrow$ 機械量の変換を容易に行なうことができる。

### 3-2. 圧電変換器の簡単な理論

以下の議論では分極方向の圧縮変形のみを扱うことにし、添字はすべて省略して考えることにする。

先の (3-2) 式および (3-3) 式からひずみ ( $x$ ) によって発生する電荷 ( $Q$ ) は、 $Q = eF/c$  で与えられ素子の容量 ( $C_0$ ) は (3-1) 式で与えられるから電圧 ( $V$ ) は、 $V = Fel/c\varepsilon_i \varepsilon_0 S$  と表わされる。ここで先に定義した電気機械変換係数  $\alpha = eS/l$  と電気機械結合係数  $k_e = e/\sqrt{\varepsilon_i \varepsilon_0 c}$  を用いると変換器の静的感度として次式を得る。

$$\frac{V}{F} = \frac{k_e^2}{\alpha} \quad (\text{Volt/Newton}) \quad (3-10)$$

なお (3-10) 式は先の (3-1) 式および  $e=cd$  なる関係を代入して次のように書き直すこともできる。

$$\frac{V}{F} = \frac{d}{C_0} = \frac{d}{\epsilon_f \epsilon_0} \frac{l}{S} \quad (3-10)'$$

上に求めた感度は静的に蓄えられた電荷について求められたもので、実際にはこのような状態で電圧を測定することはできない。そこで等価回路を用いて動的な場合の感度について考えてみる。

簡単のために最初は変換器が無限大の電氣的インピーダンスに接続されていて、損失は無視できるものとする。この場合、共振点以下の応答がフラットな領域に対して図 3-2-1 左のような等価回路が考えられる。図で  $Z_{el}$  は電氣的インピーダンスを、 $Z_{mech}$  は機械的インピーダンスを、 $F$  は外力を、 $V$  は出力電圧を表わし、すべての量は先に定義した変換係数  $\alpha$  によって機械的な量に変換されている。いま速度  $u = d\xi/dt$  を考えると、電気-機械系の相似から次式が得られる。

$$u = \frac{\text{力}}{\text{総インピーダンス}} = \frac{F}{Z_{mech} + \alpha^2 Z_{el}} \quad (3-11)$$

これから端子 3, 4 に表われる出力  $F_B$  が次式のように求められる。

$$F_B = \alpha V = u(\alpha^2 Z_{el}) = F \frac{\alpha^2 Z_{el}}{Z_{mech} + \alpha^2 Z_{el}} \quad (3-12)$$

したがって、電気機械結合係数

$$k_e^2 = \frac{\alpha^2 Z_{el}}{Z_{mech}} \quad (3-13)$$

を用いて変換器の動的感度は次式で表わされる。

$$\frac{V}{F} = \frac{1}{\alpha} \frac{k_e^2}{1 + k_e^2} \quad (3-14)$$

さて実際の回路では端子 3, 4 に測定系の電氣的インピーダンスが接続される。そこで先の図 3-2-1 左の回路を定電圧源回路に書き直しておく。端子 1, 2 を通って流れる電流 ( $i$ ) は  $i = \alpha u$  であるから、端子 3, 4 に表われる電圧 ( $V_{oc}$ ) は  $V_{oc} = i Z_{el} = \alpha Z_{el} u$  となり、これを (3-11) 式および (3-13) 式を使って表せば次式が得られる。

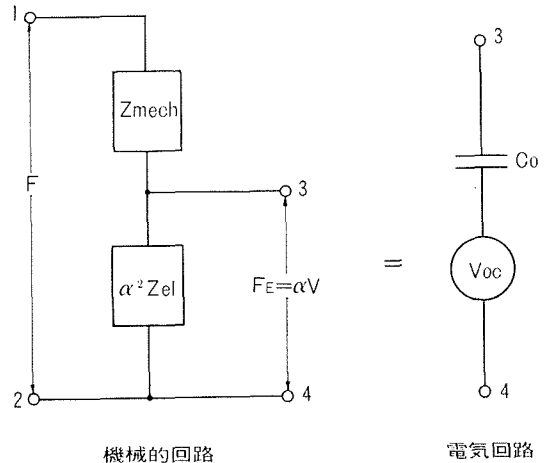


図 3-2-1 圧電変換器の等価回路

$$V_{oc} = \frac{1}{\alpha} \frac{k_c^2}{1+k_c^2} F \quad (3-15)$$

また端子 3, 4 からみた電氣的インピーダンスは,  $Z_{e1} = 1/sC_0$  ( $s = j\omega$ ) であるから図 3-2-1 右の等価回路が得られる。

そこで変換器の損失抵抗, リード線の浮遊容量, 測定回路の入力抵抗などを考慮して等価回路を完成したのが図 3-2-2 である。図で  $C_0$  は変換器の容量,  $C_1$  は外部に接続された容量 (リード線の浮遊容量, 測定回路の真空管の電極間容量などを含

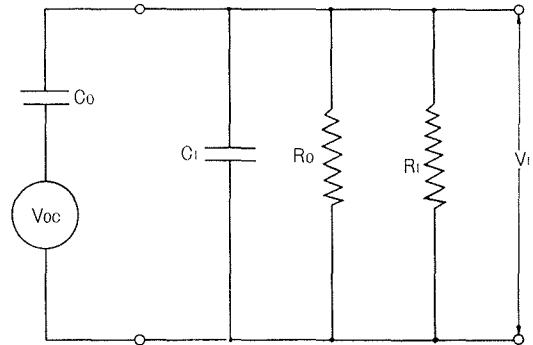


図 3-2-2 圧電変換器の完全な等価回路

む),  $R_0$  は変換器の損失抵抗,  $R_1$  は測定回路の入力抵抗で,  $V_1$  は測定回路の入力電圧を表わす。この回路で測定回路の入力電圧 ( $V_1$ ) を求めると次式が得られる。

$$V_1 = \frac{C_0}{C} \frac{CR}{\frac{1}{s} + CR} V_{oc} \quad (3-16)$$

ここに  $C = C_0 + C_1$ ,  $R = \frac{R_0 R_1}{R_0 + R_1}$  である。したがって測定しようとする現象の周波数  $\omega$  に対して時定数 ( $CR$ ) が,  $CR \gg 1/\omega$  (実用的には  $\geq 10/\omega$ ) を満たしていれば,  $V_1$  は  $V_{oc}$  に比例することになる。すなわち, (3-16) 式および (3-15) 式から次式のように測定感度が求められる。

$$\frac{V_1}{F} = \frac{C_0}{C} \frac{1}{\alpha} \frac{k_c^2}{1+k_c^2} \quad (3-17)$$

