



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	石狩川における日流量系列の統計的解析について
Author(s)	岸, 力; Kishi, Tsutomu; 平山, 健一 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 54, 61-111
Issue Date	1969-10-20
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40966
Type	departmental bulletin paper
File Information	54_61-112.pdf



石狩川における日流量系列の統計的解析について

岸 力*

平 山 健 一*

長 谷 部 正 彦*

(昭和44年5月6日受理)

Statistical Analysis of the Daily River Discharge Sequence for the Ishikari River

Tsutomu KISHI

Ken-ichi HIRAYAMA

Masahiko HASEBE

(Received May 6, 1969)

Abstract

The sequences of the daily river discharge during August, September and October at Naka-Aibetsu and Inou, both are located in the upper reaches of the Ishikari River basin, were analyzed from a stochastic point of view by data recorded from 1952 to 1964. Such analyses concerning numerous statistical characteristics enable us the construction of a numerical simulation model for calculating the daily river discharge at a downstream station based on the assumption that upstream station discharge is known.

In the first model the Inou discharge was calculated utilizing the regression line between Inou and Naka-Aibetsu, but the computed hydrograph was not so similar to the observed one.

In the second model the daily run-off was divided into two types, i.e., rainy day and fine day. When on a certain day the discharge is larger than that of the previous day, such a day is referred to as 'a rainy day', and the opposite is referred to as 'a fine day.' If F_N indicates a fine day at Naka-Aibetsu and R_I is a rainy day at Inou and so on, the probability of the next four pair i.e., a) R_N-R_I , b) R_N-F_I , c) F_N-R_I and d) F_N-F_I were estimated from the actual data, and in addition the persistency of both rainy days and the fine days for each station were also considered. If the event has a persistency the probability of the same pair to persist should be increased.

Following the indication of R or F for the station the discharge was calculated by means of one of these four patterns which indicated statistical relation between the stations

In case of a) and c) the decay ratio Q_t/Q_{t-1} , and in b) and d) the increment in discharge (Q_t-Q_{t-1}) was determined statistically using the fitted probability density function. After

* 土木工学科 河川工学講座

the river run-off sequence was generated using the above simulation model, the difference between the calculated values and the observed values tested. It was shown that this method would be useful for planning and for statistical appraisal of water resource problems.

目 次

1. 序 文	63
2. 回帰線モデルによる計算方式	63
2.1 回帰線による他地点流量の計算方法	63
2.2 回帰係数と確率変動成分の計算	64
2.3 計算結果	69
3. 持続性モデルによる計算方式 (1)	71
— 増水, 減水の決定のためのモデル —	
3.1 日流量シミュレーションのための持続性モデル	71
3.2 中愛別, 伊納における増水日, 減水日の発生確率	71
3.3 増, 減水組合せ発生確率	72
3.4 伊納地点における増水日, 減水日の持続性	72
3.5 持続係数の概算	73
3.6 持続係数を用いた増, 減水の生起確率	74
3.7 実際の計算に使われたモデル	75
3.8 増水日, 減水日の持続日数の検討	76
4. 持続性モデルによる計算方式 (2)	78
— 伊納流量の計算方法 —	
4.1 中愛別, 伊納の日流量の組合せ	78
4.2 中愛別 (減水), 伊納 (減水) の場合の計算方式	80
4.3 中愛別 (減水), 伊納 (増水) の場合の計算方式	83
4.4 中愛別 (増水), 伊納 (減水) の場合の計算方式	85
4.5 中愛別 (増水), 伊納 (増水) の場合の計算方式	85
4.6 あてはめた分布と計算例	91
5. 持続性モデルによる計算方式 (3)	94
— 計算の FLOW CHART —	
5.1 計算の順序	94
5.2 計算の Programming	95
6. 持続性モデルによる計算方式 (4)	98
— 計算結果の検討 —	
6.1 計算の条件	98
6.2 増水, 減水の生起確率	98
6.3 日流量の度数分布	102
6.4 月平均流量の検討	102
6.5 時系列的特性の検討	110
あ と が き	111

1. 序 文

河川の改修計画やダムの計画では最大流量が計画の基本量とされている。しかし単に、流量の大きさだけに着目して、ハイドログラフの形を考慮しないのでは、合理的な河道計画は考えられない。特に水利用の立場からは、水を量的に把握することが必須のことであるし、濁水流量という大きさだけの表現では対策を考えることができなくなった。

ハイドログラフにあらわれる流量の時間的な変化を降水の見通しと流域の流出機構から予測することは、天候の長期予報の困難性、あるいは、流出のメカニズムの複雑さによりかなりの困難をとまなうことが明らかである。

一方、ある地点で観測された流量資料を流量時系列とみなして、時系列理論あるいは一般の統計理論によって確率的な現象として把握することも可能である。

本論文は、石狩川中愛別と下流の伊納等の昭和 27 年から昭和 39 年までの 13 年間の日流量資料を用いて中愛別が既知の場合の伊納の日流量時系列シミュレーションモデルを作製し、その精度を確かめたものである。中愛別単独の場合のシミュレーションモデルは、参考文献 1) にのせここでは割愛してある。このモデルによって作製された流量時系列によって確率的な立場から、水資源計画の評価を行なうことができる。

内容は大きく分けて 2 つの部分よりなっており、最初 2) において回帰線による計算モデルによって中愛別より下流他地点の流量を推定する計算を示してある。回帰線を用いた計算モデルの 2, 3 の特徴について述べ、日流量時系列シミュレーションモデルとしては不十分であることを示した。

次に 3~6 は当日流量の前日流量からの増減に注目して、その増水量と減水比の大きさを確率的に計算する持続性モデルを提案している。多地点間における減水日、増水日の組み合わせ、ここでは伊納、中愛別についてその生起確率を調べ、現象の持続性を考えた増水日、減水日の発生モデルをつくった。次にこの増水、減水の指定によって中愛別より伊納を推定するための流量の計算方式と、両地点の増、減水日の組み合わせより 4 つの場合にわけて簡単にのべてある。

このモデルを用いて中愛別流量に実測値を与え、伊納流量を 39 例計算した結果を 6) に示した。計算値と実測値の差について検討を加え、このモデルが有用なことを示している。

2. 回帰線モデルによる計算方式

2.1 回帰線による他地点流量の計算方法

流域内の 2 地点を考え、一方から他方の地点の流量を推定するための最も単純な考え方は 2 地点の流量の相関式を求めて一方を与えて他方を計算する方法である。

本章で用いられた関係式は (2-1) なのよう直線式で

$$Q_I = a \times Q_N + b + \varepsilon \quad (2-1)$$

ここで Q_I : 伊納流量の対数値

Q_N : 中愛別流量の対数値

a : 回帰係数で $\{\sum (Q_{Ti} - \bar{Q}_T)(Q_{Ni} - \bar{Q}_N)\} / \sum (Q_{Ni} - \bar{Q}_N)^2$
で計算される

b : 定数項で $\bar{Q}_T - a \times \bar{Q}_N$ で計算される

ε : 確率変動成分

ε は、回帰線からのはずれを示す確率統計的な成分である。推定される流量は正でなければならないので (2-1) では流量の対数値で表示してある。

中愛別の流量が前日より増加する場合を増水日 (イ), 前日より減少する場合を減水日 (ロ) として、各々の場合の下流各地点との流量の相関と月別に 図 2-1~図 2-6 に示した。

これによれば、(イ), (ロ) 各々の場合について回帰係数がやや異なり、分散も (イ) の場合が大きくなっており、(イ), (ロ) 2 本の関係式を用いる方が妥当であることが判る。以下に述べる計算例は昭和 32 年から昭和 39 年までの 8, 9, 10 月の資料を用いて、中愛別—西神楽、中愛別—伊納、中愛別—橋本町の相関式を求めて中愛別日流量から、西神楽、伊納、橋本町の日流量を推定したものである。中愛別地点の流量は、岸らの提案した方法¹⁾によって発生させた日流量を用いてある。

2.2 回帰係数と確率変動成分の計算

2 地点の流量の回帰線は、北大計算センターの HIPAC 103 を用いて最小自乗法で計算された。この直線式を表 2-1 に示す。図 2-1~図 2-6 にもこの直線が描かれている。これによ

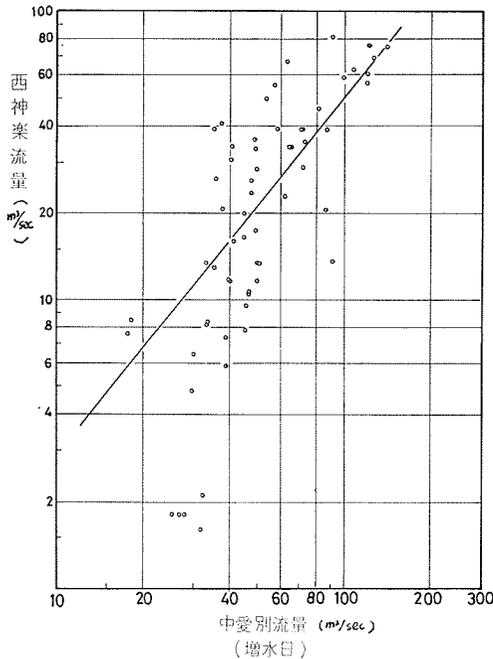


図 2-1

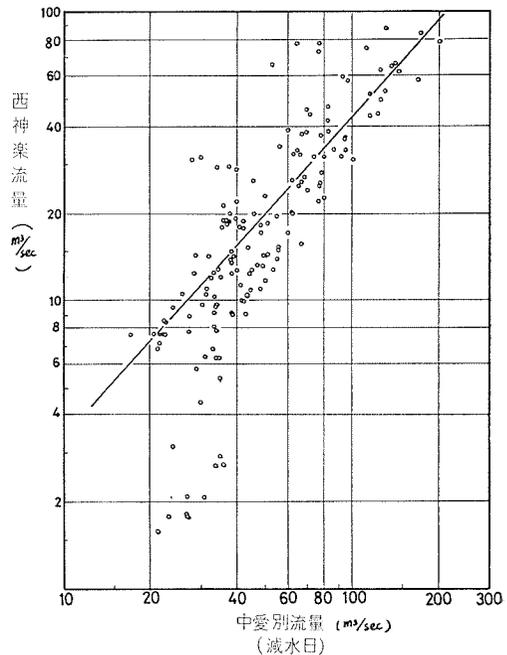


図 2-2

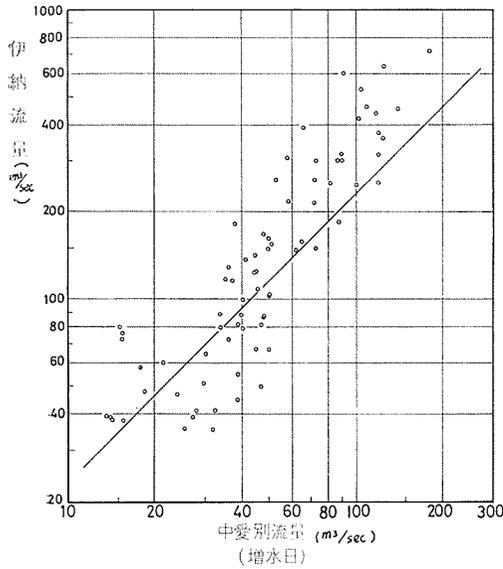


図 2-3

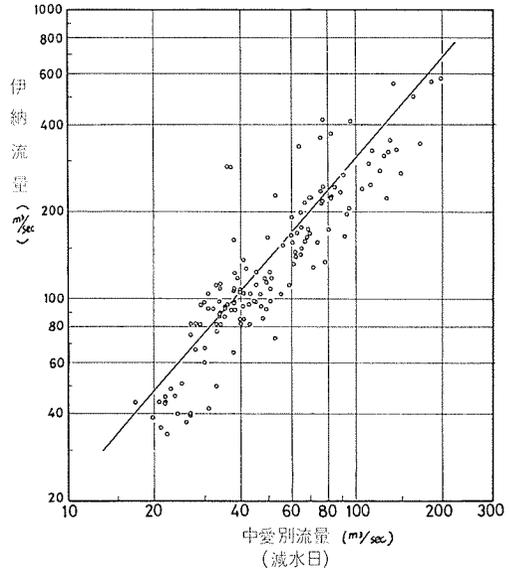


図 2-4

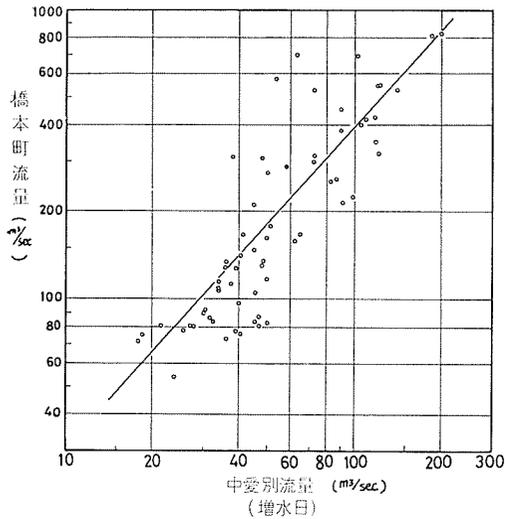


図 2-5

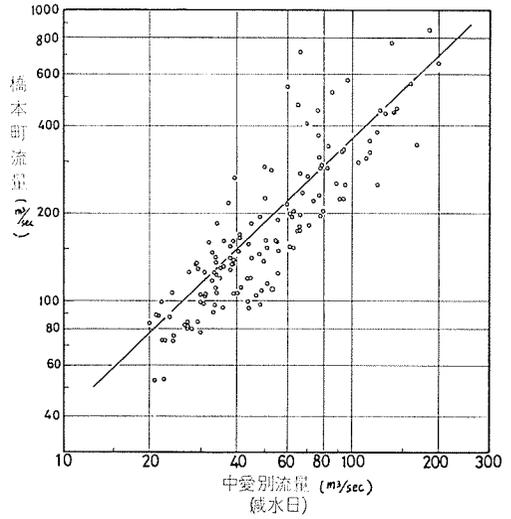


図 2-6

れば視察による予想の直線は、最小自乗法で計算した直線とは、必ずしも一致しないことが判明した。また 図 2-7~図 2-12 に示した回帰線からのはずれの成分の標準偏差は表 2-2 のようになり、増水の場合回帰線からの偏差は大きいことを示している。このことから 2 本の回帰直線を用いて計算をすすめる利点が推察される。

また 表 2-2 から中愛別と西神楽の回帰線からのはずれが大きいのが注目される。

次に回帰線からのはずれを示す確率変動成分の確率密度関数を求める。図 2-7~図 2-12 の変動成分 ε の度数分布を対数変換によって正規分布にあてはめるのである。

この操作は (2-2) によってあらわされる。

表2-1

地 点	中愛別の増減	回 帰 直 線 式
中愛別—西神楽	減 水	$Q_{西} = 1.10844 \times Q_{中} + 0.57955$
	増 水	$Q_{西} = 1.24197 \times Q_{中} - 0.77656$
中愛別—伊 納	減 水	$Q_{伊} = 1.14863 \times Q_{中} + 0.19244$
	増 水	$Q_{伊} = 0.99492 \times Q_{中} + 0.37018$
中愛別—橋本町	減 水	$Q_{橋} = 0.94826 \times Q_{中} + 0.65233$
	増 水	$Q_{橋} = 1.10137 \times Q_{中} - 0.38983$

表2-2

	中 愛 別 増 水 日	中 愛 別 減 水 日
中愛別—西神楽	11.80	10.38
中愛別—伊 納	8.14	7.04
中愛別—橋本町	8.36	6.93

対数値0.01を1クラスの幅として、
ヒストグラムを求めた場合の平均の
クラスよりの標準偏差を示す。

ここで $Q_{中}$, $Q_{西}$, $Q_{伊}$, $Q_{橋}$ などは流量の対数値を示す。

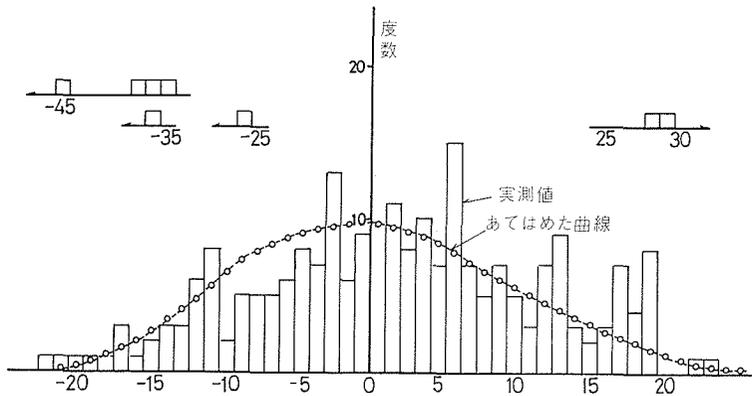


図2-7 中愛別(増水日)—西神楽 ε-成分ヒストグラム

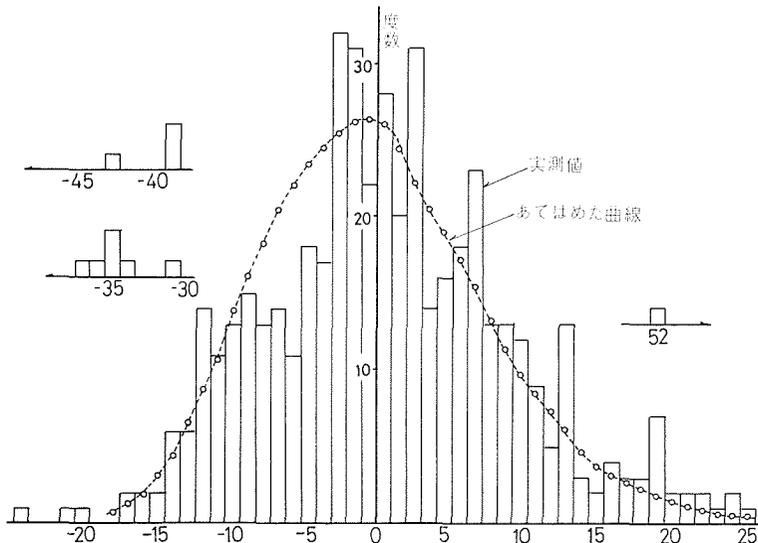


図2-8 中愛別(減水日)—西神楽 ε-成分ヒストグラム

$$\int_{-\infty}^c q(c) dc = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\xi} e^{-\xi^2/2} d\xi = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\xi}^{\infty} e^{-\xi^2/2} d\xi \quad (2-2)$$

ただし c : 確率変動成分のクラス番号 (連続変量と考える。)

