学習識別問題における2,3の考察及び視覚パターンの特徴抽出の一定式化

萩　原　芳　樹*
三　浦　良　一*
小　山　昭　一*
(昭和43年11月26日受理)

Some Considerations on the Problem of Learnig Discrimination and a Formulation for the Character Extraction of Visual Pattern Recognition

Yoshiki HAGIWARA
Ryoichi MIURA
Syoichi KOYAMA
(Received November 26, 1968)

Abstract

1) In learning discrimination, the problem estimation of probability distribution and the decision in the stratiform structures of accepted information are problematic. In this paper some methods were considered and examined for application to cope with such problems.

These methods were considered for the purpose of application to such situations where the process of transforming from one stratum to the next is not merely a process of subdividing or unifying given sets, which were made in the previous division in the former stratum, but a more general process was proposed.

2) A new method of character extraction of visual patterns was presented. As microscopic transformation, the mapping φ analogous to the transformation by T. Iijima were applied. Next a macroscopic transformation was attained by means of variation of parameters of φ according to the characters of a given pattern.

3) The distance, which is introduced in the character space corresponding to the method described in 2), should be set up with the intent that the separating surface in the character space shall be as simple as possible.

From this requirement, a special ditance is proposed.

* 精密工学科　自動制御工学講座

1. 概 説

i) 学習識別機構において，学習程度の確認を速め且つ構成素子数を減少させる方式である，情報の層状機構について考察する。

ところで，本論で主張するように，学習識別方式の本筋は確率分布の推定及びそれに従っての(識別)決定の形式であると考える。本論での層状構造は，この確率推定の為めのものである。ところで本論の層状構造は，まず(抽象的には)，確率的に動作するものとして設定されるが，これとほとんど等価な決定的動作の層状機構も提出する。なお本論での層状機構は，一般的な下記の構造を持つものである。すなわち，或る層 S_1 から次の層への変換が，単に S_1 層に存在した S_1 の分割(類別)の細分割や合併の操作ではないものである。結局，この決定的動作の層状機構は，従来その機能の意義が明確でなかった層状学習機構の意義を明らかにすることを試みるものである。

ii) 次に，視覚系パターン認識における観測変換(特徴抽出)の方式として，次のものを考える。まず，ミクロな単位的変換として飯島博士の観測変換と類似な写像 φ を用い，φ の変換パラメータを，与えられたパターンに従って変化させ，マクロな観測を行なうものである。

iii) ii) で述べた特徴空間 $(N\Phi_2^*)$ に，次のことを考慮しながら距離を導入する。すなわち，$N\Phi_2^*$ における識別境界面が出来るだけ単純になるように(不充分ながら既に持っている知識によって) つとめることである。

iv) i) での考察は，特徴パターンを要素とする空間が有界測度を持つ場合に成り立つ。そこで，iii) できめた距離をもつ $N\Phi_2^*$ に i) の学習識別の一般論を適用するには，その距離による等距離サンプリングを行ない，サンプルされた有限個の ($N\Phi_2^*$ の) 要素に，同一の測度を与える方法をとる。

形式的な表現では次のこととなる。すなわち，完全有界な $N\Phi_2^*$ を，(適当な正定数 ε により)

$$N\Phi_2^* = \bigcup_{i=1}^{m} S_i, \qquad \underset{x\in S_i}{SUp} \cdot \underset{y\in S_i}{SUp}\, d(x,\ y) < \varepsilon$$

$$S_i \cap S_j = \phi \ (\text{但し，} i \neq j \text{ のとき})$$

なる集合族 $\{S_i\}$ に分割し，$\{S_i\}$ より完全加法集合族を生成し，又各 S_i に同一測度を与えることである。

本論で取り扱われる問題(特に，i の問題)は，情報科学の根本的問題であり非常に重要なものであるが，本論での考察は完全なものではない。本論は，著者達のこれまでの考察を一応整理したものであり，今後の研究の助けとしようとするものである。しかし，この分野での他の研究者の方々にも，いささか益する所があると考える。

2

2. 1. 諸定義と記号の約束

R 及び N; 実数空間及び自然数空間

定義 1; 任意の物理機構を K と書くとき，K の取り得る状態をすべて要素として成る空間を $S_t(K)$ と書く。又，$S_t(K)$ の数学的表現を $M_{at}(S_t(K))$ と書く。

定義 2; 任意の空間 S_1 及び S_2 について，S_1 から S_2 の中への写像の全体を $F[S_1\to S_2]$ と書く。

定義 3; 明らかに規められている或る測度 (M) を持つ空間 S 上の，2 乗可積分函数 f に対し

$$\|f\|_2=\left\{\int_S f(x)^2\cdot dM\right\}^{1/2} \qquad (x\in S)$$

と書くことにする。

$I(n)$; 1 から n までの自然数集合。

$T(n)$; $I(n)$ 上の置換の全体。

D_1; 認識機構によってモデルされる（人間等の）対象への入力状態を知るための，認識機構の初段の観測機構。

C_1; 上記の対象の出力状態に対する観測機構。

D_1^* 及びC_1^*; $D_1^*=S_t(D_1)$, $C_1^*=S_t(C_1)$

E^* 及び F^*; $E^*=M_{at}(D_1^*)$, $F^*=M_{at}(C_1^*)$

(E^*, B^*, m); E^* に適当な測度 m を入れた空間。B^* は可測集合族。

(F^*, B_C^*, m_C); F^* に適当な測度 m_C を導入した空間。

$[E^*\times F^*, B^*\times B_C^*, (m, m_C)]$; 直積空間 $E^*\times F^*$ に，m と m_C の直積測度を入れたもの。

$R.P$; $(E^*\times F^*, B^*\times B_C^*)$ 上の確率測度の或る集合で，(m, m_C) に関して絶対連続であり，人間が既存の知識により $D_1^*\times C_1^*$ 上の真の確率測度がそれに属するとみなすもの。

定義 4; 任意の測度空間 (S, B^*, M) に対して，S 上の正値可積分函数の或る族 G が

$$G\ni f \text{ なら } \qquad \int_S f(x)dM\leqq 1$$

なる条件を満たすとき，G は (S, B^*, M) に関して性質 1 を持つ，と言うことにする。

2. 2. 層状の確率推定決定機構の重要性

さて，D_1^* の元を与えられて C_1^* の元を決定するための学習の方式は，通常の分類により次の（イ),（ロ）に分かれる。

（イ）$D_1^*\times C_1^*$ 上の確率分布推定方式。

（ロ）直接的な，判定函数決定方式。

ところで，(イ) の立場をとると，$R.P$ の元に対する制限がゆるいときに $D_1^* \times C_1^*$ 全体での確率を同時に推定する方式では「推定確率が真確率の満足すべき近似である確率が充分大きい」と判定するに必要な標本数が非常に多くなる。又，学習機構の物理構造物が複雑になる。一方，(ロ)の方式によるときは，最適な判定函数への収束の速さ，及び機構の構造の複雑さは，選んだ函数族できまる。しかし，$R.P$ に対する制限がゆるく，$D_1^* \times C_1^*$ 上の真の分布が複雑なものであり得る場合は，その函数族自体を複雑な判定函数を要素としてもつように大きくとらねばならない。さらに，たとえ最適な函数が選ばれても，それによる決定方式においての具体的な平均損失量を知ることは困難である。さらに損失量がわかるとしても，その損失量が大きいときに如何に改善すべきかを明確な根拠を持って指示出来ない。すなわち閉じた系となってしまう。

