



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	金山ダムの流入量に関する統計的研究
Author(s)	岸, 力; Kishi, Tsutomu; 平山, 健一 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 54, 53-60
Issue Date	1969-10-20
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40952
Type	departmental bulletin paper
File Information	54_53-60.pdf



金山ダムの流入量に関する統計的研究

岸 力
平 山 健 一
森 明 巨

(昭和44年4月30日受理)

Statistical Study on the Inflow into the Kanayama-Dam

Tsutomu KISHI*
Ken-ichi HIRAYAMA*
Akio MORI*

(Received April 30, 1969)

Abstract

The time series $X(t)$ of ten-day-discharge of the Sorachi-River in Hokkaido was analysed. Records of observation from 1961 to 1966 are available but no observations were made from January to March. However, they were represented by the first discharge of January.

The correlogram $\rho_{X'}$ of the time series $X'(t)$ which exclude the periodic components from $X(t)$ was approximated as $\rho_{X'}(k) = 0.514\rho_{X'}(k-1) + 0.130\rho_{X'}(k-2)$.

Normalysed time series $Y(t)$ show an apparent periodicity of 4 to 5 years. A time series which exclude this apparent periodic component and discharge from January to March was expressed as $Y''(t)$. This was regarded as a stationary stochastic time series. $\rho_{Y''}$ was approximated as $\rho_{Y''}(k) = 0.575\rho_{Y''}(k-1) + 0.036\rho_{Y''}(k-2) - 0.222\rho_{Y''}(k-3)$. $\eta(t)$ is defined as a stationary stochastic time series, $s(t)$ as a periodic function and $\xi(t)$ as $\eta(t) \cdot s(t)$. Then there is such a relation among these serial correlations which can be written as $\rho_{\eta} = \rho_{\xi} / \rho_s$.

This relation was examined using the present data between $\rho_{X'}/\rho_s$ and $\rho_{Y''}$, but the results seemed to indicate that both were different types. This may be attributed to the limited data which was not sufficient to obtain an accurate $s(t)$. However $X'(t)$ showed little or no influence of such an effect, and generally ρ_{ξ}^2 can be accepted as an approximated value of ρ_{η} . Thus it may be possible to presume a type of $\rho_{Y'}$ from $\rho_{X'}$.