なお上に述べた時定数の問題は, 静荷重によって感度校正を行なう場合には充分注意する必要がある。

以上述べた動的感度は最初にとわったように共振点以下の応答がフラットな領域に対して適用される。したがってその上限は変換器自体の固有振動数で決定され, この振動数より充分低い周波数における, 力が変位に比例すると見なせる領域について適用される。この領域では変換器のバネ定数を  $K$  とすれば明らかに  $Z_{mech} = K/s$  であり,  $k_c^2 = \alpha^2/C_0 K$  (一定) となる。しかしこれは変換器のみを考えた結果であり, 試作した動力計の場合のように変換器の固有振動数だけでは系の固有振動数が決らない場合には, この系について固有振動数を吟味し動力計に加わる力と変換器の変位とが比例する領域を決定しなければならない。

要約すれば, ここで扱った変換器の理論の適用される領域は, その上限が機械的なインピーダンスによって, 下限は電氣的インピーダンスによって決定される。この領域においては, 変換器の感度は一定すなわち変換器の変位は外力に比例する。

#### 4. 試作引っかき動力計とその特性

すでに述べたように3-2の理論は動力計の固有振動数より低い、外力がBaTiO<sub>3</sub>磁器の変位に比例する周波数領域に対して適用される。そこでまず、試作動力計の構造と固有振動数について吟味し、次に応答がフラットとなる領域の下限を決定する回路の時定数を大きくするために試作した、入力抵抗の極めて高い圧電気測定回路について述べる。

##### 4-1. 試作引っかき動力計の構造と固有振動数

動力計の構造は実験方法および装置によって制約を受ける。引っかき実験の場合切り込みが数 $\mu$ という微小切り込みであり、そのため試料の水平が切り込み設定の前後でくずれれることは直接切り込み精度に影響をおよぼし、実験データの信頼性を左右する。これを除くには試料表面の水平を保ちながら切り込みを与えることが必要で、そのために試料の支持台をマイクロメータ・ヘッド3本で支え、このマイクロメータ・ヘッドを上下して試料表面の水平を保ちながら切り込みを与える方法を採用している。この支持台はさらに2本の強いバネで固定され、この上に動力計を取り付ける形式となる。試作した引っかき動力計の構造を図4-1-1に示す。使用したBaTiO<sub>3</sub>磁器は垂直方向に3ヶ、水平方向に2ヶであるが、理論上は感度が1ヶの場合に対してそれぞれ1/3および1/2となり、バネ定数は3倍および2倍となる。しかし先に概算したように1ヶの場合の感度は十分に高いので問題はないと考えられる。また動力計の有効質量が小さい程固有振動数が高くなることは明らかであるから、BaTiO<sub>3</sub>磁器の上に直接試料が乗るように工夫してある。

この動力計の特性を吟味するために図4-1-1を模型的に表わしたのが図4-1-2である。解析を簡単にするため粘性の項はすべて無視して考えることにする。またこの模型は $K_1$ および $K_2$ を変えるだけで垂直、水平方向のどちらにも適用できるものとする。いま図に示したように試料に作用する引っかき抵抗の垂直あるいは水平分力を $f_1$ とし、 $M_1$ と $M_2$ の変位を $x_1$ および $x_2$ とすると次の運動方程式が得られる。

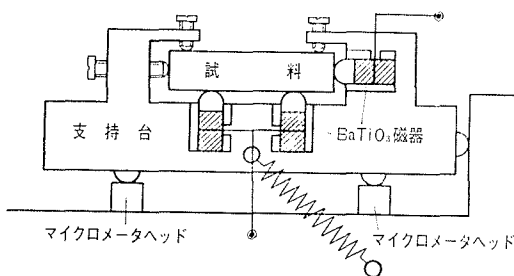
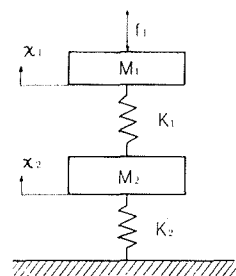


図4-1-1 引っかき動力計の構造



- $x_1$ : 試料変位
- $x_2$ : 試料支持台変位
- $M_1$ : 試料質量
- $M_2$ : 試料支持台質量
- $K_1$ : BaTiO<sub>3</sub>磁器のバネ定数
- $K_2$ : 試料支持台固定用バネおよび固定盤との接触によって決まるバネ定数
- $f_1$ : 外力

図4-1-2 引っかき動力計の模型

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x}_1 + K_1(x_1 - x_2) = f_1 & (4-1) \\ M_2 \ddot{x}_2 + K_1(x_2 - x_1) + K_2 x_2 = 0 & (4-2) \end{cases}$$

