



Title	境界移動プラズマによる平面電磁波の反射と透過について
Author(s)	深井, 一郎; Fukai, Ichiro; 風間, 輝雄 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 56, 49-58
Issue Date	1970-03-30
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/40984">https://hdl.handle.net/2115/40984</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	56_49-58.pdf



# 境界移動プラズマによる平面電磁波の 反射と透過について

深井 一郎\* 風間 輝雄\*  
鈴木 道雄\*\*  
(昭和44年12月1日受理)

## Reflection and Transmission of Electromagnetic Waves by a Moving Plasma Half-Space

Ichiro FUKAI Teruwo KAZAMA  
Michio SUZUKI  
(Received December 1, 1969)

### Abstract

Recently the problem of reflection and transmission of a plane electromagnetic wave by a moving dielectric half-space has been investigated in detail by various workers. However, only a few cases were treated where the dielectric medium moves perpendicularly to the interface. In this paper, we have proposed a solution for the reflection and transmission of electromagnetic waves by a semi-infinite plasma medium moving perpendicularly to the interface.

The same problem has been treated by C. Yeh (J. appl. Phys., 37, July 1966) under the condition that the propagation constant in a plasma medium is the same as that in free space. The transmission coefficient, the frequency of transmission and the permittivity of plasma given by functions of the propagation constant are quite different from the actual state. Numerical examples are given to illustrate these differences.

### 1. ま え が き

運動媒質による平面電磁波の反射と透過の問題については、すでにかかなりの文献があり、詳しく研究がなされているが、それ等の多くは境界面が静止している場合の運動媒質を扱ったものであり、境界面が移動するものについては、未だほんの少数をかぞえるのみである。ここでは以前に発表した運動媒質の等価媒質パラメータ表示の方法を用いて、境界面が移動するように運動する媒質による電磁波の反射と透過の問題を取扱うとともに、1966年に C. Yeh<sup>1)</sup> が同様の問題について発表した論文による取扱いとの相違についても比較検討を行った。

以下、2. では等価媒質パラメータ公式化の要点を説明し、後の計算に必要な公式を明示してある。3. ではこれ等の諸公式を境界面が移動する場合に用いている。4. では実際に一様プラズマが運動する場合に適用し、平面波の反射と透過の問題を解析している。また、同時に、C. Yehの論文による取扱いとの相違点などについても、数値計算例をあげて述べている。5. では無限大境界が加わったプラズマが運動する場合に用いて考察を行った。6. はむすびである。

### 2. 基礎方程式

媒質が一定速度で任意の方向に運動している場合、媒質の誘電率、透磁率および運動速度をそ

\* 電気工学科 電磁気学講座

\*\* 電子工学科 電波応用工学講座

それぞれ  $\bar{\varepsilon}'$ ,  $\bar{\mu}'$ ,  $\bar{v}$  とすると, Maxwell および Minkowski の方程式は次のように表わされる。

$$\nabla \times H = j\omega D + J_e \quad (1)$$

$$\nabla \times E = -j\omega B - J_m \quad (2)$$

$$D = \bar{Y} \cdot E + \bar{Q}_a \cdot H \quad (3)$$

$$B = \bar{Q}_b \cdot E + \bar{Z} \cdot H \quad (4)$$

上式において,  $J_e$ ,  $J_m$  は電流源, 磁流源を表わすが, 以下の問題では波源に無関係であるから,  $J_e = J_m = 0$  として考える。また,  $\bar{Y}$ ,  $\bar{Z}$ ,  $\bar{Q}_b$  および  $\bar{Q}_a$  はそれぞれ次式で与えられる。

$$\bar{Y} = \bar{N}_1^{-1} \cdot \bar{\varepsilon}_a, \quad \bar{Z} = \bar{N}_2^{-1} \cdot \bar{\mu}_b$$

$$\bar{Q}_a = -\bar{N}_1^{-1} \cdot \bar{A}_a, \quad \bar{Q}_b = \bar{N}_2^{-1} \cdot \bar{A}_b$$

ただし,  $\bar{N}_1$ ,  $\bar{N}_2$ ,  $\bar{\varepsilon}_a$ ,  $\bar{A}_a$ ,  $\bar{\mu}_b$ ,  $\bar{A}_b$  は

$$\bar{N}_1 = \bar{\alpha} + \gamma^2 \bar{\varepsilon}' \cdot \bar{v} \cdot \bar{\alpha}^{-1} \cdot \bar{\mu}' \cdot \bar{v}$$

$$\bar{N}_2 = \bar{\alpha} + \gamma^2 \bar{\mu}' \cdot \bar{v} \cdot \bar{\alpha}^{-1} \cdot \bar{\varepsilon}' \cdot \bar{v}$$

$$\bar{\varepsilon}_a = \bar{\varepsilon}' \cdot \bar{\alpha} + \left( \frac{\gamma^2}{C^2} \right) \cdot \bar{\varepsilon}' \cdot \bar{v} \cdot \bar{\alpha}^{-1} \cdot \bar{v}$$

$$\bar{A}_a = \left( \frac{\gamma}{C^2} \right) \cdot \bar{v} - \gamma \cdot \bar{\varepsilon}' \cdot \bar{v} \cdot \bar{\alpha}^{-1} \cdot \bar{\mu}' \cdot \bar{\alpha}$$

$$\bar{\mu}_b = \bar{\mu}' \cdot \bar{\alpha} + \left( \frac{\gamma^2}{C^2} \right) \cdot \bar{\mu}' \cdot \bar{v} \cdot \bar{\alpha}^{-1} \cdot \bar{v}$$

$$\bar{A}_b = \left( \frac{\gamma}{C^2} \right) \cdot \bar{v} - \gamma \cdot \bar{\mu}' \cdot \bar{v} \cdot \bar{\alpha}^{-1} \cdot \bar{\varepsilon}' \cdot \bar{\alpha}$$

$$\alpha = \gamma \bar{I} + \frac{1-\gamma}{v^2} vv, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_e^2}}, \quad \beta_e = \frac{v}{C}$$

