HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	含水素冷減速材内における中性子の減速冷却について
Author(s)	井上, 和彦
Citation	北海道大學工學部研究報告, 55, 49-62
Issue Date	1970-03-20
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40977
Type	departmental bulletin paper
File Information	55_49-62.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

含水素冷減速材内における中性子の減速冷却について

井上和彦*

(昭和44年8月28日受理)

Slowing Down of Neutrons to Very Low Temperatures in Hydrogen-containing Cold Moderators

Kazuhiko INOUE
Department of Atomic Engineering, Faculty of Engineering
Hokkaido University, Sapporo, Japan

(Received August 28, 1969)

Abstract

The slowing down of neutrons to extremely low energies has been studied with regards to the production of cold neutrons. The neutron spectrum from very cold light water ice has been measured with an electron linear-accelerator pulsed neutron source and time-of-flight technique. At extremely low temperatures the neutron temperature is much greater than the moderator temperature, whereas at an intermediate range of temperature the neutron temperature does not differ too greatly from the moderator temperature. In other words, there is a limited neutron temperature which does not fall, even when the moderator temperature falls. Further, the general appearance of the cold neutron spectrum at very low temperatures reveals a close similarity to the thermal neutron spectrum. These results reveal some information on the nature of mechanisms for abstracting small amounts of neutron energy from slow neutrons in hydrogen-containing cold moderators.

It is shown that the neutron can lose small amounts of energy due to low frequency lattice vibrations, i.e., acoustic mode. Also quantitative analysis indicates that the cold neutron temperature depends weakly on the absorption but that the gain in cold neutron flux is strongly affected by the absorption.

1. 序　　言

低エネルギー中性子の散乱は，結晶，磁性体，液体や固体の原子運動等の多くの研究分野において利用されている。この目的のためにはいわゆる冷中性子が必要であるが，冷中性子は色々な方法で発生させられる。通常は，原子炉からの熱中性子スペクトルの低エネルギー側の

* 原子工学科　放射線源工学講座

裾の部分から，結晶フィルター，結晶スペクトロメーター，飛行時間選別法等によって冷中性子を選別している。しかしこれらの方法では，本来の熱中性子スペクトル内の冷中性子の割合が増加するのではないから，冷中性子強度は増加しない。そこで，冷却した減速材を用いて冷中性子を増加させる試みが行なわれ，或る程度の成功を収めているが，必ずしも充分とは云えない。そして，冷中性子発生に関する研究が行なわれているが[1~11]，中性子冷却の機構の適確な分析と理解がまだ充分にはなされていないと言うのが実状である。

Butterworth を始め多くの研究者が，種々の冷減速材を用いて冷中性子の利得を測定しているが[1,2,5]，測られた利得は理想的理論値よりはるかに小さい。また，大部分の場合に冷中性子の温度も冷減速材温度に比べて甚だしく高い値が得られている。これらの実験の大部分は熱中性子を冷減速材に供給する常温付近の温度の減速材で冷減速材を囲んだ配置で実験を行なっており，解析が困難である。Whittemore[8] は孤立した冷減速材に速い中性子を打ち込んで，実験を行なっている。彼の実験では冷減速材が充分大きいので，無限媒質内に一様な減速中性子源が存在する場合をかなり良くシミュレートしていると見做す事ができる。この結果に対しては前記の他の結果との間に著しい食い違いが認められる。しかし，いずれにせよ，冷減速材内の中性子の減速冷却を調べるためには，まず場所依存のない場合について調べるべきである。勿論，場所依存の問題は具体的な冷中性子源のために重要な情報であり，今後当然検討しなければならない。

これらの冷中性子温度の測定結果の混乱に関連して，含水素冷固体減速材において，まず冷中性子が減速材温度の低下とともにどのように変化するのかを明らかにする事に着目した。そこで，最も代表的な含水素減速材である軽水について，LINAC を中性子源とし，飛行時間法を用いて，軽水温度の低下とともに中性子スペクトルが変化する様子を調べた。この結果に McReynolds と Whittemore[3] の液体ヘリウム温度における同様な測定の結果を併せて見ると，中性子温度は，減速材温度の低下とともに滑らかなカーブを画いて低下し，一般に考えていたよりはるかに低温になることがわかる。但し，減速材温度が超低温になると，中性子温度の低下の割合は減少し，減速材温度が零度に接近しても，中性子温度が数 10°K 以下には下がらないようなカーブになる。しかも，そのような超低温の場合にも中性子スペクトルの形は通常の熱中性子スペクトルの形と似ている。この点については，データの数が少ないが，メタンに関する実験結果[8] においても同様な傾向が見られる。

この種の現象を説明し，冷減速材による冷中性子の発生に関して，さらに多くの知見を得るためには，減速材の原子振動と低エネルギー中性子との間のエネルギーのやり取りの機構に立ち入った取り扱いをする必要がある。しかし，現状では軽水についてすら超低温における固体構造にはあいまいさが多く[12]，正確な振動模型を考えるのはそれ程容易ではない。しかし幸いな事に，中性子スペクトルの形成は積分的な現象であるから，微分散乱断面積に関してその詳細を完全に知らなくても，或る程度の知識があれば中性子スペクトルに関してかなりの情報

