HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	連続曲線格子桁橋の理論解析と実験的研究
Author(s)	稼農, 知徳
Citation	北海道大學工學部研究報告, 57, 17-50
Issue Date	1970-10-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40996
Type	departmental bulletin paper
File Information	57_17-50.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

連続曲線格子桁橋の理論解析と実験的研究

稼農知徳

(昭和45年4月2日受理)

A Theoretical Analysis and Experimental Study on a Continuous Curved Grillage Girder Bridge

Tomonori KANÔ*

Abstract

In this paper, the author presents a method of analysis for a continuous curved girder bridge composed of multiple continuous curved main griders and cross beams which are rigidly connected with the main girders.

This method is based on the curved grillage girder theory including the bending torsion theory. Some experiments were carried out to confirm the propriety of this method. The experimental results were in good agreement with the theoretical calculated values.

要旨　本文は曲げねじれ剛性を考慮した薄肉断面並列曲線主桁とその軸線が曲率中心にすべて一致し，各主桁を半径方向に剛に連結する横桁とで構成する連続曲線格子桁橋を対象としている。構造解析は曲線格子桁理論により断面力および変形量の影響面の解を与え，実験的解析は段階的に各種曲線桁の室内実験用模型桁により実験測定値を求め，理論解析の妥当性を考察し，曲線橋設計のための指針を得ようとしたものである。

1. まえがき

近年高速道路をはじめとして，一般道路の建設，整備，拡充は着々と実施され道路網は発展の一途をたどっている。そして道路の線形上の問題から，曲線を入れる例が益々多くなっているが，特に東名高速道路に至っては全長のわずか数％が直線であるというのはそのよい例である。そこで必然的に，橋梁架設に当たっては道路の線形をそのまま持続させて，曲線橋を架設する機会が多くなっている。又，最近は歩行者の安全を重要視し，道路構造令の改正を行ない自転車道及び歩道を必ずつけることになった。これは道路幅員の拡張と相まって，幅員の広い橋梁形式を必要とすることになり曲線格子桁橋形式が益々重要になってきている現状である。

曲線桁の解析については従来多くの研究者により報告されている。しかしこれら多くの論文は中実断面の棒状曲線桁であり，鉄筋コンクリート断面のような場合に適応し，鋼薄肉材を用いる鋼橋に関しては力学的有利性に乏しい。薄肉材の曲げねじれ理論は H. Wagner[1] が発表して以来，数多くの研究が行なわれ，1950年代の F. W. Bornscheuer[2], V. Z. Vlasov[3], R. Heilig[4] などに至りほとんど体系づけられた。

土木工学科　橋梁学講座

* Department of Civil Engineering

しかし，これらすべては薄肉直線材に関してであり薄肉曲線材に関してはあまり多くはない。国内においては，小西・小松氏[5]，倉西氏[6]，島田氏[7]および深沢氏[8]がある。又国外においては，F. Wansleben[9]，M. Kreisel[10]，R. Dabrowski[11]およびG. Becker[12]などがある。なかでも国内のパイオニアとしての小松氏および静力学的解析の基礎理論を体系づけた深沢氏の論文等が注目される。

この一本の薄肉曲線材を構造要素とする曲線格子桁橋の研究は倉西氏[13]，島田氏[14]，小松氏[15]，渡辺・稼農氏[16]，深沢氏[17]などがあるがこのうち文献15)と17)は並列主桁曲線橋の実用計算式で一本の曲線桁として取り扱う方法である。この曲線格子桁橋の解析に関する国外における研究は著者の知る限りではみうけられない。

更に，本論文で取り扱う連続曲線格子桁橋に関する研究は非常に少なく，倉西氏[13]，渡辺氏[18]および小松氏[19]にみられる位であり，諸外国においても未だ発表はないようである。文献13)は荷重，断面力及び変形量をフーリェ級数により表示し，横桁の端モーメントを不静定力にとって曲線格子桁を解き，連続曲線格子桁橋については，横桁を剛とみなして中間支点における支点反力を不静定力にとり，鉛直変位と回転変位が0という条件により不静定力を求めて解析していて一種の近似解を示している。文献18)は主桁と横桁との結合がヒンジ構造の場合の解析を示している。文献19)は連続曲線格子桁橋を電子計算機により計算するのに便利なようにすべて行列演算で解を求めており，不静定力は各横桁の中央断面におけるせん断力と曲げモーメントとして，弾性方程式により不静定力を求めて解析している。