* 土木工学科 河川工学講座

* Department of Civil Engineering

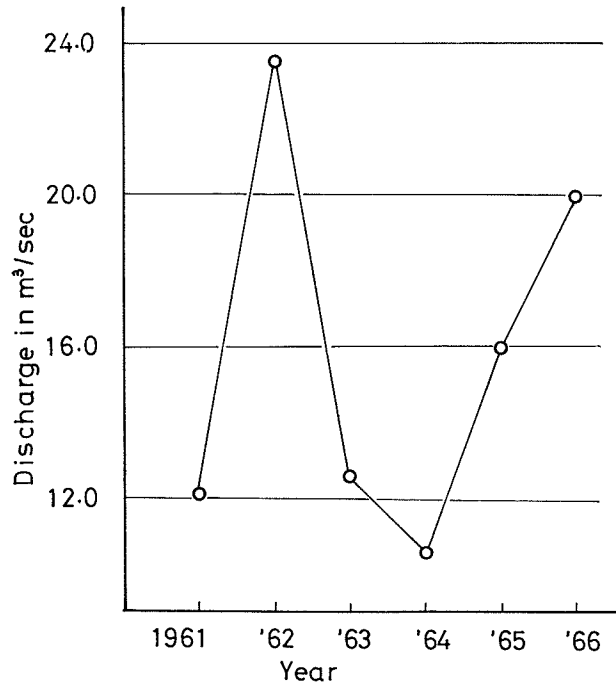


図-1 空知川(幾寅)流量年平均値

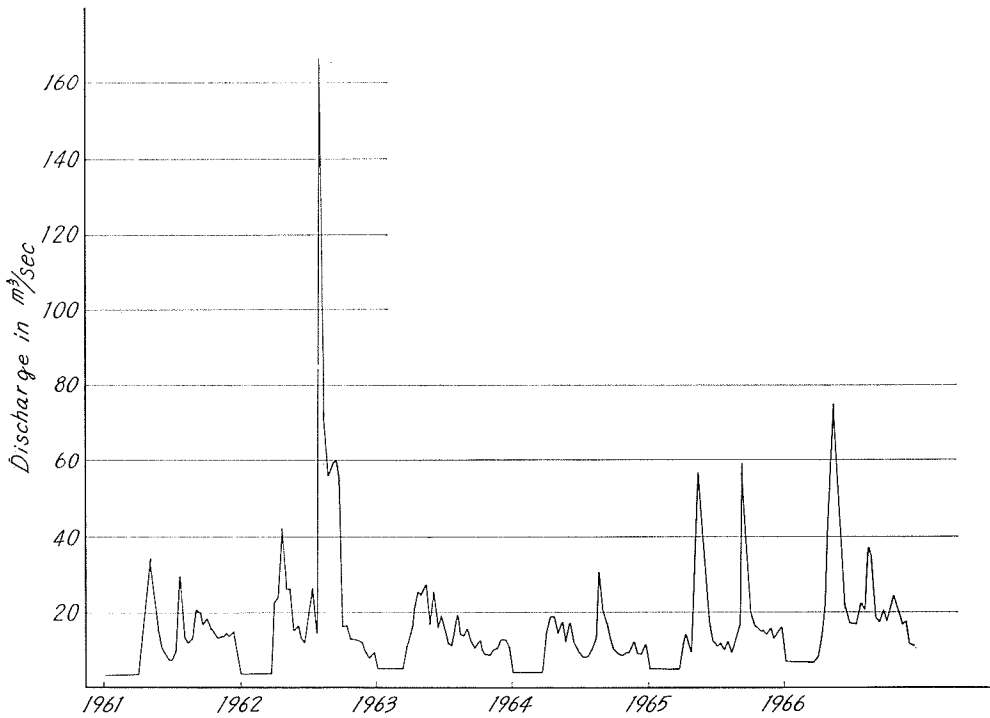


図-2 $X(t)$: 旬流量変動系列

1. ま え が き

空知川より金山ダムへの流入量時系列のモデル化を試みた。解析には、空知郡南富良野町幾寅で観測された1961年から1966年まで6年間の記録を用いた。年平均流量を図-1に示す。旬流量時系列 $X(t)$ を図-2に示す。流量の平均値は $15.9 \text{ m}^3/\text{sec}$ である。1月から3月までの流量は観測されていないため、1月初旬の流量で代表されている。解析に当っては傾向成分はないものとして行なった。モデル化に当っては、高次のマルコフ過程を当てはめた。このとき相関係数の間に次式の関係が成り立つ。

$$\rho_k + a_1 \rho_{k-1} + \dots + a_h \rho_{k-h} = 0$$

2. $X(t)$ より周期成分の除去

図-3に $X(t)$ のコログラムを示す。 $X(t)$ のコログラムは、1年及びその高調波成分の存在を示している。 $X(t)$ を1年を基本周期としてフーリエ解析した結果を図-4に示す。得られた1年、6カ月、4カ月及び3カ月の周期成分を重ね合わせたものを図-5に点線で示す。実