動力計について問題となるのは、第1に BaTiO<sub>3</sub> 磁器の変位 ( $x_1 - x_2$ ) が力 ( $f_1$ ) に比例することであり、第2に  $f_1$  の現象周波数に対して動力計の固有振動数が十分に高いことである。これを調べるには力 ( $f_1$ ) に対する変位 ( $x_1 - x_2$ ) の伝達関数を求めればよい。そこで (4-1) および (4-2) 式の両辺にプラス変換を施し、初期条件を  $t=0$  で  $x_1 = x_2 = \dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0$  とおけば次のような代数方程式を得る。

$$\begin{cases} M_1 s^2 X_1 + K_1(X_1 - X_2) = F_1 & (4-1)' \\ M_2 s^2 X_2 + K_1(X_2 - X_1) + K_2 X_2 = 0 & (4-2)' \end{cases}$$

ただし、 $X_1$ 、 $X_2$  および  $F_1$  はそれぞれ  $x_1$ 、 $x_2$  および  $f_1$  のラプラス変換とする。上の2式を連立して解き伝達関数を求めたのが次式である。

$$\frac{X_1 - X_2}{F_1} = \frac{\omega_1^2 \{s^2 + \frac{n}{l} \omega_1^2\}}{K_1 \{s^2 + (a-b) \omega_1^2\} \{s^2 + (a+b) \omega_1^2\}} \quad (4-3)$$

ここに  $\omega_1^2 = K_1/M_1$ 、 $l = K_1/K_2$ 、 $n = M_1/M_2$ 、 $a = (1+n+n/l)/2$ 、 $b = \{(1+n+n/l)^2 - 4n/l\}^{1/2}/2$  である。(4-3) 式をボデ線図で表わしたのが図4-1-3である。ただし折点周波数の部分は粘性の項を無視しているため実際の形は分からないが、一応直線で近似してある。この図から明らかなように、現象周波数が  $\sqrt{a-b} \omega_1$  より充分低ければ BaTiO<sub>3</sub> 磁器の変位は力に比例し位相差も0であるから、3-2で述べた理論が適用できる。この場合は  $Z_{\text{mech}} = K_1/s$  で、 $k_c^2 = \alpha^2 Z_{e1}/Z_{\text{mech}} = \alpha^2/K_1 C_0$  (一定) となる。

試作動力計の場合、 $M_1 = 16.5 \text{ g}$ 、 $M_2 = 1.12 \text{ kg}$ 、垂直方向の  $K_1 \approx 3.9 \times 10^{12} \text{ dyn/cm}$ 、水平方向の  $K_1 \approx 2.6 \times 10^{12} \text{ dyn/cm}$  と既知であるから、 $\sqrt{a-b} \omega_1/2\pi$  が5 kcを越えるように  $K_2$  の値を定めればよい。しかし  $K_2$  は支持台と固定盤の接触のコンプライアンスでほとんど決まってしまうため、実際には支持台を固定する2本のバネを強くしていった動力計の固有振動数を測定しなければならない。ただし支持台は切り込みを与えるために上下運動を許しているためバネの強さには限度がある。この方法で最終的に得た動力計の固有振動数は、垂直方向に対して8.5 kc、水平方向に対して7.0 kcであった。

したがって試作した引っかき動力計は数百サイクル程度の引っかき抵抗に対しては応答が

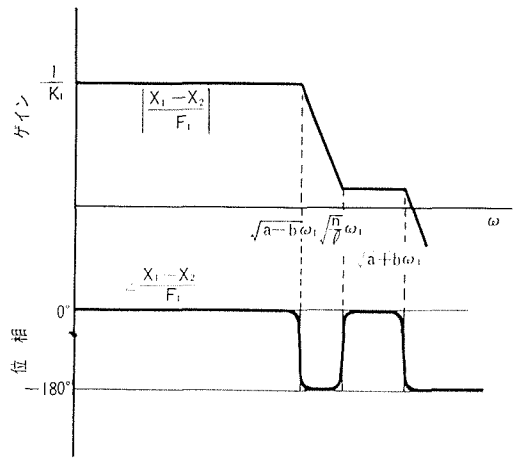


図4-1-3 引っかき動力計の周波数特性

フラットであると考えられ、3-2の理論が適用できる。

4-2. 圧電気測定回路の試作

すでに3-2で述べたように、測定すべき現象の周波数 ( $\omega$ ) に対して回路の時定数 ( $CR$ ) は  $CR \geq 10/\omega$  を満たしていなければならない。

引っかけ現象は数百サイクルであるが、もう少し低速の 10 c/s 程度まで余裕をとって考えると、 $CR > 0.1$  sec を満たしていれば充分である。そこでまず、出力を直接シンクロスコープ (入力抵抗  $R_1 = 1 M\Omega$ ,  $C_1 = 0$ ) に接続した場合を考えてみる。BaTiO<sub>3</sub> 磁器の容量と絶縁抵抗は垂直、水平方向ともそれぞれ、数百 pF および数万 M $\Omega$  であるから、 $CR = C_0 R_1 < 10^{-3}$  sec となってしまう。時定数を大きくするには並列容量を用いてもよいが、(3-16) あるいは (3-17) 式から明らかなように感度は容量に比例して低下するので望ましくない。したがって入力抵抗の非常に高い回路を用いるべきである。