また,  $\bar{I}$  は unity dyadic を  $C$  は光速を表わす。いま, 式(3), (4)を式(1), (2)へ代入すると

$$\nabla \times E = -j\omega (\bar{Q}_b \cdot E + \bar{Z} \cdot H) \quad (5)$$

$$\nabla \times H = j\omega (\bar{Y} \cdot E + \bar{Q}_a \cdot H) \quad (6)$$

を得る。ここで, 時間函数として  $\exp \{j\omega t\}$  を用いてある。また  $\nabla \times$  の演算子を dyadic tensor として考えたものを  $\bar{\nabla} \cdot$  とすると, 式(5), (6)より

$$H = \bar{Z}^{-1} \cdot (\bar{\nabla} + j\omega \bar{Q}_b) \cdot E / -j\omega \quad (7)$$

$$E = \bar{Y}^{-1} \cdot (\bar{\nabla} - j\omega \bar{Q}_a) \cdot H / j\omega \quad (8)$$

が求まる。従って式(7), (8)を式(1), (2)へ代入し整理すると

$$\nabla \times H = j\omega \bar{\varepsilon} \cdot E \quad (9)$$

$$\nabla \times E = -j\omega \bar{\mu} \cdot H \quad (10)$$

$$\bar{\varepsilon} = \bar{Y}^{-1} \cdot \bar{Q}_a \cdot \{ \bar{Z}^{-1} \cdot (\bar{\nabla} + j\omega \bar{Q}_b) \} / j\omega \quad (11)$$

$$\bar{\mu} = \bar{Z} + \bar{Q}_b \{ \bar{Y}^{-1} \cdot (\bar{\nabla} - j\omega \bar{Q}_a) \} / j\omega \quad (12)$$

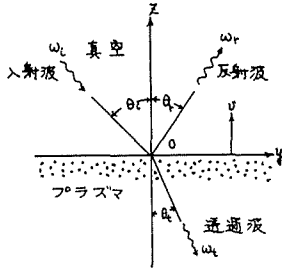
となる。また境界条件として次式の接線成分が連続でなければならない。

$$E + v \times B = E + v \times (\bar{\mu} \cdot H) \quad (13)$$

$$H - v \times D = H - v \times (\bar{\varepsilon} \cdot E) \quad (14)$$

### 3. 境界面が移動する場合

座標を図-1 のようにとり,  $z=0$  の  $x-y$  平面を境界面とし,  $z>0$  の領域を真空,  $z \leq 0$  の領



図一 座標系

域は媒質で満たされているとする。いま、この境界面が一定速度で  $x$  軸に沿って移動するように媒質が運動するものとする。この時、任意の入射角で真空側より平面波が入射すると仮定する。すると、媒質の等価誘電率および等価透磁率は式(11), (12)より導くと次のように与えられる。

$$\bar{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix}, \quad \bar{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{22} & \mu_{23} \\ 0 & 0 & \mu_{33} \end{pmatrix} \quad (15)$$

ただし、この場合  $\bar{v}$  は次式で与えられる。

$$\bar{v} = \begin{pmatrix} 0 & -v & 0 \\ v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

また、一般に媒質が biaxial の場合を考えると、媒質の誘電率、透磁率は

$$\bar{\epsilon}' = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}, \quad \bar{\mu}' = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{pmatrix} \quad (16)$$

と置くことが出来る。従って、 $\bar{Y}$ ,  $\bar{Z}$ ,  $\bar{Q}_a$  および  $\bar{Q}_b$  はそれぞれ次式で与えられる。

$$\bar{Y} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 a & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 b & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}, \quad \bar{Z} = \begin{pmatrix} \mu_1 b & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 a & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\bar{Q}_a = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_2 & 0 \\ \Omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{Q}_b = \begin{pmatrix} 0 & \Omega_1 & 0 \\ -\Omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

ただし、 $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$ ,  $a$  および  $b$  は

$$\Omega_1 = \frac{\beta_e (\epsilon_1 - 1)}{C (1 - v^2 \epsilon_1 \mu_2)}, \quad \Omega_2 = \frac{\beta_e (\epsilon_2 - 1)}{C (1 - v^2 \epsilon_2 \mu_1)}$$

$$a = \frac{1 - \beta_e^2}{1 - v^2 \mu_2 \epsilon_1}, \quad b = \frac{1 - \beta_e^2}{1 - v^2 \mu_1 \epsilon_2}$$

で与えられる。

ここで、平面波を二つの偏波成分に分けて考える。

$E$  波に対して、入射波、反射波、透過波の各成分を次のように仮定する。

$$E^{(i)} = i_m V^{(i)} \exp \{j (\omega_i t + k^{(i)} z - \beta y)\} \quad (19)$$

$$E^{(r)} = i_m V^{(r)} \exp \{j (\omega_r t - k^{(r)} z - \beta y)\} \quad (20)$$

$$E^{(t)} = i_m V^{(t)} \exp \{j (\omega_t t + k^{(t)} z - \beta y)\} \quad (21)$$