$q(c)$: ε の度数密度, すなわち $q(c) dc$ が c と $c+dc$ の間にある度数の全度数に対する比を与える。

c と ξ の変換関係を定めるため表 2-3 で実例を示すように実測の分布関数 $\int_{-\infty}^c q(c) dc$ の値を

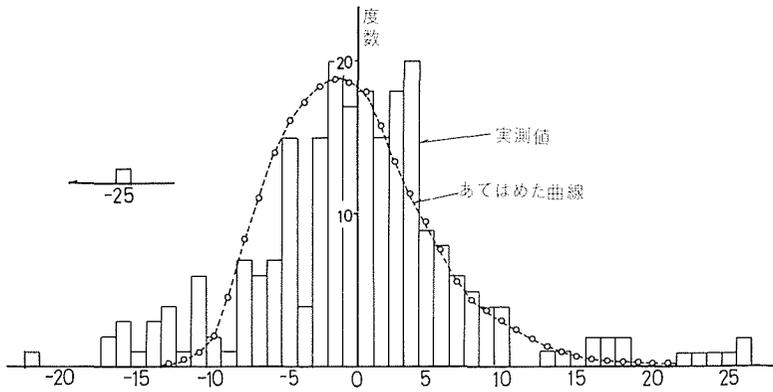


図 2-9 中愛別 (増水日) — 伊 納 ε -成分ヒストグラム

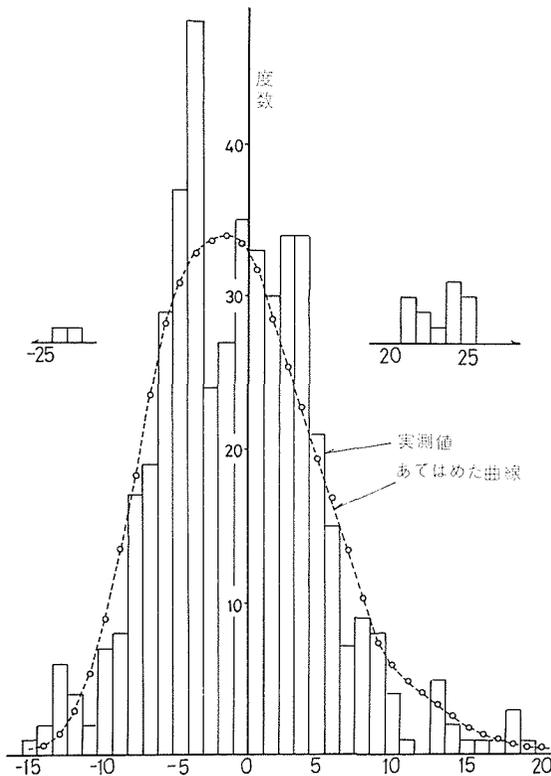


図 2-10 中愛別 (減水日) — 伊 納 ε -成分ヒストグラム

求め、誤差積分表によってそれに対応する ξ の値を計算する。表2-3の第5欄が $\int_{-\infty}^c q(c) dc$ の値(%)であり、第6欄が ξ の数値である。図2-7~図2-12の度数分布は Γ 分布に似ているので、 ξ と c との変換を(2-3)で近似した。

$$\xi = a \log c + b$$

ただし a, b は分布の定数

ξ と $\log c$ の関係を図2-13に示したが(2-3)による近似が成立することがわかる。分布

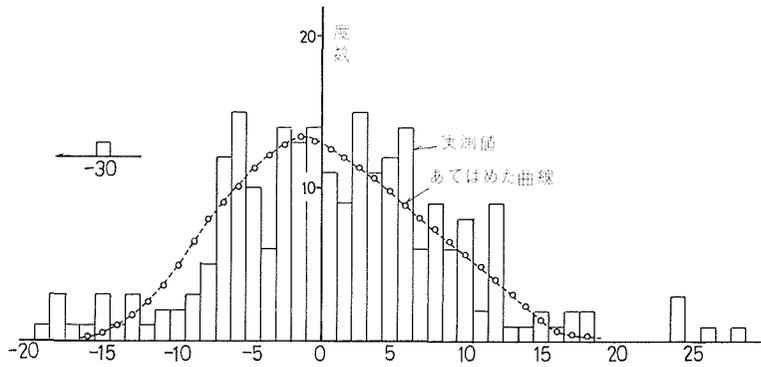


図2-11 中愛別(増水日)―橋本町 ε -成分ヒストグラム

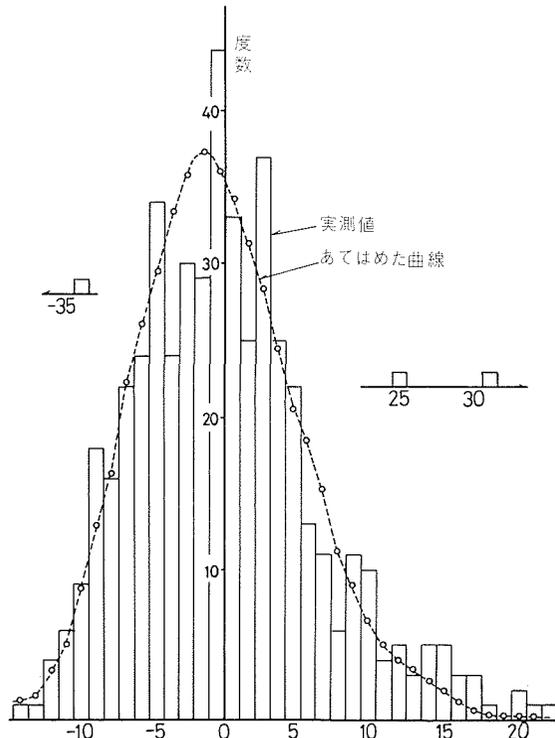


図2-12 中愛別(減水日)―橋本町 ε -成分ヒストグラム

表2-3 中愛別減水の場合 中愛別—西神楽 ε -成分のあてはめ

クラス 番号 c	$\log c$	度数	累 加 度 数	累 加 数 (%)	ξ	クラス 番号 c	$\log c$	度数	累 加 度 数	累 加 数 (%)	ξ
1	0.	1	1	0.20	-2.878	42	1.623	31	221	45.01	-0.125
5	0.699	3	4	0.81	-2.404	43	1.633	22	243	49.49	-0.013
7	0.845	1	5	1.02	-2.319	44	1.643	28	271	55.19	0.130
8	0.903	1	6	1.22	-2.251	45	1.653	20	291	59.27	0.234
9	0.954	3	9	1.83	-2.090	46	1.663	31	322	65.58	0.401
10	1.000	1	10	2.04	-2.046	47	1.672	14	336	68.43	0.480
13	1.114	1	11	2.24	-2.007	48	1.681	16	352	71.69	0.574
						49	1.690	18	370	75.36	0.686
20	1.301	1	12	2.44	-1.970	50	1.699	23	393	80.04	0.856
21	1.322					51	1.708	13	406	82.69	0.942
22	1.342					52	1.716	13	419	85.34	1.051
23	1.362	1	13	2.65	-1.935	53	1.724	12	431	87.78	1.164
24	1.380	1	14	2.85	-1.903	54	1.732	9	440	89.61	1.260
25	1.398					55	1.740	5	445	90.63	1.318
26	1.415					56	1.748	13	458	93.28	1.497
27	1.431	2	16	3.26	-1.844	57	1.756	3	461	93.89	1.546
28	1.447	2	18	3.67	-1.790	58	1.763	2	463	94.30	1.580
29	1.462	2	20	4.07	-1.743	59	1.771	4	467	95.11	1.656
30	1.477	6	26	5.30	-1.616	60	1.778	3	470	95.72	1.719
31	1.491	6	32	6.52	-1.513	61	1.785	3	473	96.33	1.790
32	1.505	14	46	9.37	-1.318	62	1.792	7	480	97.76	2.007
33	1.519	11	57	11.61	-1.195	63	1.799	2	482	98.17	2.090
34	1.531	13	70	14.26	-1.069	64	1.806	2	484	98.57	2.189
35	1.544	15	85	17.31	-0.942	65	1.813	2	486	98.98	2.319
36	1.556	13	98	19.96	-0.843	66	1.820	1	487	99.19	2.404
37	1.568	14	112	22.81	-0.745	67	1.826	2	489	99.59	2.644
38	1.580	11	123	25.05	-0.673	68	1.833	1	490	99.80	2.878
39	1.591	18	141	28.72	-0.562						
40	1.602	17	158	32.18	-0.463	95	1.978	1	491	100.00	∞
41	1.613	32	190	38.70	-0.287						

の定数を計算し、近似式として表2-4をえた。表2-4によって計算した確率変動成分の度数曲線が図2-6～図2-12の実線であり、実測の度数分布とよく近似している。

確率変動成分 ε は、求められた確率密度関数より、モンテカルロ法により無作為に抽出される。

2.3 計算結果

2.1, 2.2に述べたモデルを用いて8月, 9月, 10月の3カ月について実測値と比較するため13年分の計算を行なった。

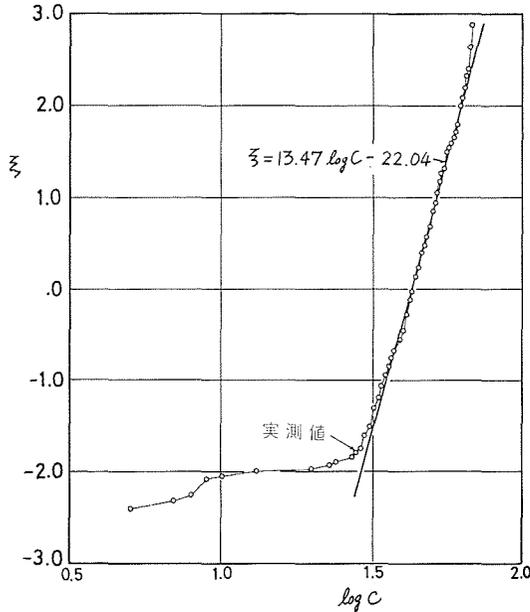


図 2-13 中愛別—西神楽(中愛別減水日の場合) ξ -成分のあてはめ

表 2-4

地 点	中愛別の増減	変 換 式
中愛別— 西神楽	減 水	$\xi = 13.471 \log c - 22.044$
	増 水	$\xi = 10.696 \log c - 17.851$
中愛別— 伊 納	減 水	$\xi = 9.254 \log c - 12.643$
	増 水	$\xi = 11.224 \log c - 15.729$
中愛別— 橋本町	減 水	$\xi = 13.850 \log c - 21.101$
	増 水	$\xi = 9.334 \log c - 13.874$

中愛別の流量から西神楽, 伊納, 橋本町の流量が同時に示めされており, 月平均値の平均を求め実測値と比較した(表 2-5)。

表 2-5 による月平均値は, 8月はやや大きめの値を示しているが, 9, 10月はそれほど差はない。増水日の生起確率をしらべると表 2-6 がえられる。

表 2-6 によれば, 岸らの方法¹⁾を用いて独自に流量を発生させた中愛別を除いて, 回帰線より求めた他地点は, かなり凹凸はげしいハイドログラフになっていることが推察される。

表 2-5

		中 愛 別	西 神 楽	伊 納	橋 本 町
Aug.	計 算 値	67.1	52.2	225.3	344.5
	実 測 値	63.1	31.5	197.2	291.4
Sept.	計 算 値	48.7	26.5	137.5	203.2
	実 測 値	45.7	25.5	125.0	215.8
Oct.	計 算 値	40.8	20.3	112.6	164.7
	実 測 値	38.9	17.8	117.5	177.4

(S. 27~S. 39) (S. 32~S. 39) (S. 27~S. 39) (S. 26~S. 40)
の資料による) の資料による) の資料による) の資料による)

次に日流量変動の時系列的な特性の1つとして計算値及び実測値から平均値のほぼ等しい平均的な例を, 各々とり出して自己相関係数を計算してみる。自己相関々数は離散変量の場合(2-4) で表わされ

表 2-6

	中愛別	西神楽	伊 納	橋本町
計 算 値	0.334	0.447	0.465	0.474
実 測 値	0.330	0.284	0.318	0.317

(実測は S. 33~S. 39 の資料による)

$$R(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} x_i x_{i+k} \quad (2-4)$$

日流量について $R(k)$ を求めれば、 k 日隔てた日流量の相関の大きさを求めることができる。 $R(k)$ と x_i の分散の比をとったものを自己相関係数と呼ぶ。

表 2-7 は計算値と実測値の自己相関係数を示した。この表によれば、計算値は実測値に比して前日、前々日との相関がうす

く、日流量時系列としての持続性、特に一般にみられるような減水時の特性が表現されていないことがわかる。しかし $k=3$ では、等しい値になっており、3 日間を単位にして考える場合は、平均値に等しい値を計算できることが予想される。

以上の結果より、多地点の日流量時系列のシュミレーションモデルとして、ある代表地点との相関式より、他地点の流量を推定する方法は、水利用計画における日流量資料を提供するためのモデルとしては、時系列的な特性が表現しにくく、ごく大まかな類似性を与えるにすぎないことが結論される。

3. 持続性モデルによる計算方式 (1)

—— 増水、減水の決定のためのモデル ——

3.1 日流量シュミレーションのための持続性モデル

多地点の日流量シュミレーションのモデルとして前章では、2 地点間の日流量の相関式を用いた回帰線モデルを紹介した。本章では、連続する 2 日間の日流量の増水、減水を資料に最も忠実に再現するために (3-1) で与えられる増水日、減水日の生起の仕方を統計的に解析する。

$$\begin{aligned} \text{増水日} & \quad Q_t > Q_{t-1} \\ \text{減水日} & \quad Q_t \leq Q_{t-1} \end{aligned} \quad (3-1)$$

ただし Q_t : 当日流量 Q_{t-1} : 前日流量

この場合、2 点間の増水日、減水日の組合せ発生度数と共に、各々の地点における増水日、減水日の持続性を考慮した、持続性モデルが用いられている。このモデルによって計算地点の増水、減水を当日の上流地点の流況及び計算地点の前日以前の増減水の状況から統計的に決定することができる。その指定によって 4. で述べるように流量の計算を行なうことができる。

本章では 2. と同様に石狩川流域、中愛別、伊納の昭和 27 年～39 年の資料を用いて、8 月、9 月、10 月について解析してある。

3.2 中愛別、伊納における増水日、減水日の発生確率

中愛別、伊納における増水日の生起確率をそれぞれ p_1 , p_2 とすると減水日の生起確率をそれぞれ $(1-p_1)$, $(1-p_2)$ となる。

中愛別、伊納における月別の増減水日度数、及び確率は表 3-1 のようになる。ここで、

表 2-7

k	自己相関関数		自己相関係数	
	計算値	実測値	計算値	実測値
0	20539.2	18442.3	1	1
1	18846.0	17894.2	0.9175	0.9702
2	18888.0	17154.8	0.9196	0.9301
3	18789.8	16901.8	0.9148	0.9164

R : 増水日, F : 減水日, N : 中愛別, I : 伊納を示すことにし, R_N : 中愛別増水日のように用いることにする。

3.3 増, 減水の組合せ発生確率

2地点の流況が独立ならば各々の地点における生起確率を用いて2地点間の組合せ生起確率は表3-2のようになる。

中愛別, 伊納の増減水の組合せ発生確率をしらべると表3-3の実測値がえられる。表3-2より両地点が独立であるとした場合の理論値も表3-3に示してあるが, 両地点の増減水が同一日になる傾向がよよく伊納地点の増水, 減水は上流中愛別の増減水を考慮する必要があることを示している。

3.4 伊納地点における増水日, 減水日の持続性

伊納地点における増水日, 減水日の持続性の有無は表3-3の4事象について伊納の前日の増, 減水をしらべ, これらが独立に生起しているか否かを調べればよい。この場合, 中愛別

表3-1

	月	R		F	
		度数	%	度数	%
中愛別	Aug.	130	32.3	273	67.7
	Sept.	127	32.6	263	67.4
	Oct.	143	35.5	260	64.5
伊納	Aug.	139	34.8	264	65.2
	Sept.	127	32.6	263	67.4
	Oct.	128	31.8	275	68.2

表3-2

		中愛別	
		増水日 R_N	減水日 F_N
伊納	増水日 R_I	$p_1 \cdot p_2$	$(1-p_1) \cdot p_2$
	減水日 F_I	$p_1 (1-p_2)$	$(1-p_1) (1-p_2)$

表3-3

		R_N-R_I (%)	R_N-F_I (%)	F_N-R_I (%)	F_N-F_I (%)
Aug.	理論値	11.2	21.1	23.6	44.1
	実測値	22.3	9.9	12.2	55.6
Sept.	理論値	10.6	21.9	22.0	45.5
	実測値	22.1	10.5	10.5	56.9
Oct.	理論値	11.3	24.2	20.5	44.0
	実測値	20.1	15.4	11.7	52.9

表3-4

		中愛別	
		増水日 R_N	減水日 F_N
伊納	増水日 R_I	r_1	r_3
	減水日 F_I	r_2	r_4

表3-5

	$R-R-R$	$R-R-F$	$R-F-R$	$R-F-F$
生起率	$r_1 p_2$	$r_1 (1-p_2)$	$r_2 p_2$	$r_2 (1-p_2)$
	$F-R-R$	$F-R-F$	$F-F-R$	$F-F-F$
生起率	$r_3 p_2$	$r_3 (1-p_2)$	$r_4 p_2$	$r_4 (1-p_2)$

ただし上表で $R-R-R$ は $R_N(t)-R_I(t)-R_I(t-1)$ を示し, t は当日, $(t-1)$ は前日である。

表 3-6

		<i>R-R-R</i> (%)	<i>R-R-F</i> (%)	<i>R-F-R</i> (%)	<i>R-F-F</i> (%)
Aug.	理論値	7.8	14.5	3.4	6.5
	実測値	11.2	11.2	3.2	6.7
Sept.	理論値	7.3	14.8	3.5	7.0
	実測値	8.5	13.6	3.3	7.2
Oct.	理論値	6.4	13.7	4.9	10.5
	実測値	7.0	13.2	2.5	12.9

		<i>F-R-R</i> (%)	<i>F-R-F</i> (%)	<i>F-F-R</i> (%)	<i>F-F-F</i> (%)
Aug.	理論値	4.2	8.0	19.3	36.3
	実測値	5.0	7.2	15.6	40.0
Sept.	理論値	3.5	7.0	18.8	38.1
	実測値	5.1	5.4	16.7	40.3
Oct.	理論値	3.7	8.0	16.8	36.1
	実測値	4.2	7.4	17.4	35.5

の増、減水は独立に生起することが調べられているので、中愛別の前日の増、減水を考慮する必要はない¹⁾。

4 事象の生起確率を表 3-4 のように各々、 r_1, r_2, r_3, r_4 とすると伊納地点で前日とは独立に増、減水が生起しているとすれば、各々の場合の生起確率は表 3-5 のようになる。

表 3-6 には実測値及び表 3-5 の理論値を示した。

表 3-6 によれば、伊納地点の増水、減水に持続性が認められ互いに独立な関係とはみなしがたいことが判明した。

3.5 持続係数の概算

表 3-6 により、増水、減水が 1 度生起すると続いておこる確率が大きく、独立の場合に比して、割増係数 (持続係数と呼ぶ) を乗じてやらねばならない。平均的な持続係数を各月について求めると、Aug. 増水については

$$(11.2+5.0) = f_1 \times p \times p \times (100\%)$$

$$p = 0.348 \text{ より } f_1 = 1.34$$

減水について

$$(6.7+40.0) = f_2 \times q \times q \times (100\%)$$

$$q = 0.652 \text{ より } f_2 = 1.10$$

表 3-7

	増水の持続係数 f_1	減水の持続係数 f_2
Aug.	1.34	1.10
Sept.	1.28	1.05
Oct.	1.11	1.04

同様に Sept., Oct. について持続係数を求めたものを表 3-7 に示す。

3.6 持続係数を用いた増、減水の生起確率

伊納の前日の条件より求めた持続係数が正しい値であれば、これを用いて前々日の条件を含めた場合の確率を計算すれば、実測値に近い値がえられるはずである。

この場合の理論値は表 3-8 に示される。

表 3-9 には実測値、理論値を示したが、ほとんどよく一致しており前日の条件まで与えたモデルを作製すれば実測に近い増水日、減水日の発生過程をあらわすことができる。表 3-8 では、 $R-R-R-R$ は、 $R_N(t)-R_I(t)-R_I(t-1)-R_I(t-2)$ をあらわす。