が得られる事を期待できる。そこで，この観点に立って考えを進める。

2. 章では，冷減速材内の冷中性子温度について検討し，さらに電子線型加速器を用いて軽水氷について冷中性子温度を測った結果を示し，超低温における含水素冷固体減速材内の冷中性子スペクトルの特徴について述べる。3. 章では，2. 章で述べた実験結果を説明するための簡単な振動模型について考察を行なう。4. 章では，この振動模型に基づいて，低温における非弾性散乱断面積の温度依存性について論じる。5. 章では，この非弾性散乱断面積によって生じる冷中性子スペクトルの特徴を考察し，さらにこの非弾性散乱断面積を用いて Boltzmann 方程式を解いて低温極限の冷中性子スペクトルを求め，これらの結果が 2. 章の実験結果を説明できる事を示す。さらに 6. 章ではこの散乱模型を用いて，含水素冷固体減速材のパラメータが冷中性子の温度と利得にどのように影響するかを論じる。

2. 冷減速材内の中性子温度

冷中性子の減速冷却に関して知見を深めるためには，冷減速材と冷中性子の相互作用に関する情報が必要である。しかし現状ではこれに対して充分な情報があるとは言えない。そこで，冷減速材の特徴的な性質がどういう機構の現われであるかを理解するために，まず実験事実の中に特徴的な性質を示唆しているものをさがし，それに基づいて検討を進めると言う方法が考えられる。これは必ずしも一義的な解決法ではないかもしれないが，少なくとも現象の理解を増すための役には立つはずである。勿論このような解決のやり方とは別に，必要な情報を得るための散乱の実験を行ない，それ等に基づいて分析を行なうと言う正攻法が当然存在するが，それには膨大な装置を必要とする。いずれにせよ後者の研究は必要であるが，さしあたって上に述べたような方針で検討を進める。

我々の考えの要点は，冷減速材として含水素冷固体減速材に一応材料を限定し，さらに低温の極限について考える事にある。そうして，冷中性子の利得と冷却の限界の二点に関しては，後者にまず着目して，前者はあとで考える事にする。このようにする事により，問題を理想状態で考える事ができ，実験の条件の設定もかなり簡単にする事ができる。

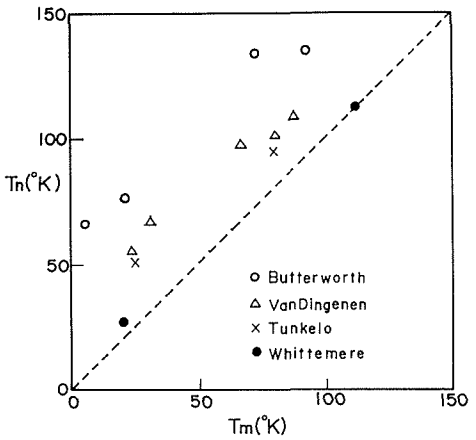

Fig. 1. Neutron temperature vs. moderator temperature in liquid and solid methane.

含水素減速材のなかで，種々の減速材温度における冷中性子に関する測定データが比較的多いのはメタンである[1,5,10]。メタンについては，気化点 111.8°K から液体ヘリウムの液化点 4°K にわたって，冷中性子温度および利得さらに中性子スペクトルが測られている。ところ

が，これらの測定データはばらついており，中性子温度だけをとっても各データ間には大きな差異が存在する。Fig. 1はこれ等の中性子温度の測定値を減速材温度の函数としてまとめてプロットしたものである。このうちで，Butterworth[1]，Van Dingenen[5] および Tunkelo[10] のものは熱中性子源に取り囲まれた冷減速材内の冷中性子に対するものである。最後の Whittemore[8] のものは，LINAC を中性子源とし，孤立した配置のメタンパイル内のスペクトルを測定した彼のカーブからピークの位置を読んでプロットしたものである。

メタンの液化点が 111.8°K であり，固化点が 89°K であるから，中性子がこの温度領域のメタンと熱平衡に達するなら，中性子温度 T_n は減速材温度 T_m に対して，$T_n = T_m$ の直線の上かその近くになければならない。この事は，メタンがこの温度領域では液体であり，これに対応するエネルギーの中性子に対する吸収が熱エネルギー領域に比べてまだわずかしか大きくなっていない事から，充分予測し得る事柄である。ところが Whittemore の測定値以外は，全て T_n が T_m よりはるかに大きな値を示している。この理由はこれ等の測定においてパイルと熱中性子源の配置にその原因があると予想される。これらの実験では，比較的小さな冷減速材を囲んで常温あるいはそれ以上の温度の減速材が存在するために，減速冷却の途中の中性子が冷減速材から外部へ逃げる機会が多く，また冷減速材内中性子スペクトルあるいは冷減速材によって散乱された中性子のスペクトル内に周囲の熱中性子源内からの暖かい中性子の成分がかなり混入していると考えられる。Whittemore の実験の配置では，メタンパイルが比較的大きく，熱中性子源の影響もあまりない。したがって，これらの実験データの分析から，次の事を予測できる。即ち，充分大きな液体メタン内あるいは一般的に液体状態の含水素減速材内では中性子は充分減速してかなり良く熱平衡に達し，T_n は殆んど T_m に近い値となる。しかし，低温のデータから示唆されるように，固化点を過ぎてメタン温度がはるかに低くなるとこの状況は破れるであろう。事実，Whittemore のデータでは低温側のものは T_n が T_m より相対的にはるかに大きい。

そこでこの仮定を確かめるために，似た現象を示すと予測される軽水について，冷中性子温度の測定を行なった。実験は約 20 ℓ の軽水パイルに，LINAC* を中性子源として速中性子をパルス状に打ち込み，冷中性子スペクトルを飛行時間法により測定し，そのピーク位置のエネルギーを求めた。軽水パイルは3重構造であり，一番中心には軽水がはいり，その周囲に冷却用の液体窒素タンクが接し，さらにその周囲に断熱用真空部がある。したがって，得られる最低温度は液体窒素温度である。それより高い温度に対しては，液体窒素を除き適宜真空を切って内部温度を上昇させ，再び真空断熱を行ない，その場合に達する熱平衡温度において測定を行なった。なお，初期の実験では中性子を引き出す孔が不銹鋼製であったが，これは中性子吸収が大きく，中性子スペクトルに大きな影響を与えるので，後にアルミニウム製に替えた。Fig. 2はその測定結果を示す。なお 4°K および 20°K の結果は McReynolds と Whittemore[3]