そこで本論は (イ) の立場をとり，そこでの困難さを改善する方式としての層状の (或いは逐次的な) 確率推定及び決定方式について考察する。但し以下での取り扱い方は，制御或いは情報処理の工学的研究でなされているものより本質的に拡張されたものである。

著者等はこの方式を文献 1，2 の内容を発展させて得た。しかし，著者等の寡聞のため不明な所であるが，この様な内容の論述は統計学や確率論の専門学会では或いはすでになされていることかもしれない。その場合は本論は紹介文の意義を持つと考える。

ところで，下記の論述には1ヵ所あいまいな点がある。もっとも，その点の是非は他の部分の記述には無関係である。そのあいまいな点とは，推定確率の信頼度を (古典的かもしれぬが) 得られた標本数により表わそうとするときの，その標本数の考え方に関するものである。しかし，その一見合理的に見えるあいまいな点を積極的に否定する材料も見あたらないので，その場所を明記して述べることにした。

又，一般的には，下記の方式は直接には確率的に変動する機構を用いるものである。ところで周知のごとく統計的決定理論の基礎的定理により，ベイズの決定法による任意のランダム決定方式に対してそれに従うときよりも平均損失の大きくない純粋決定方式がある。又，ランダム方式に必要な，望む確率でのランダム機構を作ることもいくらか困難であろう。直感的にもランダム方式には，いささか不自然さを感ずる。さらに，本論は，L. A. Zader[5] の Fuzzy Sets[5] の理論に客観的な確率的解釈を与える試みでもある。そこでランダム方式にひきつづいて，これとほとんど等価であるノンランダム方式について述べる。もちろん，ここでの問題は確率推定(決定)自体であり，ノンランダム方式と言っても確率分布が知られているときの最適なノンランダム決定方式ではない。

2. 3. 層状推定決定機構

まず，層状機構の単位的な一段階の確率推定及び決定について (i) で考察する。次に，(ii) で他の層へ移行して決定することの意義について簡単に述べる。又，(iii) で，前述したあいまいな点を持つ，信頼度判定について述べる。

(i)　まず前に定義した空間 E^* を 2.1 で「適当な」と設定した所の任意性をもつ諸量を有するだけの空間として，一般的な定式化をし，次に E^* に妥当な距離が導入されているときにこれをより具体化して述べる。

規定 1； (E^*, B^*, m) に関して性質1を持つ適当な函数族を選んで H^* とおく。

規定 2； $F[E^*\to H^*]\ni\eta$ なる適当な写像 η をえらぶ。$E^*\ni e$ に対する η の像を $\eta(\cdot|e)$ と書く。又，$\eta(\cdot|e)$ の $e'\in E^*$ における値を $\eta(e'|e)$ と書く。

規定 3； (F^*, B^*_C, m_C) に関して性質1を持つ適当な函数族を選んで H^*_C とおく。

規定 4； $F[F^*\to H^*_C]\ni\xi$ なる適当な写像 ξ をえらぶ。又，η に対してと同様の表現をする。

(注) 通常の問題では ξ を F^* から F^* への決定的な恒等写像と考える。

規定 5； $E^*\ni e$, $F^*\ni\alpha$ に対し $g^*(\cdot|e, \alpha)=\eta(\cdot|e)\cdot\xi(\cdot|\alpha)$ とおく。

定義 5； 任意の測度空間 (S, B^*, M) 上の確率密度をすべて要素とする空間を $P_{rb}(S, B^*, M)$ と書く。

(注) $E^*.F^*=(E^*\times F^*,\ B^*\times B^*_C, (m, m_C))$ と略記する。

規定 6； $P_{rb}(E^*.F^*)$ から $E^*.F^*$ 上の正値可積分函数族への写像 A を，次式のものとする

$$p\in P_{rb}(E^*.F^*),\quad (e', \alpha')\in E^*\times F^*$$

に対して

$$\{A(p)\}(e', \alpha')=\int_{E^*\times F^*}g^*(e', \alpha'|e, \alpha)\cdot p(e, \alpha)dm\cdot dm_C$$

規定 7； $F[P_{rb}(E^*.F^*)\to P_{rb}(E^*.F^*)]\ni A_{\mathrm{nor}}$ を次式のものとする。

$P_{rb}(E^*.F^*)\ni p$, $(e', \alpha')\in E^*\times F^*$ に対して

$$\{A_{\mathrm{nor}}(p)\}(e', \alpha')=(1/K(p))\cdot\{A(p)\}(e', \alpha') \tag{1}$$

但し

$$K(p)=\int_{E^*\times F^*}\{A(p)\}(e, \alpha)dm\cdot dm_C$$

規定 8； 上記の A に対して

$$\|A\|_2=\left[\int_{E^*\times F^*}dm\cdot dm_C\int_{E^*\times F^*}dm\cdot dm_C\cdot\{g^*(e', \alpha'|e, \alpha)\}^2\right]^{1/2}$$

とおく。

さて，次の観測機構 D_2 及び C_2 を考える。

D_2, C_2 は各々 D_1, C_1 の状態の観測機構であり，$S_t(D_2)=D^*_2$, $S_t(C_2)=C^*_2$ とおくとき，$M_{at}(D^*_2)=E^*$, $M_{at}(C^*_2)=F^*$ である。さらに D_1 より D_2 への観測変換は次のものである。すなわち，D_1 の状態の表現が e であるとき，$e'(e'\in M_{at}(D^*_2))$ をその表現とする D^*_2 の状態

は確率密度 $\eta(e'|e)$ に従って生起する。又，e に対して，確率

$$\left(1-\int_{E^*}\eta(e'|e)dm(e')\right)$$

において D_2^* のどの要素も生起しない。次いで，C_1 より C_2 への観測変換も，ξ により同様に与えられるものとする。

δ_1 を $D_1^*\times C_1^*$ 上の確率推定の一定の方式とする。今，$D_1^*\times C_1^*$ 上の真の確率密度を p_0，δ_1 による推定確率密度を p_1 とする。このとき，$D_2^*\times C_2^*$ 上の真の確率密度は明らかに $\mathrm{A_{nor}}(p_0)$ である。又，$D_2^*\times C_2^*$ 上の存在可能な確率密度の全体を $R.P_2$ とすると明らかに $R.P_2=\{A_{\mathrm{nor}}(p);\, p\in R.P_1\}$ である。ここで，$D_2^*\times C_2^*$ 上の推定密度として $A_{\mathrm{nor}}(p_1)$ をとる方式を δ_2 とする。学習の任意の時点で，「それまでに得られた $D_1^*\times C_1^*$ の要素の個数では，δ_1 による $D_1^*\times C_1^*$ 上の確率推定は定められた精度を満たさず，δ_2 による $D_2^*\times C_2^*$上の推定はそれを満たす」と判定出来る場合は，当然 $D_2^*\times C_2^*$上の推定確率に従って識別を行なうことが考えられる。ところで，$D_2^*\times C_2^*$ 上の分布に従う識別は直接には，D_2^* 及び C_2^* 上の観測値に対してなされるものであるから，与えられた D_1^* の元 e_0 に対して $\eta(\cdot|e_0)$ を作用させて D_2^* の元を生起させ，この元に対して識別等の決定を行なうこととなる。この決定方式を，「D_1^* の元に対する $D_2^*\times C_2^*$ でのランダム識別」と言うことにする。