表 3-8

	$R-R-R-R$	$R-R-R-F$	$R-R-F-R$	$R-R-F-F$
生起確率	$\frac{r_1}{r_1+r_3} f_1 p_2 f_1 p_2 p_2$	$\frac{r_1}{r_1+r_3} f_1 p_2 (1-f_2 q) q$	$\frac{r_1}{r_1+r_3} (1-f_2 q) (1-f_1 p_1) p_2$	$\frac{r_1}{r_1+r_3} (1-f_2 q) f_2 q \cdot q$
	$R-F-R-R$	$R-F-R-F$	$R-F-F-R$	$R-F-F-F$
生起確率	$\frac{r_2}{r_2+r_4} (1-f_1 p_2) f_1 p_2 \cdot p_2$	$\frac{r_2}{r_2+r_4} (1-f_1 p_2) (1-f_2 q) q$	$\frac{r_2}{r_2+r_4} f_2 q (1-f_1 p_2) p_2$	$\frac{r_2}{r_2+r_4} f_2 q f_2 q \cdot q$
	$F-R-R-R$	$F-R-R-F$	$F-R-F-R$	$F-R-F-F$
生起確率	$\frac{r_3}{r_1+r_3} f_1 p_2 \cdot f_1 p_2 p_2$	$\frac{r_3}{r_1+r_3} f_1 p_2 (1-f_2 q) q$	$\frac{r_3}{r_1+r_3} (1-f_2 q) (1-f_1 p_2) p_2$	$\frac{r_3}{r_1+r_3} (1-f_2 q) f_2 q \cdot q$
	$F-F-R-R$	$F-F-R-F$	$F-F-F-R$	$F-F-F-F$
生起確率	$\frac{r_4}{r_2+r_4} (1-f_1 p_2) f_1 p_2 p_2$	$\frac{r_4}{r_2+r_4} (1-f_1 p_2) (1-f_2 q) q$	$\frac{r_4}{r_2+r_4} f_2 q (1-f_1 p_2) p_2$	$\frac{r_4}{r_2+r_4} f_2 q f_2 q \cdot q$

上表で $q=1-p_2$ を表わす。

表 3-9

		$R-R-R-R$ (%)	$R-R-R-F$ (%)	$R-R-F-R$ (%)	$R-R-F-F$ (%)
Aug.	理論値	4.9	5.6	3.4	8.6
	実測値	3.5	7.7	3.0	8.2
Sept.	理論値	3.8	5.6	3.8	9.5
	実測値	2.3	6.2	2.9	10.8
Oct.	理論値	2.5	4.4	3.8	8.9
	実測値	2.0	5.0	2.7	10.4

		<i>R-F-R-R</i> (%)	<i>R-F-R-F</i> (%)	<i>R-F-F-R</i> (%)	<i>R-F-F-F</i> (%)
Aug.	理論値	1.3	1.5	2.0	5.1
	実測値	1.5	1.7	2.2	4.5
Sept.	理論値	1.2	1.8	2.1	5.3
	実測値	1.0	2.3	0.5	6.7
Oct.	理論値	1.6	2.9	3.3	7.7
	実測値	0.5	2.0	3.5	9.4

		<i>F-R-R-R</i> (%)	<i>F-R-R-F</i> (%)	<i>F-R-F-R</i> (%)	<i>F-R-F-F</i> (%)
Aug.	理論値	2.7	3.0	1.9	4.7
	実測値	1.7	3.2	1.0	6.2
Sept.	理論値	1.8	2.6	1.8	4.5
	実測値	1.0	4.1	1.5	3.9
Oct.	理論値	1.5	2.6	2.2	5.2
	実測値	1.2	3.0	1.0	6.5

		<i>F-F-R-R</i> (%)	<i>F-F-R-F</i> (%)	<i>F-F-F-R</i> (%)	<i>F-F-F-F</i> (%)
Aug.	理論値	7.3	8.4	11.3	28.4
	実測値	8.9	6.7	13.7	26.3
Sept.	理論値	6.7	9.7	11.4	28.5
	実測値	9.7	7.0	14.6	25.6
Oct.	理論値	5.6	10.0	11.3	26.6
	実測値	7.2	10.2	12.4	23.1

3.7 実際の計算に使われたモデル

伊納地点の増水、減水は中愛別一当日、及び伊納一前日の増、減の指標を用いて表3-10のようなしくみで、伊納一当日の増水、減水を統計的に定めることができる。しかし図3-1に示されている如く伊納の増水は中愛別の増水量と密接な関係があることがわかったので、中愛別一増水量 $4Q_N > 10 \text{ m}^3/\text{sec}$ の場合と $4Q_N \leq 10 \text{ m}^3/\text{sec}$ の場合に分けて、異なった発生確率を与えてある。表3-11に計算に用いた確率、及び実測資料よりえられた度数を示した。

表3-10 減水、増水決定の方式

日	中愛別	伊納
1	Ⓡ	Ⓡ
2	Ⓡ	$\rightarrow F$
3	F	F
⋮		
$t-1$	F	F
t	R	$\rightarrow R$
⋮		

Ⓡ, Ⓢ 初期値 (known)
R, *F* 既知の点
R, *F* 未知の点

表 3-11

中(t)-伊(t-1)	中 愛 別 増 水 量	伊 (t)	August		September		October	
			確 率	度 数	確 率	度 数	確 率	度 数
F-F	—	F	0.8534	163	0.8820	157	0.8266	143
		R	0.1466	28	0.1180	21	0.1734	30
F-R	—	F	0.7349	61	0.7791	67	0.8046	70
		R	0.2651	22	0.2209	19	0.1954	17
R-F	10 m ³ /s 以 下	F	0.5111	23	0.4444	24	0.5783	48
		R	0.4889	22	0.5556	30	0.4217	35
	10 m ³ /s 以 上	F	0.1429	4	0.1481	4	0.1368	3
		R	0.8571	24	0.8519	23	0.8632	19
R-R	10 m ³ /s 以 下	F	0.2727	6	0.4091	9	0.3333	10
		R	0.7273	16	0.5909	13	0.6667	20
	10 m ³ /s 以 上	F	0.1765	6	0.1739	4	0.0000	0
		R	0.8235	28	0.8261	19	1.0000	8

3.8 増水日、減水日の持続日数の検討

実測の資料について、伊納地点の増水日、減水日の持続日数と、その度数を調べ図 3-2 に示した。増水日、減水日が独立に生起するものとすれば、3カ月を通じての増水日発生確率 p は $p=397/1196=0.332$ となるから、減

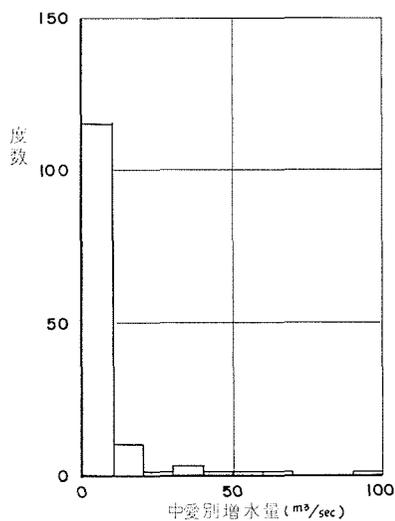


図 3-1 中愛別 (増水) } の場合の中愛別増水量
伊 納 (減水) }

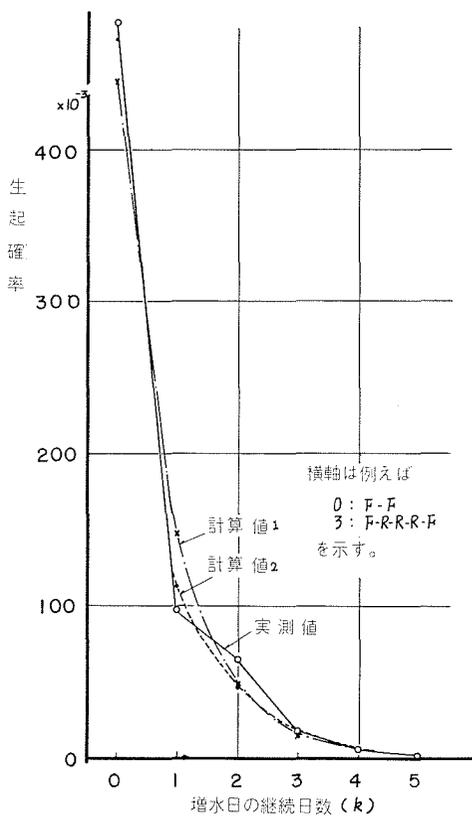


図 3-2

水日の次に n 日間増水日が続き、次の日が減水である確率は (3-2) で与えられる。

$$(p-1)^2 \cdot p^n \tag{3-2}$$

図 3-2 中計算 (1) はこの値を示したものである。同様に減水がつづく場合の確率も求め、図 3-3 に計算 (1) として示した。

次に 3.5 で述べたモデルで減水日の次に n 日間増水日が続き、次の日が減水である確率を求めてみる。表 3-7 に示した増水日の持続係数を平均して $f_1=1.24$, $f_2=1.06$ を用いる。

減水日の次に増水日が続く確率は

$$(1-p_2) \left\{ 1 - (1-p_2) f_2 \right\}$$

であり、ひきつづき $(n-1)$ 日間増水日が続いて次に減水日になる確率は (3-3) で与えられる

$$(1-p_2) \left\{ 1 - (1-p_2) f_2 \right\} f_1^{n-1} p_2^{n-1} (1-f_1 p_2) \tag{3-3}$$

同様に増水日が増水日に両端をはさまれて n 日間続く確率は

$$p_2 \left\{ 1 - f_1 p_2 \right\} (1-p_2)^{n-1} f_2^{n-1} \left\{ 1 - (1-p_2) f_2 \right\} \tag{3-4}$$

で与えられる。(3-3) について増水日の連続生起確率の計算を行ない結果を図 3-2 の計算 (2) に示した。図中 $k=0$ で一致していないのは、3 カ月の平均値を用いて計算を行なったためである。

このモデルによれば、 $k=0, 1$ の場合、特によく実測値に当てはめることが出来た。減水についても同様に (3-4) を計算して、図 3-3 計算 (2) で示してある。この図によれば $k=1$ では計算値が大きく、 $k=3, 4$ では実測値が計算値を上廻る。この違いはこのモデルの限界とも

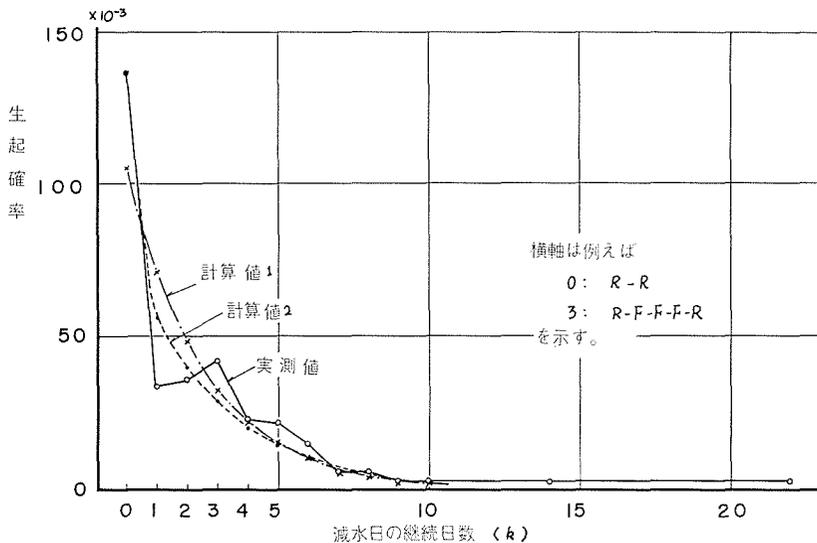


図 3-3

いえるが、資料の年数不足による標本の偏りであるとも考えられる。

全体的にみれば計算 (2) の値は実測値とかなり一致しており、このモデルの適用の妥当性が示されている。

4. 持続性モデルによる計算方式 (2)

—— 伊納流量の計算方法 ——

4.1 中愛別、伊納の日流量の組合せ

伊納地点における前日流量 Q_{t-1} と当日流量 Q_t の関係を図 4-1, 2, 3 に示した。 $Q_t = Q_{t-1}$ の直線より上にある点が増水日、下にある点が減水日を示している。図では、当日の中愛別の増減も同時にわかるように 4 種類の記号を用いて、例えば○印なら中愛別増水、伊納減水を表わす。図 4-1, 2, 3 によれば伊納の増水量、減水比は、各々異った平均値をもつ、次の 4 つのグループに大別されると考えられる。

- (1) 中愛別減水、伊納減水 I
- (2) 中愛別減水、伊納増水 II
- (3) 中愛別増水、伊納減水 III
- (4) 中愛別増水、伊納増水 IV

減水比について前日との相関は、前日の流量による減水比の分布型のちがいに加味することとし、増水量はランダムに生起すると考えられるので、流量の計算は I~IV のグループの特性値と、伊納、中愛別の増減水の組合せから決定されることになる。即ち I, III の伊納が減水の場合は (4-1)、II, IV の伊納が増水の場合は (4-2) を用いる。

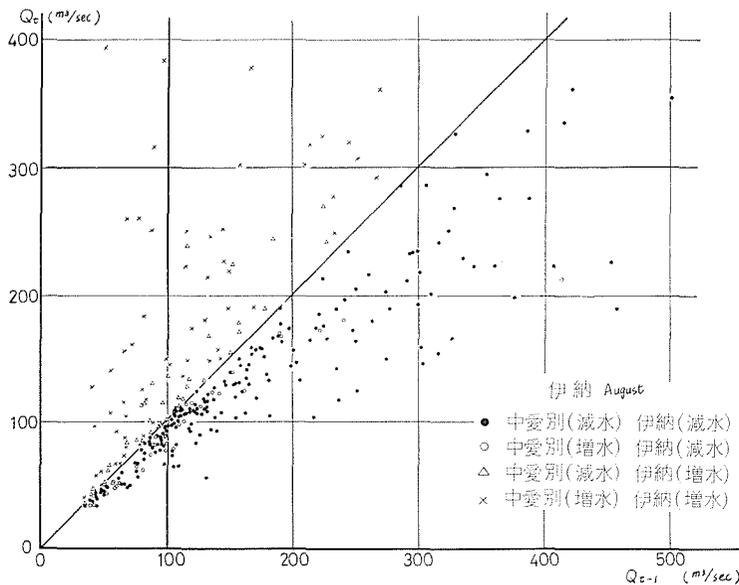


図 4-1

$$Q_t = r \times Q_{t-1} \quad r: \text{減水比} \quad (4-1)$$

$$Q_t = Q_{t-1} + \varepsilon \quad \varepsilon: \text{増水量 (m}^3/\text{sec)} \quad (4-2)$$

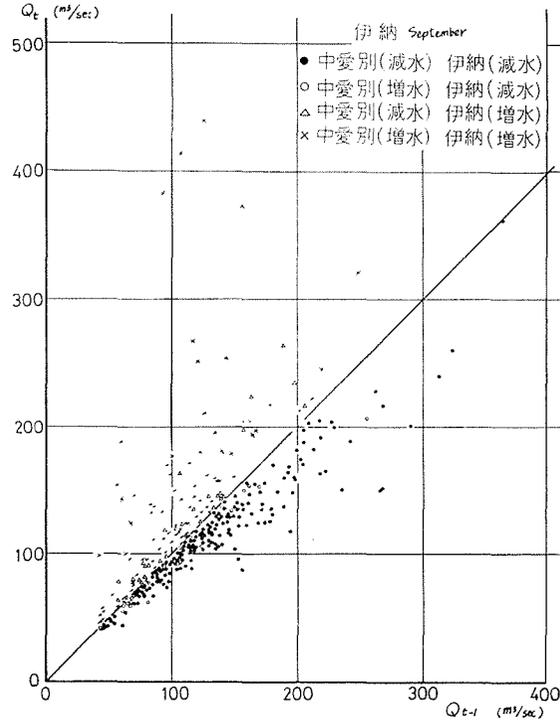


図 4-2

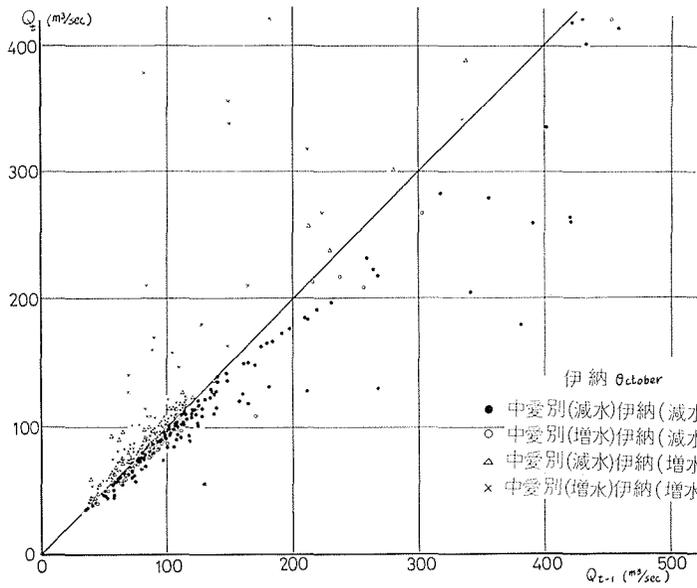


図 4-3

4.2 中愛別減水，伊納減水の場合の計算方式

伊納地点と中愛別地点が共に減水する場合で，この場合に相当するケースが最も多く約45%を占め図4-1, 2, 3で点は広範囲に拡っているが，伊納前日流量 Q_{t-1} の小さいところでは，点は $Q_t=Q_{t-1}$ の下側に接近してをり， Q_{t-1} が大きくなるにつれて直線からはなれていくようにみえる。両地点の減水比の相関を調べると図4-4のようになり相関はそれほど大きくなく，伊納地点単独で減水比を決めてさしつかえない。

減水比の分布は図4-1, 2, 3からも明らかのように Q_{t-1} によって異なる。

本計算では，次の4つに分類して，各々について分布型を調べた。

(1) $Q_{t-1} < 150$ (m³/sec)

(2) $150 \leq Q_{t-1} < 350$

(3) $350 \leq Q_{t-1} < 700$

(4) $Q_{t-1} \geq 700$ (m³/sec)

(1), (2) にはポアソン分布，(3), (4) は累加確率に直線をあてはめ計算上の確率を求めた。

表4-1 確率表 $Q_{t-1} < 150$ (m³/sec)