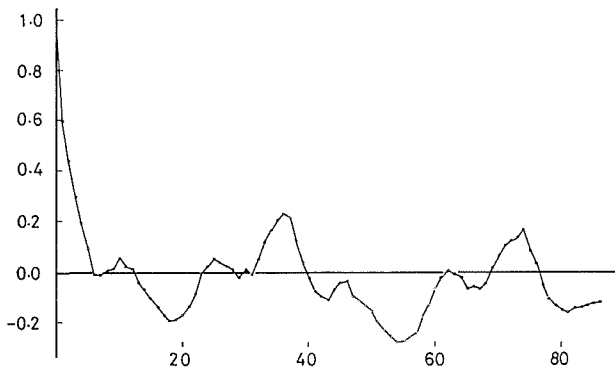


図-3 $X(t)$ のコログラム

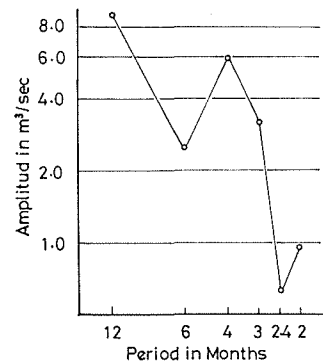


図-4 $X(t)$ のスペクトラム

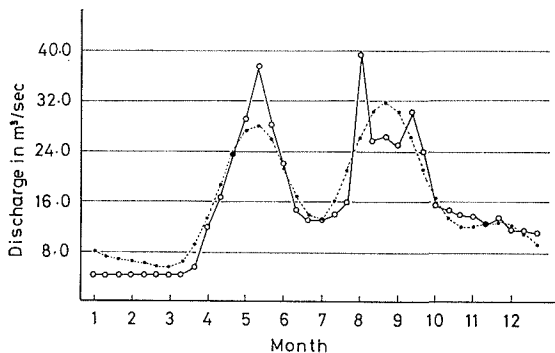


図-5 旬流量平均値 (実線) と1年、6カ月、4カ月及び3カ月の周期成分を重ね合わせたもの (点線)

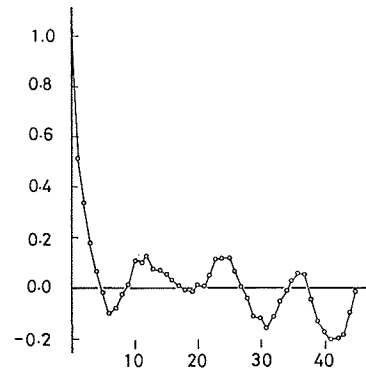


図-6 $X(t)$ より1年周期成分を除いたもののコログラム

線は、実測の旬流量平均値である。 $X(t)$ よりこれらの周期成分を順次除去したもののコレログラムを図-6~9に示す。これらの周期成分を除いて得られたコレログラムは、

$$\rho_k = 0.514\rho_{k-1} + 0.130\rho_{k-2} \tag{1}$$

でよく近似できた。 ρ_k の計算値を図-9中に点線で示してある。

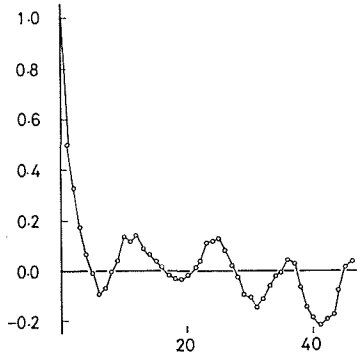


図-7 $X(t)$ より1年及び6ヵ月周期成分を除いたもののコレログラム

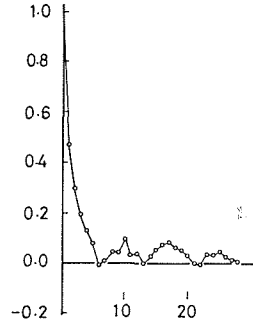


図-8 $X(t)$ より1年, 6ヵ月, 4ヵ月及び3ヵ月成分を除いたもののコレログラム

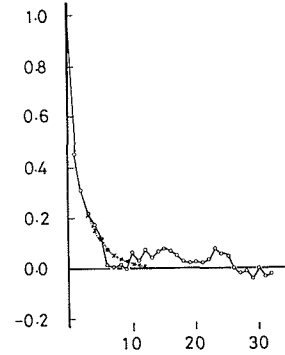


図-9 $X(t)$ より1年, 6ヵ月, 4ヵ月及び3ヵ月周期成分を除いたもののコレログラム

3. $X(t)$ の規準化

季節による分散の違いによる影響を除くため、旬ごとの平均値、標準偏差をそれぞれ $m(t)$, $s(t)$ とし、 $Y(t) = \{X(t) - m(t)\} / s(t)$ を求めた。 $Y(t)$ とそのコレログラムを図-10, 11に示してある。これらの図から $Y(t)$ がみかけ上4~5年の周期成分をもっていることがわかる。これは、