そこで前記の δ_1 及び δ_2 による推定確率の収束の速さに関する相対的評価式を記す。

すなわち $D_1^*\times C_1^*$ 上の真の密度を p_0，δ_1 による推定密度を p_1 として，p_1 の良さを $\|p_0-p_1\|_2$ で評価するとき，(すべての $(e,\alpha)\in E^*\times F^*$ に対して $g^*(\cdot|e,\alpha)\in P_{rb}(E^*)$ である場合には)

$$\|p_0-p_1\|_2\geqq\|A\|_2\cdot\|A(p_0)-A(p_1)\|_2 \tag{2}$$

が成り立つ。(注　この場合は $A_{\mathrm{nor}}=A$ である)

次に，前に書いた理由により，ノンランダムな操作について考察する。上記のランダム識別において，$\alpha(\alpha\in F^*)$ なりと決定される D_2^* の要素の全体を S_α^* とする。$D_2^*\times C_2^*$ 上の推定密度 $A_{\mathrm{nor}}(p_1)$ から作られる条件確率密度を $\{A_{\mathrm{nor}}\ p_1\}(\alpha|e')$ と書くと適当に規める定数 t_0 $(1/2<t_0<1)$ により

$$S_\alpha^*=\{e';e'\in D_2^*,\ \{A_{\mathrm{nor}}p_1\}(\alpha|e')>t_0\} \tag{3}$$

である。さらに，D_1^* の要素 e_0 が観測されたとき $D_2^*\times C_2^*$ でのランダム識別により α と決定される確率 $P^*(\alpha|e_0)$ は

$$P^*(\alpha|e_0)=\int_{S_\alpha^*}\eta(e'|e_0)dm(e') \tag{4}$$

である。そこで次のノンランダム決定方式が考えられる。すなわち

「一定のしきい値 $t_1(t_1>1/2)$ を設け，$e_0\in D_1^*$ が観測されたとき

$$\operatorname*{Max}_{\beta\in F^*}P^*(\beta|e_0)=P^*(O_p(e_0)|e_0) \tag{5}$$

と記すことにして，$P^*(O_p(e_0)|e_0)>t_1$ ならノンランダムに $O_p(e_0)$ と決定し，他の場合は棄却する」方式である。

ところで，このノンランダム方式の具体的な評価は，なかなか難かしい。この評価をここで考えているような単位的な一段階の識別過程のみで行なうことは意義がうすいと思う。

後で述べる確率的動作の層状推定決定機構 ($P.S.M$) により，$e\in D_1^*$ が $\alpha(\alpha\in F^*)$ と決定される確率を，あらためて $P^*(\alpha|e)$ と記す。ところで，直接的な意味での $P.S.M$ は，多段階の確率的変換を実行し，その結果の決定確率が上記の P^* となるものである (そのような $P.S.M$ に対して具体的な意味づけをするのである)。そこでまず，P^* 自体は決定的に計算し，P^* に従っての最終決定のみをランダムに実行する (ランダム方式に等価な) 方式も考えられる。これを簡易ランダム方式と呼ぼう。

次の (ii) の内容とも関連するが，これまで (i) に記してきたことの意義について (いささか大げさかもしれないが) 述べる。

一定のボレル代数 (完全加法集合族) が与えられている或る空間 (上の考察では $D_1^*\times C_1^*$) に対して，そのボレル代数に関する確率測度を推定しようとするとき (一般には，すべてのボレル集合に対してそれをなすことは不可能であるが)，その方法は (必要に応じて逐次に，より細分されていくにしても，最初はまず)，その空間 (S と記す) を適当な個数 (n) の固定したボレル集合 $S_i(i\in I(n)$，$S_i\cap S_j=\phi\ i\neq j)$ に分割し，各 S_i における確率を推定するものである。

ところで大部分の問題において，S には或る程度妥当な位相が考えられるものである。そして上記の X 上のボレル代数は，この位相に従って規められるべきものである。しかし，ボレル代数がそのようにして規められていても，「推定さるべき確率がこのボレル代数に関する或る測度に関して絶対連続な成分を持つ (推定さるべき確率が，考えている位相に関して連続な密度函数を持つ)」様な場合には，上記のような固定した分割を置くことは不自然であると考える。もちろんこの固定した分割を必要に応じてより細分していけばよいが，それは (満足すべき推定精度を得るために必要な標本個数において) 一般に能率が悪くなると考える。本論での方式は，上に述べたこと及び，さらに次のことをもめざして試みたものである。

すなわち，まず，神経回路網，或は人間社会の様に，「単位素子の集合 (S) が，上記の $\{S_i\}$ $(i\in I(n))$ の様な分割及び各 S_i に対する細分割層の構造を持ち，各単位素子間の連結が互いに包含関係にある類と類 (すなわち，或る類 S_i とその S_i の細分割の一つの類) に属する素子相互の間にだけ存在し，且つ連結の強さが一様である」と言う様な構造でない部分を含むシステムの解析のために。

しかもその解析は，意味をもった情報処理及び制御のそれであり，(或は誤解かもしれぬが) 現段階においての確率オートマトン理論の多くの研究のごとく純粋な動作解析ではないものを

めざして。さらにこのことと関連して，構造が微小であり素子間の連結がランダム連結になる材料を用いて大規模の情報処理，制御を行なおうとする場合の構成法を考えていくために。

次に，上記のような，(D_1 の状態の観測機構) D_2 が復数個 (形式的には無限個としてもよいが) 有る場合を考える。

「注) これまで (i) で考察した事態は，当然，以下の場合の特例としてそれに含まれるから，その特例の説明をしたことは冗長とみられるかもしれないが，この特例は，$M_{at}(D_2^*)=M_{at}(D_1^*)$ としたことで，それとしてまとまった意味を持つと考えた為めと，以下の説明を容易にするかもしれないと考えて述べた。」

さて，これらの復数個の機構を $D_{2,i}$ $(i\in I(n))$，又 $S_t(D_{2,i})=D_{2,i}^*$ とおく。$M_{at}(D_2^*i)=E_{2,i}^*$ とおく。