階級値 月別	0.975	0.925	0.875	0.825	0.775	0.725	0.675	0.625	0.575
Aug.	0.1469	0.2815	0.2702	0.1729	0.0830	0.0319	0.0102	0.0028	0.0006
Sept.	0.2848	0.3576	0.2248	0.0942	0.0296	0.0074	0.0016	0	0
Oct.	0.3819	0.3677	0.1772	0.0569	0.0137	0.0026	0	0	0

表4-2 $150 \leq Q_{t-1} < 350$

階級値 月別	0.95	0.85	0.75	0.65	0.55	0.45	0.35	0.25	0.15
Aug.	0.2356	0.2356	0.2357	0.1867	0.0532	0.0532	0	0	0
Sept.	0.2758	0.3552	0.2287	0.0982	0.0316	0.0105	0	0	0
Oct.	0.2637	0.3539	0.2343	0.1041	0.0347	0.0093	0	0	0

表4-3 $350 \leq Q_{t-1} < 700$

階級値 月別	0.95	0.85	0.75	0.65	0.55	0.45	0.35	0.25	0.15
Aug.	0	0.3300	0.1500	0.1500	0.1500	0.1500	0.0500	0.020	0
Sept.	0	0	0	0.3333	0.3333	0.3334	0	0	0
Oct.	0.5800	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0	0	0

表4-4 $Q_{t-1} \geq 700$ (8, 9, 10 共通)

階級値	0.95	0.85	0.75	0.65	0.55	0.45	0.35	0.25	0.15
8, 9, 10月	0	0	0	0.36	0.16	0.16	0.16	0.16	0

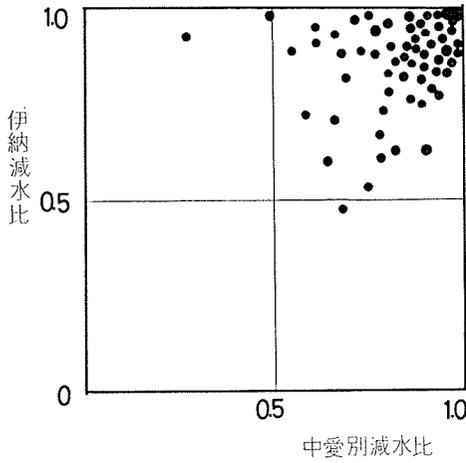


図 4-4 中愛別 (減水) } の場合の減水比相関図
伊納 (減水) }

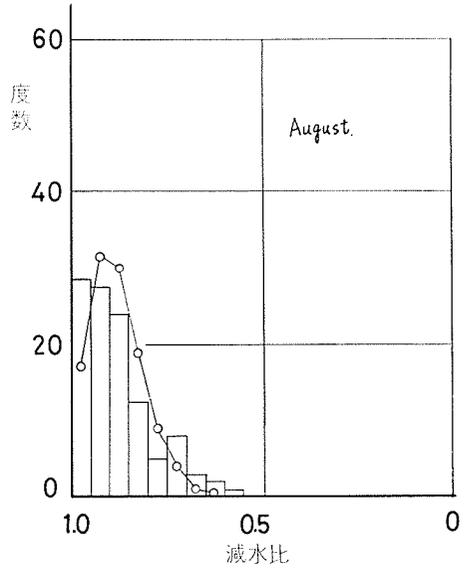


図 4-5 中愛別 (減水) } の場合の減水比
伊納 (減水) } の場合の減水比
ヒストグラム (1) $Q_{t-1} < 150 \text{ m}^3/\text{s}$

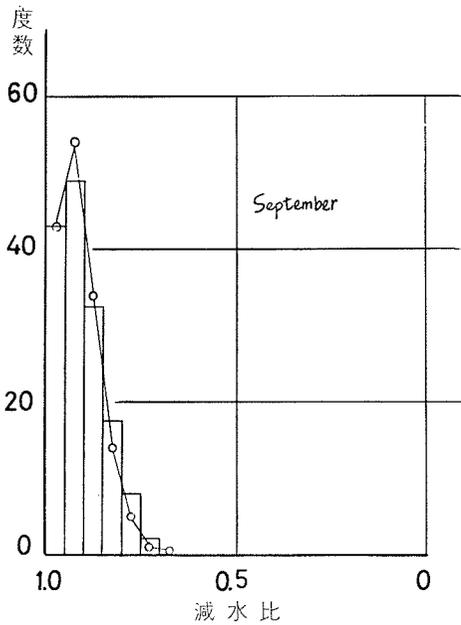


図 4-6 中愛別 (減水) } の場合の減水比
伊納 (減水) } の場合の減水比
ヒストグラム (2) $Q_{t-1} < 150 \text{ m}^3/\text{s}$

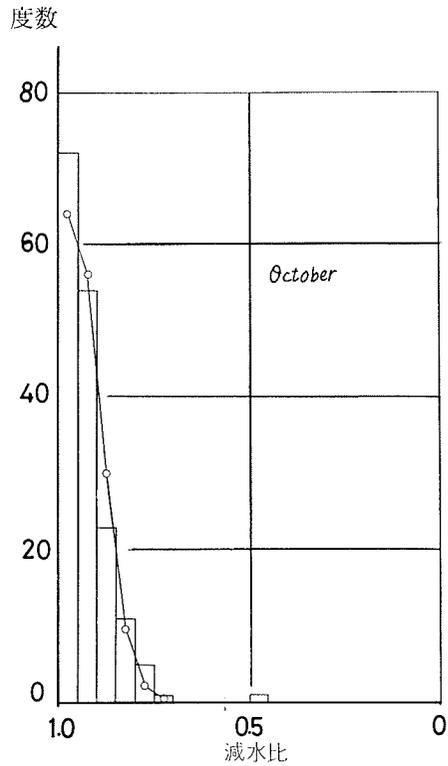


図 4-7 中愛別 (減水) } の場合の減水比
伊納 (減水) } の場合の減水比
ヒストグラム (2) $Q_{t-1} < 150 \text{ m}^3/\text{sec}$

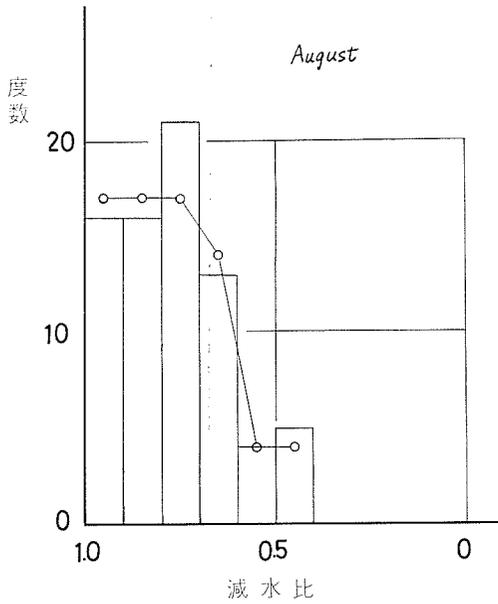


図4-8 中愛別(減水)伊納(減水)の場合の減水比
ヒストグラム(1) $150 \leq Q_{t-1} < 350$

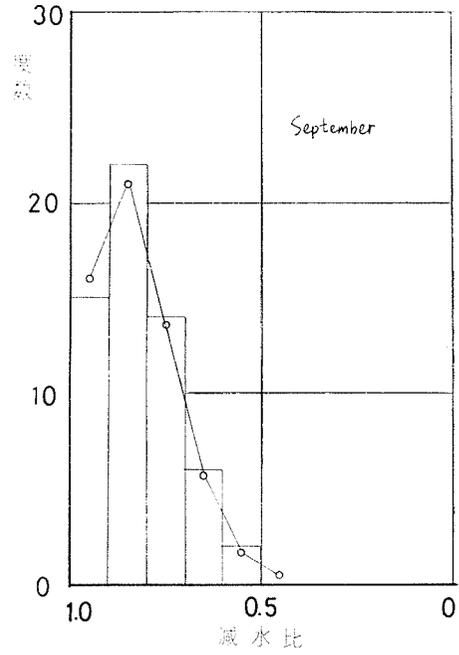


図4-9 中愛別(減水)伊納(減水)の場合の減水比
ヒストグラム(2) $150 \leq Q_{t-1} < 350$

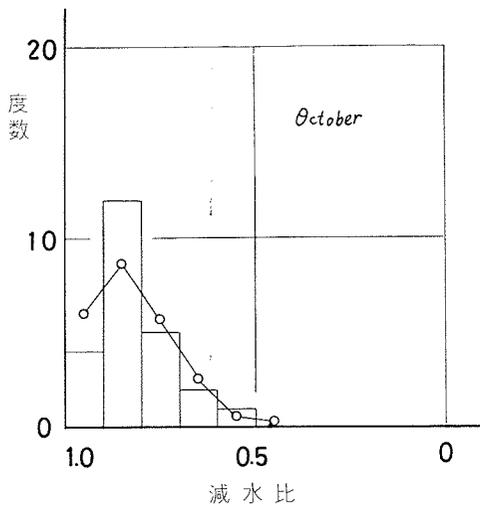


図4-10 中愛別(減水)伊納(減水)の場合の減水比
ヒストグラム(3) $150 \leq Q_{t-1} < 350$

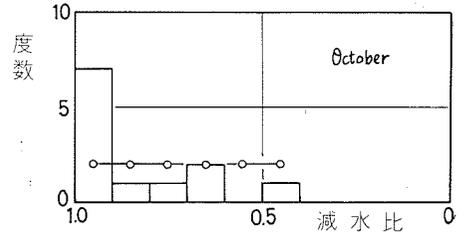
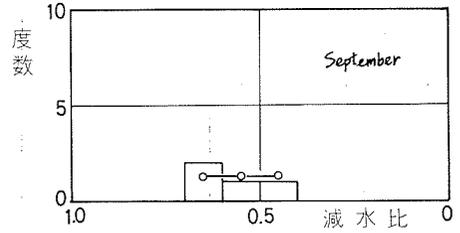
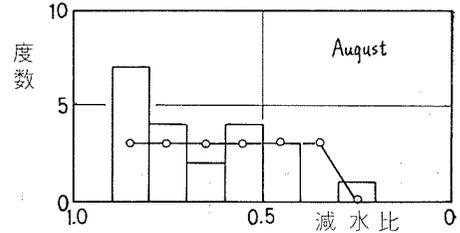


図4-11 中愛別(減水)伊納(減水)の場合の伊納減水比ヒストグラム $350 \leq Q_{t-1} < 700$

図 4-5~図 4-12 に実測の減水比のヒストグラムとあてはめた分布曲線を示した。表 4-1~表 4-4 に計算で用いられた階級値と確率を示してある。

4.3 中愛別減水，伊納増水の場合の計算方式

伊納地点で増水し，上流の中愛別で減水している場合であり，全体の 12.3% をしめる。中愛別の流量と伊納の増水量の関係を 図 4-13 に示した。図では中愛別流量 50 m³/s を境に，伊納の増

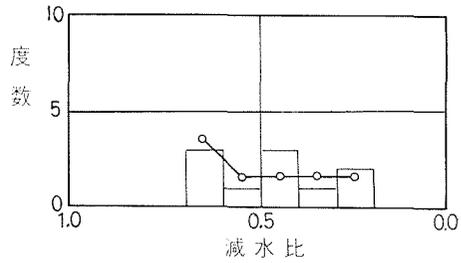


図 4-12 中愛別 (減水) } の場合の伊納減
伊納 (増水) }
水比ヒストグラム $Q_{t-1} \geq 700$

水量の分布が違っており，他支川流域における小降雨による増水と，広範囲な降雨における出水時刻のずれによるこの組合せの違いが，比較的明瞭にあらわれている。計算では中愛別流量 50 m³/sec によって，増水量分布を 2 別して，各々にポリアエッケンベルガーの分布をあてはめた。

図 4-14，図 4-15 に実測度数とあてはめた分布曲線，表 4-5 に計算に用いた級中心値と確率を示した。資料数が少ないので 3 カ月まとめてヒストグラムをつくった。

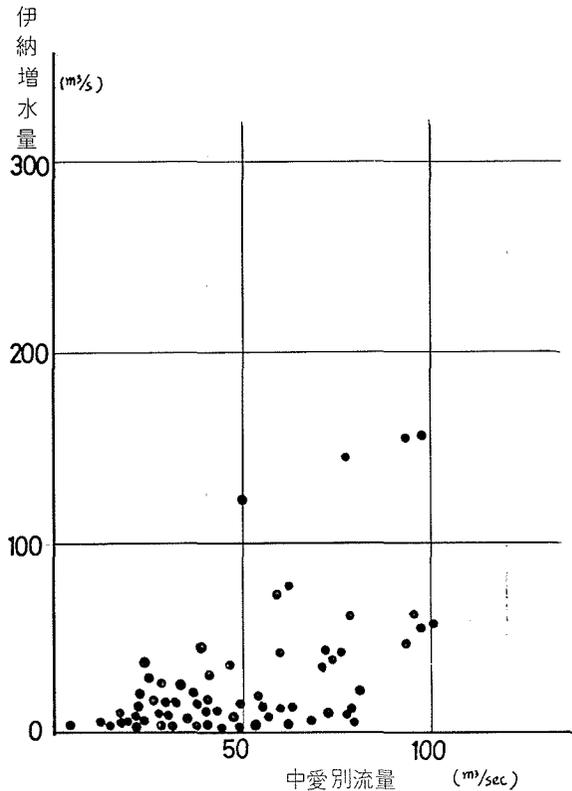


図 4-13 中愛別 (減水) } 量の場合の相関図
伊納 (増水) }

表4-5 確 率 表 (ポリア分布)

階級値 流 量	2.5	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	42.5
$Q \leq 50$ (m ³ /s)	0.4587	0.2369	0.1309	0.0739	0.0422	0.0242	0.0140	0.0081	0.0047
$Q > 50$	0.2736	0.1780	0.1286	0.0969	0.0735	0.0563	0.0434	0.0336	0.0261
階級値 流 量	47.5	52.5	57.5	62.5	67.5	72.5	77.5	82.5	87.5
$Q \leq 50$ (m ³ /s)	0.0028	0.0016	0.0010	0.0006	0.0003	0.0001	0	0	0
$Q > 50$	0.0203	0.0159	0.0124	0.0097	0.0076	0.0060	0.0047	0.0037	0.0031
階級値 流 量	92.5	97.5	102.5	107.5	112.5	117.5	122.5	127.5	132.5
$Q \leq 50$ (m ³ /s)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$Q > 50$	0.0026	0.0020	0.0014	0.0006	0	0	0	0	0

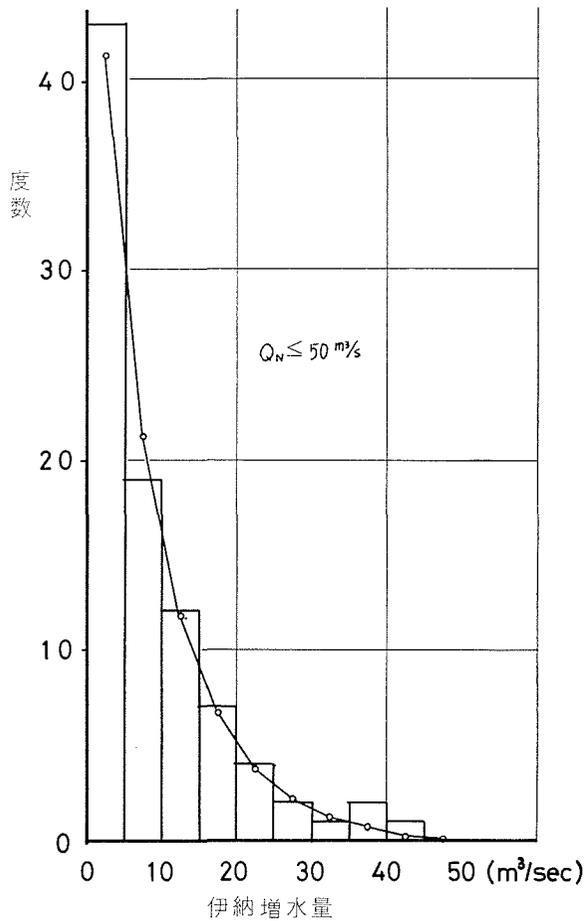


図4-14 中愛別 (減水) } の場合の伊納増水量ヒストグラム
伊 納 (増水)

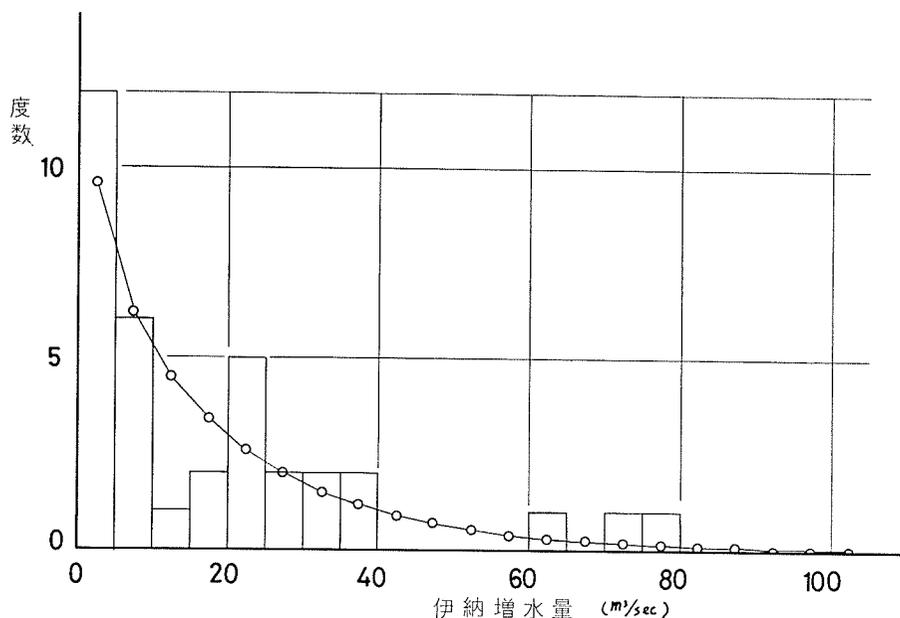


図4-15 中愛別(減水)伊納(増水)の場合の伊納増水量ヒストグラム $Q_N > 50 \text{ m}^3/\text{sec}$

4.4 中愛別増水，伊納減水の場合の計算方式

中愛別で増水し，伊納で減水している場合である。全体の10%程度をしめる。中愛別での出水が下流に影響が少ない場合で減水比も1の近辺にある。月毎によって特徴が少しずつ異なり，月別にポアソン分布をあてはめた。図4-16～図4-18に実測度数とあてはめた分布曲線，表4-6に級中心値と確率を示した。

表4-6 確率表

階級値 月	0.95	0.85	0.75	0.65	0.55	0.45	0.35	0.25
Aug.	0.42	0.39	0.08	0.03	0.03	0.03	0.02	0
Sept.	0.6852	0.2590	0.0490	0.0062	0.0006	0	0	0
Oct.	0.7689	0.2022	0.0266	0.0023	0	0	0	0

4.5 中愛別増水，伊納増水の場合の計算方式

中愛別，伊納の両地点で増水する場合で，全日数の22%位がこの組合せとなる。流域全域に降水があった場合と，中愛別流域のみの降水による両地点の増水の場合などがあり，両地点の増水量の相関を図4-19～図4-21に示す。図によれば相互の増水量にある程度の相関があり，両地点の降水の強度は似かよっていることを示している。中愛別の増水量から伊納の増水量を推定するためには，両量の回帰線を求めればよい。しかし実増水量の回帰線によれば，伊納で負の増水量が計算される場合が生じ適当でない。本計算では両量の対数をとって回帰線を求めた。この場合図4-19, 20, 21等であきらかなように，中愛別の増水量が $10 \text{ m}^3/\text{sec}$ 以下