* 京都大学原子炉実験所，25 MeV 電子線型加速器 (LINAC)。

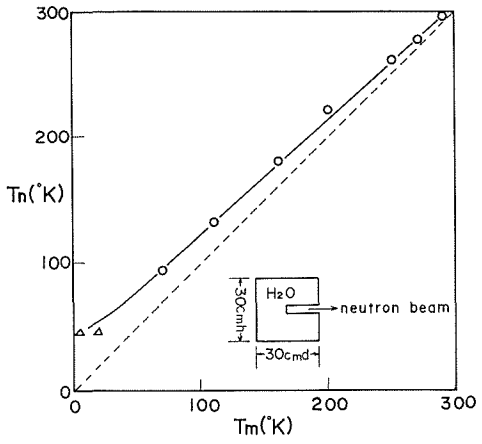

Fig. 2. Neutron temperature vs. moderator temperature in light water ice.

が，軽水氷について測定したスペクトルのカーブからピーク値を求めたものである。Fig. 2 の結果を見ると，含水素冷固体減速材内の冷中性子温度の振舞いに関する上記の仮定が軽水の場合に成り立っている事が明らかである。

さらに注意すべき結果として，超低温のメタンあるいは軽水内の冷中性子スペクトルの形が熱中性子スペクトルの形に良く似ていると言う事実がある。この事は，上述の中性子温度の実験結果から見て，超低温の冷中性子スペクトルが明らかに減速材と全く熱平衡にはないはずであると言う予測に反しているように思われ，一見奇異な結果である。さらに仔細に検討すると，中性子スペクトルのピーク付近から低エネルギー側へかけての形が常温の場合の典型的な Maxwell 分布のピーク付近の形から超低温の場合におけるややとがった形へと微妙な変化を示すが，この特徴がメタンと軽水の双方において明らかに認められる[3,8]。

冷減速材温度の変化に対する冷中性子温度の特徴的な変化や，冷中性子スペクトルが，なぜ上記のような形の変化を示すかを説明するためには，減速と吸収がどのように競合しあうかをどうしても考える事が必要となる。散乱断面積を厳密に計算する事はかなり面倒であり，また超低温における固体構造も充分にはわかっていないような場合には，厳密に扱うよりも，前にも述べたようにある性質がどの様な機構の現われであるかを理解する事から手をつけた方がよい。このためには，理解しようとする特性を逃がさない様に問題を簡略化して扱う事が大切である。この方針は，含水素冷固体減速材について個々に深く立ち入らずに，一般的特徴を把握すると言う立場から，一つの妥当な考え方でもある。

3. 簡単化した振動模型

固体構造が正確に知られていても，中性子散乱断面積を計算するために必要な振動数分布函数を求めるのはそれ程簡単な事ではない。しかし，一旦振動数分布が与えられれば，中性子散乱断面積を計算するのは，適当な近似を含める場合があるにしても，全く形式的に行なう事ができる。したがって，含水素冷固体減速材の固体構造を厳密に考える事から出発するよりも，むしろ冷中性子スペクトルに関して観測されている特徴の原因となる振動数分布の特徴の把握と理解から始める方がよい。

液体水素を除いて，一般の含水素減速材では中性子散乱の大部分が非干渉性散乱である。そこで，非干渉性散乱のみであると近似して考えを進める。液体時の含水素減速材では，中性

子の減速熱化に対して寄与するのは分子振動，分子回転および分子が一体として動く併進の自由度である。軽水において，特に熱化に寄与して基本モードの Maxwell 分布を励起する主役は併進の自由度である。ところが，軽水が冷却して固化するとこれらの振動モードは変化をする。このうちで，分子内振動と分子回転の自由度はあまり変化をせずに残り，光学的分枝を形成する。他方，併進の自由度は低振動数格子振動を形成し，音響学的分枝を生じる[13]。ところが，非常な低温の軽水氷の固体構造については不明な点が多く，非晶になると言われている[12]。したがって，この点からしても，厳密な固体構造に基づいて中性子散乱を論ずるのは極めて困難である。しかし 1. 章において述べたように，調べている中性子スペクトルの特性が積分的な過程に基づくものであるから，振動数分布のおよその特徴を知れば中性子スペクトルの特性を或る程度まで説明できるはずである。

ジルコニウムハイドライドは，熱中性子用減速材としては，よく知られているように一つの特殊な例である。ところが，冷減速材においても水素の束縛が強い場合には，事情はジルコニウムハイドライドにおける減速と似ていると考えられる。この場合にはかなり高い単一の振動数 ω_E の Einstein 結晶と見做すことができて，ω_E の間隔の離散レベルが存在することになる。中性子は殆んどのエネルギーを奪われて熱中性子エネルギー領域に落ち，非常に低エネルギーになる機会がある。しかし，ω_E が高い振動数の場合，たとえば約 0.1 eV よりも大きい場合には，このエネルギー付近の中性子束がもともとあまり高くないために，非常に低いエネルギーに減速する中性子の割合が小さくなってしまう。したがって，ω_E が高い事は冷中性子への減速にとって適した事ではない。もし ω_E がもっと小さいものであれば事情が変り，低いエネルギーの振動レベルが存在すると，低エネルギー中性子のエネルギーがさらに奪われやすくなる。