このような現状の中で本論文は文献19)とは別個に独自の理論展開をしたものであり，その過程において異なるが，最終的結果においてはほぼ同じものとなる。

2. 薄肉曲線桁橋の基礎理論

2.1 仮定と記号

水平面内で一定の曲率とする薄肉断面曲線桁に荷重が作用するときの曲線桁の応力と変形を解析するために次のような仮定をする。

a. 曲線桁の変形は微小であること。力の釣り合いは変形前の桁の方向でとる。

b. 断面変形は保持されること。

c. 曲げに伴うせん断応力と曲げねじれに伴うせん断応力によるせん断変形は無視する。

座標，変形，断面力および荷重についての記号は図-2.1に示すとおりとする。

E＝弾性係数

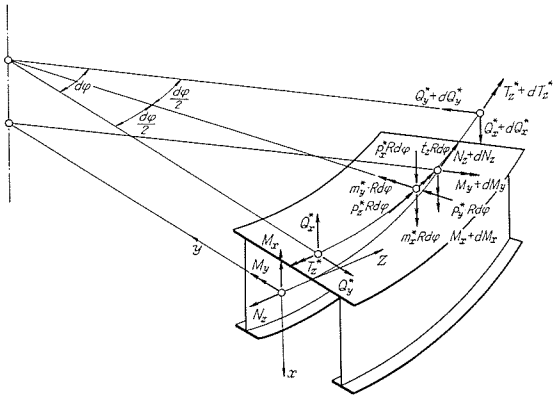
F＝断面積

G＝せん断弾性係数

J_x, J_y＝x軸およびy軸に関する断面2次モーメント（曲げ抵抗）

J_T＝ねじれ抵抗

J_ω＝曲げねじれ抵抗



図—2.1

$\boldsymbol{M}_y$＝集中曲げモーメント荷重
M_x, M_y＝曲げモーメント (図-2.1)
m_x, m_y＝等分布曲げモーメント荷重
$\boldsymbol{M}_\omega$＝集中曲げねじれモーメント荷重
M_ω＝曲げねじれモーメント
m_ω＝等分布曲げねじれモーメント荷重
N_z＝軸方向力
P_x＝集中垂直荷重
p_x, p_y, p_z＝等分布軸方向荷重
Q_x, Q_y＝せん断力 (図-2.1)
R＝曲率半径
$\boldsymbol{T}_z$＝集中ねじれモーメント荷重
T_z＝ねじれモーメント
T_{zs}＝St. Venant ねじれモーメント (1次ねじれモーメント)
T_ω＝2次ねじれモーメント
t_z＝等分布ねじれモーメント荷重
u, v, w＝x, y, z 方向への変位量
W＝そり量
β, β'＝載荷点の角縦座標 (図-2.7)
$\gamma = EJ_y/GJ_T^*$
$\eta = 1/(1+\lambda^2)$
θ＝ねじれ率
ϑ＝ねじれ角
κ_x, κ_y＝曲率の変化
$\lambda = \sqrt{GJ_T^*/EJ_\omega^*}\cdot R$
ρ＝断面上の任意の点の曲率半径
φ＝左右支点からとった角縦座標 (図-2.7)
ϕ＝曲げねじれ率
ψ＝実質のねじれ角
ω＝そり関数

2.2 曲線桁の曲げに関する断面定数と中立点

曲線桁の横断面上に，任意に選んだ点 D を原点とし，曲率平面に垂直に座標 $\bar{x}$ をとり，曲率半径方向に $\bar{y}$ をとる。そこで，この座標を用いて断面定数を次のように定義する。