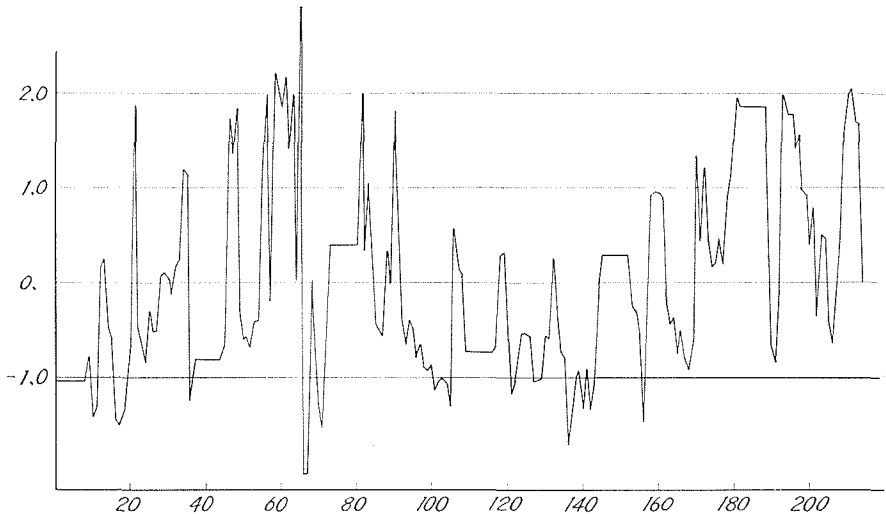


図-10 $X(t)$ を規準化した系列

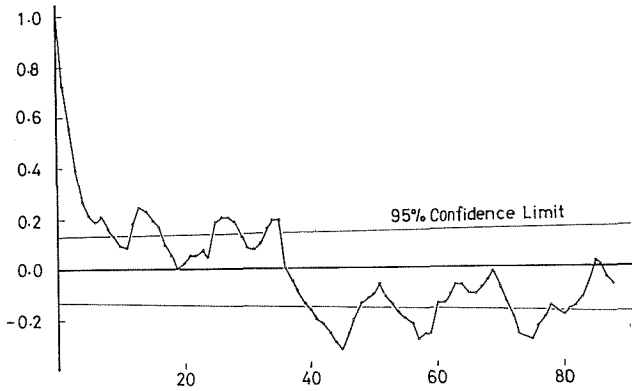


図-11 $Y(t)$ のコログラム

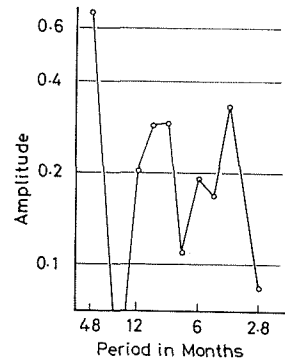


図-12 $Y(t)$ のスペクトラム

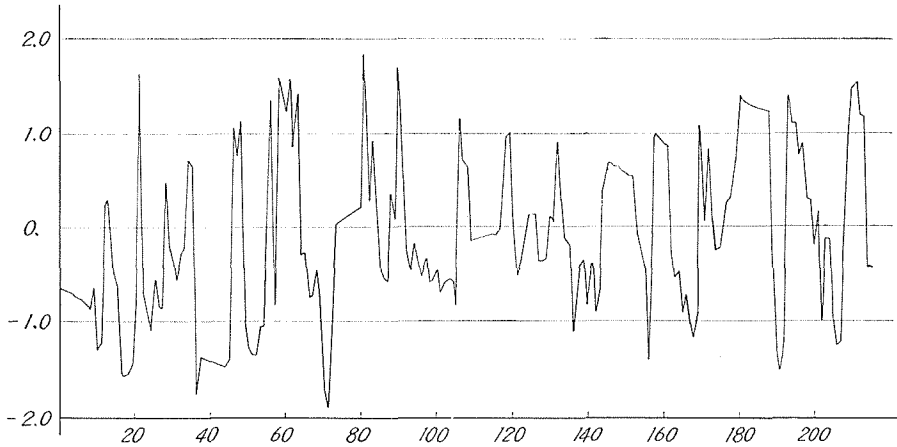


図-13 $Y'(t)$: $Y(t)$ より4年周期成分を除いた系列

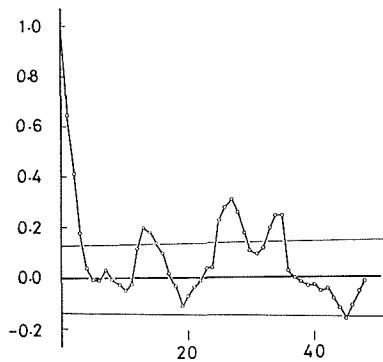


図-14 $Y'(t)$ のコログラム

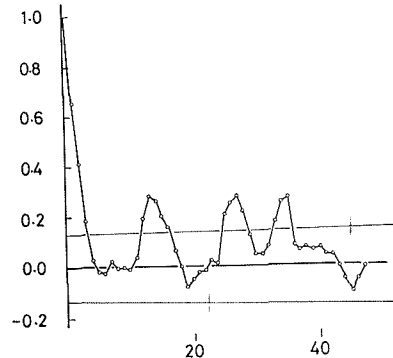


図-15 $Y'(t)$ より4年周期の高調波成分
 $(\frac{4}{4}, \frac{4}{5}, \frac{4}{6}, \frac{4}{10}$ 年)を除いたもの
 のコログラム

資料が少ないため年平均値の違いが $Y(t)$ の全体的な形に強く作用し、図-1 に於ける 4~5 年のみかけの周期性が強調されたものと思われる。

$Y(t)$ より 4 年の周期成分を除いたものを $Y'(t)$ とおいた。 $Y(t)$ を 4 年を基本周期としてフーリエ解析した結果を図-12 に示す。 $Y'(t)$ 及びそのコレログラムを図-13, 14 に示す。 $Y'(t)$ のコレログラムは $\tau=13, 27, 34$ 付近で 95% 信頼限界よりかなり大きな値を示しているが、このような大きな τ で有意な相関性があるとは考えられない。

