HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	SCR周波数3倍器
Author(s)	福田, 昭治; 藤原, 一
Citation	北海道大學工學部研究報告, 53, 115-124
Issue Date	1969-03-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40943
Type	departmental bulletin paper
File Information	53_115-124.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

SCR 周波数3倍器

福田昭治*
藤原一*

(昭和43年11月30日受理)

The SCR Frequency Trippler

Shoji FUKUDA
Hajime FUJIWARA

(Received November 30, 1968)

Abstract

One circuit of constant ratio frequency changers utilizing SCRs was proposed and in this paper this circuit was treated as the frequency trippler.

The operating principle of the frequency trippler was clarified and the operating characteristics were analized. The calculated values and the tested values were compared.

The operating principle of this device is very simple. The condudting SCRs are turned off by the applied voltage becoming zero or minus and the mechanism of the commutation is also very simple. Therefore the commutation reactors and capacitors in the case of the self-excited inverter are unnecessary. The possibility of a short circuit when the choice of the firing angle fails is the inherent disadvantage. The number of SCRs in this device is six when the neutral point of the transformer is used otherwise twelve.

1. 緒　　言

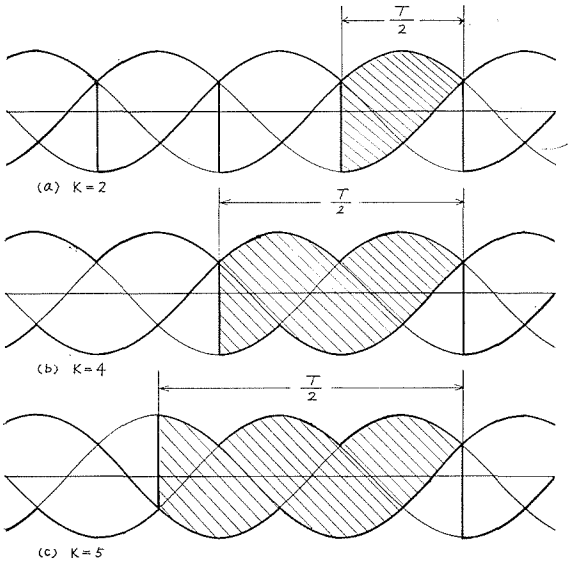
本文はSCRを用いた定比式周波数変換器を提案し，その内，周波数3倍上昇器について，その動作を解析したものである。第2図は3相電源形の結線図を示し，この回路では $3/K$ 倍の周波数変換が可能である。($K=1, 2, \cdots\cdots$) 3相の相電圧波形を考えると，電気角で $\pi/3$ ごとに各相間の線間電圧が零になる時点がある。後述のようにこの方式では，線間電圧が零あるいは負になるのを利用して，導通中のSCRをturn offさせるから，$\pi/3$ の倍数，$K\pi/3$ なる期間を半周期として利用できることになる。このことより，この方式では原理的に連続的な周波数変換はできず，定比式周波数変換となる。第1図は $K=2, 4, 5$ の場合の半周期の電圧の利用の仕方を説明する図で，それぞれ電気角で $2\pi/3$, $4\pi/3$, $5\pi/3$ なる期間を半周期 (図中でT/2) と考えれば，容易に理解できる。以上のことより，一般にm相電源形ではm/K 倍の周波変換ができ

* 電気工学科　電気機械学第一講座

る。本装置はSCRを用いるから，波形の歪みは否めないが，動作原理が極めて単純であり，変換効率も非常に良いという特徴がある。

ここでは，$K=1$ の場合，つまり3相電源の3倍の周波数を取り出す，周波数3倍上昇器を扱い，この装置の制御角選定の問題，電流解，電力と制御角の関係などを解析し，またそれらと実験結果との比較を行なう。