また、 $H$  波に対しても同様に

$$H^{(i)} = i_m I^{(i)} \exp \{j (\omega_i t + k^{(i)} z - \beta y)\} \quad (22)$$

$$H^{(r)} = i_m I^{(r)} \exp \{j (\omega_r t - k^{(r)} z - \beta y)\} \quad (23)$$

$$H^{(t)} = i_m I^{(t)} \exp \{j (\omega_t t + k^{(t)} z - \beta y)\} \quad (24)$$

ここで、suffix  $i, r, t$  はそれぞれ入射、反射、透過を意味し、 $V, I$  はそれぞれ電圧、電流の振幅を表わす。また、 $i_m$  は  $x$  方向の単位ベクトルを示す。

従って、式(22), (24)を式(9), (10), (11), (12)へ代入し、整理すると、結局  $\bar{\epsilon}, \bar{\mu}$  の要素は次のように

なる。

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11} &= a\varepsilon_1 - \frac{\Omega_1(-k^{(l)} + \omega_t \Omega_1)}{a\omega_t \mu_2}, & \varepsilon_{22} &= b\varepsilon_2 - \frac{\Omega_2(-k^{(l)} + \omega_t \Omega_2)}{b\omega_t \mu_1} \\ \varepsilon_{33} &= \varepsilon_3, & \varepsilon_{33} &= \frac{\Omega_2 \beta}{\omega_t \mu_1 b} \\ \mu_{11} &= b\mu_1 - \frac{\Omega_2(-k^{(l)} + \omega_t \Omega_2)}{b\omega_t \varepsilon_2}, & \mu_{22} &= a\mu_2 - \frac{\Omega_1(-k^{(l)} + \omega_t \Omega_1)}{a\omega_t \varepsilon_1} \\ \mu_{33} &= \mu_3, & \mu_{23} &= \frac{\Omega_1 \beta}{\omega_t \varepsilon_1 a}\end{aligned}$$

ここで,  $k^{(l)}$ ,  $\beta$  は透過波の  $z$  軸方向への伝播定数および  $y$  軸方向への伝播定数を表わす。

次に伝播方向を  $z$  軸にとり, 伝送方程式を立てると

$E$  波について

$$\left. \begin{aligned}-\frac{dV_2}{dz} &= ja_{22}I_2 + b_{22}V_2, & -\frac{dI_2}{dz} &= jC_{22}V_2 \\ k^{(l)} &= \omega_t \Omega_1 + \sqrt{a^2 k_1^2 - a\beta^2}, & k_1^2 &= \omega_t^2 \varepsilon_1 \mu_1\end{aligned}\right\} \quad (26)$$

$H$  波について

$$\left. \begin{aligned}-\frac{dI_3}{dz} &= ja_{11}I, & -\frac{dV_1}{dz} &= jC_{11}V_1 + d_{11}I_1 \\ k^{(l)} &= \omega_t \Omega_2 + \sqrt{b^2 k_2^2 - (\varepsilon_2/\varepsilon_3) b\beta^2}, & k_2^2 &= \omega_t \varepsilon_2 \mu_2\end{aligned}\right\} \quad (27)$$

ここで,  $a_{11}$ ,  $a_{22}$ ,  $b_{22}$ ,  $c_{22}$ ,  $d_{11}$  はそれぞれ次式で与えられる。

#### 4. 媒質が一様プラズマである場合

図-1 で示される媒質が一様プラズマであるとする。その時, 媒質の誘電率, 透磁率は次式で与えられる。

$$\bar{\varepsilon}' = \begin{pmatrix} \varepsilon'_p & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon'_p & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon'_p \end{pmatrix}, \quad \bar{\mu}' = \begin{pmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

ここで,  $\varepsilon'_p$  はプラズマの誘電率で,  $\varepsilon'_p = \varepsilon_0 \{1 - (\omega_p/\omega')^2\}$  で与えられるが, 動いている場合, 運動の影響を受けて

$$\varepsilon_p = \varepsilon_0 \left\{ 1 - \frac{\omega_p^2}{\gamma^2 (\omega - v k^{(l)})^2} \right\} \quad (29)$$

となる。ここで,  $\omega_p$  はプラズマ周波数を,  $\omega'$  と  $\omega$  は運動座標系上及び静止座標系上より見た周波数である。

入射波を二つの偏波成分に分けて考えるとす。しかし, 一様プラズマの場合, 相方の偏波に対し全く同じ性質を示すから, ここでは  $H$  波成分についてのみ取り扱うことにする。

よって, 伝播定数はそれぞれ次のように求まる。

$$k^{(l)} = k_0 \sin \theta_i \quad (30)$$

$$k^{(r)} = k_0 \gamma^2 \{2\beta_e + (1 + \beta_e) \sin^2 \theta_i\} \quad (31)$$

$$k^{(t)} = k_0 \gamma^2 \{Q - \beta_e (1 + \beta_e \cos \theta_i)\} \quad (32)$$

$$Q^2 = \varepsilon_p (1 + \beta_e \cos \theta_i)^2 - (1 - \beta_e^2) \sin^2 \theta_i \quad (33)$$

$$k_0^2 = \omega_i^2 \varepsilon_0 \mu_0$$

ここで,  $k^{(l)}$ ,  $k^{(r)}$ ,  $k^{(t)}$  はそれぞれ入射波, 反射波, 透過波の  $z$  軸方向への伝播定数を表わす。