この点について一般に次のように考えられている[9]。即ち，エネルギーを中性子から奪う機構として分子内振動，分子回転および格子の振動がある。ところが，低エネルギーの格子振動を励起する断面積は小さ過ぎるし，また分子内振動のエネルギーは冷中性子エネルギーよりもはるかに高い。したがって，0.005 eV 以下への中性子の減速にとっては，分子回転が最も重要なものとなると言われている。ところが実際にはこの結論はある場合には正しいかもしれないが，そうでない場合もあると考えられる。その理由として，前章で示したような超低温における冷中性子スペクトルのピークが数 meV のエネルギー付近に現われる事から考えて，かなり小さなエネルギーを奪う機構が効果的に働いていなければならないと言う事がある。

そこで，この論文では低振動数格子振動のモード，即ち音響学的分枝に特に注目して考え，高い振動数のモードを一つのレベルで近似的に代表させて考えを進めて見よう。さらに，この音響学的分枝を簡単のために Debye 分布であると仮定する。このようにすると，含水素冷固体減速材の振動数分布 $\rho(\omega)$ の定性的な形は Fig. 3 に示すようなものとなり，計算を進めたり，物理的な考察を行なったりする事が極めて容易になる。ただし問題は，このように簡単化して

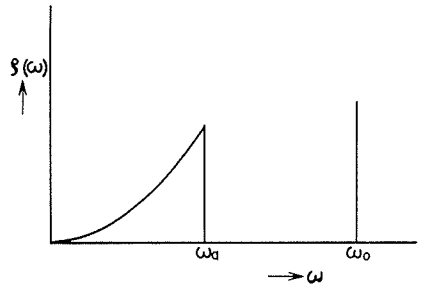

Fig. 3. Schematic drawing of simplified phonon frequency distribution of cold hydrogen-containing moderators.

冷中性子スペクトルの特徴を理解するための要点を損う恐れがないかと言う事に注意しなければならないが，これはこの簡単化した振動数分布が前述の実験結果を説明し得るかどうかによって或る程度確かめられる。

4. 非弾性散乱の温度依存性

低エネルギー中性子からさらに小さい量のエネルギーを奪う場合について考える。低振動数格子振動の非弾性散乱断面積の大きさは振動や回転の非弾性散乱断面積の大きさに比べてかなり小さいが，小さい量のエネルギーを低エネルギー中性子から奪う機構として格子振動を考える必要がある。非常な低温あるいは低温の極限においては，中性子のエネルギーがかなり小さい場合には，ホノンを1個励起する過程が主要な過程である。

ホノンが1個消滅する断面積は励起しているホノンの数

$$N(|\varepsilon|)=\frac{1}{e^{|\varepsilon|/T}-1}\rho(|\varepsilon|) \qquad (1)$$

に比例し，ホノンが1個生成する断面積は次の量に比例する。

$$N^*(\varepsilon)=\frac{e^{\varepsilon/T}}{e^{\varepsilon/T}-1}\rho(\varepsilon)$$

$$=\rho(\varepsilon)+\frac{1}{e^{\varepsilon/T}-1}\rho(\varepsilon) \qquad (2)$$

ここで，ε は中性子エネルギー変化量である。温度 T が小さくなると，(1) 式右辺と (2) 式の右辺第2項は T に比例して小さくなることが容易にわかる。したがって，低温の極限では (2) 式の右辺第1項が主となる。この様子を Fig. 4 に示す。さらにホノンの振動数分布を Debye 分布であると仮定すると，低温の1ホノン生成断面積の大きさは上の結果から E^3 に比例する事がわかる。即ち，非常な低温では，中性子のエネルギーが小さくなると，それとともに急速に全非弾性散乱断面積が減少する。非常な低温で，中性子エネルギーが Debye 温度 ω_d よりはるかに低い場合には ($T\ll E\ll\omega_d$)，1ホノン生成断面積 σ_{10} に対して

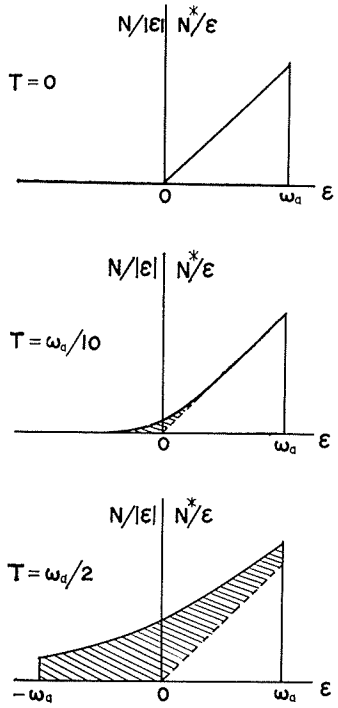

Fig. 4. Variations of functions, $N/|\varepsilon|$ and N^*/ε, for various temperatures.

$$\sigma_{10}\propto\left(\frac{m_n}{M}\right)\left(\frac{E}{\omega_d}\right)^3 \qquad (3)$$

のように書かれる[14]。ここで，M は散乱原子または分子の実効質量を，m_n は中性子質量を表わす。

5. 低温極限における冷中性子スペクトル

前章の議論から，以下に述べるように低温極限に近づくと中性子がエネルギーを得る散乱が充分起り始める前に平衡分布が形成される場合がある事がわかる。即ち，低温極限では熱平衡の中性子スペクトルは現われない。しかしこの場合にも，2. 章で述べたように，実験結果では冷中性子スペクトルの形は熱中性子スペクトルの形と似ている。低温極限に近い冷中性子スペクトルは熱平衡スペクトルではないから，これに対して中性子温度を考えるのは問題である。しかし，ここでは便宜的に中性子スペクトルのピークの位置のエネルギーに対応する温度を中性子温度とよぶ事にする。