但し，$E_{2,i}^*=E^*$ とはかぎらぬことにする。

又，$E_{2,i}^*$ 上の適当に定めたボレル代数を $B_{2,i}^*$ とする。又，$B_{2,i}^*$ に関する，規められた測度を $m_{2,i}$ とする。

定義； 集合系 $E_{2,1}^*$, $E_{2,2}^*$, ..., $E_{2,n}^*$ の直和集合を $E_{2,1}^*+\cdots\cdots+E_{2,n}^*$ 或いは ${}_d\bigcup_{i=1}^n E_{2,i}^*$ の様に書く。この直和を $\bar{E}_2^*$ と略記する。

又，$B_{2,1}^*$, $\cdots\cdots B_{2,n}^*$ による $\bar{E}_2^*$ 上のボレル代数を $\bar{B}_2^*={}_d\bigcup_{i=1}^n B_{2,i}^*$ と書く。

又，$m_{2,1}$, $\cdots\cdots$, $m_{2,n}$ による $\bar{B}_2^*$ 上の測度を $\bar{m}_2={}_d\bigcup_{i=1}^n m_{2,i}$ と書くことにする。

規定 2′； $F[E^*\to P_{rb}(\bar{E}_2^*, \bar{B}_2^*, \bar{m}_2)]\ni\bar{\eta}_2$ なる適当な $\bar{\eta}_2$ を選ぶ。(定義 5 参照)

又，$\bar{\eta}_2$ に対し，規定 2 の η に対すると同様の記法を用いる。

定義； $K\subseteq I(n)$ に対し， $\bar{\eta}_2$ の値域を ${}_d\bigcup_{i\in J} E_{2,i}^*$ に制限したものを $R_{e(K)}(\bar{\eta}_2)$ と記す。特に $i\in I(n)$ に対し $R_{e(i)}(\bar{\eta}_2)=\eta_{2,i}$ と記す。

「注) 前の特例では，『確率変換 $\eta(\cdot|e)$, $(e\in E^*)$ は性質 1 を持つ適当な写像』と言うだけの制限を課したが，ここでの $\bar{\eta}_2(\cdot|e)$ はもっと制限して確率密度函数である。ここでの $\eta_{2,i}(\cdot|e)$ 等が，特例の η に対応する。」

規定； D_1^* の元 e が生起したとき，確率密度 $\bar{\eta}_2(e'|e)$ をもって $\bar{D}_2^*$ の元 e' が生起するものとする。

仮定； 学習過程の任意の時点で，それまでに得られた $\bar{D}_1^*$ の元により各 $D_{2,i}^*\times C_2^*$ 上の推定分布の信頼度を計る方法があるとする。

注) 前の特例で述べた (2) 式も，信頼度を計る一般的な一つのめやすだが，大標本での見方であり不充分なものである。後に (iii) で，これに対する一つのこころみを述べる」

そこで，明らかながら，「$\bar{D}_1^*$層でのランダム識別方式」は次のものである。

『○ $D_{2,i}^*\times C_2^*$ 上の真の確率分布或いは推定確率分布等は，前の特例での η を $\eta_{2,i}$， D_2^* を $D_{2,i}^*$ とおきかえて得られる。

○　$D_{2,i}^* \times C_2^*$ 上の推定確率密度函数（これを $p_{2,i}$ とする）が，上に仮定した適当な方法により信頼出来るとされる i の全体を $J \subset I(n)$ とおく。

○　$i \in J$ 及び $\alpha \in F^*$ に対して，(3) 式で η, D_2^* を $\eta_{2,i}$, $D_{2,i}^*$とおきかえて得られる集合を $S_{2,i,\alpha}^*$ とする。

○　そこで，$e \in M_{at}(D_1^*) = E_1^*$ なる e が生起したときのランダム方式での決定は次のものである。$\bar{\eta}(\cdot|e)$ に従って $\bar{D}_2^*$ の元を生起させる。この結果，$e'(e' \in D_{2,j}^*)$ が生起した（観測された）とする。このとき，「$j \in J$, 且つ，或る $\alpha(\alpha \in F^*)$ に対し $e' \in S_{2,j,\alpha}^*$」なら α と決定する。他の場合は棄却する。』

なお，上のランダム方式に対応するノンランダム方式も前の特例のときと同様にして得られる。

なお，$\alpha \in F^*$ に対し

$$\bar{D}_{2,r}^* = {}_d\bigcup_{i \in J} D_{2,i}^*, \quad \bar{S}_{2,\alpha}^* = {}_d\bigcup_{i \in J} S_{2,i,\alpha}^* \tag{6}$$

と定義する。

(ii)　これまでは層状推定決定過程の単位的な一段階の処理操作について述べてきた。次に，他の層への移行の過程について述べる。粗く言うなら，普通多く言われる逐次推定（逐次解析）は，(i) の後半に述べた様な（空間 S に対する）分割 $\{S_i\}$ の，細分割の操作である。もちろん，或る類 S_i を分割するのは S_i での確率測度（正確には，(i) の記号により $V_i \subset D_1^*$, $W_i \subset C_1^*$, $S_i = V_i \times W_i$ と記すときの，条件確率 $P(\beta|V_i)$,$(\beta \in W_i)$ を推定するのに充分な標本数は得られているがしかし V_i の元が観測されたとき満足すべき決定が下せない場合である。

一方，層状構造と称せられる構造の機能は，粗く言うなら，上記の意味の解析的な逐次推定，決定機能（この機能による動作を下降推定決定過程と呼ぼう）と共に，統合的な機能（上昇推定決定過程）を持ち得る。もちろん，この上昇過程も広く言えば逐次過程である。この上昇推定は次の場合に実行される。すなわち，上記の条件確率 $P(\beta|V_i)$ を推定するための充分な標本数が得られていないとき，及び，$P(\beta|V_i)$ により満足すべき決定が下せない場合である。

以下，上昇過程について具体的に考察する。

まず $\bar{D}_2^*$ の状態に対する，復数個の観測機構 $D_{3,1}$, $D_{3,2}$, ……, $D_{3,n'}$ を考える。

$$S_t(D_{3,k}) = D_{3,k}^*, \qquad \bar{D}_3^* = {}_d\bigcup_{k=1}^{n'} D_{3,k}^*$$

と書く。さらに，ボレル代数 $B_{3,k}^*$, 測度 $m_{3,k}$ 等も前と同様にきめる。

$\bar{D}_2^*$ から $\bar{D}_3^*$ への確率的な観測変換を $\bar{\eta}_3(\bar{\eta}_3 \in F[\bar{D}_2^* \to P_{rb}(\bar{D}_3^*, \bar{B}_3^*, \bar{m}_3)])$ とする。

今，$\bar{D}_1^*$ の元 e が生起したとき，これに対し $\bar{D}_2^*$ でのランダム識別を行ない（$\bar{D}_2^*$ の元 e' が生起したとする），その決定が満足すべきものでないとき（e' が棄却域に属するとき），さらに変換 $\bar{\eta}_3(\cdot|e')$ により $\bar{D}_3^*$ の元を生起させる。この結果，$e'' \in D_{3,k}^*$ $(k \in I(n'))$ が生起したとす