いま、式(2)で透過波の伝播定数が求まるわけであるが、 $Q$ には $k^{(t)}$ という伝播定数を含む $\epsilon_p$ が入っているから、式(2)を用いて、式(3)より $\epsilon_p$ を消去すると、結局 $k^{(t)}$ は次の四次方程式を満足する値である。

$$C_1 K_t^4 + C_2 K_t^3 + C_3 K_t^2 + C_4 K_t + C_5 = 0 \tag{34}$$

ここで、 $C_1 \sim C_5$  は係数で次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \beta_e^2 (1 - \beta_e^2) \\ C_2 &= -2 \beta_e (1 - \beta_e^2) + 2 \beta_e^3 (1 + \beta_e \cos \theta_i) \\ C_3 &= (1 - \beta_e^2) - 4 \beta_e (1 + \beta_e \cos \theta_i) - \beta_e^2 \{ (1 + \beta_e \cos \theta_i)^2 - \sin^2 \theta_i \} \\ C_4 &= 2 \beta_e (1 + \beta_e \cos \theta_i) + 2 \beta_e \{ (1 + \beta_e \cos \theta_i)^2 - \sin^2 \theta_i \} \\ C_5 &= (X^2 - 1)(1 + \beta_e \cos \theta_i) + \sin^2 \theta_i \end{aligned} \right\} \tag{35}$$

$$K_t = k^{(t)}/k_0, \quad X = \omega_p/\omega$$

式(35)は四次式であるから、 $X, \theta_i, \beta_e$  の変化に対し四つの根をもつ。しかし、これは本来ならば二次式になり、二根をもち、この二根のうちより物理的条件を満足するような根を選ぶわけである。しかし、ここでは $Q^2$ を求めるため式(2)を二乗することにより、四つの根をもつようになった。ここでは $k^{(t)} < 0$  のとき、 $\omega_t$  が複素量となるから、 $k^{(t)} > 0$  の範囲をとった。またこの範囲では $\epsilon_p, T$  も複素量となる。

次に、伝播定数を用いて透過波、反射波の周波数を表わすと次式のようになる。

$$\omega_t = \gamma^2 \omega_i \{ (1 + \beta_e \cos \theta_i) - \beta_e k^{(t)}/k_0 \} \tag{36}$$

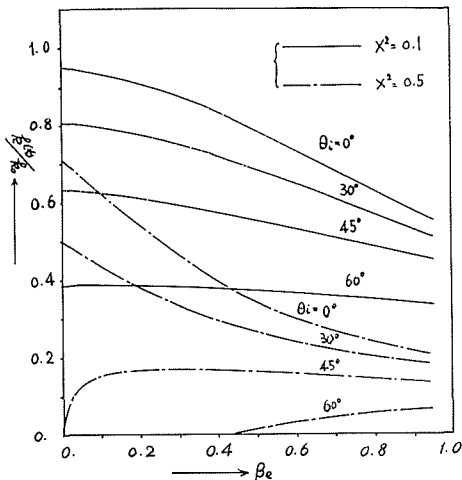
$$\omega_r = \gamma^2 \omega_i \{ (1 + \beta_e \cos \theta_i) + \beta_e^2 \} \tag{37}$$

式(36), (37)よりわかるように $\omega_t/\omega_i \neq 1, \omega_r/\omega_i \neq 1$  となり入射波の周波数と反射波および透過波の周波数とが一致せず、いわゆる Doppler 効果が生じていることを示している。また電力反射係数  $R$  および電力透過係数  $T$  は次式で与えられる。

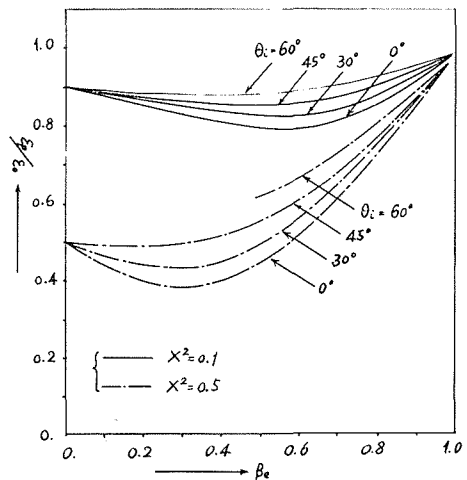
$$R = - \left( \frac{\omega_r}{\omega_i} \right)^2 \cdot \left( \frac{\cos \theta_i + \beta_e - Q}{\cos \theta_i + \beta_e + Q} \right)^2 \cdot \frac{k^{(r)}/k_0}{\sqrt{(k^{(r)}/k_0)^2 + \sin^2 \theta_i} \cdot \cos \theta_i} \tag{38}$$

$$T = - \left( \frac{\omega_t}{\omega_i} \right) \cdot \frac{4 (\cos \theta_i + \beta_e)^2}{(\cos \theta_i + \beta_e + Q)^2} \cdot \frac{k^{(t)}/k_0}{\cos \theta_i} \tag{39}$$

ここで、式(38)と(39)との和を求めると、 $T + R \approx 1$  となり、媒質が入射面に垂直に運動する場合には電磁波と運動系との間にエネルギーの授受の関係があることがわかる。