そこで格子電流の極めて少ない電位計管を利用した、高入力抵抗の圧電気測定回路を試作した。図 4-2-1 がその回路であるが、

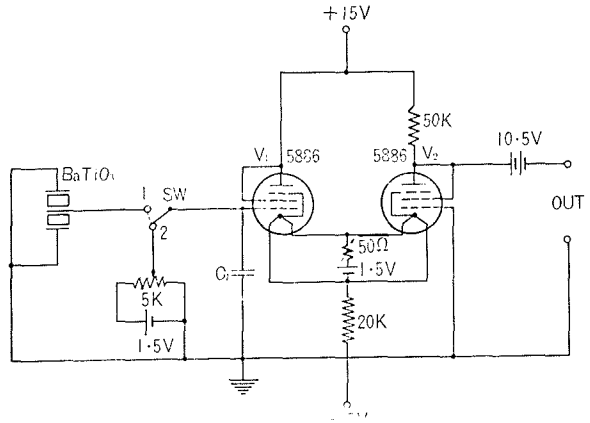
直流増巾の際に問題となるドリフトを除いて出力を安定に取り出せるように差動型の増巾器とし、さらに電気回路の中で最も入力抵抗の高いカソードフォロアを採用している。使用した電位計管の等価入力抵抗を求めるために、図 4-2-2 に示す回路を用いて格子電位ドリフト法によって格子電流 ( $I_g$ ) を測定した<sup>6)</sup>。図において SW を閉じて  $E_c = E_g$  の状態にしておいて SW を開けば、 $E_c$  は次式に従って変化する。

$$E_c = E_g - \frac{1}{C_1} \int_{t_1}^{t_2} I_g dt \tag{4-4}$$

したがって、 $E_c$  の時間変化が分かれば格子電流は次式を計算して求められる。

$$I_g = C_1 \frac{E_g - E_c}{\Delta t} \tag{4-5}$$

実際にはあらかじめ図 4-2-2 の回路で  $I_b$  と  $E_c$  の関係を求めておき、SW を開いた時の  $I_b$



1.5V の電源回路と並列容量は静荷重による校正用のもので、10.5V の電池は次段を直流結合にするためのものである。

図 4-2-1 圧電気測定回路

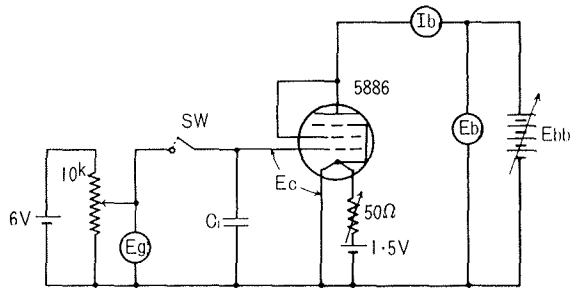


図 4-2-2 電位計管の格子電流測定回路

と時間 ( $t$ ) の関係とから  $I_0$  を消去して  $E_0$  と  $t$  の関係を求めた。測定の結果は  $E_0 = -5 \sim -1.5$  V に対し  $I_0$  は  $2 \times 10^{-13}$  A 以下であり、これから等価入力抵抗は約  $10^7$  M $\Omega$  であることが分かった。

したがって試作した圧電気測定回路を使用した場合の時定数は、 $CR \doteq C_0 R_0 \doteq 10$  sec となり始めに述べた条件を充分満たしている。また  $0.01 \mu F$  程度の並列容量を接続して感度を1桁落とすだけで静荷重による感度較正が可能であると思われる。

## 5. 引っかけ動力計の感度較正と検討

動力計の感度較正には大きく分けて静荷重による方法と動荷重による方法とがある。動荷重による方法は、適当な加振器によって受圧部分に振動荷重を与える方法<sup>7)</sup>、あるいは受圧部分に適当な物体を衝突させる方法などが考えられる。振動荷重による較正の場合には発振器と加振器および動力計に振動荷重を加えるための特別な工夫が必要であり、物体の衝突による較正の場合には一般に複雑な解析が要求される。しかしその反面、動荷重による方法では、較正結果から直接動力計の周波数特性を求めることができるという利点もある。

一方静荷重による較正方法は簡便で複雑な解析も必要としないという点では望ましい方法ではあるが、その結果から直接動力計の周波数特性を知ることができない。しかし動力計の固有振動数をその自由振動から求め、また静荷重の負荷および除荷の際の出力波形から回路の時定数を求めることによって間接的には周波数特性を知ることができる。

そこで試作した引っかけ動力計について静荷重による感度較正を行ない、垂直方向については物体の衝突によって求めた動的感度と比較し、最後にこれらの結果を検討してみた。

### 5-1. 静荷重による感度較正

圧電変換器を利用した動力計では静荷重によってその感度を較正することが技術的に難しいとされているが、それは変換器の内部インピーダンスが非常に高いため発生する電気量の漏えいがおこるといふ点にある。発生する電気量を漏えいなく測定するためには、すでに述べたように入力インピーダンスの非常に大きな圧電気測定回路が必要であり、本研究でも先に図4-2-1に示した高入力抵抗を有する一種の電位計回路に並列容量を接続してさらに時定数を大きくし、静荷重による感度較正を行なった。

較正の手順は図4-2-1の回路において、まずSWを2に入れて入力電圧 ( $V_{in}$ ) と出力電圧 ( $V_{out}$ ) の関係を求めておき、次にSWを1に切り換えて静荷重を加えた場合および取り去った場合の出力電圧 ( $V$ ) と荷重 ( $W$ ) との関係から静荷重に対する測定感度を求める。動力計の感度は  $C_1=0$ 、したがって(3-17)式において  $C_0/C=1$  の場合に相当するから、静荷重による測定感度に  $C/C_0$  を乗じて求められる。

ところが使用した BaTiO<sub>3</sub> 磁器の容量は先の2で計算したように概略値しか与えられていない。そこで回路の時定数測定から次のような方法で磁器の容量を求めた。まず  $C_1=0$  として