る。ここで J', $S^*_{3,k,\alpha}$, $\bar{S}^*_{3,\alpha}$, $\bar{D}^*_{3,r}$ を，各々，$\bar{D}^*_2$ 層での J, $S^*_{2,l,\alpha}$, $\bar{S}_{3,\alpha}$, $\bar{D}^*_{2,r}$ と同様にして（すなわち，前の定義での $\bar{\eta}_2$ を $\bar{\eta}_3\cdot\bar{\eta}_2$ とおきかえて）得られるものとする。

そこで，或る $\alpha\in F^*$ に対して $e''\in\bar{S}_{3,\alpha}$ なら α と決定し，他の場合は棄却する。

次に，この2段階識別方式の，$\bar{D}^*_2$ 層での1段識別と比較しての，誤判定確率の変化をしらべる。

まず，$\bar{D}^*_2\times C^*_2$ 上の真の確率密度を $\bar{p}_2(\beta, e)$ $(\beta\in F^*,\ e\in\overline{E}^*_2)$ と記す。

又，$k\in J'$ に対し $D^*_{3,k}\times C^*_2$ 上の真の密度を $p_{3,k}$ と記す。そこで或る固定した $\alpha\in F^*$ に対して $e''\in S_{3,k,\alpha}$ なら

$$p_{3,k}(\alpha,\ e'')-t_0\sum_{\beta\in F^*}p_{3,k}(\beta,\ e'')>0 \tag{7}$$

となる。さらに (7) は具体的に

$$\int_{\bar{D}^*_2}\eta_{3,k}(e''|e')\bar{p}_2(\alpha,\ e')d\bar{m}_2(e')-t_0\sum_{\beta\in F^*}\int_{\bar{D}^*_2}\eta_{3,k}(e''|e')\bar{p}_2(\beta,\ e')d\bar{m}_2(e')>0 \tag{8}$$

と同値である。ここで

$$\bar{S}^*_{2,\alpha}\cup\bar{D}^*_{2,r}=T_1,\qquad \bar{D}^*_2-T_1=T_2$$

と略記すると，(8) 式の左辺の積分領域を T_2 とおきかえたものの値は（T_2 の定義より）負である。故に，(8) 式の左辺の積分領域を T_1 に制限したものの値は正である。

以上のことは，2段階識別決定法での誤判定確率が，$(1-t_0)$ より大きくはならないことを示すものである。

(iii)　すでにしばしばふれたごとく，「推定確率の信頼度の測定」のためのこころみについて述べる。まず，$M_{\alpha l}(D^*_{2,l})=E^*_{2,l}$ 及び $\eta_{2,l}(e'|e)$ を次のように制限する。すなわち，『$E^*_{2,l}$ は一点より成る空間である。』或いは同じことだが『任意に固定した e $(e\in E^*=M_{\alpha l}(D^*_1))$ に対し，$\eta(e'|e)$ はすべての e' $(e'\in E^*_{2,l})$ について同じ値である』。この制限は，非常に特殊な強い制限にもみえるが，$E^*_{2,l}$ の個数 $(=n)$ が多いとき一般的な η を表わし得る。

そこで，$D^*_1\times C^*_1$ での観測値が，$(e_1,\ \alpha_1)$, …… , $(e_l,\ \alpha_l)$ であるとき，$D^*_{2,l}\times C^*_2$での観測された標本の個数を

$$\sum\nolimits_{j=1}^{l}\int_{E^*_{2,l}}\eta(e'|e_l)dm_{2,l}(e')$$

とみなそうとするものである。そしてこの個数が一定値以上あれば，$D^*_{2,l}\times C^*_2$ での確率分布を「信頼し得るもの」とみなそうとするものである。

3.　視覚パターンの特徴抽出

3. 1.

まず，(まだ充分なものではないが) 3 章で述べる特徴抽出方式の特質について述べる。

これまでに明らかになっている人間の視覚神経回路のパタン処理形式になるべく一致し，しかもその形式がなるべく統一的であることを考慮した。ところで，この神経回路の知られたパタン処理方式は，上部の各層において (従来の人工特徴抽出方式でしばしば用いられてきた) 幾何学的な諸特徴の抽出をするものである様にみられ，一方その各層間には光学的変換につづく積分変換(もちろんそれらは，フィードバック及び各種のしきい操作を含み得るものだが)がある。さらに又，初段の受容器の運動による変換がある。これら諸変換による特徴抽出は,(限定された意味での) 正規化の要請を満たさねばならない。飯島博士は統一的な相互準同型変換を提案されたが，その定式化には一点，不充分な所がある様にみえる。これに対し，この章での方式は原理的には初段の受容部の 3 次元的な運動 (実際には一定範囲内では運動させないが) とみなせる変換を基礎とするもので，理論的にはまことに単純なものである。しかしそれは，受容部の実際の運動による，より広い開かれた観測と自然な形でつながることになる。なお，いささか主観的ながら，心理学的な見方でこの章の方式について考える。

本章の方式は，文献 (1) の具体化，連続化でもある。文献 (1) はほとんど著者の思考の産物であったが，結果的には最近しばしば言及されるチョムスキーの生成文法論の簡単な紹介文であったと思う。ところで，それは，言語層の構成を (あまりに一般的な記述であり，したがって具体的な方式を示し得るものではなかったが) 述べたものである。ところで本章での直接の問題は視覚パターンであり，言語ではない。しかし，人間が或る対象に対する自己の認識方式を意識的に表現しようとする場合に表われる言語表現の構造 (S_l) は，意識下の連続的な認識構造を適当な立場でしきい値設定して 0, 1 化して得られるものであると考える。そして，本章での認識方式は，認識対象に対するその連続な構造を適当に 0, 1 化するとき，その結果の構造が上記の S_l と類似していると考える。

定義 1；　外界パタンを要素とする空間を Φ_0 とする。Φ_0 は R^2 上の連続函数族である。

定義 2；　初段の観測機構を D_1 とする。D_1 に表示され得る観測像の全体を Φ_1 とする。

定義 3；　$\bar{x}=(x^1,\ x^2)\in R^2$ に対し $G_\gamma(\bar{x})=(\gamma^2/2\pi)\cdot exp[-\gamma^2\bar{x}\cdot\bar{x}^t/2]$ とおく。

規定 1；　Φ_0 から Φ_1 への観測変換 φ_0' は次のものとみなす。(或は，その様に作る)

$F[R^2\rightarrow R]\ni K_0$ を固定された正値急減少函数，又 k_0 を適当な正定数とし，$f\in\Phi_0$, $\bar{x}\in R^2$ について

$$\{\varphi_0'(f)\}(\bar{x})=K_0(\bar{x})\int_{R^2}G_{k_0}(\bar{x}|\bar{y})\cdot f(\bar{y})d\bar{y}$$