含水素減速材が液体の場合には，その併進自由度による比較的大きな非弾性散乱断面積と比較的小さな吸収によって，中性子スペクトルは充分熱平衡スペクトルに近くなる。これは軽水の場合には良く知られた結果であり，液体メタンの場合も同様になるはずである。また，固化点を通過して温度が下がり，減速材が固化しても，固化点付近ならば事情はあまり変らない。この事は前述の軽水氷に関する測定において確かめられた。固化点よりも減速材温度がかなり低くなると，前章で述べたように励起するホノンの数が少なくなり，非弾性散乱断面積も急速に小さくなる。その結果，減速と吸収の競合の結果としての平衡スペクトルが現われるようになる。この事を減速材温度と上記の意味での中性子温度の関係で考えると，2. 章で示した減速材温度と冷中性子温度の関係を示す実験結果を理解する事ができる。

中速中性子エネルギー領域において，中性子スペクトルが，強い $1/v$ 吸収の場合に特徴的な形を示し，Mexwell 分布に或る程度近い形をしていた[15]。低温極限の冷中性子スペクトルもやはり Maxwell 分布によく似た形を示すが，この理由を定性的に考えて見よう。まず，低エネルギー側の中性子スペクトルに関しては，非弾性散乱断面積は終状態密度にのみ依存するようになるから，$E^{1/2}$ に比例する形を持つはずであり，入射中性子エネルギーにはあまり依存しないであろう。したがって，吸収が $1/v$ 法則であるなら，低エネルギー側のスペクトルの形は E に比例する事になる。エネルギーの高い領域では中性子は各振動モードを充分励起する事ができるから，当然 $1/E$ 分布に近い形になる。したがって，中間のエネルギー領域にピークが現われなければならない。そして，非弾性散乱断面積に激しい急速な変化が少なければ，冷中性子スペクトルはおだやかななめらかな形を示すはずである。

そこで，以上の定性的な考察の結果を確かめるために，低温極限における冷中性子スペクトルを，前述の簡単化した振動模型を用いて計算してみよう。ただし減速材温度 T_m を零にした低温極限と言うのは，技術的にあるいは原理的に実現困難であり，また，考えている模型がこのような低温極限で成り立つかどうかに疑義がある。しかし，前章の議論から推察されるよ

うに，Debye 温度に比して相対的に非常な低温の減速材内の中性子減速の様子は $T_m=0$ として計算した結果でかなり良く近似し得る。もし熱平衡スペクトルが生じるなら，このような近似は全く不適当であるが，実験結果からもわかるように熱平衡からは程遠い中性子スペクトルが現われるのであるから，この点からも励起ホノンの数に比例する非弾性散乱面積を無視する上述の近似が妥当であると考えられる。

始めの中性子のエネルギーが E' で，θ の散乱角で散乱されてエネルギーが E に変る水素原子核当りの微分散乱断面積は次式で与えられる。

$$\sigma(E'\to E,\theta)=\frac{\sigma_b}{8\pi^2}\left(\frac{E}{E'}\right)^{1/2}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\varepsilon t}\,\chi(\vec{\kappa},t)\,dt \tag{4}$$

ここで，σ_b は水素原子核の束縛散乱断面積であり，ε と $\vec{\kappa}$ はそれぞれ次式のようなエネルギーおよび運動量の変化量である。

$$\varepsilon=E'-E \tag{5}$$

$$\vec{\kappa}=\vec{k}'-\vec{k} \tag{6}$$

さらに，χ 函数を音響学的分枝の χ_a と光学的分枝の χ_o の積であると仮定する。即ち，

$$\chi(\vec{\kappa},t)=\chi_a(\vec{\kappa},t)\,\chi_o(\vec{\kappa},t) \tag{7}$$

とおく。このようにすると，Fig. 3 の振動モードに対して，χ_a および χ_o は $T_m=0$ の極限において簡単に次のように書かれる。

$$\chi_a(\vec{\kappa},t)=\exp\left[\frac{3\kappa^2}{2m_a\omega_a^3}\int_0^{\omega_a}(e^{i\omega t}-1)\,\omega d\omega\right] \tag{8}$$

$$\chi_o(\vec{\kappa},t)=\exp\left[-\frac{\kappa^2}{2m_o\omega_o}(1-e^{i\omega_o t})\right] \tag{9}$$

ここで，m_a と ω_a は音響学的分枝の実効質量比と Debye 振動数であり，m_o と ω_o は光学的分枝の実効質量比と Einstein 振動数である。なお，この章の式においては，プランク定数とボルツマン定数および中性子質量をそれぞれ 1 とした単位系を用いている。

実際の計算に必要なものは (4) 式を θ について積分した非弾性散乱断面積 $\sigma(E'\to E)$ である。(8) と (9) 式を (4) 式に代入して，音響学的分枝のホノンの数 l と光学的分枝のホノンの数 m で展開して，散乱角について積分すると，次式が得られる。

$$\sigma(E'\to E)=\sigma_b\frac{A}{4E}\sum_{l,m}\frac{1}{l!\,m!}\left(\frac{3A}{m_a\omega_a}\right)^l\left(\frac{A}{m_o\omega_o}\right)^m T_{l+m}(E',E)\,Q_{l,m}(\varepsilon) \tag{10}$$