垂直、水平方向について静荷重を加えた場合および取り去った場合の出力波形から回路の時定数を求めこれを  $\tau_0$  とおく ( $\tau_0=C_0R_0$ )。次に  $C_1$  を接続して同様に時定数を測定しこれを  $\tau_1$  とおく ( $\tau_1=(C_0+C_1)R_0$ )。ただしこの場合の  $C_0$  はリード線の浮遊容量、真空管の電極間容量を含むが、感度校正に用いるにはこの方が実際的である。また並列容量 ( $C_1$ ) は、容量の誤差を考慮して同一容量のコンデンサを数個用意し、時定数はこれらの容量に対して得られた値の平均値を使用した。以上2つの実験から次式を計算して BaTiO<sub>3</sub> 磁器の容量 ( $C_0$ ) および絶縁抵抗 ( $R_0$ ) を求めた。

$$C_0 = \frac{\tau_0}{\tau_1 - \tau_0} C_1 \tag{5-1}$$

$$R_0 = (\tau_1 - \tau_0) / C_1 \tag{5-2}$$

その結果、垂直方向に対して  $C_0=734 \text{ pF}$ 、 $R_0=1.78 \times 10^4 \text{ M}\Omega$ 、水平方向に対して  $C_0=489 \text{ pF}$ 、 $R_0=2.12 \times 10^4 \text{ M}\Omega$  が得られた。したがって動力計の時定数 ( $C_0R_0$ ) は、垂直方向が 13.1 sec、水平方向が 10.4 sec と

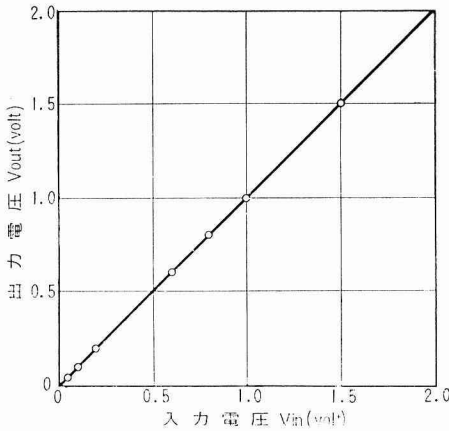
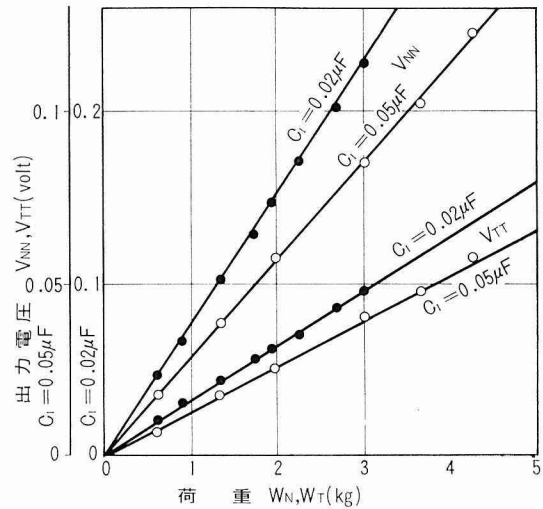
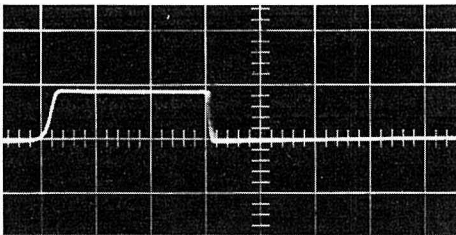


図 5-1-1 圧電気測定回路の入出力関係



垂直荷重:  $W_N$ , 水平荷重:  $W_T$ , 垂直出力:  $V_{NN}$ , 水平出力:  $V_{TT}$

図 5-1-3 静荷重と出力電圧の関係



荷重:  $W_T=3.2 \text{ kg}$ , ゲイン:  $0.2 \text{ V/div}$ , 掃引時間:  $5 \text{ sec/div}$ , 並列容量:  $0.01 \mu\text{F}$ , 時定数: 約 200 sec

図 5-1-2 静荷重を負荷および除荷したときの出力電圧の例

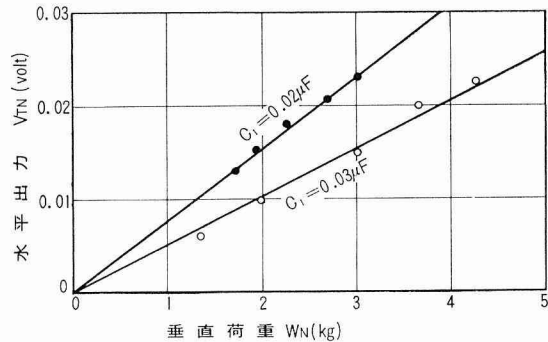
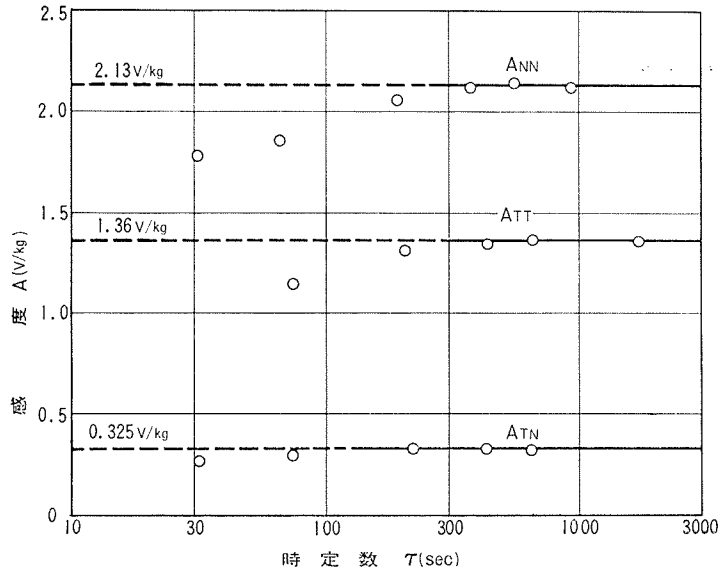