上式における K_0 の存在は，D_1 が通常距離に関して有界であることより必然であるが，

今後2段目以後の変換を考えるときは D_1 が充分大きいと考えて $K_0(x)\equiv 1$ と理想化して考察する。

定義 4; $\rho\in R$ に対し，$T_{R,\rho}$ を R^2 での角 ρ の回転変換とし，又 $R=\{T_{R,\rho};\ \rho\in R\}$ と記す。

○ $\bar{\nu}\in R^2$ に対し $T_{P,\bar{\nu}}\cdot\bar{x}=\bar{x}+\bar{\nu}$ と書き，又 $P=\{T_{P,\bar{\nu}};\ \bar{\nu}\in R^2\}$ と書く。

○ $\mu\in[0,\ \infty]$ に対して $T_{S,\mu}\cdot\bar{x}=\mu\bar{x}$ と書き，又 $S=\{T_{S,\mu};\ \mu\in[0,\ \infty]\}$ と書く。$A=P\times S\times R=\{T_{\bar{\omega}};\ \bar{\omega}\in\Lambda^*\}$ とおく。

定義 5; $\bar{\omega}_1,\ \bar{\omega}_2,\ \bar{\omega}_3\in\Lambda^*$ で $T_{\bar{\omega}_1}=T_{\bar{\omega}_2}\cdot T_{\bar{\omega}_3}$ のとき，$\bar{\omega}_2\oplus\bar{\omega}_3=\omega_1$ と書く。又，この演算$\oplus$についての単位元を $\bar{e}$, $\bar{\omega}\in\Lambda^*$ の逆元を $-\bar{\omega}$ と書く。

規定 2; $\Lambda_P\subset R^2$, $\Lambda_S\subset[0,1]$, $\Lambda_R=[0,2\pi]$ なる3個の有界区間を規める。次に適当な正実急減少函数 L を規める。但し，$T\in R$ に対して $L(\bar{x})=L(T\bar{x})$ とする。又適当な $n\in N$, 及び $i(i\leqq n)$ について正定数 μ_i (但し $1<\mu_1<\cdots<\mu_n$ とする) を定める。又 T_{μ_i} を $T_{\mu_i}=\begin{pmatrix}\mu_i, & 0\\ 0, & (1/\mu_i)\end{pmatrix}$ なるアファイン変換とし，函数 L_i を $L_i(\bar{x})=L(T_{\mu_i}\cdot\bar{x})$ ときめる。

$\Lambda=\Lambda_P\times\Lambda_S\times\Lambda_R$, $\Theta=\Lambda\times I(n)$ と書く。

定義 6; $\Theta\ni\bar{\theta}=(\bar{\omega},\ i)$ $(\bar{\omega}=(\bar{\nu},\ \mu,\ \lambda)\in\Lambda)$ なる $\bar{\theta}$, ω について，$P_{ro(I)}(\bar{\theta})=i$, $P_{ro(S)}(\bar{\theta})=\mu$ 等と書く。

規定 3; Φ_1 の元に対する2段目の単位的観測変換 $\varphi_{\bar{\theta}}$ $(\bar{\theta}=(\bar{\omega},\ i)\in\Theta)$ を次式のものとする。まず $\bar{\omega}\in\Lambda$, $P_{ro(S)}(\bar{\omega})=\mu$ とするとき，$h_1(\bar{\omega})$ を次式で与える。

$$\{1/h_1(\bar{\omega})\}^2=\{1-\mu^2\}/\{\mu k_{\wedge}\}^2$$

そこで，$g\in\Phi_1$, $\bar{x}\in R^2$ に対し

$$\{\varphi_{\bar{\omega}}(g)\}(\bar{x})=\int_{R^2}g(\bar{z})\cdot G_{h_1(\bar{\omega})}(\bar{x}-\bar{z})d\bar{z}$$

又，$\bar{\theta}=(\bar{\omega},\ i)\in\Theta$ に対して

$$\{C.\varphi_{\bar{\theta}}(g)\}(\bar{x})=L_i(T_{\bar{\omega}}\bar{x})\cdot\{\varphi_{\bar{\omega}}(g)\}(\bar{x})$$

ときめる。

定義 7; 空間 S について，S のすべての部分集合を要素とする空間を $_2(S)$ と書く。

定義 8; $\Lambda=\Lambda_P\times\Lambda_S\times\Lambda_R$ 上の測度 M_Λ を通常のものとする。

定義; $f\in F[R^2\to R]$, $T\in A$ に対し，$g(\bar{x})=f(T\cdot\bar{x})$ $f_{or}\ All\ x\in R^2$ なる函数 g を，混乱せぬかぎり $g=T\cdot f$ と記す。

規定 4; $Q\in F[\Lambda\times I(n)\to R]$ に対し，実数 $a(Q)$, $b(Q)$ を次式できめる。

$$\{E(Q)\}(\bar{\omega},\ i)=a(Q)\cdot Q(\bar{\omega},\ i)+b(Q)$$

とおくとき

$$\sum_{i=1}^{n}\int_{\Lambda}\{E(Q)\}(\omega,\ i)\,dM_{\Lambda}=0 \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\int_{\Lambda}\Big[\{E(Q)\}(\omega,\ i)\Big]^{2}dM_{\Lambda}=1 \tag{2}$$

注）(2) 式の $[\{E(Q)\}(\omega,\ i)]^2$ の代りに $|\{E(Q)\}(\omega,\ i)|$ 等を用いてもよいと考える。」

規定 5； $F[\Lambda\times I(n)\to R]$ からその中への写像 L_N^2 を次式できめる。

$\bar{O}\in F[\Lambda\times I(n)\to R]$ に対し $L_N^2(\bar{O})=a(\bar{O})\cdot\bar{O}+b(\bar{O})$

規定 6； $Q,\ N_{or}$ を，Φ_0 から $F[\Lambda\times I(n)\to R]$ への次の 2 つの写像とする。

$f\in\Phi_0,\ \bar{\theta}\in\Lambda\times I(n)$ に対し

$$\{Q(f)\}(\bar{\theta})=\int_{R^2}\{C.\varphi_{\bar{\theta}}\cdot\varphi_0'(f)\}(\bar{x})\,dx$$

$$N_{or}=L_N^2\cdot Q$$

規定 7； $\bar{e}=(\bar{O},\ 1,\ 0)\in\Lambda$ として

$$N\Phi_{1,a}=\{C.\varphi_{(\bar{e},i)}\cdot\varphi_0'(f)\ ;\ f\in\Phi_0,\ i\in I(n)\}$$

ときめる。

規定 8； $F[N\Phi_{1,a}\to N\Phi_{1,a}]\ni L_N^1$ なる L_N^1(強度正規化写像) を L_N^2 と同様にしてきめる。