図二 一様プラズマの伝播定数と運動速度との関係



図三 一様プラズマの誘電率と運動速度との関係

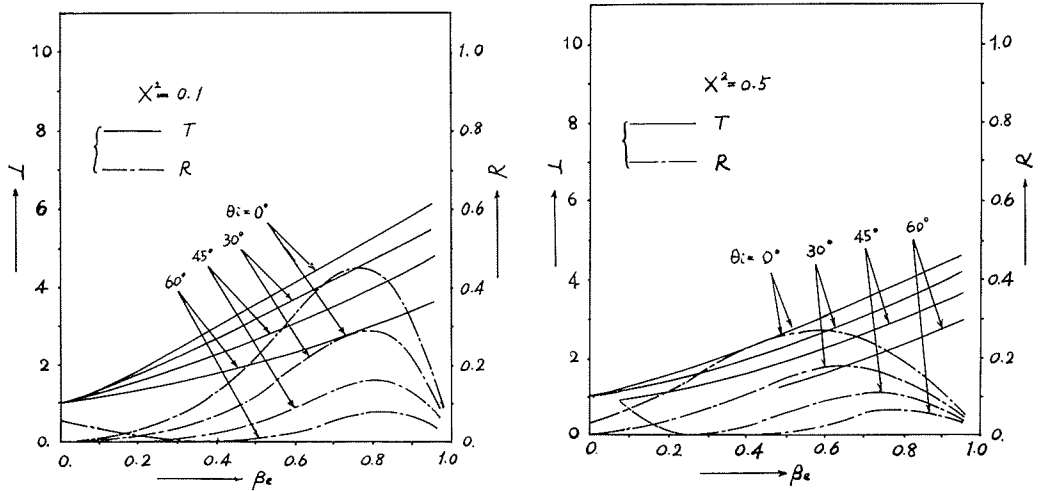


図-4 一様プラズマの電力反射係数および電力透過係数と運動速度との関係

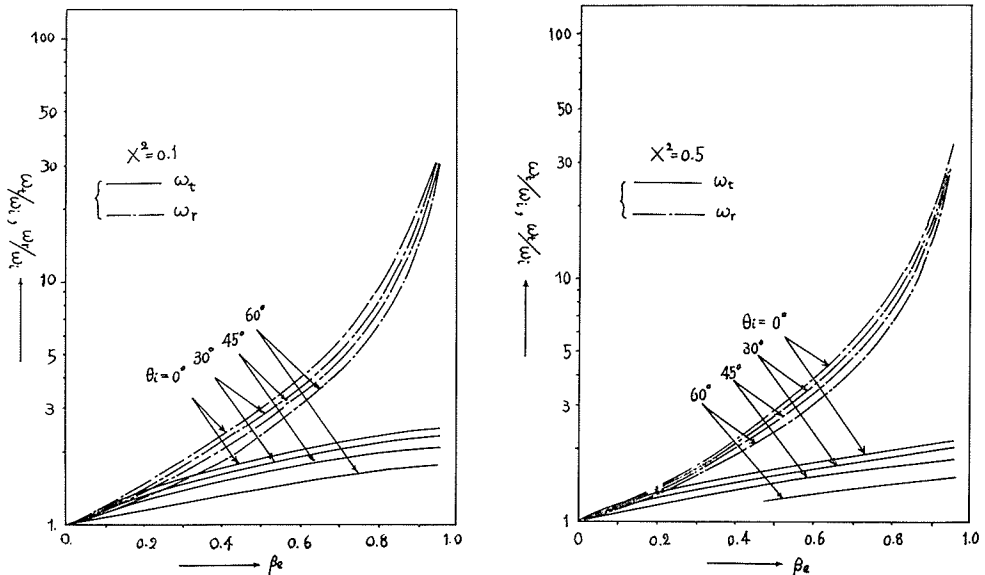


図-5 一様プラズマによる反射波及び透過波の周波数と運動速度との関係

図-2は  $\beta_e$  に対する  $k^{(l)}$  の関係である。また、図-3は  $\beta_e$  と誘電率との関係である。 $X^2=0.5$  の場合  $\theta_i=60^\circ$  のとき、曲線が途中で切れているのは、図-2で曲線が横軸を切る点である。従って、これより小さな  $\beta_e$  に対して式(9)の  $Q^2$  が  $Q^2 \leq 0$  となり、 $k^{(l)}$  が複素数となって、 $\omega_e$  が複素数となる領域である。ここでは  $\omega_e$  は実数であるとしているので、このような領域は除いてある。図-4は  $\beta_e$  と  $T, R$  の関係を、図-5は  $\beta_e$  と  $\omega_t, \omega_r$  との関係を示す。

しかし、同様の問題を C. Yeh の方法を用いて求めたものを図-6、図-7、図-8に示す。これ等は図-3～図-5に示した特性に比し  $k^{(l)}$  の関数になっているものについては、非常に異なっていることに気付くであろう。これは C. Yeh が式(9)を用いてプラズマの誘電率を求める際、本来ならば、プラズマ中の伝播定数を用いなければならないものを、 $k^{(l)}$  として真空中の伝播定数を近似的に用いていることにより起っている。従って、C. Yeh によると、 $\epsilon_p, \omega_i, k^{(l)}$  はそれぞれ次