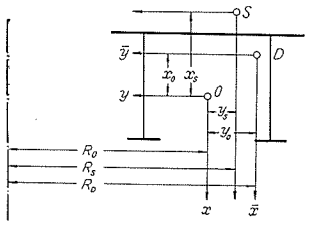
$$\left.\begin{aligned} F_D &= R_D\int_F \frac{1}{\rho}\,dF \\ Z_{\bar{x}} &= R_D\int_F \frac{\bar{y}}{\rho}\,dF \\ Z_{\bar{y}} &= R_D\int_F \frac{\bar{x}}{\rho}\,dF \\ J_{\bar{x}} &= R_D\int_F \frac{1}{\rho}\cdot\bar{y}^2\,dF \\ J_{\bar{y}} &= R_D\int_F \frac{1}{\rho}\cdot\bar{x}^2\,dF \\ J_{\bar{x}\bar{y}} &= R_D\int_F \frac{1}{\rho}\cdot\bar{x}\cdot\bar{y}\,dF \end{aligned}\right\} \qquad (2.1)\ \text{a–f}$$

ここで ρ＝断面上の任意の点 P の曲率半径 $dF = t\cdot ds$

断面上の中立点 O とせん断中心点 S に関する断面定数も全く同様に表わすことが出来る。今，中立点 O の位置を求める。

$$Z_x = 0, \quad Z_y = 0 \qquad (2.2)\ \text{a, d}$$

式(2.2)で与えられるから座標 $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ を平行移動して新座標 (xyz) に関する Z_x, Z_y を求める。



図—2.2

$$x = \bar{x} - x_0, \quad y = \bar{y} - y_0 \qquad (2.3)\ \text{a, b}$$

$$Z_x = \int_F \frac{R_0}{\rho}\cdot y\,dF = \int_F \frac{R_0}{\rho}(\bar{y}-y_0)\,dF = \frac{R_0}{R_D}\cdot(Z_{\bar{x}} - y_0 F_D)$$

$$Z_y = \int_F \frac{R_0}{\rho}\cdot y\,dF = \frac{R_0}{R_D}\cdot(Z_{\bar{y}} - x_0 F_D) \qquad (2.4)\ \text{a, b}$$

式(2.2)と式(2.4)より

$$x_0=\frac{Z_x}{F_D},\quad y_0=\frac{Z_x}{F_D} \tag{2.5 a, b}$$

2.3 St. Venant torsion によるそりとねじれ定数

曲線桁の断面上の任意の点 D をねじれ中心とした時のねじれ中心軸のねじれ率 $\theta_{\bar{z}}$ は,

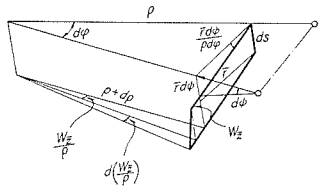
$$\theta_{\bar{z}}=\frac{1}{R_D}\cdot\left(\frac{d\vartheta}{d\varphi}-\frac{1}{R_D}\frac{d\bar{u}}{d\varphi}\right)=\frac{d\psi}{d\varphi} \tag{2.6}$$

又，ねじれ中心軸の曲げねじれ率 $\phi_{\bar{z}}$ は

$$\phi_{\bar{z}}=\frac{1}{R_D}\frac{d}{d\varphi}\theta_{\bar{z}}=\frac{1}{R_D^2}\left(\frac{d^2\vartheta}{d\varphi^2}-\frac{1}{R_D}\frac{d^2\bar{u}}{d\varphi^2}\right) \tag{2.7}$$

St. Venant torsion ではねじれ率は一定とするから

$$\phi_{\bar{z}}=\frac{1}{R_D}\frac{d}{d\varphi}\theta_{\bar{z}}=0 \tag{2.8}$$



図—2.3

一般に曲線桁のせん断流については，図-2.3に示すように中心角 $d\varphi$ で切り取った微小要素よりせん断ひずみを求めると，式(2.9)で示される。

$$\gamma_s=\frac{\bar{r}}{\rho}\frac{d\psi}{d\varphi}+\rho\frac{d}{ds}\left(\frac{W_{\bar{z}}}{\rho}\right)=\left\{\frac{R_D}{\rho}\bar{r}-\rho\frac{d}{ds}\left(\frac{\bar{\omega}}{\rho}\right)\right\}\theta_{\bar{z}} \tag{2.9}$$

従ってせん断流 q は

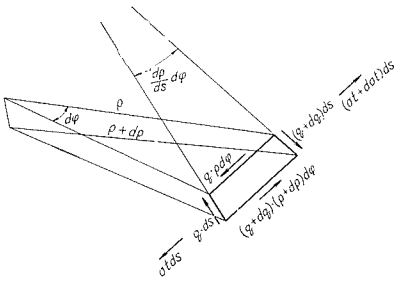
$$q=G\cdot t\cdot\left\{\bar{r}\frac{d\psi}{\rho d\varphi}+\rho\frac{d}{ds}\left(\frac{W_{\bar{z}}}{\rho}\right)\right\} \tag{2.10}$$