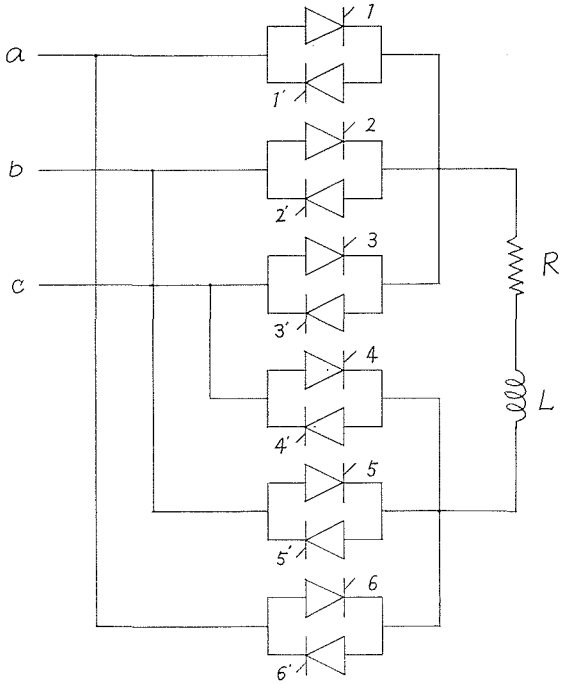
本装置のSCRの転流機構は極めて単純で，3相電源の線間電圧を使用し，線間電圧が零あるいは負になるのを利用して，導通中のSCRをturn offさせるものである。従って，自励式インバータのような転流用のコンデンサ，リアクトルは一切不要である。また，第2図の回路では，SCRを12個用いているが，これは線間電圧を使用しているためであって，電源側の変圧器を星形結線として，中性点を利用すれば，SCRは6個で全く同じ動作をさせることができる。



第1図　K=2, 4, 5の場合の負荷電圧波形（$\alpha=0$ のとき）

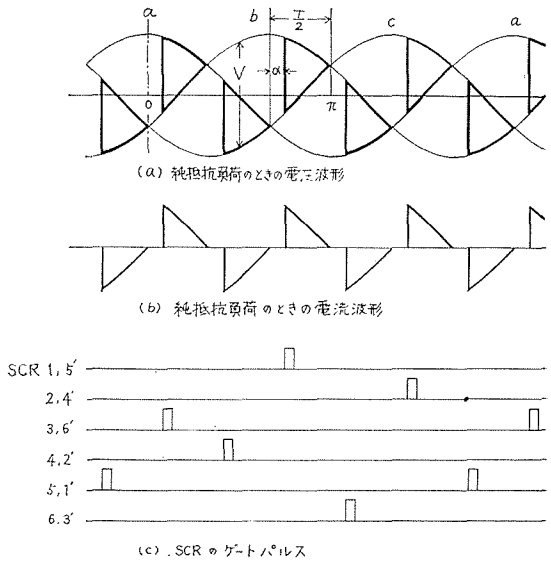
2. 制御角の選定

本装置では，SCRの制御角の選定を誤ると線間短絡をひき起す場合があり，その結果，過大電流によりSCR素子が破壊に致る可能性がある。従って制御角の選定には特に注意する必要がある。例えば，第3, 4図がa相からb相に電流が流れていてSCR①，⑤がonになっている場合とすると，次の半サイクルではSCR⑥，③をonにする。このときSCR①がまだonの状態であれば



第2図　定比式SCR周波数変換器

(線間電圧が負になっても，負荷が誘導性の場合には，SCR ①，⑤ が on になっている期間が存在する) a→SCR ①→SCR ③→c なる a-c 相間の線間短絡が起きる。従って，SCR ①，⑤ が消弧し，SCR の turn off 時間が過ぎた後に SCR ⑥，③ を on としなければならない。SCR ①，⑤ が消弧する角度 β (第4図で β を消弧角と定義する) は，負荷の力率及び制御角 α によって決定され，必らず $\alpha>\beta$ としなければならない。また後述のように，負荷力率により制御角 α の最小値 α_c (臨界制御角と定義する) が決定され，$\alpha_c<\alpha<\pi/6$ とする必要がある。