定義 9; $\Phi_1\ni f,\ g$ について

$$(f,\ g)_2=\int_{R^2}f(x)\cdot g(x)\,dx$$

と書く。

規定 9； $N\Phi_1=\{L_N^1(g)\ ;\ g\in N\Phi_{1,a}\}$ ときめる。

規定 10； $F[\Phi_0\to{}_2(\Theta)]\ni N^*$ なる N^* を以下のものとする。まず適当な正定数 t_0 を選び，$f\in\Phi_0$ に対して

$$N^*(f)=\begin{cases}(\bar{\omega},\ i)\ ;\ (\bar{\omega},\ i)\in\Lambda\times I(n),|\{N_{or}(f)\}(\bar{\omega},\ i)|>t_0\\(\bar{\omega},\ i)\ \text{は}\ N_{or}(f)\ \text{が極値をとる点である。}\end{cases}$$

規定 11； $\Lambda\times I(n)$ から $F[\Phi_0\to\Phi_0]$ への写像 $C.N$ を次のものとする。

$\Lambda\times I(n)\ni\bar{\theta},\ \Phi_0\ni f$ に対して

$$\{CN(\bar{\omega},\ i)\}(f)=L_N^1\cdot T_{\bar{\omega}}^{-1}\cdot C.\varphi_{\bar{\theta}}\cdot\varphi_0'(f)$$

ときめる。

規定 12； $N\Phi_1$ の適当にきめる部分空間で，下記の性質を持つものを $UN\Phi_1$ と書く。すなわち $f\in UN\Phi_1$ なら，$\lambda\in\Lambda_R\ (\lambda\fallingdotseq 0)$ と f とによってきまる下記の g は $UN\Phi_1$ に属さない。

$$g(\bar{x})=f(T_{R,\lambda}\cdot\bar{x})\ f_{or}\ All\ \bar{x}\in R^2$$

次に，マクロな正規化をされる以前の特徴空間 Φ_2^* 及び $U\Phi_2^*$ をさだめる。

規定 13； $\Phi_2^* = \left\{\bigcup_{\bar{\theta}\in N^*(f)} (\bar{\theta}, \{CN(\bar{\theta})\}(f))\,;\ f\in\Phi_0\right\}$

定義 10； $F[N\Phi_1\times\Lambda\times I(n)\to UN\Phi_1]\ni S_{ib}$ なる S_{ib} を次式できめる。

$(f, \bar{\omega}, i)\in N\Phi_1\times\Lambda\times I(n)$ に対して

$$\|\{CN(\bar{\omega}, i)\}(f)-S_{ib}(f, \bar{\omega}, i)\|_2=\max_{g\in UN\Phi_1}\|\{CN(\bar{\omega}, i)\}(f)-g\|$$

規定 14； $U\Phi_2^*=\left\{\bigcup_{\bar{\theta}\in N(f)}(P_{ro(P,S)}(\theta), S_{ib}(f, \bar{\theta}))\,;\ f\in\Phi_1\right\}$

〔3～ii〕 正規化

Φ_0 の元を Φ_2^* の元へ，上記の諸規定で写す写像を φ^* と記す。

まず $f, g\in\Phi_0$，且つ或る $\bar{\omega}_0\in\Lambda$ に対して $g=T_{\bar{\omega}_0}\cdot f$ となっている f と g について，$\varphi^*(f)$ と $\varphi^*(g)$ の関係をみる。

$\psi_{(\bar{\theta})}=C.\varphi_{\bar{\theta}}\cdot\varphi_0'$ とおくと，$i\in I(n)$ 及び $\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2\in\Lambda$ に対し次式が成り立つ。

$$\psi_{(\bar{\omega}_2, i)}=\left(T_{\bar{\omega}_1}\cdot T_{\bar{\omega}_2}^{-1}\right)^{-1}\cdot\psi_{(\bar{\omega}_1, i)}\cdot\left(T_{\bar{\omega}_1}\cdot T_{\bar{\omega}_2}^{-1}\right) \tag{1}$$

次に，$Q(f)$ と$Q(g)$ の関係をみると上式より

$$\{Q(f)\}(\omega, i)=\{Q(g)\}(\bar{\omega}_0+\bar{\omega}, i) \tag{2}$$

(2) 式より近似的に次式が成り立つ。

$$\{N_{or}(f)\}(\bar{\omega}, i)=\{N_{or}(g)\}(\bar{\omega}_0+\bar{\omega}, i) \tag{3}$$

(3) 式を正しいものとすれば次式が成立つ。

$$N^*(g)=\{(\bar{\omega}_0\oplus\bar{\omega}, i)\,;\ (\bar{\omega}, i)\in N^*(f)\} \tag{4}$$

又 (1) 式より

$$\{CN(\bar{\omega}, i)\}f=\{CN(\bar{\omega}_0\oplus\bar{\omega}, i)\}g \tag{5}$$

定義 11； $F[\Lambda\to F[\Phi_2^*\to\Phi_2^*]]\ni T_\Lambda$ を次式で与える。

$\bar{\omega}_1\in\Lambda$, $f\in\Phi_0$ 及び $\varphi^*(f)=\bigcup_{\bar{\theta}\in N^*(f)}(\bar{\theta}, \{CN(\bar{\theta})\}(f))$ に対し

$$\{T_\Lambda(\bar{\omega}_1)\}(\varphi^*(f))=\bigcup_{(\bar{\omega}, i)\in N^*(f)}((\bar{\omega}_1\oplus\bar{\omega}, i), \{CN(\bar{\omega}, i)\}(f))$$

定義 12； $A\subset\Theta$ に対し $C_{en}(A)\in\Theta$ を次式であたえる。

$$P_{ro(S)}(C_{en}(A))=\min_{\bar{\theta}\in A}P_{ro(S)}(\bar{\theta})$$

定義 13； $\Phi_2^*\ni\bar{f}$ $(\bar{f}=\varphi^*(f), f\in\Phi_0)$ なる $\bar{f}$ に対して， $M_{\mathrm{nor}}(\bar{f})=\{T_\Lambda(-C_{en}(N^*(f)))\}(\bar{f})$ ときめる。

規定 15； $N\Phi_2^*=M_{\mathrm{nor}}(\bar{f})\,;\ \bar{f}\in\Phi_2^*\}$ とする。

上に得られた $N\Phi_2^*$ が，学習識別機構への入力を要素とする空間となる。又，$M_{\mathrm{nor}}\cdot\varphi^*$ が観測変換である。又，その変換の過程で $N^*(f)$ の代りに $N^*(f)$ の種々の部分集合を用いることは，種々の雑音除去の操作となる。

〔3～iii〕

まえがきの意図をもって，Φ_2^* に距離を導入する。

定義； $\bar{\theta}\in\Theta$, $P_{ro(\Lambda)}(\bar{\theta})=\bar{\omega}$ に対し $AN(\bar{\theta})=T_{\bar{\omega}}^{-1}\cdot\varphi_{\bar{\theta}}$ ときめる。

定義； $\Phi_2^{**}=\{\bigcup_{i=1}^{m}(\bar{\theta}_i,\ \{AN(\bar{\theta}_i)\}(f_i))\ ;\ m\in N,\ \theta_i\in\Theta,\ f_i\in\Phi_0\}$