St. Venant torsion によって生ずるせん断応力度 τ_s は，薄肉中心線上で0となるように分布するから，$\gamma_s=0$ である。

次にせん断流と直応力度との関係は，図-2.4より橋軸方向の釣り合いをとると，

$$d\sigma\cdot t\cdot ds+q\,d\rho\,d\varphi+\rho\,dq\,d\varphi+q\,ds\left(\frac{d\rho}{ds}\right)d\varphi=0$$

$$\therefore\quad\frac{1}{\rho}\frac{d\sigma t}{d\varphi}+2\frac{q}{\rho}\frac{d\rho}{ds}+\frac{dq}{ds}=0$$



図—2.4

更に，

$$\frac{d}{ds}\left(q\frac{\rho^2}{R_D^2}\right)=-\frac{\rho}{R_D}\frac{d\sigma t}{R_D d\varphi} \tag{2.11}$$

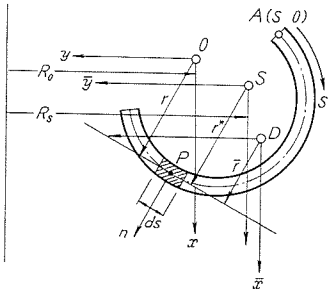
さて，St. Venant torsion によって曲線桁の断面平面にそりを生ずるがこのそりは拘束されないと仮定するので直応力度はあらわれない。従って(2.11)式の右辺は零となる。

今，ねじれ中心 D に関するそり関数 $\bar{\omega}$ を定義する。

$$W_{\bar{z}}=-\bar{\omega}\cdot\theta_{\bar{z}} \tag{2.12}$$

ここで $W_{\bar{z}}$ はそり量である。

そり関数 $\bar{\omega}$ を薄肉断面に対して求めると，次のよう



図—2.5

になる。

$$\bar{\omega}=\bar{\omega}_1+\frac{\rho}{R_D}\bar{\alpha}_0 \tag{2.13}$$

ここで

$$\bar{\omega}_1=R_D\cdot\rho\int_0^s\frac{1}{\rho^2}\bar{r}\,ds-R_D^2\cdot\rho\cdot q_k\int_0^s\frac{1}{\rho^3}\frac{1}{t}\,ds \tag{2.14}$$

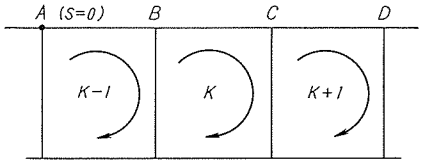
$$\bar{\omega}_0=-R_D\int_F\frac{1}{\rho}\bar{\omega}_1 dF/F \tag{2.15}$$

点 D をねじれの中心とする St. Venant torsion によって k 室に属する断面に生ずるせん断流 $q_{D,k}$ は,

$$q_{D,k}=\tau_s\cdot t=G\gamma_s t \tag{2.16}$$

他方, k 室を一巡する循環せん断流 $q^0_{D,k}$ は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}q_{D,k}&=q^0_{D,k}-q^0_{D,k-1} &&\text{隣室 } k-1 \text{ との境界壁}\\ q_{D,k}&=q^0_{D,k} &&\text{境界でない壁}\\ q_{D,k}&=q^0_{D,k}-q^0_{D,k+1} &&\text{隣室 } k+1 \text{ との境界壁}\end{aligned}\right\} \tag{2.17}$$



図—2. 6

次に k 室に属するねじれ関数 $\tilde{q}_k$ を次のように定義すると，式(2.19)となる

$$q_{D,k}=\frac{R_D^2}{\rho^2}\cdot G\cdot\theta_{\bar{z}}\cdot\tilde{q}_k \tag{2.18}$$

$$\left.\begin{aligned}\tilde{q}_k&=\hat{q}^0_k-q^0_{k-1} &&\text{隣室 } k-1 \text{ との境界壁}\\ \tilde{q}_k&=\hat{q}^0_k &&\text{境界でない壁}\\ \tilde{q}_k&=\hat{q}^0_k-\hat{q}^0_{k+1} &&\text{隣室 } k+1 \text{ との境界壁}\end{aligned}\right\} \tag{2.19}$$