第3図　負荷電圧及び電流と SCR のゲートパルス位置との関係

3. 解　　析

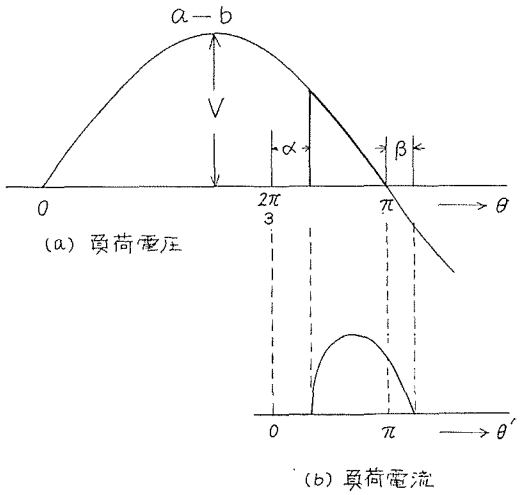
まず第4図 (a) より電流解を算出する。電圧方程式は第4図 (a) より次式となる。

$$V\sin\theta = Ri + X\frac{di}{d\theta} \quad (1)$$

$$\theta = \omega t,$$

$$X = \omega L$$

ただし，ω は電源の角周波数，R は負荷の抵抗，L は負荷のインダクタンスとし，V は線間電圧の最大値である。(1) 式を初期条件 $\theta=2\pi/3+\alpha$ で $i=0$ のもとに解くと，その解は次式となる。



第4図　負荷電圧と負荷電流との関係

$$\left.\begin{aligned} i &= \frac{V}{Z}\sin(\theta-\varphi)+Ie^{-\frac{R}{X}\left(\theta-\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)} \\ I &= -\frac{V}{Z}\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha-\varphi\right) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$$Z=\sqrt{R^2+X^2}, \qquad \tan\varphi=\frac{X}{R}$$

(2) 式で $i=0$ となる最初の角度を $\pi+\beta$ とおくと次式が成立する。

$$\sin(\beta-\varphi)+\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha-\varphi\right)e^{-\frac{R}{X}\left(\frac{\pi}{3}+\beta-\alpha\right)}=0 \tag{3}$$

(3) 式より消弧角 β が決定される。

臨界制御角 α_c は (3) 式で $\alpha=\beta=\alpha_c$ と定義し，次式で決定される。

$$\sin(\alpha_c-\varphi)+\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha_c-\varphi\right)e^{-\frac{\pi R}{3X}}=0 \tag{4'}$$

あるいは

$$\alpha_c=\varphi+\tan^{-1}\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}e^{-\frac{\pi R}{3X}}}{\frac{e^{-\frac{\pi R}{3X}}}{2}-1} \tag{4}$$

臨界制御角の物理的意味は，負荷電流を連続させる限界の制御角という意味である。(3) 式及び (4) 式で，β あるいは α_c はいずれも負荷の抵抗 R とリアクタンス X との比のみの関数であって，印加電圧の大きさ，インピーダンスの大きさには全く関係しないことがわかる。以上の議論で，α の取りうる囲囲は $\beta<\alpha<\pi/6$ あるいは $\alpha_c<\alpha<\pi/6$ であることは勿論のことである。

以上を，第4図 (a) の座標の取り方に従ってまとめると，$u(\theta)$ を unit step function として，負荷に供給される電圧 v_L，負荷電流 i_L は次式のように表現できる。

$$\left.\begin{aligned} v_L&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n\left[u\left(\theta-\alpha-\frac{2+n}{3}\pi\right)\right.\\ &\quad\left.-u\left(\theta-\beta-\frac{3+n}{3}\pi\right)\right]\left[V\sin\left(\theta-\frac{n}{3}\pi\right)\right]\\ i_L&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n\left[u\left(\theta-\alpha-\frac{2+n}{3}\pi\right)-u\left(\theta-\beta-\frac{3+n}{3}\pi\right)\right]\left[i\left(\theta-\frac{n}{3}\pi\right)\right.\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

(5) 式で $n=0$ の場合が (2) 式に相当している。

(5) 式より，電源から負荷に流入する平均の電力 P は次式のように計算される。

$$\begin{aligned} P&=\frac{3}{\pi}\int_{\frac{2\pi}{3}+\alpha}^{\pi+\beta}v_L\cdot i_L\,d\theta=\frac{3}{\pi}\frac{V^2}{Z}\left[\frac{1}{4}\left\{\sin\left(\frac{4\pi}{3}+2\alpha-\varphi\right)-\sin(2\beta-\varphi)\right\}\right.\\ &\quad+\frac{1}{2}\left\{\frac{\pi}{3}-\alpha+\beta\right\}\cos\varphi\Big]+\frac{3}{\pi}\frac{VIX^2}{Z^2}\left[\frac{R}{X}\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)\right.\\ &\quad\left.+\left\{\frac{R}{X}\sin\beta+\cos\beta\right\}e^{-\frac{R}{X}\left(\frac{\pi}{3}-\alpha+\beta\right)}\right] \end{aligned} \tag{6}$$