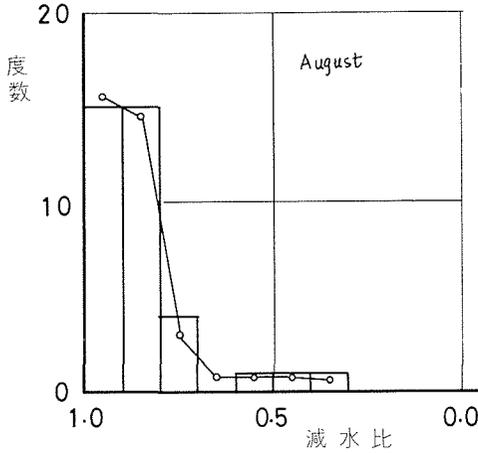


図4-16 中愛別(増水)の伊納(減水)の場合の伊納減水比
 スヒトグラム(1)

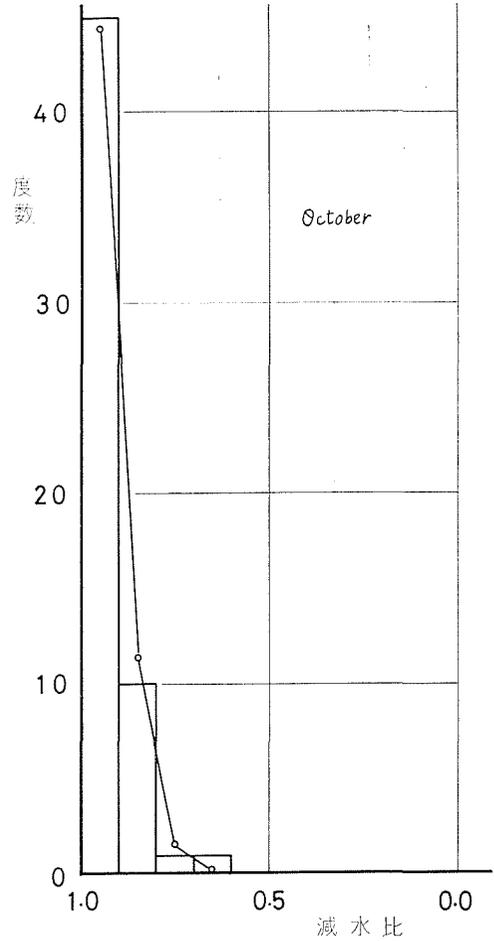


図4-18 中愛別(増水)の伊納(減水)の場合の伊納減水比
 ヒストグラム(3)

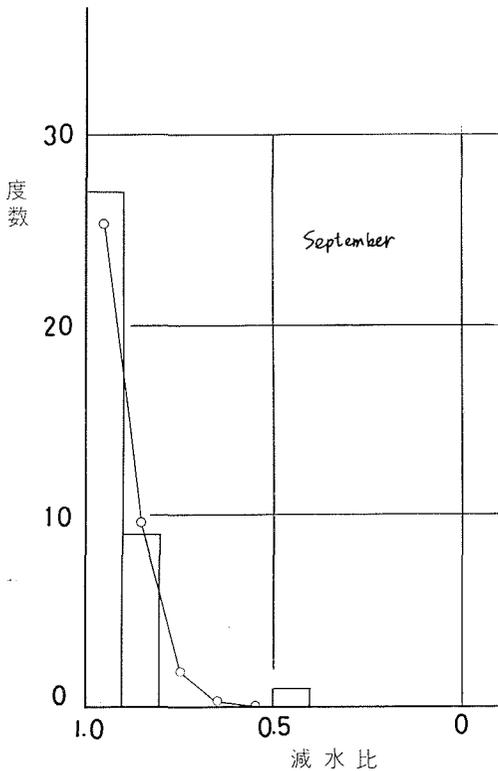


図4-17 中愛別(増水)の伊納(減水)の場合の伊納減水比
 ヒストグラム(2)

の場合には、伊納の増水量がランダムである
 と考えてもよく、回帰線からのはずれも大き
 い。本計算では中愛別の増水量によって次の
 2つに分けて伊納の増水量を求めた。

(1) 中愛別増水量 $10 \text{ m}^3/\text{s}$ 以下

伊納増水量はランダムに実測増水量分布
 から求める。

(2) 中愛別増水量 $10 \text{ m}^3/\text{s}$ 以上

中愛別増水量を用いて回帰線から計算す

る。回帰線からのはずれは適当な分布をあてはめ、その中よりひろい出す。

図4-22~図4-24に(1)の場合の増水量のヒストグラフとあてはめた分布曲線を示してあ

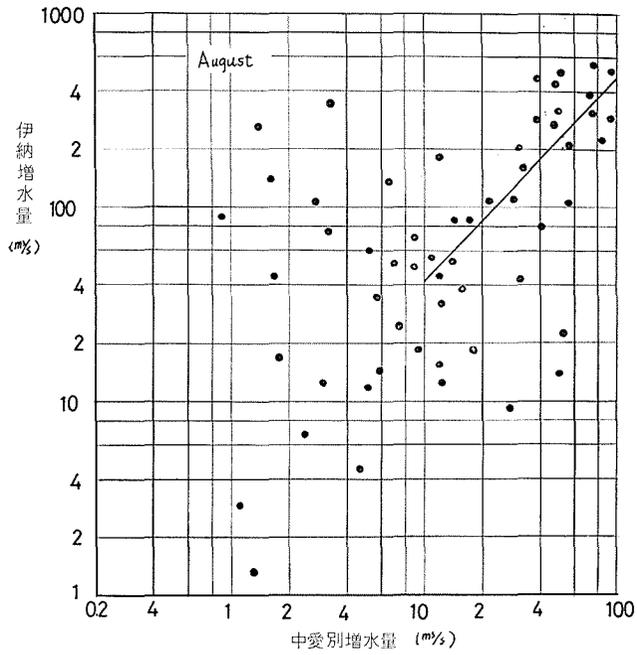


図4-19 中愛別(増水)の増水量相関図(1)
伊納(増水)

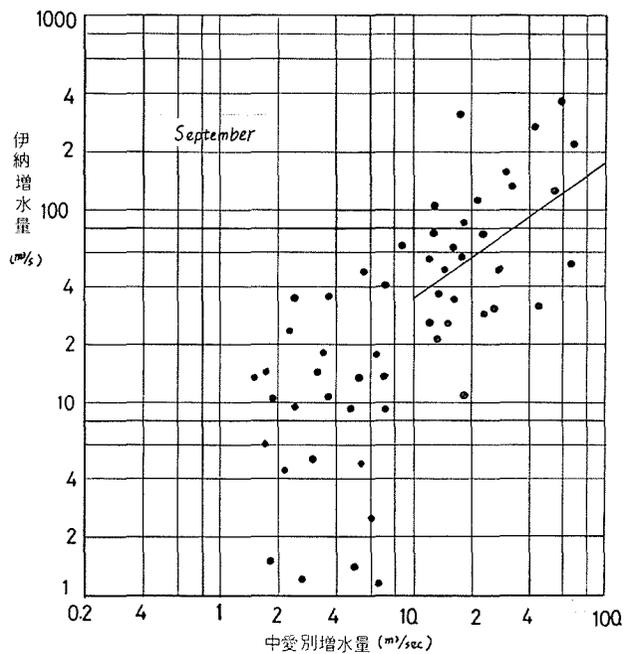


図4-20 中愛別(増水)の増水量相関図(2)
伊納(増水)

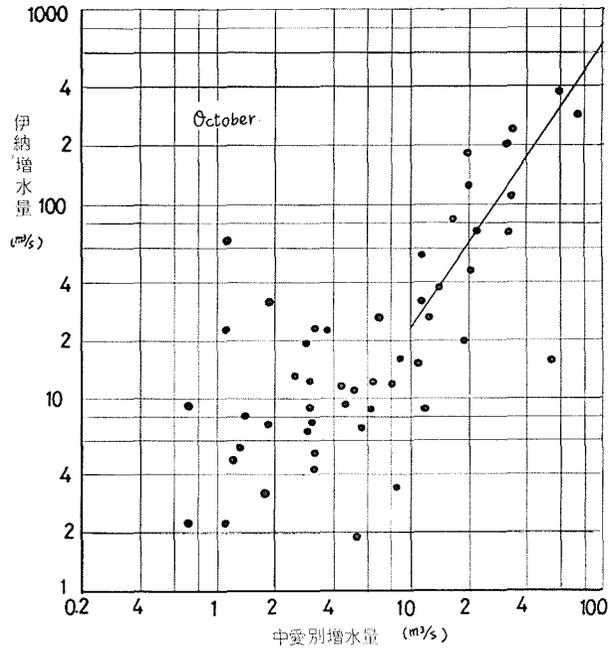


図 4—21 中愛別 (増水) の場合の増水量相関図 (3)
伊 納 (増水)

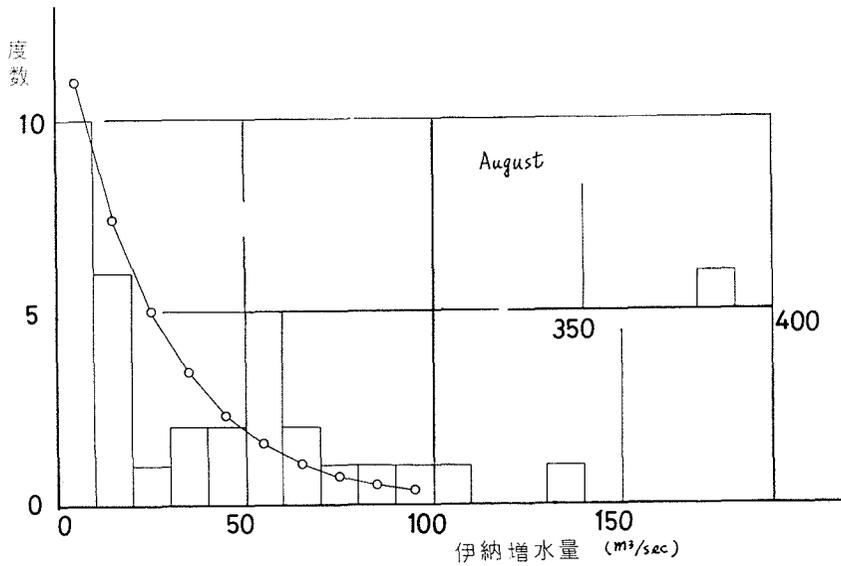


図 4—22 中愛別 (増水) の場合の伊納増水量ヒストグラム
伊 納 (増水)
中愛別増水量 <math>< 10 \text{ m}^3/\text{s}</math> の場合

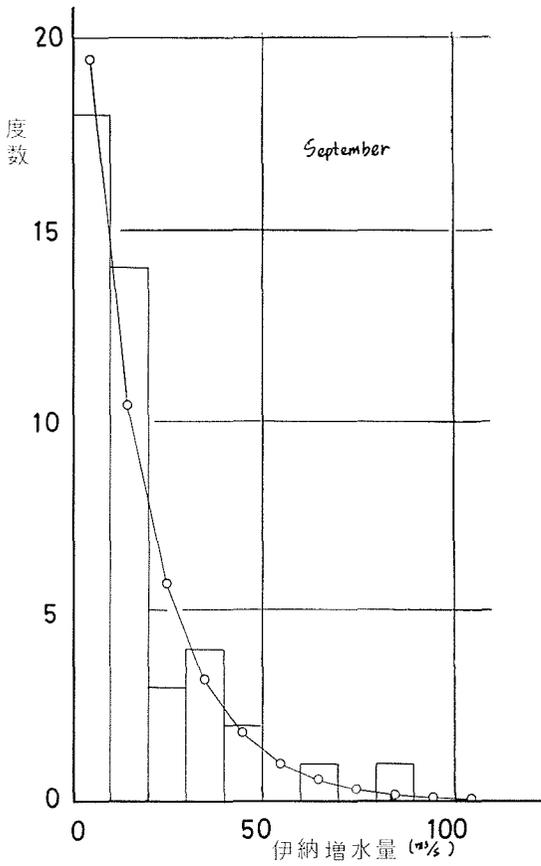


図 4-23 中愛別 (増水) の場合の増水量ヒストグラム
伊納 (増水)



図 4-24 中愛別 (増水) の場合の増水量ヒストグラム
伊納 (増水)

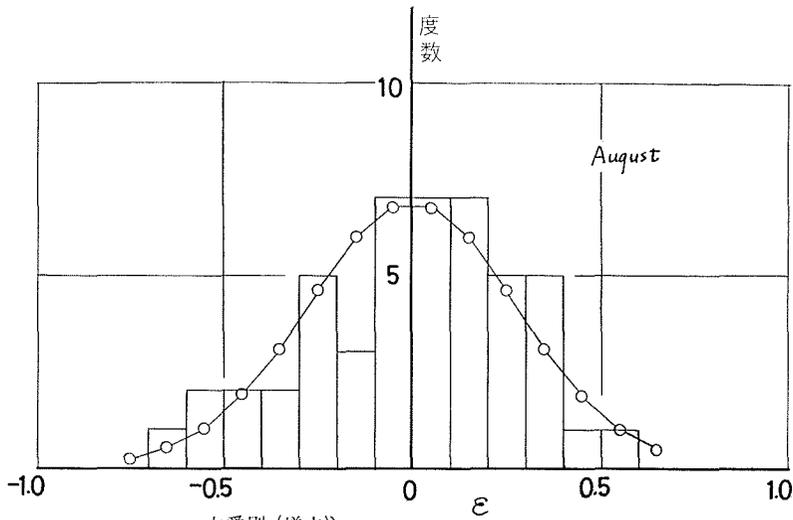


図 4-25 中愛別 (増水) の場合の ϵ -ランダム成分のヒストグラム
伊納 (増水)

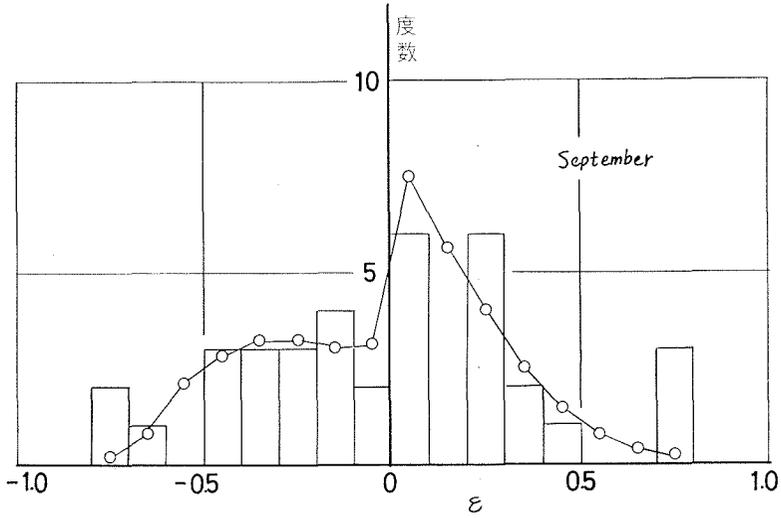


図4-26 中愛別(増水) } の場合の ε-ランダム成分のヒストグラム
伊 納(増水)

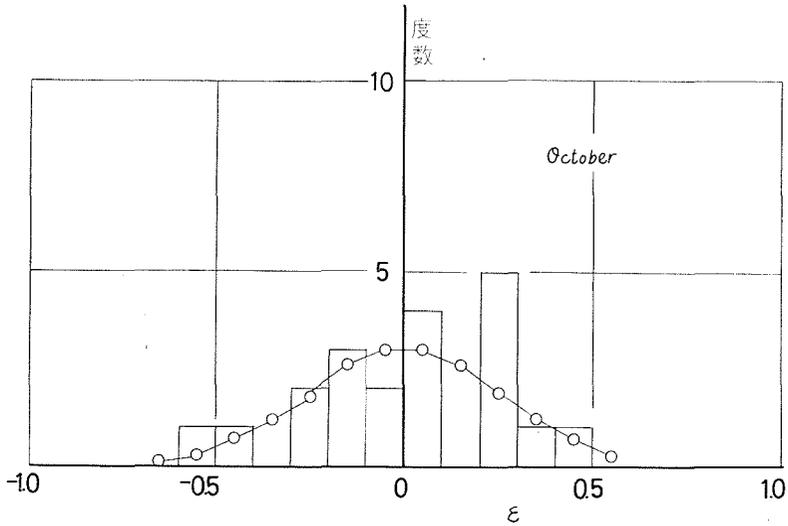


図4-27 中愛別(増水) } の場合の ε-ランダム成分のヒストグラム
伊 納(増水)

る。次に図4-25～図4-27に(2)の場合の回帰線からのはずれの分布とあてはめた分布曲線を示した。回帰線は月別に次のように最小2乗法で計算された。

Aug.: $y = 1.0544x + 0.5621$

Sept.: $y = 0.6946x + 0.8437$

Oct.: $y = 1.4611x - 0.1000$

ただし $y = \log Y$, $x = \log X$

X: 中愛別増水量

Y: 伊 納増水量

表4-7 確率表 $\Delta Q \leq 10$ (m³/sec)

階級値 月	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
Aug.	0.3282	0.2200	0.1481	0.0996	0.0669	0.0450	0.0302	0.0203	0.0137	0.0092
Sept.	0.4509	0.2426	0.1347	0.0756	0.0426	0.0241	0.0137	0.0078	0.0044	0.0025
Oct.	0.6337	0.1810	0.0839	0.0440	0.0245	0.0140	0.0082	0.0049	0.0029	0.0018

階級値 月	105	115	125	135	145	155	165	175	185	195
Aug.	0.0062	0.0042	0.0028	0.0019	0.0013	0.0009	0.0006	0.0004	0.0003	0.0002
Sept.	0.0011	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Oct.	0.0011	0	0	0	0	0	0	0	0	0

表4-8 確率表 $\Delta Q > 10$ (m³/s)

階級値 月	-0.85	-0.75	-0.65	-0.55	-0.45	-0.35	-0.25	-0.15	-0.05	+0.05
Aug.	0.0013	0.0037	0.0093	0.0202	0.0386	0.0649	0.0958	0.1280	0.1454	0.1454
Sept.	0.0072	0.0130	0.0222	0.0350	0.0511	0.0690	0.0866	0.1006	0.1085	0.1085
Oct.	0	0.0024	0.0067	0.0164	0.0343	0.0620	0.0966	0.1303	0.1513	0.1513

階級値 月	0.15	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95	1.05
Aug.	0.1280	0.0958	0.0649	0.0386	0.0201	0	0	0	0	0
Sept.	0.1006	0.0866	0.0690	0.0511	0.0350	0.0222	0.0130	0.0072	0.0037	0.0019
Oct.	0.1303	0.0966	0.0620	0.0343	0.0164	0.0067	0.0021	0	0	0

(1) の分布型はポリアエックゲンベルガーの分布, (2) の分布型は正規分布及び実験式による正規分布のあてはめを求め、級中心値と確率をそれぞれ表4-7, 表4-8 に示してある。