ここに $\hat{q}^0_k$ は k 室の循環ねじれ関数で次のように定義される。

$$q^0_{D,k}=\frac{R_D^2}{\rho^2}G\cdot\theta_{\bar{z}}\hat{q}^0_k \tag{2.20}$$

式(2.16)・(2.18)を用いて(2.9)式を積分すると式(2.13)が得られる。式(2.14)の右辺の線積分を施すと，次の連立方程式を得る。

$$\begin{aligned}&-\hat{q}^0_{k-1}\int_{k-1,k}\frac{1}{\rho^3}\frac{1}{t}\,ds+\hat{q}^0_k\oint_k\frac{1}{\rho^3}\frac{1}{t}\,ds-\hat{q}^0_{k+1}\int_{k,k+1}\frac{1}{\rho^3}\frac{1}{t}\,ds\\ &=\frac{1}{R_D}\oint_k\frac{1}{\rho^2}\cdot\bar{r}\,ds\qquad(k=1,2,\cdots,n)\end{aligned} \tag{2.21}$$

これより $\hat{q}^0_k$ が得られ式(2.19)より $\tilde{q}_k$ が定まる。開き断面については,

$$\tilde{q}_k=0 \tag{2.22}$$

St. Venant のねじれモーメント $T_{\bar{z}s}$ は,

$$T_{\bar{z}s}=\sum\int_F q_s\cdot\bar{r}ds=\sum\int G\cdot\left\{\frac{R_D}{\rho}\bar{r}-\rho\frac{d}{ds}\left(\frac{\bar{\omega}}{\rho}\right)\right\}\theta_{\bar{z}}\cdot t\cdot\bar{r}ds$$

$$T_{\bar{z}s}=GJ_{TD}\cdot\theta_{\bar{z}} \tag{2.23}$$

$$J_{TD}=\frac{1}{3}R_D^3\int\frac{1}{\rho^3}t^3ds+R_D^2\sum_k\left[\tilde{q}_k\oint_k\frac{1}{\rho^2}\cdot\bar{r}ds\right] \tag{2.24}$$

一室閉断面に対しては，

$$J_{TD}=R_D\frac{\left[\oint\frac{1}{\rho^2}\bar{r}ds\right]^2}{\oint\frac{1}{\rho^3}\frac{1}{t}ds} \tag{2.25}$$

2. 4 曲げねじれとせん断中心

St. Venant のねじれにおいては，ねじれ率 $\theta_{\bar{z}}$ が一定としたが，橋軸方向にねじれ率の一定でない曲げねじれではそりが拘束され，これに伴って軸方向のそりの変化の割合に比例する垂直ひずみおよびそれにみあう 2 次的せん断ひずみが生ずる。今 2 次的せん断ひずみによる断面のそりを無視すると，定点 D をねじれの中心とした曲げねじれを受けるときの垂直ひずみは，

$$\varepsilon_\varphi=\frac{1}{\rho}\frac{dW_{\bar{z}}}{d\varphi}=-\frac{\bar{\omega}}{\rho}\frac{d\theta_{\bar{z}}}{d\varphi}=-\frac{R_D}{\rho}\bar{\omega}\cdot\phi_{\bar{z}} \tag{2.26}$$

曲げねじれによる垂直応力度はそれ自身釣り合っているから

$$\int_F\varepsilon_\varphi dF=-R_D\vartheta_{\bar{z}}\int_F\frac{1}{\rho}\bar{\omega}dF=0 \tag{2.27}$$

曲げねじれに関する断面定数を次のように定義する。

$$\left.\begin{aligned}C_{\bar{r}}&=R_D\int_F\frac{1}{\rho}\bar{\omega}\cdot ydF\\C_{\bar{y}}&=R_D\int_F\frac{1}{\rho}\bar{\omega}\cdot xdF\\J_{\bar{\omega}}&=R_D\int_F\frac{1}{\rho}\bar{\omega}^2dF\end{aligned}\right\} \tag{2.28 a-c}$$