次に負荷電流 i_L をフーリエ展開し，基本波成分 i_{L1} を計算する。座標の取り方は第4図 (b) の電流波形に従い，原点を移動し，横軸のスケールを同じ長さに対して3倍に拡大し，電源周波数のスケール θ に対して，その3倍の周波数である負荷側のスケール θ' で考える。(付録参照)

$$i_{L1}=a_{L1}^{\varepsilon}\sin\theta'+b_{L1}^{\varepsilon}\cos\theta',\quad \theta'=3\omega t \tag{7}$$

ここで

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\pi}{2}a_{L1}^{i} &= \frac{3V}{8Z}\left[\left\{\sin\left(4\alpha+\frac{2\pi}{3}-\varphi\right)-\sin(4\beta-\varphi)\right\}+2\left\{\sin(2\beta+\varphi)\right.\right.\\
&\quad\left.-\sin\left(2\alpha-\frac{2\pi}{3}+\varphi\right)\right\}\Bigg]+\frac{9X^2}{R^2+9X^2}I\left[\frac{R}{3X}\sin 3\alpha+\cos 3\alpha\right.\\
&\quad\left.+\left\{\frac{R}{3X}\sin 3\beta+\cos 3\beta\right\}e^{-\frac{R}{X}\left(\frac{\pi}{3}-\alpha+\beta\right)}\right]\\
\frac{\pi}{2}b_{L1}^{i} &= \frac{3V}{8Z}\left[\left\{\cos\left(4\alpha+\frac{2\pi}{3}-\varphi\right)-\cos(4\beta-\varphi)\right\}+2\left\{\cos(2\beta+\varphi)\right.\right.\\
&\quad\left.-\cos\left(2\alpha-\frac{2\pi}{3}+\varphi\right)\right\}\Bigg]+\frac{9X^2}{R^2+9X^2}I\left[\frac{R}{3X}\cos 3\alpha-\sin 3\alpha\right.\\
&\quad\left.+\left\{\frac{R}{3X}\sin 3\beta+\cos 3\beta\right\}e^{-\frac{R}{X}\left(\frac{\pi}{3}-\alpha+\beta\right)}\right]
\end{aligned}\right\}\qquad(8)$$

同様の方法で負荷に供給される電圧 v_L の基本波成分 v_{L1} は (8) 式の第1項目のみに着目し，$Z=1$, $\varphi=0$ とおけばよく次式のように求められる。

$$v_{L1} = a_{L1}^{v}\sin\theta' + b_{L1}^{v}\cos\theta' \qquad(9)$$

ここで

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\pi}{2}a_{L1}^{v} &= \frac{3V}{8}\left[\sin\left(4\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin 4\beta+2\left\{\sin 2\beta-\sin\left(2\alpha-\frac{2\pi}{3}\right)\right\}\right]\\
\frac{\pi}{2}b_{L1}^{v} &= \frac{3V}{8}\left[\cos\left(4\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos 4\beta+2\left\{\cos 2\beta-\cos\left(2\alpha-\frac{2\pi}{3}\right)\right\}\right]
\end{aligned}\right\}\qquad(10)$$