図 5-1-4 垂直荷重と干渉水平出力の関係

なった。

さて較正手順に従って入出力電圧の関係を求めた結果が図5-1-1である。入出力電圧は完全な直線関係にあり、しかも増巾率は1であることが分かった。

次に静荷重によって感度較正を行なうに当たって時定数をいくらにすればよいか問題である。そこで時定数の影響を調べるために、並列容量を変えて静荷重に対する



垂直方向の感度:  $A_{NN}$ , 水平方向の感度:  $A_{TT}$ , 垂直荷重に対する水平方向の感度:  $A_{TN}$

図5-1-5 時定数と感度の関係

る出力電圧を測定した。図5-1-2に静荷重に対する出力電圧の一例を、図5-1-3に測定結果の一部を示した。垂直荷重 ( $W_N$ ) に対する出力 ( $V_{NN}$ ), 水平荷重 ( $W_T$ ) に対する出力 ( $V_{TT}$ ) とともに良い直線関係にありヒステリシスも認められなかった。動力計についてのいま一つの問題に2分力間の干渉があるが、試作動力計の場合垂直荷重 ( $W_N$ ) に対して水平方向出力 ( $V_{TN}$ ) が認められ、図5-1-4に示すようにこの場合も良い直線関係があることが分かった。これらの測定結果から、直線の勾配として求められる測定感度に  $C/C_0$  を乗じて動力計の感度を計算し、これを時定数に対して示したのが図5-1-5である。この図から静荷重によって感度較正を行なうには、この実験の場合時定数は約300 sec なければならないことが分かる。これ以上の時定数に対しては感度は一定で、垂直方向、水平方向および垂直荷重による干渉出力に対して感度はそれぞれ  $A_{NN}=2.13$  V/kg,  $A_{TT}=1.36$  V/kg,  $A_{TN}=0.325$  V/kg を得た。

## 5-2. 衝突による動的感度との比較

試作した引っかき動力計について5-1で述べたように静荷重によって感度較正を行なったが、この感度は先に3-2で述べた動的感度である。そこでこれを動荷重による感度と比較するために垂直方向に対して球形の弾性ゴムを試料表面に落として動的な感度を求めてみた。この場合弾性ゴムの衝突による衝撃荷重の計算<sup>9)</sup>が必要であるので、次のような解析を行なった。

まず Hertz の弾性接触理論から、2つの等方性弾性体の接触点近傍の表面が完全に滑らかで、接触面が放物面で表わされる場合には、2物体の接触面に働く力 ( $F$ ) と接触部の相対変位 ( $\alpha$ ) との間の次の関係式が得られる。

$$F = k_2 \alpha^{3/2}$$

(5-3)

ここで  $k_2$  は 2 物体の表面形状と弾性的性質によって決まる定数で、ここで考えている平面と球の接触の場合には次式で与えられる。

$$k_2 = \frac{4}{3\pi} \sqrt{R_1} \frac{1}{\delta_1 + \delta_2} \quad (5-4)$$

ここに  $R_1$  は球の半径であり、 $\delta_1$  と  $\delta_2$  は球および平面の弾性率を  $E_1$ ,  $E_2$  とし、ポアソン比を  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  とし、次式で表わされる。

$$\delta_1 = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1 \pi}, \quad \delta_2 = \frac{1 - \mu_2^2}{E_2 \pi} \quad (5-5)$$

これを衝突の問題に適用するには、衝突によって物体内に起こる弾性振動を無視し、接触面に働く力によって起こる 2 物体の運動を解析すればよい。2 物体が空間において相対速度  $\dot{\alpha} = v_0$  で衝突を行なう場合には、ニュートンの第 2 法則から次式が得られる。

$$F = -m_1 \ddot{w}_1 = -m_2 \ddot{w}_2 = -\frac{1}{k_1} \ddot{\alpha} = k_2 \alpha^{3/2} \quad (5-6)$$

ここで  $m_1$ ,  $m_2$  は 2 物体の質量、 $w_1$ ,  $w_2$  は 2 物体の変位で、 $k_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}$ ,  $\ddot{\alpha} = \ddot{w}_1 + \ddot{w}_2$  である。初期条件を考慮して (5-6) 式を積分して次式を得る。

$$\frac{1}{2}(\dot{\alpha}^2 - v_0^2) = -\frac{2}{5} k_1 k_2 \alpha^{5/2} \quad (5-7)$$

最大変位 ( $\alpha_m$ ) は (5-7) 式において  $\dot{\alpha} = 0$  とおき次式の形で求められる。

$$\alpha_m = \left[ \frac{5v_0^2}{4k_1 k_2} \right]^{2/5} \quad (5-8)$$

また接触時間は次式で与えられる。

$$\tau = 2 \int_0^{\alpha_m} dt = \frac{2.9432}{v_0^{1/5}} \left[ \frac{5}{4k_1 k_2} \right]^{2/5} \quad (5-9)$$

さらに時間と相対変位の関係は (5-7) 式から次の楕円積分の形で与えられる。

$$t = \int_0^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sqrt{v_0^2 - \frac{4}{5} k_1 k_2 \alpha^{5/2}}} \quad (5-10)$$

(5-10) 式の近似解は次式で与えられる。

$$\alpha = \alpha_m \sin^2 \frac{1.068 v_0}{\alpha_m} t \quad (5-11)$$

これから力と時間の関係が次式のように求められる。

$$\begin{cases} F = \frac{1.140 v_0^2}{k_1 \alpha_m} \sin \frac{1.068 v_0}{\alpha_m} t & \left( 0 \leq t \leq \frac{\pi \alpha_m}{1.068 v_0} \right) \\ F = 0 & \left( \frac{\pi \alpha_m}{1.068 v_0} < t \right) \end{cases} \quad (5-12)$$