ここで

$$\frac{1}{A}=\frac{3}{2m_a\omega_a}+\frac{1}{m_o\omega_o} \tag{11}$$

$$T_{l+m}(E',E)=\int_{(\sqrt{E'}-\sqrt{E})^2/A}^{(\sqrt{E'}+\sqrt{E})^2/A}t^{l+m}e^{-t}\,dt \tag{12}$$

$$Q_{l,m}(\varepsilon)=\frac{1}{\omega_a^{2l}}\int_0^{\omega_a}\cdots\cdots\int_0^{\omega_a}\delta\left(\varepsilon-m\omega_o-\sum_{i=1}^{l}\omega_i\right)\prod_{j=0}^{l}\omega_j\,d\omega_j \qquad (13)$$

である。

(10) 式より終状態のエネルギーについて積分した全非弾性散乱断面積 $\sigma_{in}(E)$ を計算した結果を Fig. 5 に示す。この場合に用いたパラメータは次の通りである。

$$\omega_a=0.016\ \text{eV}$$
$$\omega_o=0.075\ \text{eV}$$
$$m_a=18$$
$$m_o=2$$
$$\sigma_b=81\ \text{バーン}$$

これらの数値は軽水氷の値として一応妥当なものであるから，Fig. 5 は軽水氷の全非弾性散乱断面積の特徴の大略を表わしている。エネルギーが ω_o より下の領域の断面積は音響学的分枝の寄与であるが，確かにその大きさが小さく，さらに E の減少とともに急速に減少する。問題は，この部分が冷中性子スペクトルの形成にどのように寄与するのかと言う事であるが，それを調べる一つの方法として，音響学的分枝の寄与が有る場合と無い極端な場合とを比べれば目安がつく。

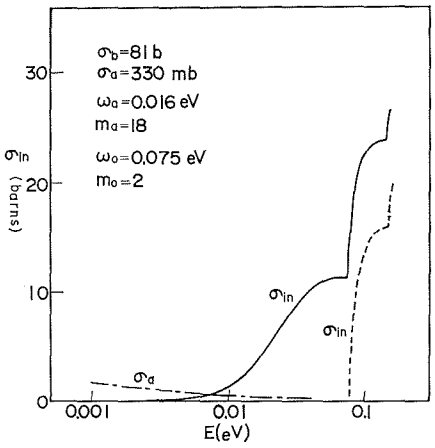

Fig. 5. Inelastic scattering cross section of protons bound in very cold light water ice.

低温極限における冷中性子スペクトル $\phi(E)$ は次式によって与えられる。

$$\left[\Sigma_a(E)+\Sigma_s(E)\right]\phi(E)=\int_E^{\infty}\Sigma(E'\to E)\,\phi(E')\,dE' \qquad (14)$$

ここで

$$\Sigma_s(E)=\int_0^{E}\Sigma(E\to E')\,dE' \qquad (15)$$

であり，Σ_a は巨視吸収断面積を，$\Sigma(E'\to E)$ は巨視非弾性散乱断面積を表わす。Fig. 6 は上記のパラメータを用いて軽水氷について計算した低温極限における中性子スペクトルであり，実線は音響学的分枝が有る場合で，点線はそれが無い場合

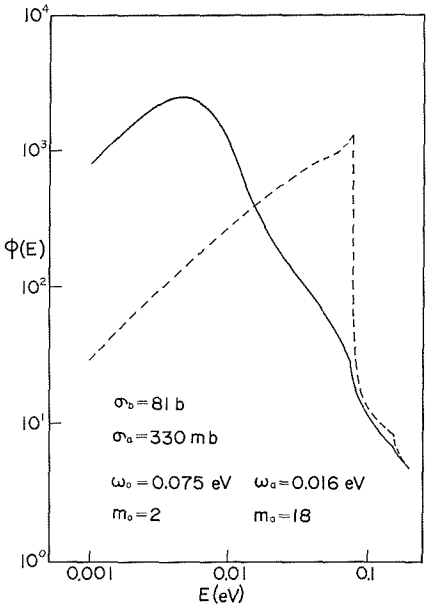

Fig. 6. Neutron spectra in very cold light water ice. Dotted curve represents the spectrum not including the contribution to slowing down from acoustic branch.

である。なお，音響ホノンは3個まで，光学ホノンは6個まで含め，光学ホノンが励起した場合の音響ホノンのエネルギー遷移を零と近似して計算した。

Fig. 6のカーブはいくつかの重要な事柄を示している。第1に，冷中性子スペクトルの形成に対して低い振動数の音響学的分枝が重要な役割りをはたしている事である。これは，音響学的分枝からの全非弾性散乱断面積への寄与が小さいにもかかわらず。それを除くと，中性子スペクトルが全く異なったものとなり，実験結果を全く説明できなくなる事から明らかである。第2に，中性子スペクトルの形が通常の熱中性子スペクトルの形に良く似ている事であり，この章の始めのスペクトルの形に関する議論の結果とも良く合っている。第3に，中性子スペクトルのピークの位置すなわちここで言う中性子温度が，用いた模型が極めて近似的なものであるのに，Fig. 2の実験結果の T_n の極限温度を良く説明できる。

6. 減速材パラメータの影響

前章までの検討によって，含水素冷固体減速材内の冷中性子スペクトルの特徴の原因となる機構の一応の理解を得る事ができたが，冷中性子スペクトルが冷減速材の特性の変化によってどのような影響を受けるかを調べる事は，さらに望ましい事である。実際には，軽水の吸収断面積を変化させる事はできないし，また含水素減速材についてもそれ程多くの選択の余地はないけれども，吸収の大きさや，振動模型のパラメータなどが，冷中性子温度にどのように影響するかを知る事によって，さらに利得の振舞いについて知る事が可能になる。