4.6 あてはめた分布と計算例

(a) ポアソン分布

X が 0, 1, 2 … の値をとる離散変量で, $\lambda > 0$ とするとき

$$p(X=x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} \quad (x=0, 1, 2 \dots)$$

λ = 平均

で与えられる分布をポアソン分布という。計算例を (d) に示す。

(b) ポリアエックゲンベルガー分布

離散変量 X について $p(X=x)$ が次の式で与えられる分布。

$$p(X=x) = \frac{h(h+b)(h+2b) \dots (h+(x-1)b}{x!} (1+b)^{-\frac{h}{b}-x}$$

h : 平均 $h(1+b)$: 分散

計算例を (e) に示す。

(c) 実測累加度数に曲線をあてはめた分布

実測の累加値に直線をあてはめてスムージングした分布。計算例を (f) に示す。

(d) ポアソン分布計算例

I の場合で $150 \leq Q_{t-1} < 350$ の 9 月を例にすると

x	f (度数)	fx	
0	15	0	$\lambda = 76/59$
1	22	22	$= 1.288$
2	14	28	
3	6	18	
4	2	8	$\therefore e^{-\lambda} = 0.2758$
計	59	76	

ここで $p(X=x)$ を計算すると

$$p(X=0) = 0.2758 \times 1.288^0/0! = 0.2758$$

$$f = 0.2758 \times 59 = 16.3 \text{ (度数)}$$

$$p(X=1) = 0.2758 \times 1.288^1/1! = 0.3552$$

$$f = 0.3552 \times 59 = 21.0$$

のように計算していくと次のような結果を得る。

x	$p(X=x)$	f
0	0.2758	16.3
1	0.3552	21.0
2	0.2287	13.5
3	0.0982	5.8
4	0.0316	1.9
5	0.0105	0.6

(e) ポリアエッゲンベルガー分布計算例

IV の場合で $Q < 10 \text{ m}^3/\text{s}$ の 9 月を例によると

x	f	fx	fx^2	
0	18	0	0	
1	14	14	14	$\mu_1^1 = h = 54/43$
2	3	6	12	$= 1.2558$
3	4	12	36	$\mu_2^1 = 194/43$
4	2	8	32	$= 4.5116$
5	0	0	0	$V(R) = \mu_2^1 - (\mu_1^1)^2$
6	1	6	36	$= 4.5116 - 1.2558^2$
7	0	0	0	$= 2.9346$
8	1	8	64	$h(1+b) = 2.9346$
計	43	54	194	$b+1 = 2.3368$
				$h/b = 0.9394$

ここで $p(X=x)$ を計算すると

$$p(x) = \frac{h(h+b) \cdots}{x!} (2.3368)^{-0.9394-x}$$

$x=0$ のとき

$$\begin{aligned} \log p(0)' &= \log (2.3368)^{-0.9394} \\ &= -0.9394 \log 2.3368 = -0.9394 \times 0.3682 = -0.34589 \\ \log p'(0) &= \bar{1}.65411 \quad p(0)' = p(0) = 0.4509 \\ f &= 0.4509 \times 43 = 19.4 \end{aligned}$$

$x=1$ のとき

$$\begin{aligned} &= -1.9394 \times 0.3682 = -0.7141 \\ \log p(1)' &= \bar{1}.2859 \quad p(1)' = 0.1932 \\ p(1) &= 0.1932 \times 1.2558 = 0.2426 \\ f &= 0.2426 \times 43 = 10.4 \end{aligned}$$

のように計算すると次の結果を得る。

x	$p(X=x)$	f
0	0.4509	19.4
1	0.2426	10.4
2	0.1347	5.8
3	0.0756	3.2
4	0.0426	1.8
5	0.0241	1.0
6	0.0137	0.6
7	0.0078	0.3
8	0.0044	0.2
9	0.0025	0.1
10	0.0011	0.06

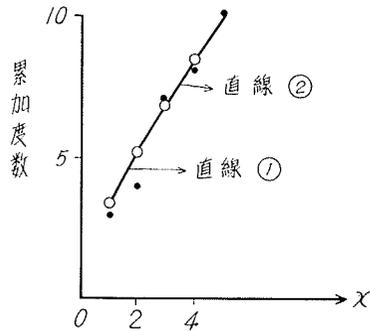
(f) (c) の分布の計算例

I の場合で $Q_{t-1} \geq 700$ (m³/s) を例にすると

x	f	累加度数
1	3	3
2	1	4
3	3	7
4	1	8
5	2	10

右図のように2直線をあてはめて計算すると

$x=1$ のとき 3.6 であるので $p(X=x)$ は $3.6/10=0.36$ である。同様に $x=2$ のとき 5.2 を得る



ので $5.2 - 3.6 = 1.6$, $1.6/10 = 0.16$ (次を求めるにいたっては勾配が一定なので $p(X=x)$ は一定になる)。

このようにして計算すると次の結果を得る。

x	累加度数	f	$p(X=x)$
1	3.6	3.6	0.36
2	5.2	1.6	0.16
3	6.8	1.6	0.16
4	8.4	1.6	0.16
5	10.0	1.6	0.16

5. 持続性モデルによる計算方式 (3)

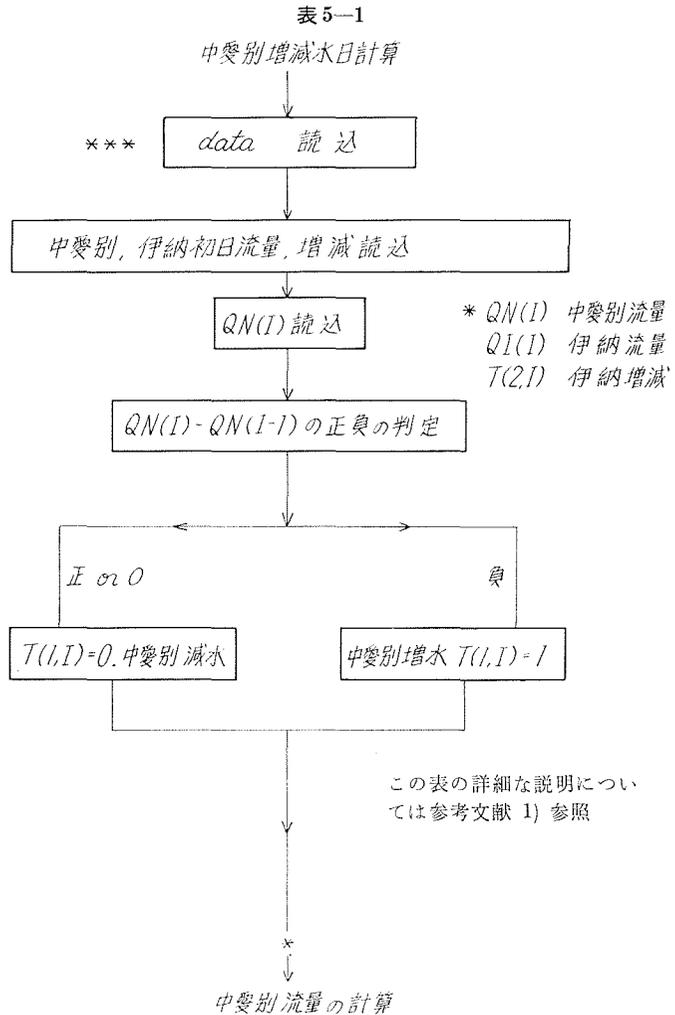
— 計算の FLOW CHART —

5.1 計算の順序

計算を上流地点, 中愛別と下流地点, 伊納について同時に流量をシミュレートする場合について考え, その手順を大別すると次のようになる。

- (1) Data の読み込み
- (2) 中愛別一増, 減水の決定
- (3) 中愛別流量の計算
- (4) 伊納一増, 減水の決定
- (5) 伊納流量の計算
- (6) 伊納流量の平均値, 分散の計算
- (7) 伊納増減水の継続日数
- (8) 結果の打ち出し

このうち (6), (7) は結果整理のためのプログラムで流量の計算の後につけ加えたものである。(1) ではあてはめた各種分布の級中心値とその級の生起確率を与えている。今回の計算では, 中愛別は実測値を与えた



から計算は (4) から (8) までとなっている。表 5-1~表 5-4 に各々、(2), (3), (4), (5) の Flow Chart を示した。

5.2 計算のプログラミング

計算は北大計算 センターの HIPAC 103, および北海道開発 コンサルタント K.K. の IBM 1130 を用いて行ない, 使用言語は **FÖRTRAN** 系であった。

表 5-2

中変別流量計算

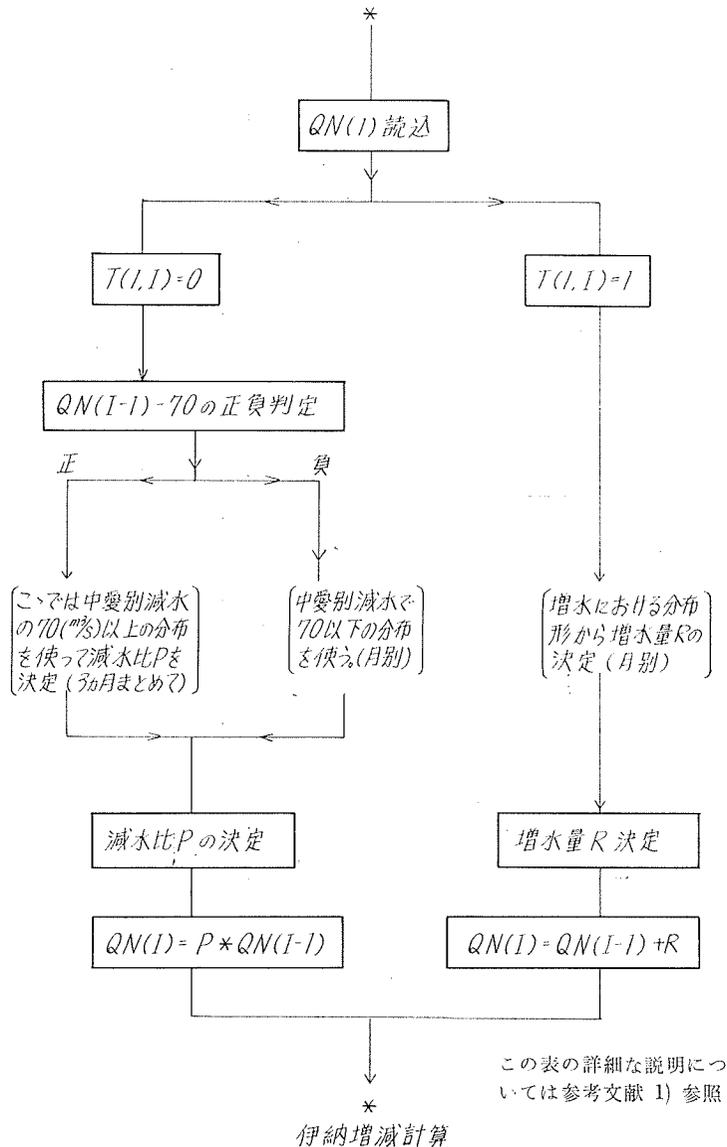


表 5-3

伊納増減計算

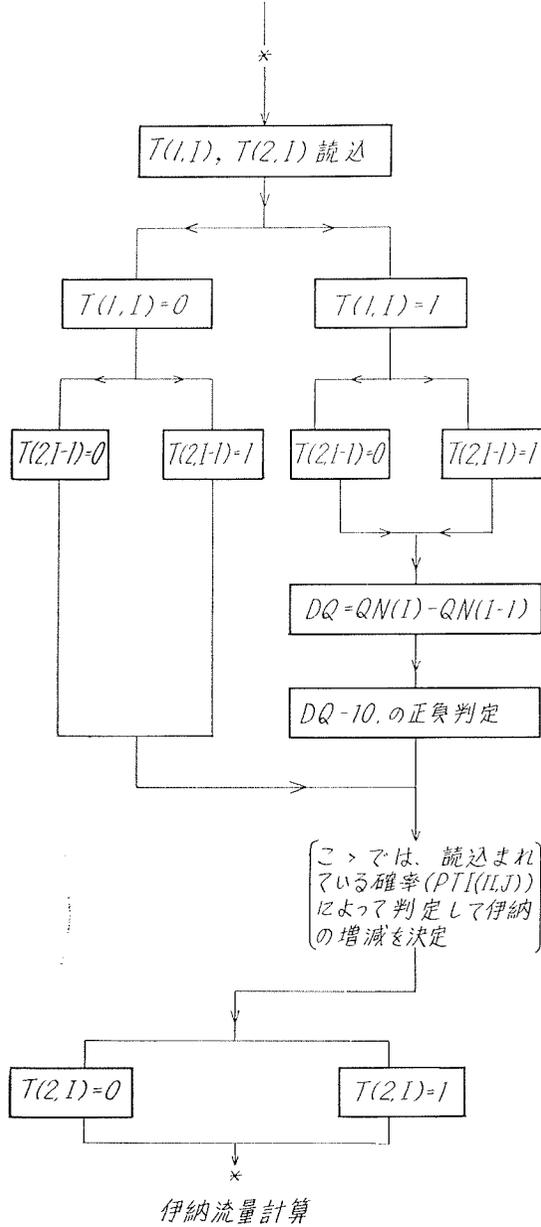
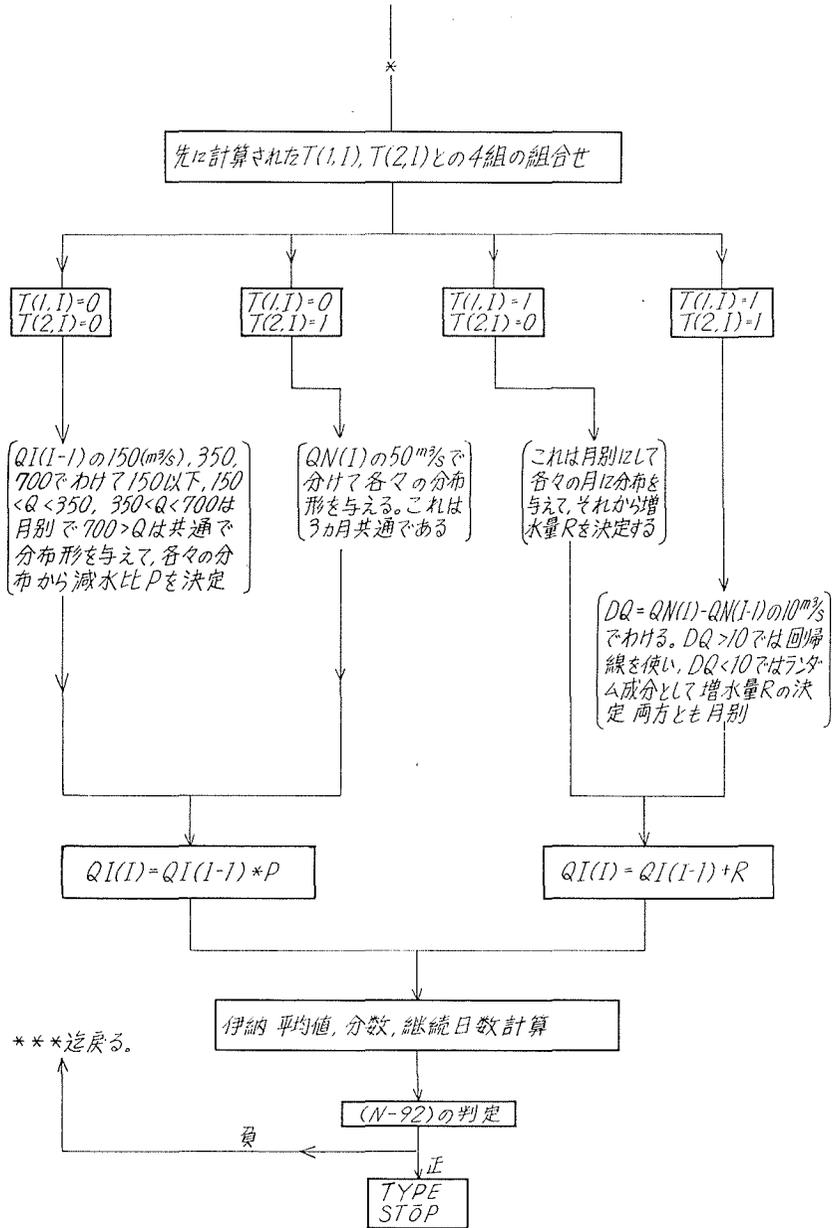


表5-4
伊納流量計算



6. 持続性モデルによる計算方式 (4)

—— 計算結果の検討 ——

6.1 計算の条件

5. で述べたように、計算は中愛別、伊納の順で行なわれる。中愛別の計算は、単独地点における日流量のシュミレーションの方法¹⁾によればよい。この方法による中愛別における計算例では、実測の日流量をよく表現できた。論文による計算では中愛別より、伊納への追算の精度を確かめるため、中愛別では実測値を与えた。従って中愛別の増、減水、伊納の初日流量、増減水のみが固定した値をもち、その他の値は、確率的に生起するものである。

中愛別昭和 27 年～昭和 39 年の実測値を用い、各年 3 回、計 39 回伊納の流量を計算した。また計算上で、伊納の流量が、中愛別の流量より小さくなった場合は、計算をやり直すことにした。これは実測値から得られた計算上の制限の 1 つである。

6.2 増水、減水の生起確率

減水日、増水日の生起度数を実測値について調べたものが表 6-1、図 6-1 である。これによれば、Aug., Sept, Oct. の順で平均値は少しずつ減少しており、増水日数と月流量は比例すると考えられる。分散は比較的少ないが Oct. は 6~14 のかなりの拡がりをもっている。39 例の計算値について増水日の日数を調べ表 6-2 に示したが 4~20 の範囲の値がえられている。実測値と計算値について分散、平均値について差があるか否かを Aug. について調べてみる

表 6-1

年 度	Aug.		Sept.		Oct.	
	増 水 日	減 水 日	減 水 日	増 水 日	増 水 日	減 水 日
昭和 27 年	9	22	9	21	9	22
28	9	22	12	18	11	20
29	12	19	10	20	11	20
30	9	22	8	22	12	19
31	11	20	9	21	12	19
32	13	18	8	22	8	23
33	10	21	10	20	6	25
34	10	21	11	19	10	21
35	13	18	10	20	8	23
36	9	22	8	22	14	17
37	11	20	12	18	9	22
38	9	22	11	19	7	24
39	14	17	9	21	11	20
度 数	139	264	127	263	128	275
確 率	0.345	0.655	0.326	0.674	0.318	0.682