さて，せん断中心の位置を求めるためにせん断中心をねじれの中心とした C_x^*，C_y^* が必要となる。今，C_x^*, C_y^* を中立軸に関する量であらわすと簡単になるからそり関数 ω の変換式を中立軸に関する量で求めると次のようになる。

$$\omega^*=\frac{R_s}{R_0}\cdot\left\{\frac{R_s}{R_0}\omega-x_s\cdot y+y_s\cdot x\right\} \tag{2.29}$$

従って，

$$\begin{aligned}C_x^*&=R_s\int_F\frac{1}{\rho}\omega^*ydF=\frac{R_s^2}{R_0}\int_F\frac{1}{\rho}\left\{\frac{R_s}{R_0}\omega-x_s\cdot y+y_sx\right\}\cdot ydF\\&=\left(\frac{R_s}{R_0}\right)^2\left\{\frac{R_s}{R_0}C_x-x_s\cdot J_x+y_s\cdot J_{xy}\right\}\\C_y^*&=R_s\int_F\frac{1}{\rho}\omega^*xdF=\left(\frac{R_s}{R_0}\right)^2\left\{\frac{R_s}{R_0}\cdot C_y-x_sJ_{xy}+y_s\cdot J_y\right\}\end{aligned} \tag{2.30 a, b}$$

となる。せん断中心の位置は式 (2.31) で求められるから，次のようになる。

$$C_x^*=0,\quad C_y^*=0 \tag{2.31}$$

$$\left.\begin{aligned} x_s &= \frac{C_x J_y - C_y J_{xy}}{J_x\left(J_y - \frac{C_y}{R_0}\right) - J_{xy}\left(J_{xy} - \frac{C_x}{R_0}\right)} \\ y_s &= \frac{C_y J_x - C_x J_{xy}}{J_x\left(J_y - \frac{C_y}{R_0}\right) - J_{xy}\left(J_{xy} - \frac{C_x}{R_0}\right)} \\ C_\omega^* &= \left(\frac{R_s}{R_0}\right)^4 \left\{\frac{R_s}{R_0}\cdot C_\omega - C_x \cdot x_s + C_y \cdot y_s\right\} \end{aligned}\right\} \quad (2.32)\ \text{a–c}$$

ねじれ変形 $d\vartheta/R_D d\varphi$ は St. Venant のねじれだけで生じ，曲げねじれでは変形しないとしているから，式(2.10)は式(2.33)となる。

$$q_{\bar{\omega}} = \frac{\rho}{R_D}\cdot\frac{d}{ds}\left(\frac{R_D}{\rho}\, W_{\bar{z}}\right)\cdot t\cdot G \quad (2.33)$$

曲げねじれの場合はそりが拘束されるから，直応力度が生ずる。

$$\sigma_\omega = -E\,\frac{R_D}{\rho}\,\bar{\omega}\,\frac{d\theta_{\bar{z}}}{R_D d\varphi} = -E\,\frac{R_D}{\rho}\,\bar{\omega}\,\phi_{\bar{z}} \quad (2.34)$$

従って式(2.11)は，

$$\frac{d}{ds}\left(q_\omega \frac{\rho^2}{R_D^2}\right) = \frac{\rho}{R_D}\,\frac{d}{R_D d\varphi}\left(E\,\frac{R_D}{\rho}\,\bar{\omega}\,\frac{d\theta_{\bar{z}}}{R_D\theta\varphi}\right) \quad (2.35)$$

曲げねじれによる2次ねじれモーメント $T_{\bar{\omega}}$ は，

$$T_{\bar{\omega}} = \Sigma\int q_\omega \vec{r}\, ds \quad (2.36)$$

となるから，式(2.10), (2.12), (2.33)および(2.35)を考慮して部分積分により式(2.37)を得る。

$$T_{\bar{\omega}} = -\frac{d}{R_D d\varphi}\left(EJ_{\bar{\omega}}\frac{d\theta_{\bar{z}}}{R_D d\varphi}\right) \quad (2.37)$$

ここで

$$J_{\bar{\omega}} = R_D\int\frac{1}{\rho}\,\bar{\omega}^2 t ds$$

従ってせん断中心をねじれの中心としたとき，せん断中心まわりの全ねじれモーメント T_z^* は次のようになる。

$$T_{\bar{z}}^* = GJ_T^*\cdot\theta_z - EJ_\omega^*\,\frac{d^2\theta_z}{R_s^2 d\varphi^2}$$