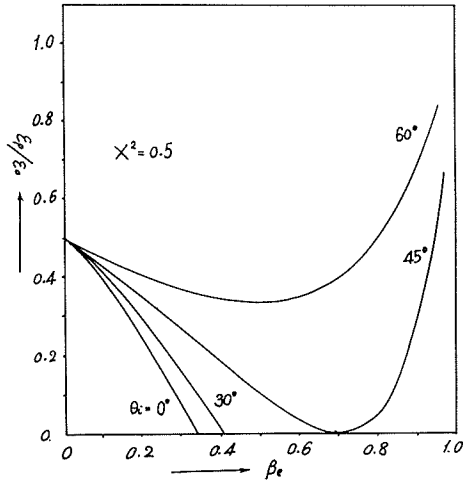


図-6 プラズマの誘電率と運動速度との関係 (C. Yeh の方法)

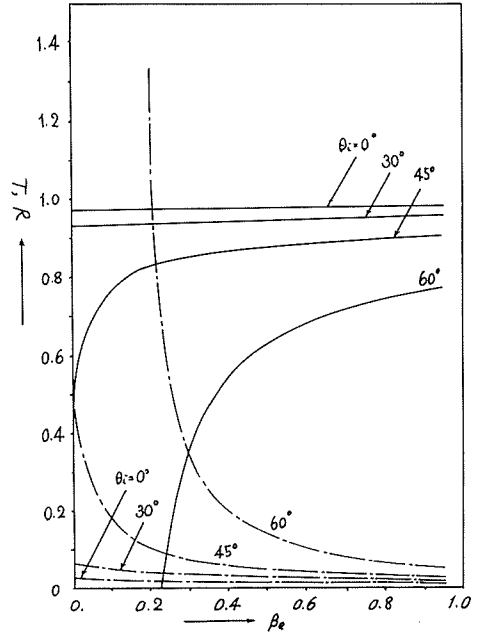


図-7 電力反射係数および電力透過係数と運動速度との関係 (C. Yeh の方法)

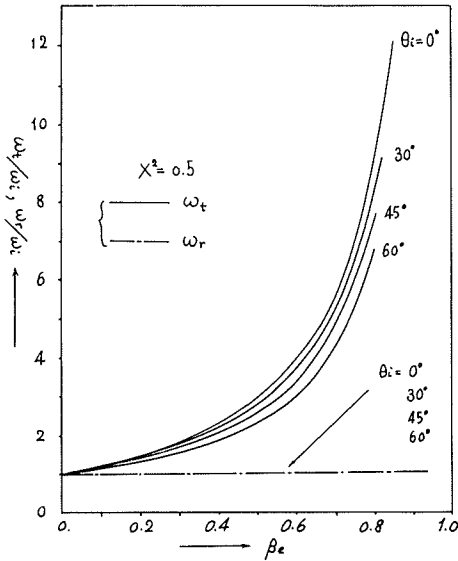


図-8 反射波と透過波の周波数と運動速度との関係 (C. Yeh の方法)

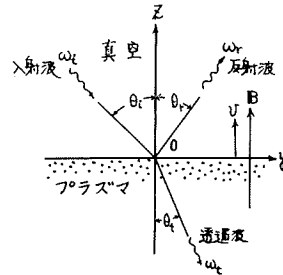


図-9 座標系

式で与えている。

$$\left. \begin{aligned}
 \epsilon_p &= \epsilon_0 \left\{ 1 - \frac{X^2 (1 - \beta_e^2)}{(1 + \beta_e \cos \theta_i)^2} \right\} \\
 \omega_t &= \omega_i \gamma^2 \{ (1 + \beta_e \cos \theta_i) - \beta_e Q \} \\
 k^{(t)} &= -k_0 \gamma^2 \{ \beta_e (1 + \beta_e \cos \theta_i) - Q \} \\
 Q^2 &= (1 + \beta_e \cos \theta_i)^2 - (1 - \beta_e^2) (X^2 + \sin^2 \theta_i)
 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

5. 無限大磁界プラズマである場合

図-9 に示すように、運動している媒質を、z 軸方向に無限大磁界が加わったプラズマであると

する。この場合、プラズマの誘電率、透磁率は次のように表わされる。

$$\bar{\epsilon}' = \begin{pmatrix} \epsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon'_p \end{pmatrix}, \quad \bar{\mu}' = \begin{pmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu^0 \end{pmatrix} \quad (41)$$

ここでも、4. の場合と同様に、入射波を二つの偏波成分に分けて考える。しかし、 $E$  波については、真空中の電磁界と同様になり、従って、異方性の影響を受けないので、ここでは  $H$  波についてのみ取扱うことにする。

4. の場合と同様に透過波の伝播定数を求めると、それは次の四次式を満足する  $k^{(i)}$  である。

$$C_1 K_i^4 + C_2 K_i^3 + C_3 K_i^2 + C_4 K_i + C_5 = 0 \quad (42)$$

ここで、 $C_1 \sim C_5$  は係数で、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \beta_e^2 (1 - \beta_e^2) \\ C_2 &= 2 \beta_e^3 (1 + \beta_e \cos \theta_i) - 2 \beta_e (1 - \beta_e^2) \\ C_3 &= (1 - \beta_e^2) - 4 \beta_e^2 (1 + \beta_e \cos \theta_i) + \beta_e \{ (1 + \beta_e \cos \theta_i)^2 - \sin^2 \theta_i \} - X^2 (1 - \beta_e^2)^2 \\ C_4 &= 2 \beta_e (1 + \beta_e \cos \theta_i) - 2 \beta_e \{ (1 + \beta_e \cos \theta_i)^2 - \sin^2 \theta_i \} - 2 X^2 \beta_e (1 + \beta_e \cos \theta_i) \\ C_5 &= X^2 (1 - \beta_e^2) (1 + \beta_e \cos \theta_i)^2 - \{ (1 + \beta_e \cos \theta_i)^2 - \sin^2 \theta_i \} \\ K_i &= k^{(i)} / k_0, \quad X = \omega_p / \omega_i \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