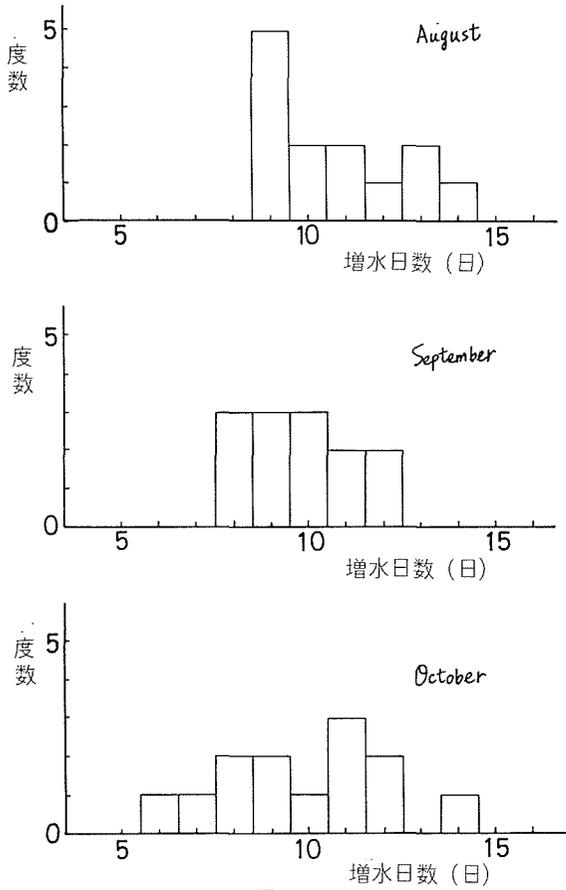


図 6-1

(図 6-2 参照)。

I, II 2 群の分散の差を検定するには、それぞれの資料数を n_1, n_2 として、各々の分散の不偏推定値 u_1^2, u_2^2 を求める。このうち大きい方を分子として、 $F = u_1^2 / u_2^2 (u_1 > u_2)$ を求めれば、 F は自由度 $n_1 - 1, n_2 - 1$ の F 分布に従うことから、2 群の分散の差を検定することができる。

分散不偏推定値は (6-1) による。

$$u^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (6-1)$$

ただし \bar{x} は $x_1 \dots x_n$ の平均値

また、資料数が比較的少ない場合、2 群 $x_{1i} (i=1 \dots n_1), x_{2i} (i=1, 2 \dots n_2)$ のそれぞれの平均値を

表 6-2 計算値増水日数

	Aug.	Sept.	Oct.
27-1	10	*13	8
2	12	10	9
3	10	9	8
28-1	11	11	9
2	10	*18	7
3	12	*13	*15
29-1	12	11	8
2	*20	9	10
3	13	9	7
30-1	9	11	*17
2	14	11	10
3	10	10	13
31-1	9	*6	10
2	10	*6	9
3	13	8	8
32-1	13	9	*4
2	11	9	8
3	11	11	13
33-1	*8	*14	10
2	10	9	10
3	12	9	7
34-1	11	11	9
2	11	10	11
3	9	9	9
35-1	9	12	7
2	*16	12	8
3	*18	8	9
36-1	13	12	12
2	10	8	8
3	*15	11	*15
37-1	13	9	13
2	*17	11	8
3	14	8	6
38-1	12	12	10
2	11	11	6
3	9	9	6
39-1	*19	8	11
2	13	9	*15
3	14	11	8
平均	474 0.392	397 0.339	371 0.307

* 印は実測値にはない増水日数の生起を示す。

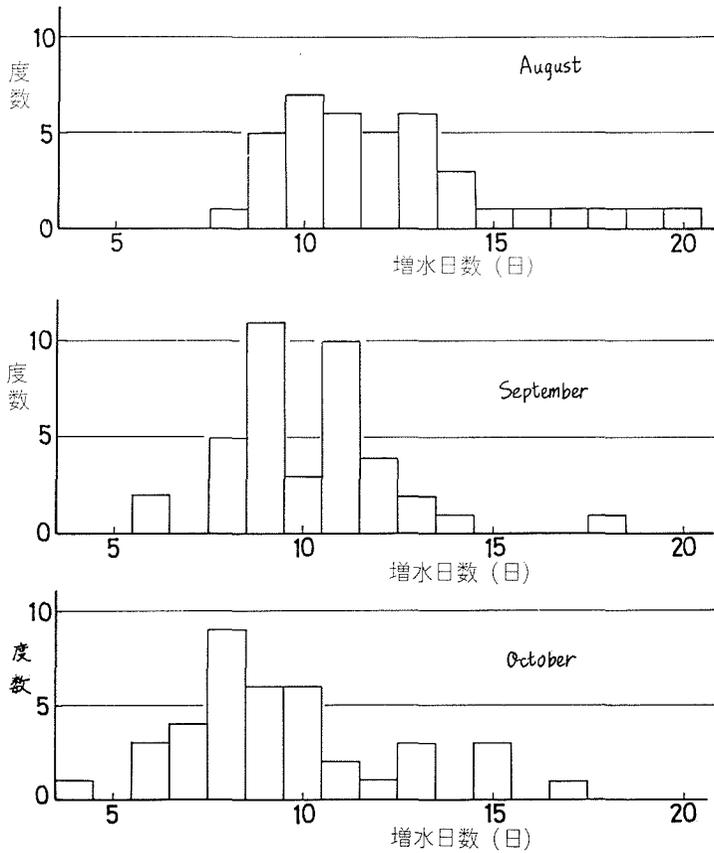


図 6-2 増水日数のヒストグラム (計算値)

\bar{x}_1, \bar{x}_2 とする。両群の母分散が等しいとき $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ の推定値として (6-2) を採用し

$$u_0^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (x_{1i} - \bar{x}_1)^2 + \sum_{i=1}^{n_2} (x_{2i} - \bar{x}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2} \tag{6-2}$$

(6-3) が自由度 $N = n_1 + n_2 - 2$ の t -分布することから平均値の差を検定できる。

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{u_0 \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{u_0} \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \tag{6-3}$$

計算値 (I 群), 実測値 (II 群) として (6-1) により u_1^2, u_2^2 を求めると

$$u_1^2 = 8.19 \quad u_2^2 = 3.23$$

となり $F = 8.19/3.23 = 2.54$ となる。

F -分布表, 自由度 38, 12 に対する値と比較すると, 危険率 5% の場合 F -分布表の 1 部分は

$n_1 \backslash n_2$	30	40
12	3.70	3.61

となっており危険率 1% の場合は

n_1	30	40
n_2	2.46	2.42

であるから、分散が等しいという仮定はどうか許される程度である。次に (6-2) により u_0 を計算すれば

$$u_0^2 = \frac{\left(1525 - \frac{139^2}{13}\right) + \left(6072 - \frac{474^2}{39}\right)}{13 + 39 - 2} = 6.997$$

$$u_0 = 2.645$$

となり $\bar{x}_1 = 12.15$, $\bar{x}_2 = 10.69$ であるから (6-3) により

$$t = \frac{10.69 - 12.15}{2.645} \sqrt{\frac{13 \times 39}{13 + 39}} = -1.720$$

自由度 $N = 39 + 13 - 2 = 50$ の t -分布表より危険率 5% で

n	t
40	2.0211
60	2.0003

となりこの 2 標本の平均値に差が認められないことが統計的に検定できた。他の月についても同様に計算値と、実測値は同じ母集団からの標本とみなしてさしつかえいことが、統計的に結論される。

計算値の増水日数には、非現実的な値もみられるが、確率的には生じうる値であることが判ったので、これらの場合の計算値も含めて結果をまとめることにする。

3. で示したように増減水の計算に使われたモデルは、中愛別の増水量によって確率が異り

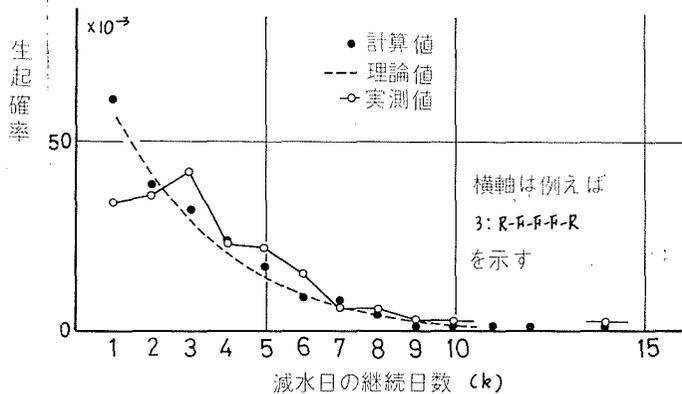


図 6-3

かなり多くの例を試みなければ与えた確率と計算値は一致しにくい。本論文の39例の計算では増水日が約4%多く生起している。

次に増水日、減水日の継続日数とその度数を調べ図6-3, 4にこのモデルの理論値と比較して示した。計算値と理論値はよく一致しており、このモデルが40例程度の計算で、バラツキの平滑化された大体安定な数値を示すことを表わしている。

6.3 日流量の度数分布

伊納の日流量の度数分布を調べ

図6-5, 6, 7に示した。図によれば、実測値と計算値は大体一致しており、日流量の発生確率の点でこのモデルによるシミュレーションの精度の高いことを示している。

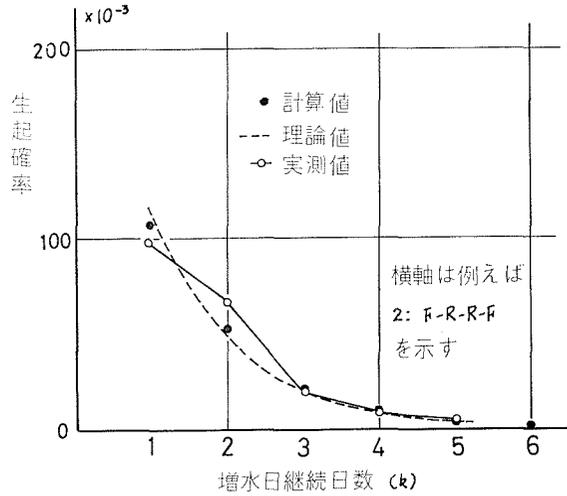


図6-4

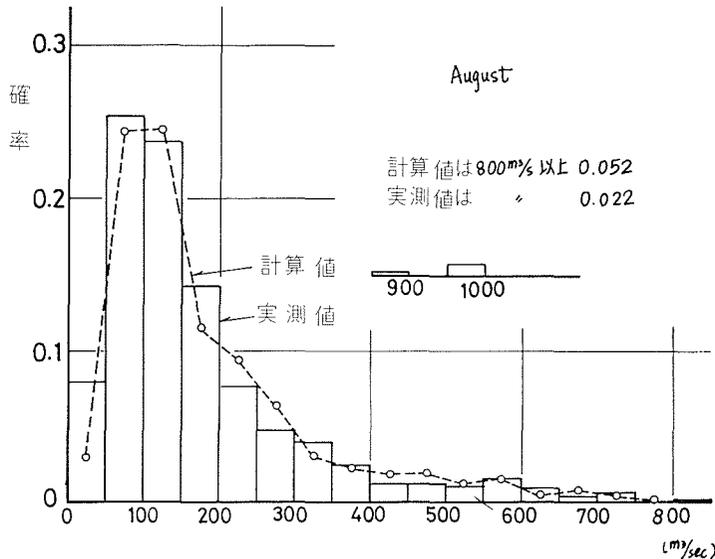


図6-5 伊納日流量ヒストグラム (1)

6.4 月平均流量の検討

伊納の月平均流量の実測値を表6-3に、計算値を表6-4に示した。表6-4の平均はAug.がやや実測値を上廻っている。この原因として増水日数が實際上多すぎる場合、流量計算における対数計算部分の非現実的な増水量の算出による場合などが考えられる。この誤差は日流量の場合の大きな流量における発生頻度のちがいの原因でもあり、今後、計算方法又は解析方法に

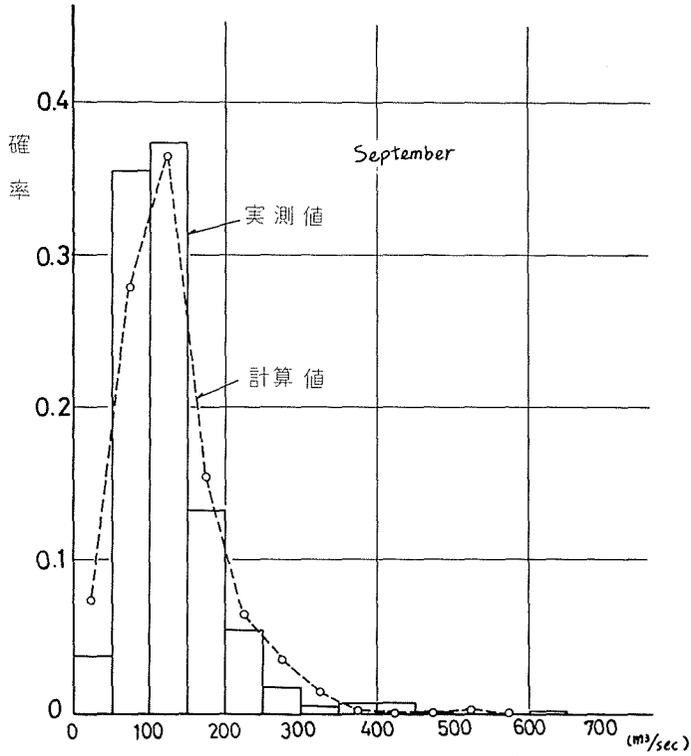


図 6-6 伊納日流量ヒストグラム (2)

表 6-3

(単位 (m/sec))

年 度	August	September	October
昭和 27 年	74.2	98.5	102.0
28	198.4	78.0	73.4
29	268.1	143.3	93.4
30	360.4	152.4	221.4
31	176.2	83.0	79.1
32	164.6	204.1	330.2
33	192.1	102.4	93.7
34	67.1	121.8	77.7
35	78.1	57.4	47.4
36	135.3	138.5	102.1
37	303.0	150.0	111.5
38	181.4	118.4	106.2
39	364.2	177.3	89.4
平 均	197.2	125.0	117.5

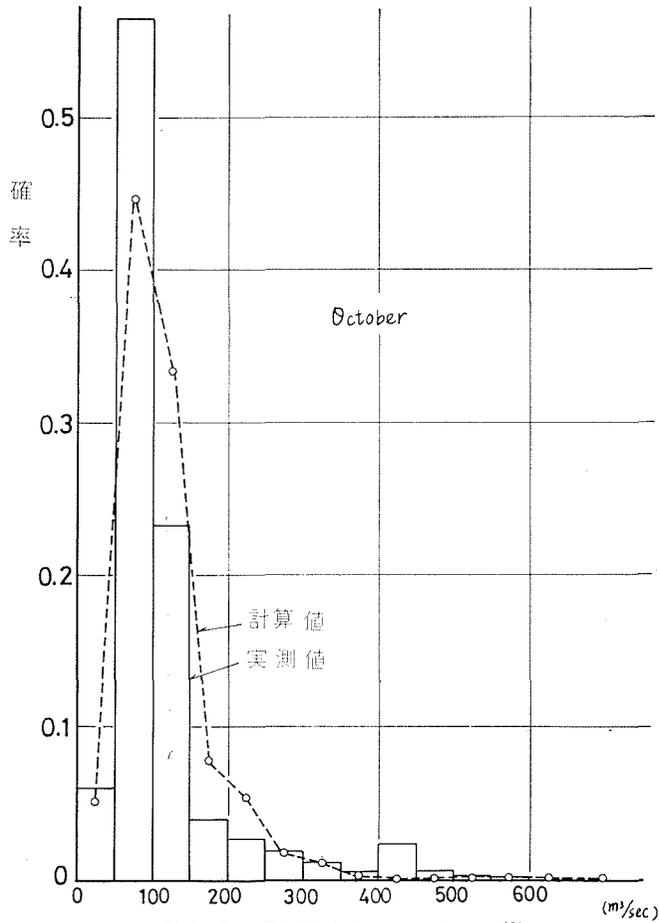


図6-7 伊納日流量ヒストグラム(3)

表6-4 計算値月平均流量 (m³/sec)

	Aug.	Sept.	Oct.		Aug.	Sept.	Oct.
27-1	69.1	136.0	118.1	31-1	174.9	41.1	104.4
2	104.0	125.2	101.9	2	149.5	43.9	69.2
3	83.2	162.0	85.3	3	143.8	74.9	105.5
28-1	301.9	128.4	97.7	32-1	172.5	256.6	117.0
2	325.0	163.0	158.7	2	245.0	150.3	165.4
3	301.2	82.5	191.6	3	140.8	189.0	151.2
29-1	358.6	95.5	64.6	33-1	178.3	113.2	133.7
2	593.3	104.2	79.9	2	268.0	150.6	95.7
3	266.8	150.4	65.0	3	210.6	109.6	112.5
30-1	266.7	196.0	223.3	34-1	91.1	161.7	76.4
2	431.4	202.2	189.2	2	92.2	156.7	91.4
3	312.6	171.3	184.9	3	113.8	161.3	110.8

	Aug.	Sept.	Oct.		Aug.	Sept.	Oct.
35-1	99.1	63.1	69.8	38-1	184.3	102.5	143.6
2	152.1	121.3	60.9	2	247.2	126.1	96.8
3	95.1	98.8	81.3	3	152.8	93.6	153.3
36-1	145.5	117.2	112.3	39-1	624.7	161.2	112.1
2	103.3	155.5	62.4	2	566.1	134.3	95.5
3	163.0	109.7	131.0	3	611.9	206.4	64.3
37-1	325.2	120.2	118.1	平均	247.6	132.5	113.3
2	539.4	107.4	104.2				
3	253.5	123.7	118.6				

考慮を払うべき点である。次に中愛別との相関について調べ 図 6-8, 9, 10 に示した。図中の回帰線は、13 個の実測値を使って最小 2 乗法により求めたが、計算値の回帰係数との差の検定を行なってみる。

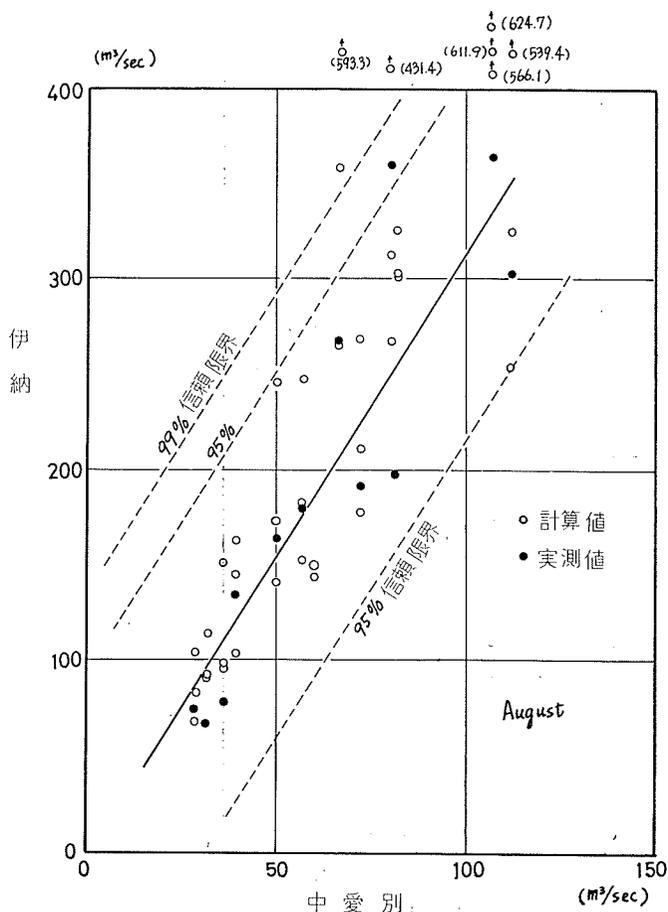


図 6-8 月流量の相関 (1)