次には電源の出力電流の基本波分 i_1 を計算する。座標の取り方は第4図 (a) に従う。

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\pi}{2}a_1^{i} &= \frac{V}{4Z}\left[2\left(\frac{\pi}{3}-\alpha+\beta\right)\cos\varphi-\sin\left(\frac{\pi}{3}+2\alpha-\varphi\right)-\sin(2\beta-\varphi)\right]\\
&\quad+\frac{X^2}{R^2+X^2}I\left[\frac{R}{X}\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)\right.\\
&\quad\left.+\left\{\frac{R}{X}\sin\beta+\cos\beta\right\}e^{-\frac{R}{X}\left(\frac{\pi}{3}-\alpha+\beta\right)}\right]\\
\frac{\pi}{2}b_1^{i} &= -\frac{V}{4Z}\left[2\left(\frac{\pi}{3}-\alpha+\beta\right)\sin\varphi+\cos\left(\frac{\pi}{3}+2\alpha-\varphi\right)\right.\\
&\quad\left.+\cos(2\beta-\varphi)\right]+\frac{X^2}{R^2+X^2}I\left[\frac{R}{X}\cos\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)\right.\\
&\quad\left.-\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)+\left\{\frac{R}{X}\cos\beta-\sin\beta\right\}e^{-\frac{R}{X}\left(\frac{\pi}{3}-\alpha+\beta\right)}\right]
\end{aligned}\right\}\qquad(11)$$

として

$$i_1 = a_1^{i}\cdot\sin\theta + b_1^{i}\cos\theta = \sqrt{2}\,I_1\sin(\theta-\Phi) \qquad(12)$$

$$I_1 = \frac{\sqrt{a_1^{i2}+b_1^{i2}}}{\sqrt{2}}, \qquad \Phi = \tan^{-1}-\frac{b_1^{i}}{a_1^{i}}$$

(12) 式で I_1 は電源の出力電流の基本波の実効値，Φ はこの周波数3倍上昇器及びその負荷を電源より見たときの各相間からの等価的な力率角である。

電源側から考えると，電源電圧は純正弦波であるから，電力に関係するのは，出力電流の

基本波成分のみである。従って当然のことながら，(6) 式の P とは次の関係が成立している。

$$P = 3\frac{V}{\sqrt{2}} I_1 \cos \Phi = \frac{3}{2} V a_1^i \tag{13}$$

4. 実験結果

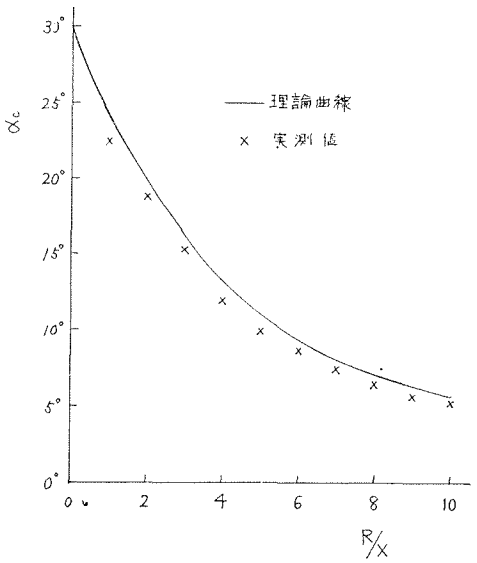
ここでは，第2図の回路の負荷特性など実験結果について述べる。

第5図は (4) 式で示される臨界制御角 α_c と R/X との関係の理論曲線と実測値との比較を示すものである。この図で，実測値は全て理論曲線の下側に来ているが，これは SCR のゲートパルスの位置に多少ばらつきがある結果と考えられる。

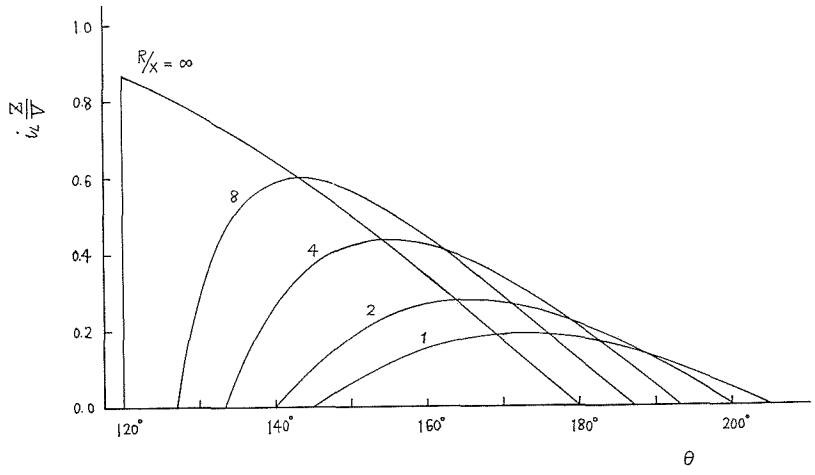
第6図は (2) 式で，$\alpha=\alpha_c$ の場合の負荷電流の半周期の波形を R/X をパラメータにして比較したものである。これより，R/X が小となる (α は大となる) に従って，負荷電流の振幅が小さくなって行くありさまや，その相対的位置の変化の関係などがわかる。