4 年周期の高調波成分を除いたもののコレログラムを図-15 に示す。図-14, 15 からわかるように、これらのコレログラムの間に大きな違いは認められなかった。

$Y(t)$ は 1~3 月でコンスタントなので、このことがコレログラムに大きな影響を与えるものと思われる。 $Y(t)$ より 1~3 月を除き、さらに 4 年周期成分を除いた系列を $Y''(t)$ とおいた。 $Y''(t)$ のコレログラムを図-16 に示す。 $Y''(t)$ のコレログラムは、 $Y'(t)$ のコレログラムに比べよく 95% 信頼限界に治まっている。 $Y''(t)$ のコレログラムを次式で近似した。

$$\rho_k = 0.575\rho_{k-1} + 0.036\rho_{k-2} - 0.222\rho_{k-2} \quad (2)$$

計算値を図-16 中に点線で示す。

図-17 に $Y'(t)$ と $Y''(t)$ のヒストグラムを示す。図からわかるように、これらに有意な差はないように思われる。 $Y'(t)$, $Y''(t)$ は同じ母集団に属し同じ性質の確率過程と考えられる。従って、 $Y'(t)$ のコレログラムにおいて、大きな τ で 95% 信頼限界を越える相関係数はみか上のもので有意なものではないと思われる。