振動模型の簡単さにもかかわらず，(10)式の非弾性散乱断面積の複雑さのために，(10)式を用いて中性子温度に対する解析的表式を求める事は困難である。中速中性子エネルギー領域では，中性子スペクトルのピークの位置について，減速模型の単純さのために，解析的な表式が容易に得られた[15]。この場合には，吸収断面積と減速能が等しくなるエネルギーの付近に中性子スペクトルのピークが現われた。冷中性子の場合には非弾性散乱断面積が急速に小さくなり，吸収が除々に増加する過程において，中性子スペクトルのピークが現われるわけであるから，事情が中速中性子の場合と若干異なる。しかし，ここでは非弾性散乱断面積と吸収の大きさがある割合に達するエネルギーの所に中性子スペクトルのピークが現われると仮定しよう。これは定性的にもっともらしい仮定であるが，証明が得られているわけではない。この点の検討については後で述べる。

この仮定を用いれば，冷中性子スペクトルのピークの位置すなわち冷中性子温度と吸収の強さあるいは他のパラメータとの関係は直ちに求められる。低温極限における低エネルギー中性子の非弾性散乱断面積の大きさの近似表式は，Debye 分布に対しては，(3)式の形になる[14]。そこでこれと吸収断面積がある割合に達するエネルギーが冷中性子温度 T_n に対応するわけであるから，吸収が $1/v$ 法則に従うとすれば T_n の表式は(3)式を用いて直ちに求まり，次のようになる。

$$T_n = \beta\left(\frac{\Sigma_{ao}}{\Sigma_b}\right)^{2/7}\left(\frac{M}{m_n}\right)^{2/7}\omega_a^{6/7} \tag{16}$$

ここで，β は比例定数であり，Σ_{ao} は吸収断面積の大きさを表わす。ω_a が零の場合には自由ガス模型になるから，その場合には中速エネルギー領域の場合と同様になり[15]，T_n は厳密に求まって

$$T_n = (\alpha/\xi\,\Sigma_s)^2 \tag{17}$$

となる。ここで α は 1 eV の吸収断面積の値を，$\xi\Sigma_s$ は減速能を表わす。

(16) 式から，冷中性子温度は吸収の変化によってはそれ程強く影響を受けない事がわかる。ところが束縛の強さに関連する Debye 温度には，ほぼ比例して変化する。したがって，できるだけ冷い中性子を得るためには束縛の弱い減速材の方が適している事がわかる。これは物理的な考察からも当然の結果である。ところが，一見吸収の強さには中性子の冷却があまり強く影響されないように見える。これはいささか奇妙な結果に見えるが，これは冷中性子温度に対してそうなのであって，冷中性子束の利得を問題にするためには，特定の波長に対してその影響を調べねばならない事に注意する必要がある。

2. 章で述べたように，低温極限における冷中性子スペクトルの形は熱中性子スペクトルのものに極めて良く似ている。そこで，冷中性子スペクトルの形を Maxwell 分布で近似する事にすれば，利得と減速材パラメータの関係を容易に導びく事ができる。今の場合には冷中性子は吸収によって失なわれるから，全中性子吸収率が一定であるとすれば，中性子スペクトルの比例係数を定める事ができて，冷中性子スペクトルの近似的な表式は，減速材パラメータに依存する係数を含めて

$$\phi(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\,\frac{1}{\Sigma_{ao}}\left(\frac{T_n}{E}\right)^{1/2}\frac{E}{T_n^2}\,\mathrm{e}^{-E/T_n} \tag{18}$$

のようになる。ここでは中性子の減速密度を単位の強さとした。

(18) 式の冷中性子温度 T_n に (16) 式を代入すれば，各波長あるいはエネルギーにおける冷中性子の利得が減速材パラメータに依存する様子を知る事ができる。即ち，エネルギー E における冷中性子の利得 $g(E)$ は次の量に比例する事がわかる。

$$g(E) \propto \left(\frac{1}{\Sigma_{ao}}\right)^{10/7}\left(\frac{1}{\omega_a}\right)^{9/7}\exp\left[-E/\beta\left(\frac{\Sigma_{ao}}{\Sigma_b}\right)^{2/7}\left(\frac{M}{m_n}\right)^{2/7}\omega_a^{6/7}\right] \tag{19}$$

もし，エネルギー E が非常に小さくて，$E \ll T_n$ であるならば利得 $g(E)$ はもっと簡単に次の量に比例する。

$$g(E) \propto \left(\frac{1}{\Sigma_{ao}}\right)^{10/7}\left(\frac{1}{\omega_a}\right)^{9/7} \tag{20}$$

最後に，この章で導いたいくつかの表式の妥当性は (16) 式を求めた仮定にかかっている。その仮定は物理的考察からは一応もっともらしいが，ここではさらに，(10) 式の非弾性散乱断

面積と(14)式を用いて，冷中性子スペクトルを数値解法で求めた結果から冷中性子温度を求めて，それと各パラメータの関係をプロットする事によってチェックした。その1例をFig. 7に示す。Fig. 7では，Debye温度の値を種々変化させて，水素原子核当りの吸収の強さに対する冷中性子温度の変化の様子が示されている。これ等のカーブはほぼ2/7乗に比例している。また，ω_a に対してはほぼ6/7乗であることも，この図から推察できる。

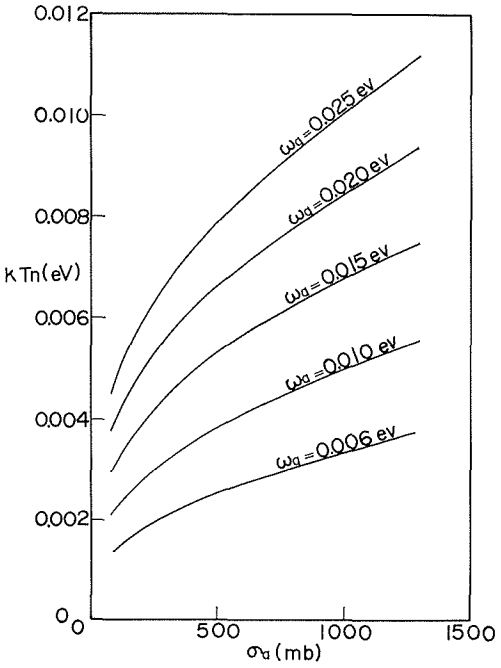

Fig. 7. Neutron temperature vs. neutron absorption for various values of Debye temperatures.