第7図から第9図の (a), (b) は負荷電流の一周期間の実測オシログラムと理論波形との比較を示す。R/X が小となるほど，波形前部の立上りの鋭さがとれて，正弦波に近くなっている。

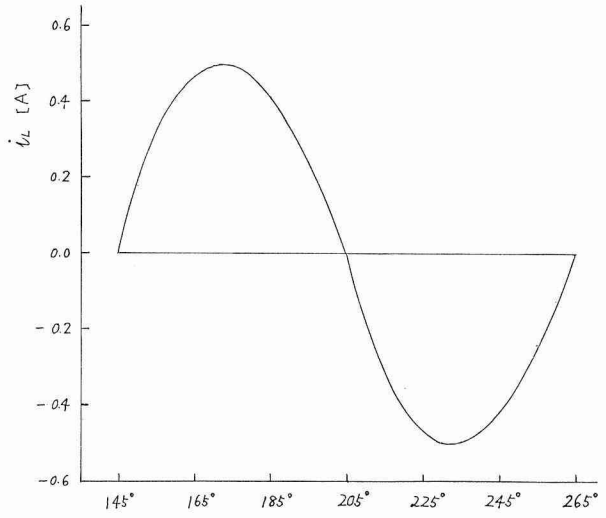
第10図 (a), (b) は純抵抗負荷の場合の負荷電流波形である。電源の内部リアクタンスのた

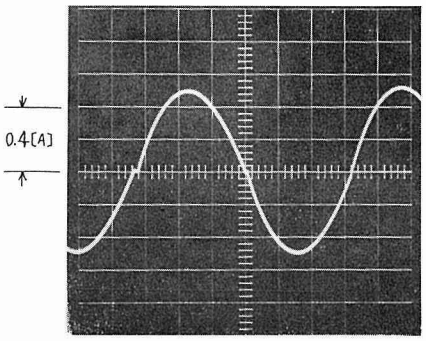


第5図 臨界制御角 α_c と R/X との関係



第6図 R/X による負荷電流波形の変化

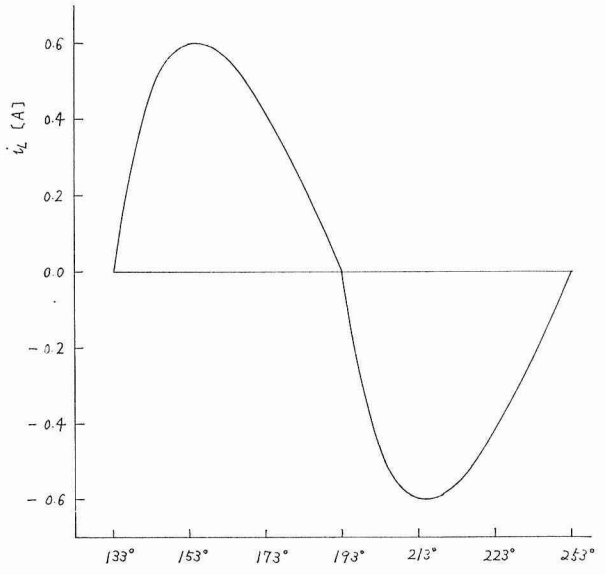


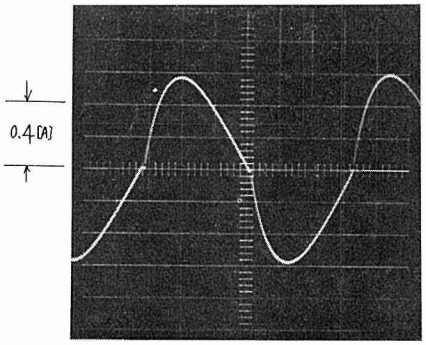


(a) 実測オシログラム

(b) 理論波形

第7図 $R/X=1$, $\alpha=\alpha_c$ の場合の負荷電流波形 ($V=56.6$ volt)