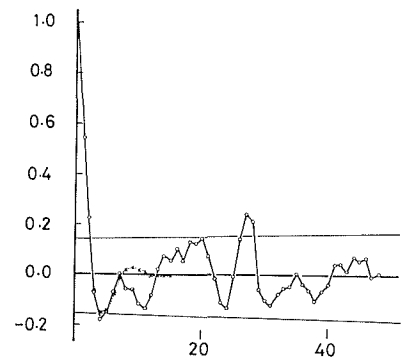


図-16 $Y''(t)$ のコレログラム

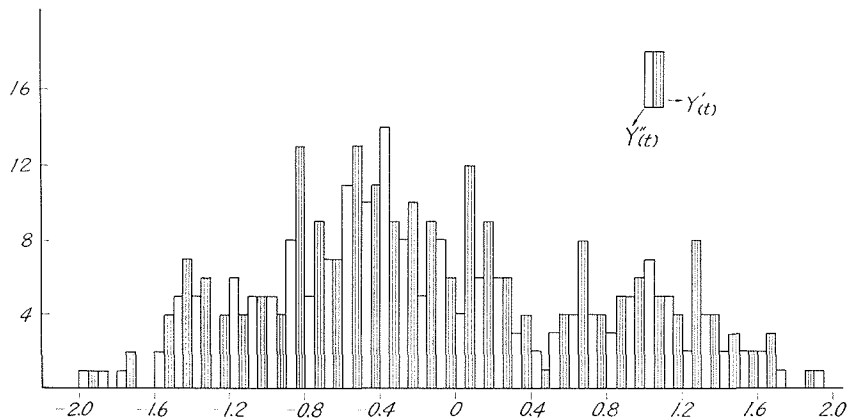


図-17 $Y'(t)$ と $Y''(t)$ のヒストグラム

4. 分散が周期的に変動するもののコレログラム

$s(t)$ を周期を T とする正の周期関数, $\eta(t)$ を平均 0 の定常な確率過程とし, $\xi(t) = \eta(t) \cdot s(t)$ とおく。

$\xi(t)$, $s(t)$, $\eta(t)$ の分散及び系列相関係数をそれぞれ, μ_ξ , μ_s , μ_η , ρ_ξ , ρ_s , ρ_η とおく。

$$\begin{aligned}\mu_\xi &= \overline{\xi^2(t)} = \overline{s^2(t) \cdot \eta^2(t)} \\ &= \overline{\{\mu_s + \Delta\mu_s(t)\} \{\mu_\eta + \Delta\mu_\eta(t)\}}\end{aligned}$$

$$\text{ここで } \overline{\Delta\mu_s} = \overline{\Delta\mu_\eta} = 0$$

故に

$$\mu_\xi = \mu_s \cdot \mu_\eta + \overline{\Delta\mu_s \cdot \Delta\mu_\eta} \quad (3)$$

$\xi(t)$ の相関係数は次の様に計算される。

$$\begin{aligned}\rho_\xi(\tau) &= \frac{1}{\mu_\xi} \overline{s(t) \cdot \eta(t) \cdot s(t-\tau) \cdot \eta(t-\tau)} \\ &= \frac{1}{\mu_\xi \cdot N \cdot T} \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^N s(t+mT) \cdot s(t+mT-\tau) \cdot \eta(t+mT) \cdot \eta(t+mT-\tau) \\ &= \frac{1}{\mu_\xi \cdot N \cdot T} \sum_{t=1}^T s(t) \cdot s(t-\tau) \sum_{m=1}^N \eta(t+mT) \cdot \eta(t+mT-\tau)\end{aligned}$$

ここで

$$\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \eta(t+mT) \cdot \eta(t+mT-\tau) = \{\rho_\eta(\tau) + \Delta\rho_\eta(t, \tau)\} \{\mu_\eta + \Delta\mu'_\eta(t, \tau)\}$$

とおくと (ただし $\sum_{t=1}^M \Delta\rho_\eta = \sum_{t=1}^T \Delta\mu'_\eta = 0$)

$$\rho_\xi(\tau) = \frac{\mu_s \cdot \mu_\eta}{\mu_\xi} \rho_s(\tau) \cdot \rho_\eta(\tau) + \frac{1}{\mu_\xi} \varepsilon(\tau)$$

ただし

$$\varepsilon(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T s(t) \cdot s(t-\tau) \{\mu_\eta \Delta\rho_\eta(t, \tau) + \rho_\eta(\tau) \Delta\mu'_\eta(t, \tau) + \Delta\rho_\eta(t, \tau) \cdot \Delta\mu'_\eta(t, \tau)\}$$