上で取り扱った問題は2物体が何ら拘束を受けない状態で衝突する場合であったが、実際には一方の物体が拘束を受けている場合が多い。試作した引っかき動力計の場合には図4-1-1に示した構造をもつため、次の自由度3の運動方程式を考えなければならない。

$$M_1\ddot{x}_1 + K_1(x_1 - x_2) = F \quad (5-13)$$

$$M_2\ddot{x}_2 + K_1(x_2 - x_1) + K_2x_2 = 0 \quad (5-14)$$

$$F = -m_1\ddot{w}_1 = k_2\alpha^{3/2} \quad (\alpha = w_1 + x_1) \quad (5-15)$$

動力計の運動を表わす(5-13)および(5-14)式はすでに4-1で扱ったが、衝突現象が動力計の固有振動数に比較して充分低い周波数のものであれば、(5-13)式は次の形で近似できる。

$$K_1(x_1 - x_2) = F \quad (5-13)'$$

これを(5-14)式に代入して次式を得る。

$$M_2\ddot{x}_2 + K_2x_2 = F \quad (5-14)''$$

(5-14)''式の自由振動数( $\sqrt{n/l}\omega_1$ )は先の図4-1-3で明らかなように動力計の固有振動数よりも高い値である。したがって次の近似が成立する。

$$K_2x_2 = F \quad (5-14)'''$$

以上2つの近似式から $x_1$ は次の形に書くことができる。

$$x_1 = \frac{K_1 + K_2}{K_1K_2} F \quad (5-16)$$

すでに4-1で述べたように $K_1$ 、 $K_2$ は非常に大きな値であるから、衝突物体の弾性率( $E_1$ )に比較して試料の弾性率( $E_2$ )が無限大とみなせるような場合に相当し衝突物体の変位 $w_1$ に比較して $x_1$ を無視することができる。したがってこの場合には、弾性率( $E_2$ )が無限大の剛体平面への弾性率( $E_1$ )なる物体の衝突で近似できる。

以上の条件の下では(5-5)の第2式は $\delta_2 = 0$ となり、したがって $k_2 = (4/3)\sqrt{R_1E_1}/(1 - \mu_1^2)$ 、また $k_1 = 1/m_1$ となる。さらに(5-15)式は(5-6)式と全く同じ形になり、力と時間の関係も(5-12)式で与えられる。時刻 $t = t/2$ のとき力は最大( $F_m$ )となるが、これを最大衝撃力として(5-9)式および(5-12)式を用いて $F_m$ を $\tau$ で表わしたのが次式である。

$$F_m = 3.35 \frac{m_1 v_0}{\tau} \quad (5-17)$$

したがって試料表面にゴム状の柔かい物体を衝突させたときの動力計の出力波形を解析して、動力計の動的感度を求めることができる。すなわち出力電圧の最大値( $V_m$ )と衝突時間( $\tau$ )とを測定すれば、衝突の場合の感度( $A_{NV}$ )は次式から計算することができる。

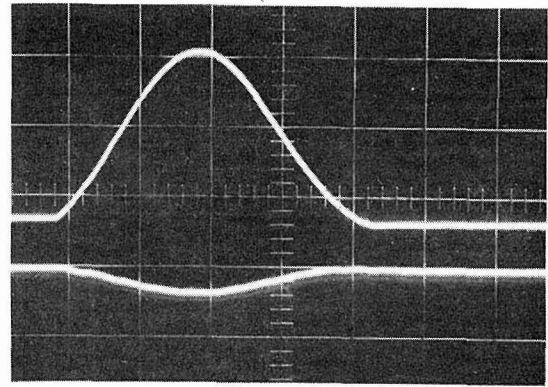
$$A_{NV} = \frac{V_m}{F_m} = \frac{\tau}{3.35 m_1 v_0} V_m \quad (5-18)$$

そこで質量 3 g の球形の弾性ゴムを試料面上に適当な高さから自由落下させ、衝突による動力計の出力をシンクロスコープで観測した。図 5-2-1 に出力波形の一例を示したが、このような一連の写真から最大出力電圧 ( $V_m$ ) と衝突時間 ( $\tau$ ) を測定して (5-17) 式から最大衝撃力 ( $F_m$ ) を計算し、この  $F_m$  に対する最大出力電圧 ( $V_m$ ) の関係を求めたのが図 5-2-2 である。図から求めた衝突の場合の動的感度は  $A_{NV} = 2.05 \text{ V/kg}$  となり、先に静荷量によって求めた感度  $2.13 \text{ V/kg}$  に比較して約 3.8% 低いことが分かった。

### 5-3. 検 討

圧電素子に関する諸定数が既知であれば、3-2 で述べたように圧電変換器を用いた動力計について理論的な感度と周波数特性を求めることが可能である。しかし  $\text{BaTiO}_3$  磁器ではその前処理によって性質がかなり異なっており、さらに 3-2 で扱った場合のように受圧面に一様に圧力が加えられた場合と局部的に力が加えられた場合とでは、後者の感度は前者の数分の一に低下することが知られている。また  $\text{BaTiO}_3$  磁器の弾性率は相当高い値であるから、

磁器の固定方法あるいは受圧方法によっては磁器の弾性ひずみだけを考えたのでは不十分な場合が多い。試作した引っかき動力計の場合には図 4-1-1 に示したように複雑な拘束があるため、磁器に対してバネが並列に結合された形となってバネ定数 ( $K_1$ ) がかなり高くなっていることが予想される。5-1 の感度校正の結果が水平方向よりも垂直方向の方が高くなったのは以上の理由によるものと考えられる。これらの点を考え合せると、理論的な感度は動力計の実際の感度に対して一応の目安を与えるに過ぎない。しかし変換器の理論はすでに 4-1 および 4-2 でみたとおり、感度が一定となる領域および測定回路について考える場合には非常に有効である。