7. 結　　言

低温の軽水氷内においては，かなり低温まで冷中性子温度は減速材温度に近く，これまで考えられていたのとやや異なる振舞いを示す。ところが，超低温では冷中性子温度は相対的に減速材温度よりかなり高く，中性子は冷えにくくなる。全く同様な傾向がメタンでも明らかに認められ，他の含水素減速材でも同じようになる事が予測される。そして，超低温では熱平衡中性子スペクトルが現われずに，吸収と減速の競合の結果としての中性子スペクトルが現われる。ところが，この超低温の冷中性子スペクトルの形はMaxwell分布あるいは熱中性子のものに良く似ている。しかし，これは全く熱平衡スペクトルではなく，別の理由によってたまたまそのようになっているに過ぎない。これらの現象が生じる機構を明らかにするために採用した簡単な振動模型が実験結果を良く説明する事ができた。即ち，この振動模型は低振動数の格子振動とやや高い振動数の回転準位のいずれが，低温の冷中性子スペクトルのピーク付近およびそれより低いエネルギー領域の部分の形成に重要であるかをチェックするために採用したものであるが，前者が重要である事が明らかになった。ただし，冷減速材と中性子の衝突回数が極めて限られている場合には事情は異なるであろう。

さらに，この簡単な減速冷却模型を用いて，非干渉性散乱および音響学的分枝による散乱が主であるような含水素冷固体減速材内の冷中性子温度および利得が減速材パラメータに影響される様子を調べた。冷中性子温度は，吸収にあまり強く依存しないが，Debye温度にほぼ比例する。他方，冷中性子の利得は，非常に低いエネルギーの中性子では，吸収にもDebye温度にもそれぞれ一次の逆冪よりも若干強く依存する。即ち，吸収は中性子温度に強くは影響しないが，超低エネルギーの中性子の利得にはかなり強い影響を与えるから，エネルギーの低い冷

中性子あるいは超冷中性子を多く得るためには，中性子の損失をできるだけ少なくする事が極めて大切である。そして，含水素固体減速材に限って言うと，減速材温度をいくらさげても減速冷却機構による冷中性子強度の増加には限界がある。ただし，含水素減速材は平均自由行程が短かく，大きな容積を要しないから，冷中性子の予冷等の働きをさせる目的にとって有効なものであろう。また超低温低エネルギーで中性子全断面積が急激に減少する事がなければ，冷中性子に対する反射体としても有効であり，この点の検討も意義がある。

最後に，この論文では液体水素あるいは固体水素に対する検討を行なわなかった。これは最も有効な冷減速材の一つである事がすでに知られているが[1~11]，パラ・オルソ遷移[16]や干渉性散乱等の問題で取り扱いが複雑であり，他の含水素冷固体減速材とは同一に論ずる事が困難であり，また低温における実験も不足しているので，ここでは触れずに問題を残した。この点については今後検討を進める。

謝　　辞

この研究を行なうに当って，LINAC による中性子スペクトルの測定に関して仁紫明人氏に，FACOM 270-20 による数値計算の実行に関して岩佐浩克氏に負う所が大きく，助力に深く感謝します。また，LINAC の運転について京都大学原子炉実験所原子炉部門の LINAC 管理班の方々に感謝します。

参 考 文 献

1) Butterworth I., Egelstaff P. A., London H. and Webb F. J.: Phil. Mag. [8] **2**, 917 (1957).
2) Webb F. J.: Nucl. Sci. and Eng., **9**, 120 (1961).
3) McReynolds A. W. and Whittemore W. L.: "Inelastic Scattering of Neutrons in Solids and Liquids", IAEA, Vienna, 421 (1961).
4) Borst L. B.: "Inelastic Scattering of Neutrons in Solids and Liquids", IAEA, Vienna, 437 (1961).
5) Van Dingenen W.: Nucl. Instrum. Methods, **16**, 116 (1962).
6) O'Conner D., Maliszewski E. and Bedelek W.: "Inelastic Scattering of Neutrons in Solids and Liquids", IAEA, Vienna, 447 (1961).
7) Webb F. J.: Reactor Sci. Tech., **17**, 187 (1963)
8) Whittemore W. L.: Nucl. Sci. and Eng., **18**, 182 (1964).
9) Cocking S. J. and Webb F. J.: "Thermal Neutron Scattering", Academic Press (1965).
10) Tunkelo E.: Acta Polytechnica Scandinavica, No. 38 (1966).
11) Webb F. J. and Pearce D. G.: "Inelastic Scattering of Neutrons in Solids and Liquids", IAEA, Vienna, Vol. I, 83 (1963).
12) 岡田利弘・他：“最近の物性論における特に興味のある物質”，物性物理学講座 11，共立出版 (昭 34).
13) von Dardel G. F.: Trans. Roy. Inst. Technical, **75** (1954).
14) Gurevich I. I. and Tarasov L. V.: "Low-energy Neutron Physics", North-Holland Publishing Company (1968).
15) Inoue K. et al.: J. Nucl. Sci. Tech., **3**, 42 (1966).
16) Borst L. B. et al.: Phys. Rev. Letters, **7**, 343 (1961).