式(42)も 4. の場合と同様に  $X, \beta_e, \theta_i$  の変化に対し二実根と二複素根を持つか、四複素根を持つかの何れかである。ここでも、前述の理由により  $k_i > 0$  のものを選んでる。

また、反射波、透過波の周波数および電力反射係数、電力透過係数は形式的には式(36), (37), (38), (39)と同じである。ただし、 $Q$ は次式で与えられる。

$$Q^2 = (1 + \beta_e \cos \theta_i)^2 - (1 - \beta_e^2) (\epsilon_0 / \epsilon_p) \sin^2 \theta_i \quad (44)$$

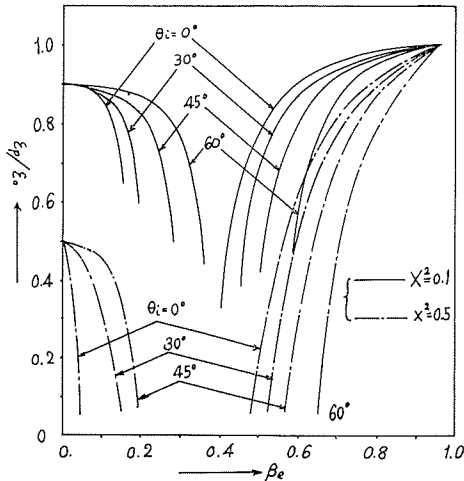


図-10 無限大磁界プラズマの誘電率と運動速度との関係

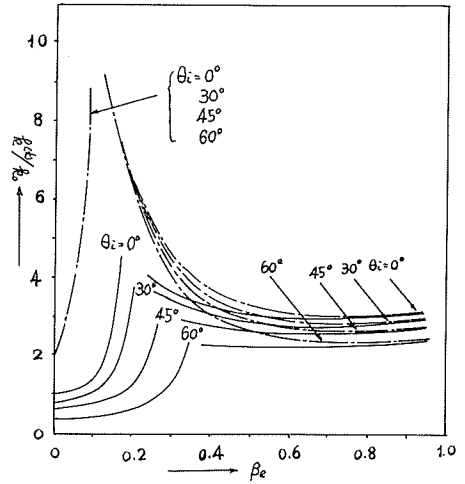
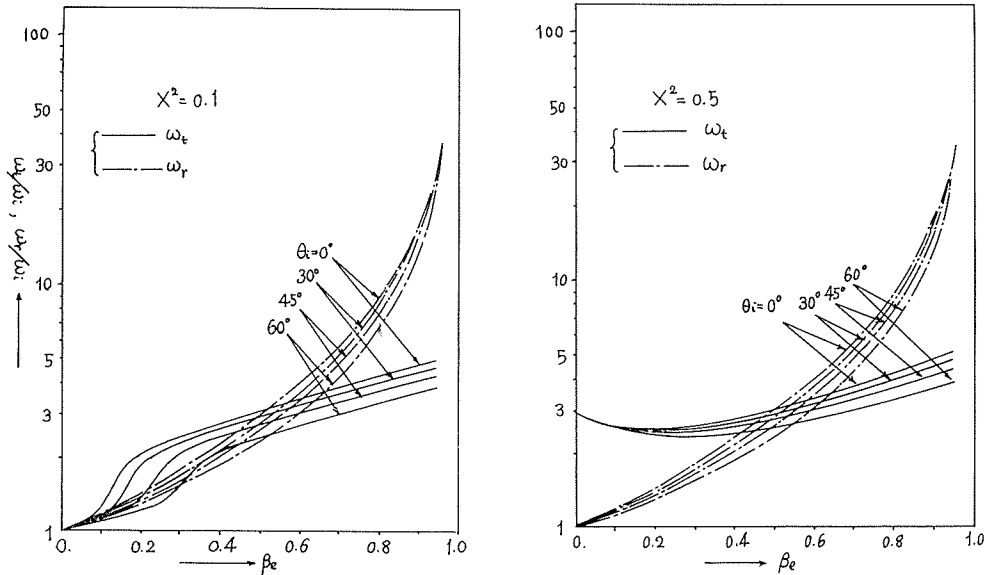
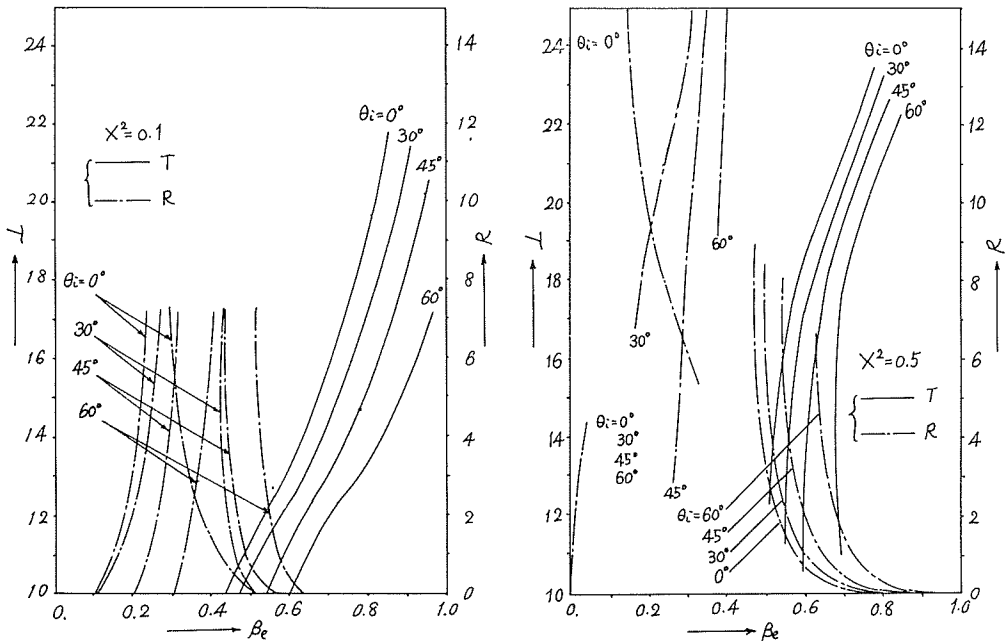