次に Φ_2^{**} に，下記の同値関係を導入し，それによる類空間に加法をさだめる。

まず $n\in N$, $\bar{\theta}_i\in\Lambda$, $f_i\in\Phi_0$ (但し $i\in I(n)$) に対して

$$S_t(\bar{\theta}_1,\ \cdots,\ \bar{\theta}_n\ ;\ f_1,\ \cdots,\ f_n)=\bigcup_{i=1}^{n}(\bar{\theta}_i,\ AN(\bar{\theta}_i)f_i)\in\Phi_2^{**} \tag{6}$$

とおく。ここで $(1, 2, \cdots, n)$ 上の適当な置換 ξ をえらぶと，$l\in N$ 及び $0=m_0<m_1<\cdots<m_l=n$ (但し $l\leqq n$) なる m_j $(j=0\sim l)$ がきまり，$j\in I(l)$ に対して $m_{j-1}\lneqq i<m_j$ なら $\theta_{\xi(i)}=\bar{\theta}_{\xi(m_j)}$, 又 $0\lneqq i\leqq l$, $0\lneqq j\leqq l$, $i\neq j$ に対しては $\bar{\theta}_{\xi(m_i)}\neq\bar{\theta}_{\xi(m_j)}$ となる。この ξ による

$$S_t'=\bigcup_{j=1}^{l}(\bar{\theta}_{\xi(m_j)},\ \sum_{m_{j-1}\leqq i<m_j}f_{\xi(i)})$$

を (6) 式の S_t の既約表現と名づけ，$S_t'=M^*(S_t)$ と書く。さらに，Φ_2^{**} の2要素 S_{t1}, S_{t2} が同一の既約表現をもつとき $S_{t1}\equiv S_{t2}$ と記す。≡は同値関係である。

定義； $M^*(\Phi_2^{**})\ni S_{t1},\ S_{t2}$ で，$k=1$ or 2 について

$$S_{t_k}=\bigcup_{i=1}^{n_k}(\bar{\theta}_{i,k},\ AN(\bar{\theta}_{i,k})f_{i,k}) \tag{7}$$

とおくとき $S_{t1}+S_{t2}=M^*(S_{t1}\cup S_{t2})$ と定義する。又実数 α に対し

$$\alpha\cdot S_{t1}=\bigcup_{i=1}^{n_1}(\bar{\theta}_{i,1},\ \{AN(\bar{\theta}_{i,1})\}(\alpha\cdot f_i))$$

と定義する。

補題； 上できめた和及び実数との積について，$M^*(\Phi_2^{**})$ は線型空間となる。

定義； 定義域が $\Theta\times\Theta$ である適当な対称正汎函数 P_0 によりきまる $F[(M^*(\Phi_2^{**}))^2\to R]$ の要素 $S_{ca}(P_0)$ を，次のものとする。すなわち，$(S_{t1},\ S_{t2})\in(M^*(\Phi_2^{**}))^2$ に対して

(S_{t1}, S_{t2} を (7) 式の型とするとき)

$$\{S_{ca}(P_0)\}(S_{t1},\ S_{t2})=\sum_{j=1}^{n_2}\sum_{i=1}^{n_1}P_0(\bar{\theta}_{i,1},\ \theta_{j,2})\cdot(AN(\bar{\theta}_{i,1})f_{i,1},\ AN(\bar{\theta}_{j,2})f_{j,2})$$

定理； 上できめた S_{ca} は，$M^*(\Phi_2^{**})$ での内積となる。

結　　言

2章の，純粋のノンランダム方式は，もしその方式が承認され得るなら，その効力は大きいものである。そこで今後の研究課題の一つとして，このあいまい点の景非をしらべることにしたい。ところで，方式の適用を，人間相互の情報伝達の問題である文字，図形，音声認識問題や飜訳問題にしぼるときは，次のようにも言えよう。すなわち，『そのような情報伝達及び処理問題は，特徴抽出方式に関してはもちろんのことながら，さらに学習方式においても基

礎的な形式において類似な構造を持つ人間相互のそれであり，そこで使用される学習方式は，他の対象の学習問題に対するときの客観性をいささか欠くにしても，それが人間の概念構成の方式に従っているならば有効であろう。』と。又，今後の研究課題の一つとして，2章で述べた確率推定方式を一般的なマルコフ決定過程のための推定へと拡張したいとも考える。これを考える場合には，その推定された層状の確率構造が，それを用いての「多段回の決定（＝行動＝制御）における準最適決定の計算，及びその決定に従うときの平均損失の計算」を容易にするようにもつとめなければならない。もちろん層状であること自体により，計算がある程度容易になることが予想されるが，さらに正確に，具体的な損失量の計算方式を考えなければならない。又，その計算は，その確率構造の記憶形式とも関連し，現在の計算機方式では能率が悪くなる可能性もあると思う。

謝　　辞

著者の一人，萩原は，次の方々に衷心から感謝いたします。

まず，著者ではありますが，大局的な思想において常に勇気を与えられ，さらにその明解な論理によってまよいの霧をはらってくださった三浦教授と，御多忙中にもかかわらず具体的な論義をしていただいた小山助教授に。又，凡才且つわがままな萩原を，忍耐と寛容のお心で指導された前任教室の松本正教授，及び萩原が，その方法論と研究内容によりきたえられた飯島泰蔵博士に。

参　考　文　献

1) 萩原：“パタン認識に関する一考察”電子通信学会オートマトン研究会資料，(1965, 5).
2) 萩原：“パタン認識における確率分布と判定函数との関係について”電気四学会北海道支部大会講演予稿，(1967, 11).
3) 萩原・三浦・小山：“視覚系パターン認識の一方法”計測制御学会学術講演会予稿，(1968, 9).
4) 萩原・小山・三浦：“視覚系パターン認識の一方式”電子通信学会オートマトン研究会資料，(1968, 9).
5) L. A. Zader: “Fuzzy Sete” Information and Control, (1965, 8).
6) 飯島泰蔵：“パターン認識の理論”電気試験所オートマトン研究室発行，(1966,).
7) M. A. Aizerman, E. M. Braverman: “Theoretical Foundations of the Potential Function Method in Pattern Recognition Leaning” Automation and Remote Control, Vol. 25, No. 6.
8) E. M. Braverman, E. S. Pyatnitskii: “Etttimation of the Rate of Convergence of Algorithms Based on the Potential Function Method” Automation and Remote Control, Vol. 27, No. 1.
9) M. A. Aizerman, E. M. Braverman: “the Probability Problem of Pattern Recognition Learning and the Method of Potential Function” Automation and Remote Control, Vol. 25, No. 9.
10) Nils J. Nilsson; Learning Machines” コロナ社，(1965).
11) 甘利俊一：“情報理論 (II)”共立出版社情報科学講座，(1968, 1).
12) Ya. Z. Tsypkin: “Adaptation, Training and Self-Organization in Automatic Systems” Automation anb Remote Control, Vol. 27, No. 1.
13) 福村晃夫：“逐次ゲームのベーズ危険関数とパターン認識問題におけるその近似計算法について”電気通信学会誌，(1964, 10).