2組の資料を $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots (x_{n_1}, y_{n_1})$ 及び $(x'_1, y'_1), (x'_2, y'_2) \dots (x'_{n_2}, y'_{n_2})$ とするとき、それぞれの回帰係数 b, b' の差の分散は y_i の分散 σ^2 が未知の場合には (6-4) によって推定する。

$$u^2 = \frac{\sum \left\{ (y_i - \bar{y}) - b(x_i - \bar{x}) \right\}^2 + \sum \left\{ (y'_i - \bar{y}') - b'(x'_i - \bar{x}') \right\}^2}{n_1 + n_2 - 4} \tag{6-4}$$

これはまた (6-5) の t が自由度 n の t -分布をすることになる。

$$t = \frac{b - b'}{u \left(\frac{1}{\sum (x_i - \bar{x})^2} + \frac{1}{\sum (x'_i - \bar{x}')^2} \right)^{\frac{1}{2}}} \tag{6-5}$$

$$n = n_1 + n_2 - 4$$

実測値 August. については $b = 3.150$

$$\sum \left\{ (y_i - \bar{y}) - b(x_i - \bar{x}) \right\}^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2 - b^2 \sum (x_i - \bar{x})^2$$

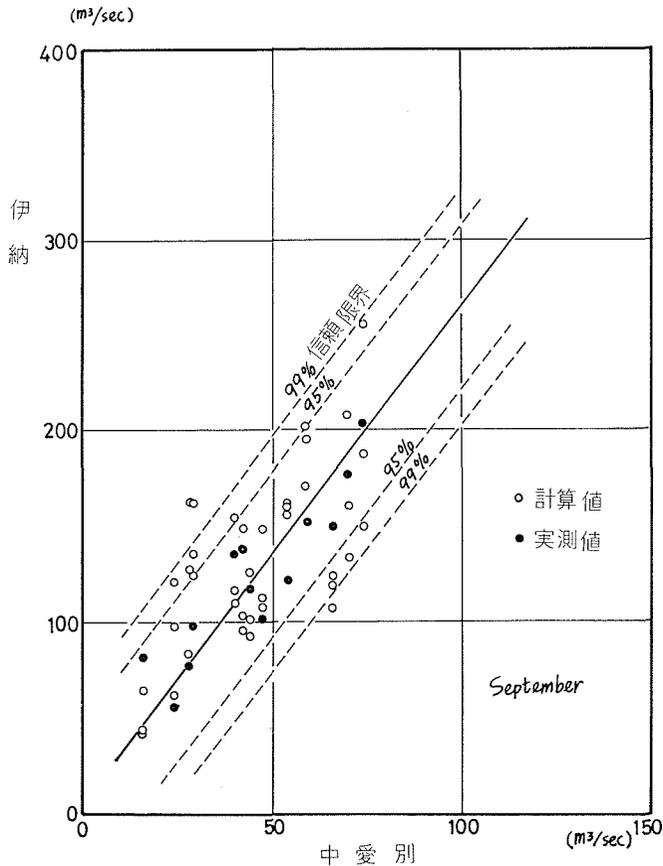


図 6-9 月流量の相関 (2)

$$\begin{aligned}
 &= \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2/n_1 - b^2 \left\{ \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2/n_1 \right\} \\
 &= 627940.7 - 2563.1^2/13 - (3.158)^2 \left\{ 60412.7 - (819.4)^2/13 \right\} = 3518.2
 \end{aligned}$$

計算値については $b' = 4.840$

$$\begin{aligned}
 \sum \left\{ (y'_i - \bar{y}') - b'(x'_i - \bar{x}') \right\}^2 &= 3342524.39 - (9657.5)^2/39 - \\
 (4.840)^2 \left\{ 181237.98 - (2458.2)^2/39 \right\} &= 334945.8
 \end{aligned}$$

$$u^2 = \frac{3518.2 + 334945.8}{39 + 13 - 4} = 7051.3$$

$$u = 83.97$$

$$t = \frac{3.150 - 4.840}{83.97 \left(\frac{1}{8765.29} + \frac{1}{26295.74} \right)} = \frac{-1.69}{1.02} = -1.65$$

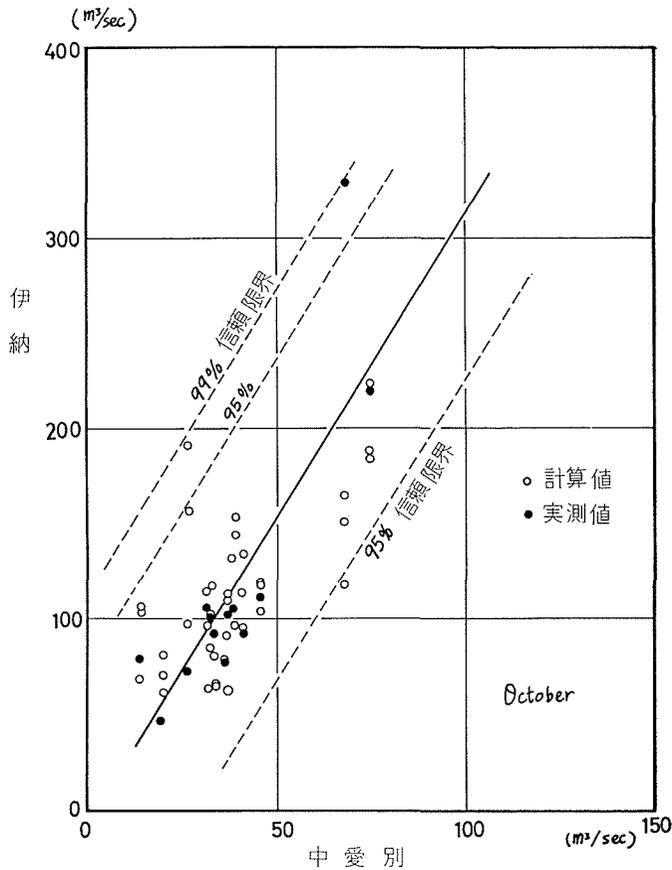


図6-10 月流量の相関 (3)

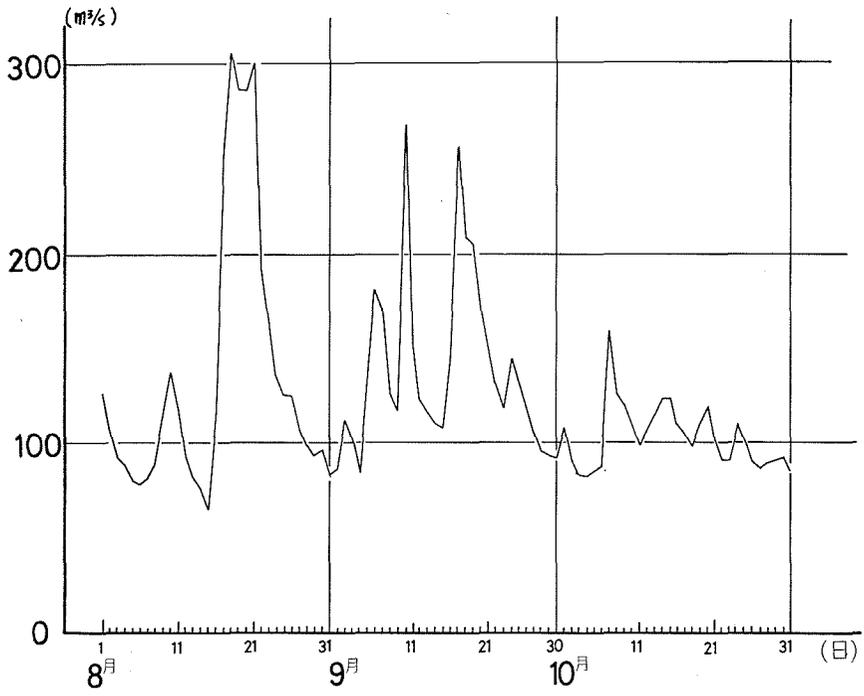


図 6-11

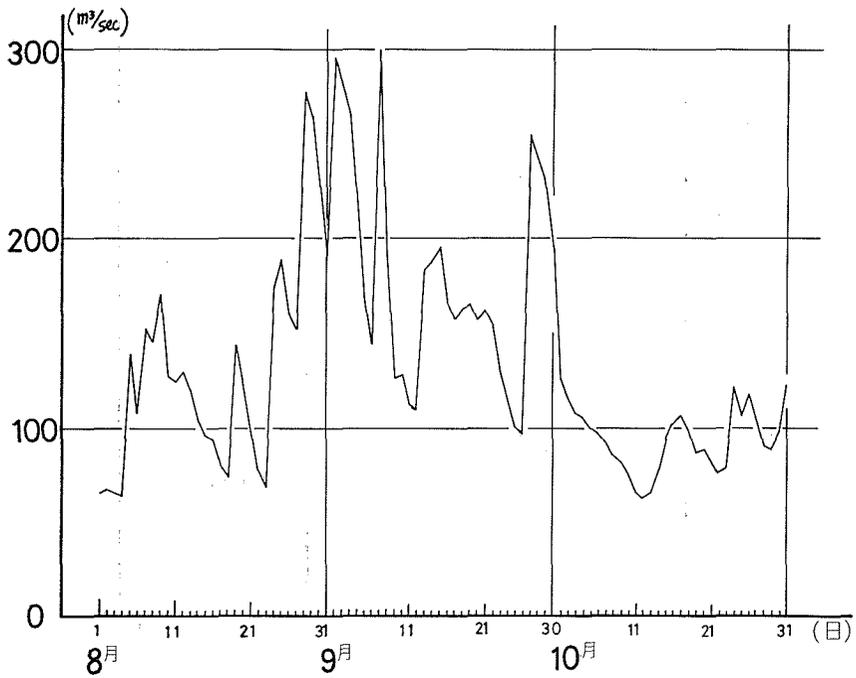


図 6-12

t -分布表の一部をぬき出すと

n	α	0.25	0.10
40		1.1673	1.6839
60		1.1616	1.6707

これによれば危険率 10% でやっと回帰係数に差がないといえる程度であり、計算値の回帰係数は図 6-8 に示すように過大な数年の計算値によって大きな値を与えていることが判る。しかし Aug. の日流量の分布は $750 \text{ m}^3/\text{s}$ 以下のクラスではよく合っており、それ以上のクラスで少し異っているから、何個かの過大な値によって月流量が大きく計算されたものと推察され

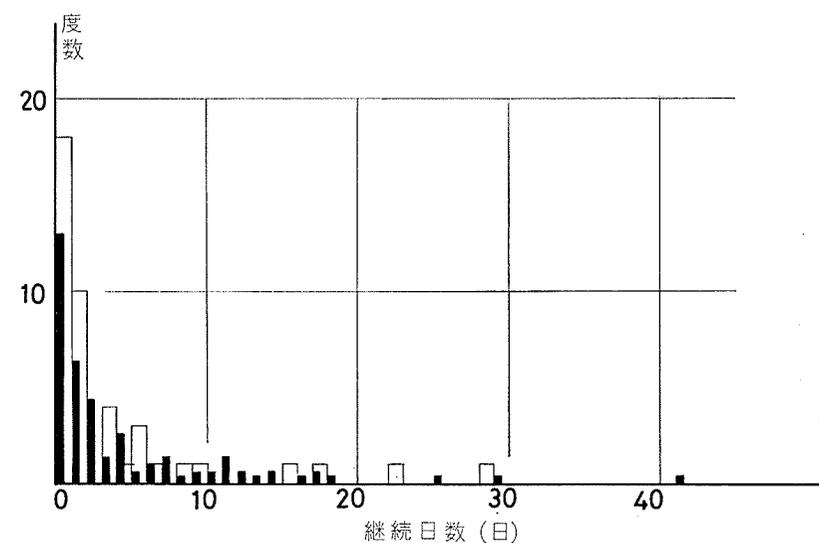


図 6-13 $70 \text{ m}^3/\text{s}$ 以下連続日数ヒストグラム

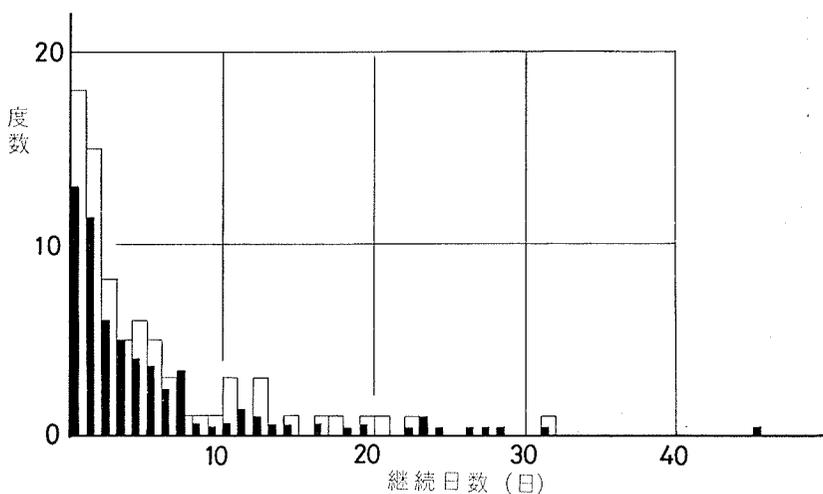


図 6-14 $90 \text{ m}^3/\text{s}$ 以下連続日数ヒストグラム

る。Sept., Oct. については回帰係数に差が認められず。実測値と同じ母集団からの標本と考えてよい。

図には実測値について 95%, 99% 信頼限界線を示してあるが、これによれば、Aug. についても低水の月については、実測値と同じ傾向を示していることがわかる。

6.5 時系列的特性の検討

6.3, 6.4 では単独の日流量としての特性が、いろいろ検討され、実測値と確率的にえられた計算値がほぼ同じ特性をもっていることを示した。図6-11, 12 に平均値の大体等しい例を実測値と計算値よりえらんでハイドログラムを示してある。計算値について増減水の継続日数

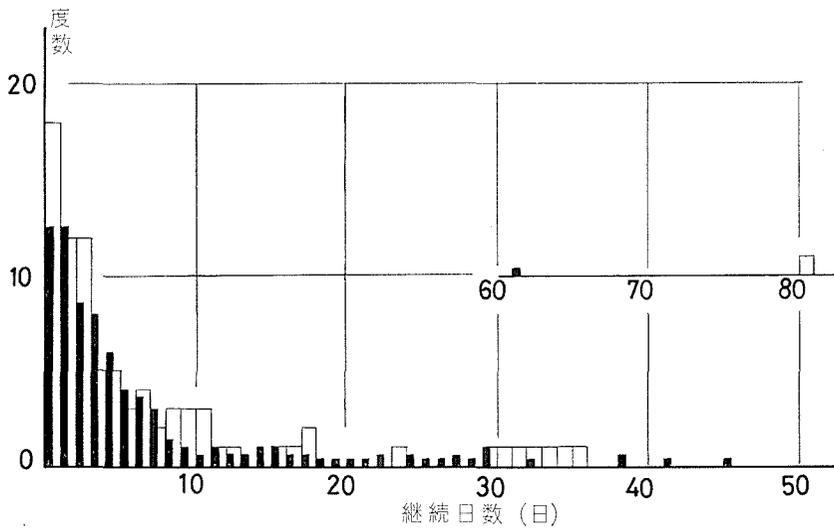


図6-15 110 m³/s 以下継続日数ヒストグラム

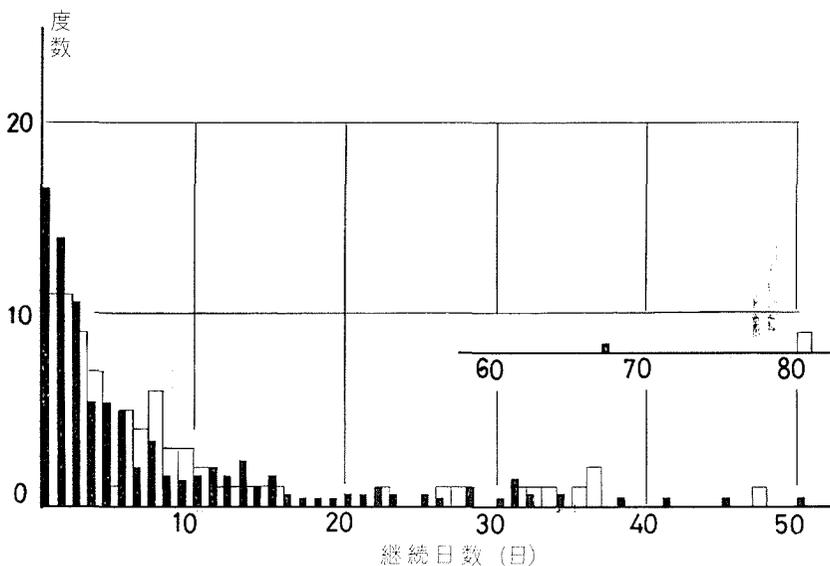


図6-16 130 m³/s 以下継続日数ヒストグラム

と度数を 6.2 で示したが、組立てたモデルの生起確率に従って、大体実測値に近い計算値がえられた。次に量的に時系列としての特性を調べてみる。計算日流量時系列について自己相関々数を計算してみたが 92 個の系列では、長い周期をとらえることができなかった。このような時系列理論に基づいた標本の検定方法はまだ実用の段階に至っておらず、今後の研究にまたれるところである。

本論文ではある流量以下の継続日数とその度数を調べ 図 6-13, 14, 15, 16 に示す。図によれば、このモデルによる計算値が、実測値が実測値と同じ母集団より発生した系列であることが推察される。

あ と が き

本論文では、河川日流量の予測をストカステックな立場から行なう方法として、持続性モデルによる日流量シュミレーションの手法について述べた。このモデルを用いれば、水計画のための有効な資料を得ることが、出来ることが明らかになった。このモデルによる計算のうち流量が実測値をかなり上廻るものが、数例みうけられたが、その原因として、増水日数が非現実的な値となった場合、及び増水量計算の場合の誤差などがあり、今後の検討が必要である。

また計算結果の検討の際に、時系列理論における検定理論が、実用の段階に至っておらず経験的に結果を判定することになった。この点は、このモデルの採否を決める重要な課題であるから早急に研究を進めていかねばならない。

以上のような点に今後の研究の方向が示されるが、物理的モデルとは異なる、統計的な立場によって河川日流量予測の精度をかなり向上させることが結論される。

参 考 文 献

- 1) 岸・平山・長谷部：河川日流量時系列の研究，土木工学会第 23 回年次学術講演会講演概要。
- 2) Kishi, T: Use of log-Transformation to the Analytical Precipitation of River Run-off, Proceedings, Int., Hydrology Symp. Colorado State University, Sept., 1967.
- 3) 岸 力：水文量の時系列としての特性とその解析法，土木学会北海道支部講習会テキスト，1968 年 3 月。
- 4) 淡中忠郎：統計学の理論と応用 (1967)，養賢堂。
- 5) R. A. Grace and P. S. Eagleson: The synthesis of shorttime-increment Rainfall sequence, May, 1966, M.I.T. Report No. 91.
- 6) 印東太郎：確率および統計 (1965)，コロナ社。
- 7) Fujiwhara, S. and Nakata, Y.: On the Persistence of Weather.