図-11 無限大磁界プラズマ中の伝播定数と運動速度との関係

図10は無限大磁界プラズマの場合の誘電率と  $\beta_e$  との関係を表わす。図11は  $\beta_e$  と  $k^{(i)}$  との関係を、図12、図13は  $\beta_e$  と  $\omega_i, \omega_r$  との関係および  $\beta_e$  と  $T, R$  との関係を示す。特性曲線は4. の場合と非常に異った様子を呈しているが、ここにおいても、4. で述べた事をそのまま当てはめることが出来る。



図—12 無限大磁界プラズマ中の反射波および透過波の周波数と運動速度との関係



図—13 無限大磁界プラズマの電力反射係数および電力透過係数と運動速度との関係

### 6. む す び

境界面が移動する場合の電磁波の反射と透過の問題をプラズマに当てはめて解析を行った。この中で、一様プラズマについて、C. Yeh の方法との比較を行ったわけであるが、Yeh がプラズマの誘電率を求めるため、プラズマ中の伝播定数として真空中のものを用いているのは不自然である。このため、例えば電力反射係数中に発散するような点が現われる。これは、式(40)で  $Q > 0$

なる条件を求めると任意の  $X, \theta_i$  に対し

$$\beta_e > \frac{-\cos \theta_i + \sqrt{X^2 (X^2 + \sin^2 \theta_i)}}{1 + X^2}$$

となり、その  $\beta_e$  の近傍で  $R$  が大きくなるためである。従って、もしこの方法を用いるのであれば、 $\beta_e, \theta_i, X$  等に制限を付けて使わなければならないと思われる。やはり一般的には筆者等の方法を用いなければならないであろう。

終りに、日頃から御指導、ごべんたついただいております、電気磁気学講座福岡教授に深謝いたします。

尚、数値計算には東京大学大型計算機 HITAC-5020 E/F を使用いたしました。

#### 文 献

- 1) C. Yeh: "Reflection and Transmission of electromagnetic waves by a moving plasma medium", J. appl. Phys., 37, p. 3079 (July 1966).
- 2) C. Yeh: "Reflection and Transmission of electromagnetic waves by a moving dielectric medium", J. appl. Phys., 36, p. 3513 (Nov. 1965).
- 3) 塩沢, 間, 熊谷: "静止媒質と運動媒質の境界面における平面波の反射および屈折", 信学誌, 50, p. 1381 (昭42-08).
- 4) 細野, 日向, 湯田: "入射面と境界面に平行に運動する媒質による電磁波の反射について", 信学論, 51-B, p. 301 (昭43-07).
- 5) S. W. Lee and Y. T. Lo: "Reflection and Transmission of electromagnetic waves by a moving uniaxially anisotropic medium". J. appl. Phys., 38, p. 870 (Feb. 1967).
- 6) Jin-Au Kong and David K. Cheng: "Wave behavior at an interface of a semi-infinite moving anisotropic medium", J. appl. Phys., 39, p. 2282 (April 1968).
- 7) S. N. Stolyarov: "Reflection and refraction of electromagnetic waves at a moving boundary". Soviet Phys. Tech. Phys., 38 p. 418 (Nov. 1963).
- 8) C. S. Tsai and B. A. Auld: "Wave interaction with moving boundaries", J. appl. Phys., 38, p. 2106 (April 1967).
- 9) H. Fujita and H. Muramatsu: "Reflection and Transmission of a plane electromagnetic wave at a fast moving boundary". Proc. IEEE, 56, p. 1605 (Sept. 1968).
- 10) 深井, 鈴木, 松本: "運動媒質, 圧縮性プラズマ, 半導体等の等価媒質パラメータによる解析法", 信学論(B), 52-B, 2, p. 55 (昭44-02).
- 11) 深井, 風間, 鈴木: "異方性媒質境界面移動による平面波の反射および透過について", 昭43, 信学全大, S. 6-7.
- 12) H. C. Chen and D. K. Chen: "Constitutive relation for a moving anisotropic medium", Proc. IEEE, 54, p. 62 (Jan. 1966).
- 13) 深井, 風間, 鈴木, 福岡: "境界移動プラズマにおける電磁波の反射と透過について", 昭44, 連大, 1353.
- 14) 深井, 鈴木, 風間: "異方性運動媒質による平面電磁波の反射および透過", 信学論 (B), 52-B, 10, p. 578, (昭44-10).