前式に (3) 式の関係を用いると

$$\rho_\xi(\tau) = \rho_s(\tau) \cdot \rho_\eta(\tau) - \rho_s(\tau) \rho_\eta(\tau) \cdot \frac{\overline{\Delta\mu_s \cdot \Delta\mu_\eta}}{\mu_\xi} + \frac{1}{\mu_\xi} \varepsilon(\tau)$$

$s(t)$ と $\eta(t)$ は相関性がない。従って, $N \cdot T$ が充分大きくなると $\overline{\Delta\mu_s \cdot \Delta\mu_\eta}$ は 0 に収束する。又, $\Delta\rho_\eta(t, \tau)$, $\Delta\mu'_\eta(t, \tau)$ も N が大きくなると 0 に収束する。従って N が充分大きいときには次式が成り立つ。

$$\rho_\xi(\tau) = \rho_s(\tau) \cdot \rho_\eta(\tau) \quad (4)$$

上式の関係を用いて今回の資料について調べてみた。図-18 に $s(t)$ を示す。図-19 に ρ_s , $\rho_{Y'}$, $\rho_{Y''}$, $\rho_{X'}/\rho_s$ を示す。図からわかるように, $\rho_{X'}/\rho_s$ と $\rho_{Y''}$, $\rho_{Y'}$ との違いが大きかった。これは、資料

が少ないため正確な $s(t)$ が求められず、従って、 ρ_s 及び $Y(t)$ の正確な値が求められなかったことによる。又、1~3月の欠測及びみかけの長周期成分の存在の影響も大きい。

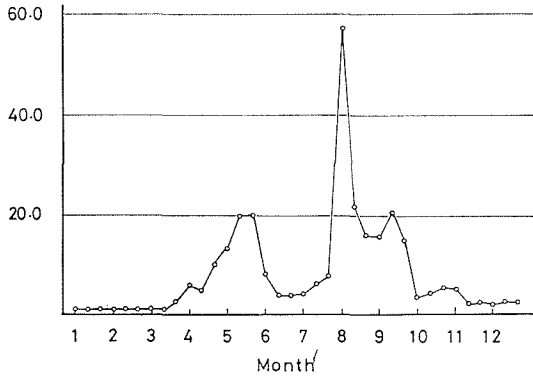


図-18 $S(t)$: 標準偏差

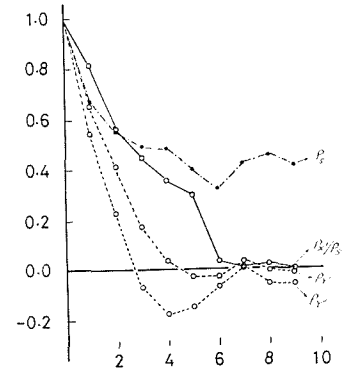


図-19 $\rho_s, \rho_{Y'}, \rho_{Y''}, \rho_{X'}/\rho_s$

しかし、 $X'(t)$ は $Y(t)$ に比べこれらの影響をあまり受けていない。又、一般に $\rho_{X'}$ は ρ_Y の近似値と考えられるから、 $\rho_{X'}$ から ρ_Y の型を推測することは可能と思われる。

表-1 に a_i と $1-\alpha^2$ の計算値を示す。 $1-\alpha^2$ は、変動に含まれる規則性の程度を表わすもので解析効果とよばれている。

表からわかるように、計算結果では $\rho_{X'}$ は、減衰曲線型で、 $\rho_{Y'}$ 、 $\rho_{Y''}$ は減衰振動型となった。

表-1

系列名	h	a_1	a_2	a_3	a_4	$1-\alpha^2$
X'	2	-0.514	-0.130			0.274
Y'	2	-0.652	0.011			0.416
Y''	3	-0.650	-0.084	0.145		0.434
Y'''	2	-0.597	0.097			0.303
Y''''	3	-0.575	-0.036	0.222		0.339
Y'''''	4	-0.563	-0.037	0.199	0.039	0.340

5. む す び

資料が少ないため、モデルの型を決定することが出来なかった。今後、降水量の分布と、降水と流出の関係からモデルの型を推定する方法について検討し、又、他の河川について解析を行ない、それらの結果から、河川の流出モデルの一般的な型を求めてみたい。