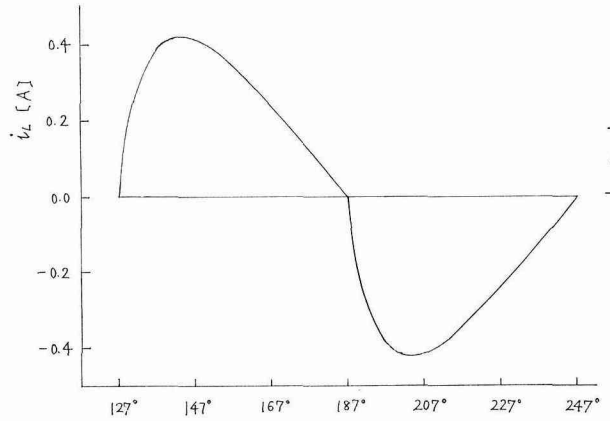




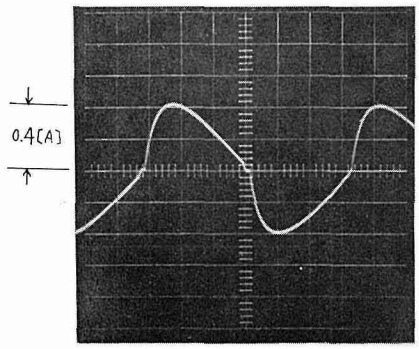
(a) 実測オシログラム

(b) 理論波形

第8図 $R/X=4$, $\alpha=\alpha_c$ の場合の負荷電流波形 ($V=84.8$ volt)

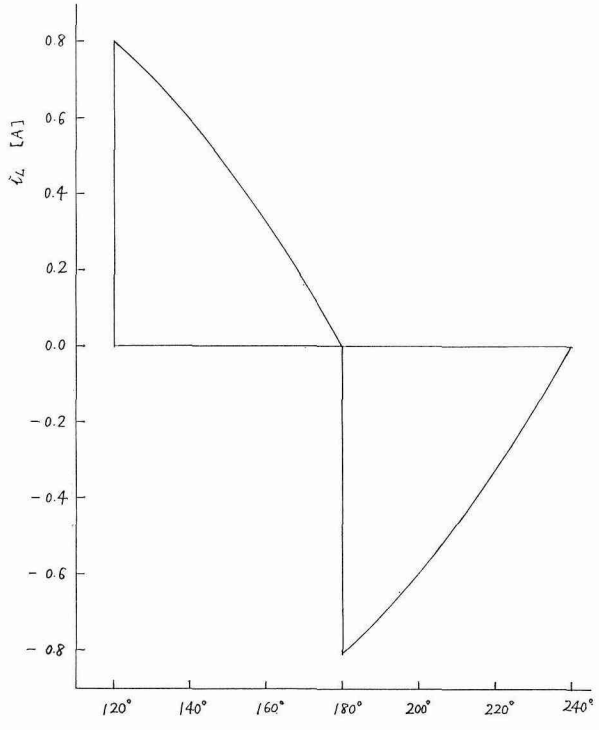


(b) 理論波形

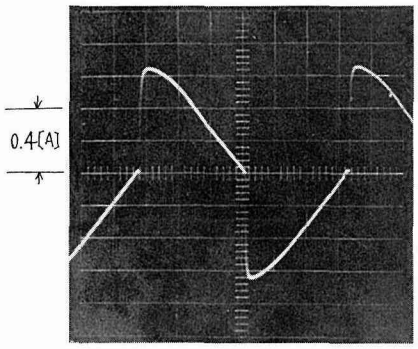


(a) 実測オシログラム

第 9 図 $R/X=8$, $\alpha=\alpha_c$ の場合の負荷電流波形 ($V=84.8$ volt)