上：垂直方向出力，ゲイン：0.2 V/div，下：水平方向の干渉出力，ゲイン：0.2 V/div，掃引時間：0.5 msec/div

図 5-2-1 質量 3 g の弾性ゴムを高さ 1.5 cm から自由落下させた時の出力

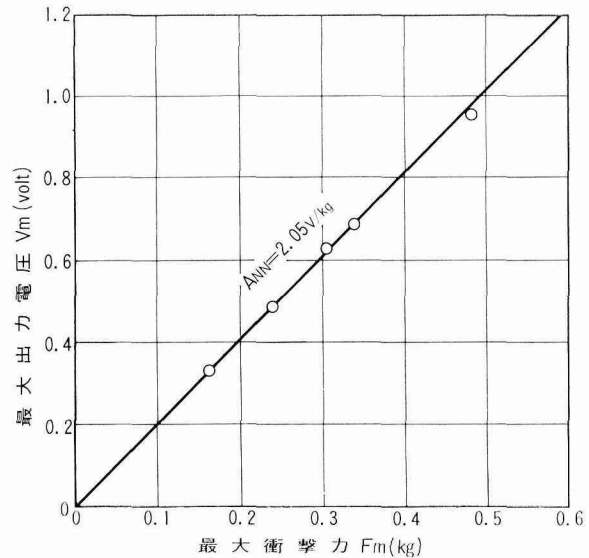


図 5-2-2 弾性ゴムの衝突による最大衝撃力と最大出力電圧の関係

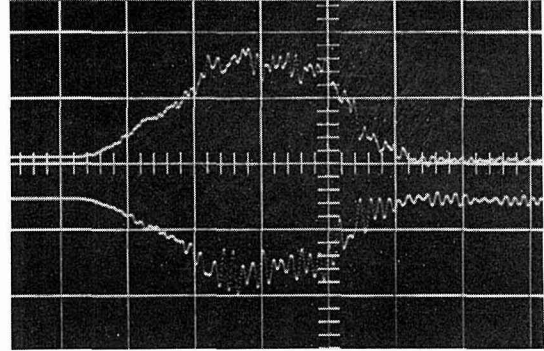
また5-1で求めた垂直方向の静荷重による較正感度と5-2で求めた衝突による較正感度を比較すると、後者は前者に比べて約3.8%低いという結果を得た。しかしこの差は衝突理論における近似と省略(例えば弾性ゴムの粘性)および静的較正の際に使用した容量の誤差あるいは測定誤差などを考え合わせるとむしろ小さいと言える。したがって、静荷重によって較正した感度を動力計の動的感度として採用して差しつかえないと考えられる。

以上から引っかかり抵抗の垂直、水平2分力  $F_N$ ,  $F_T$  (kg) は、対応する垂直、水平出力を  $V_N$ ,  $V_T$  (V) とし、静荷重による較正感度を用いれば次式によって計算することができる。

$$F_N = 0.470 V_N \quad (5-19)$$

$$F_T = 0.736 V_T - 0.112 V_N \quad (5-20)$$

なお一例として、Al合金25Sをダイヤモンド三角錐工具を用いて引っかいたときの抵抗を図5-3-1に示す。



工具:ダイヤモンド三角錐, 引っかかり速度:1.33 m/sec, 切り込み:12  $\mu$ , 剛性支持, 試料:Al 25 S, 上:垂直分力, ゲイン:0.2 V/div, 下:水平分力, ゲイン:0.1 V/div, 掃引時間:1msec/div

図5-3-1 引っかかり抵抗の測定例

## 6. 結 言

以上試作した引っかかり動力計について、電気機械変換係数をもとにした等価回路による圧電変換器の理論を適用して感度と周波数特性を吟味し、試作した圧電気測定回路を用いて静荷重による感度較正を行ない、垂直方向に対しては弾性ゴムの衝突による感度と比較し検討を加えた。これらの結果を総括すれば次の通りである。

(1) 圧電変換器の理論を試作した引っかかり動力計に適用して、応答がフラットとなる領域について解析することができた。

(2) 試作した引っかかり動力計の固有振動数は、垂直方向:8.5 kc, 水平方向:7.0 kc, 回路の時定数は垂直方向:13.1 sec, 水平方向:10.4 secであり、引っかかり抵抗の測定に対しては満足すべき動特性であることが分かった。

(3) 試作した引っかかり動力計の感度は、高入力抵抗を有する試作圧電気測定回路を用いて静荷重によって較正した結果、垂直方向に対して2.13 V/kg, 水平方向に対して1.36 V/kgと十分に高く、直線性もよくヒステリシスもないことが分かった。なお垂直荷重に対して水平方

向に干渉がみとめられ、その感度は  $0.325 \text{ V/kg}$  とかなり高いことが分かった。

(4) 垂直方向の感度について、弾性ゴムの衝突を利用して動荷重による感度校正を行ない、静荷重による感度校正結果と比較したがあまり大きな差はなく、静荷重による校正感度を動的感度として採用して差しつかえないことが分かった。

#### 参 考 文 献

- 1) 斎藤・五十嵐：弾性砥石による表面仕上げに関する研究(第1報), 北大工学部研究報告, 第41号(1966), 37.
- 2) 田中哲郎：チタン酸バリウムとその応用, オーム社(1963).
- 3) 木本・田宮：力の測定における圧電素子の校正, 精密機械, 29巻(1963), 220
- 4) 田中・井川：砥粒の動的圧壊試験に関する研究, 精密機械, 32巻(1966), 213.
- 5) Theodor F. Hueter and Richard H. Bolt: Sonics, John Wiley and Sons, Inc., 1960.
- 6) 高幣哲夫：機械技術者のためのエレクトロニクスとその応用, コロナ社(1964), 75.
- 7) 3) に同じ。
- 8) Werner Goldsmith: Impact, Edward Arnold Ltd., London, 1960.