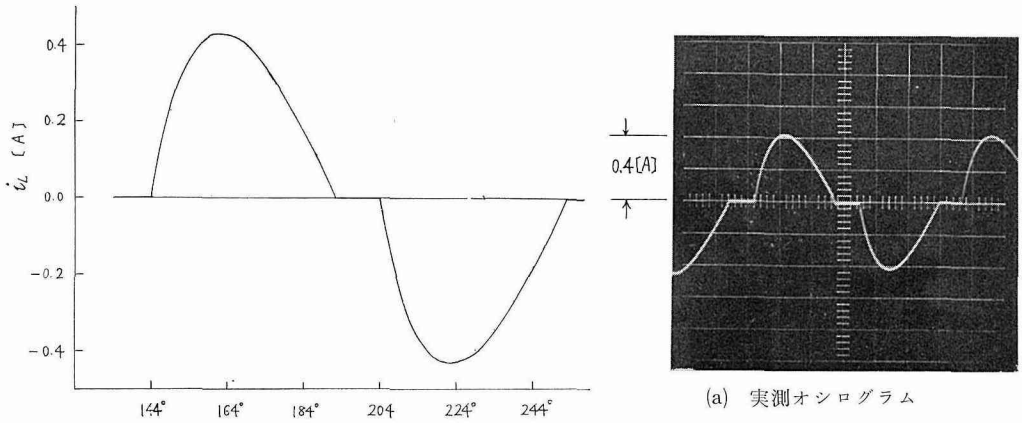


(b) 理論波形



(a) 実測オシログラム

第 10 図 $R=50\,[\Omega]$, $X=0$, $\alpha=\alpha_c$ の場合の負荷電流波形 ($V=42.4$ volt)



(b) 理論波形　　(a) 実測オシログラム

第 11 図　$R/X=1$, $\alpha=24°$ の場合の負荷電流波形　($V=84.8$ volt)

め，オシログラム波形の立上り部分の尖りは幾分丸められた形となっていて，立上り部分は理論波形と合致していない。

第 11 図 (a), (b) は $\alpha=24°$ として負荷電流に零となる期間を与えたものである。図より，消弧角 β は約 12° と読み取れる。

5. 結　　言

周波数3倍上昇器については，可飽和リアクトルを使った装置などが知られている。本装置の長所は SCR の特徴が生かされて，小形軽量で大容量のものが作れ，信頼性が良く，効率が高いこと，また原理が単純であることなどがあげられ，欠点としては，短絡の可能性があること，電源側から見た力率が原理的に悪いこと，波形が歪むことなどがあげられる。

最後に，パルス回路を作成していただいた当研究室の新居技官ならびに，御協力願った伊藤，更科両助手，大学院生佐藤氏に深謝する。

引 用 文 献

1) 藤高周平・他： 電気機器 IV (昭 38), オーム社.
2) 福田・藤原： 電気学会道支部連大論文集 (昭 43), p. 51.

付　　録

(2) 式の原点を第 4 図 (b) の電流波形のように選ぶと，(2) 式を θ の負の方向に $2\pi/3$ だけ平行移動すればよく次式となる。

$$i=\frac{V}{Z}\sin\left(\theta+\frac{2\pi}{3}-\varphi\right)+Ie^{-\frac{R}{X}(\theta-\alpha)} \qquad (付\ 1)$$

さらに，負荷側の周波数は電源側の周波数の3倍であるから，負荷側のスケールで考える

と，横軸のスケールを3倍に拡大しなければならない。負荷側のスケールで見た諸量を prime をつけて示すと，$3\alpha=\alpha'$, $3\beta=\beta'$, $3\varphi=\varphi'$, $3\theta=\theta'$ となり新スケールでは(付1)式は次式に変る。

$$i'=\frac{V}{Z}\sin\frac{1}{3}(\theta'+2\pi-\varphi')+Ie^{-\frac{R}{3X}(\theta'-\alpha')} \qquad (付\ 2)$$

上式より(7)式の a_{L1}^{ϕ}, b_{L1}^{ϕ} は次式で計算される。

$$\frac{\pi}{2}a_{L1}^{\phi}=\int_{\alpha'}^{\pi+\beta'}\sin\theta'\cdot i'\cdot d\theta', \qquad \frac{\pi}{2}b_{L1}^{\phi}=\int_{\alpha'}^{\pi+\beta'}\cos\theta'\cdot i'\cdot d\theta' \qquad (付\ 3)$$