式(2.6)を代入すると，式(2.38)となる。

$$T_z^* = GJ_T^*\left(\frac{1}{R_s}\,\frac{d\vartheta}{d\varphi} - \frac{du^*}{R_s^2 d\varphi}\right) - EJ_\omega^*\left(\frac{1}{R_s^3}\,\frac{d^3\vartheta}{d\varphi^3} - \frac{d^3u^*}{R_s^4\cdot d\varphi^3}\right) \quad (2.38)$$

2.5 直応力度・断面力と変形量の関係

曲線桁が微小変形したときの断面上の任意の点Dを通る軸の垂直ひずみは次のように生ずる。

a. 橋軸方向の伸びによるひずみ (伸び率)

$$\varepsilon_{\bar{z}} = \frac{1}{R_D}\left(\frac{d\bar{w}}{d\varphi} - \bar{v}\right) \quad (2.39)$$

b. $\bar{x}$ 軸まわりの曲げによるひずみ

$$-\frac{R_D}{\rho}\cdot\bar{y}\cdot\kappa_{\bar{x}},\quad \kappa_{\bar{x}}=\frac{1}{R_D^2}\left(\frac{d^2\bar{v}}{d\varphi^2}+\frac{d\,\bar{v}}{d\varphi}\right)\qquad\text{(曲率の変化)}\qquad(2.40)$$

c．$\bar{y}$ 軸まわりの曲げによるひずみ

$$-\frac{R_D}{\rho}\,\bar{x}\cdot\kappa_{\bar{y}},\quad \kappa_{\bar{y}}=\frac{1}{R_D^2}\left(\frac{d^2\bar{u}}{d\varphi^2}+R_D\cdot\vartheta\right)\qquad\text{(曲率の変化)}\qquad(2.41)$$

d．ねじれによるひずみ

$$-\frac{R_D}{\rho}\cdot\bar{\alpha}\cdot\phi_{\bar{z}},\quad \phi_{\bar{z}}=\frac{1}{R_D^2}\left(\frac{d^2\vartheta}{d\varphi^2}-\frac{1}{R_D}\,\frac{d^2\bar{u}}{d\varphi^2}\right)\qquad\text{(曲げねじれ率)}\qquad(2.42)$$

従って全ひずみ ε_φ は，

$$\varepsilon_\varphi=\frac{R_D}{\rho}\,(\varepsilon_{\bar{z}}-\bar{y}\,\kappa_{\bar{x}}-\bar{x}\,\kappa_{\bar{y}}-\bar{\omega}\phi_{\bar{z}})\qquad(2.43)$$

直応力度はこれに比例するから，

$$\sigma_\varphi=E\,\frac{R_D}{\rho}\,(\varepsilon_{\bar{z}}-\bar{y}\,\kappa_{\bar{x}}-\bar{x}\,\kappa_{\bar{y}}-\bar{\omega}\phi_{\bar{z}})\qquad(2.44)$$

この直応力度 σ_φ を断面について積分して次の断面力を定義する。

$$\left.\begin{aligned}N_{\bar{z}}&=\int_F\sigma_\varphi\,dF\\ M_{\bar{x}}&=\int_F\sigma_\varphi\cdot\bar{y}\,dF\\ M_{\bar{y}}&=\int_F\sigma_\varphi\cdot\bar{x}\,dF\\ M_{\bar{\omega}}&=\int_F\sigma_\varphi\,\bar{\omega}\,dF\end{aligned}\right\}\qquad(2.45)\text{ a–d}$$

式(2.45)に式(2.44)を代入すると，断面力は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}N_{\bar{z}}&=E(F_D\cdot\varepsilon_{\bar{z}}-Z_{\bar{x}}\cdot\kappa_{\bar{x}}-Z_{\bar{y}}\cdot\kappa_{\bar{y}})\\ M_{\bar{x}}&=E(Z_{\bar{x}}\cdot\varepsilon_{\bar{z}}-J_{\bar{x}}\cdot\kappa_{\bar{x}}-J_{\bar{x}\bar{y}}\cdot\kappa_{\bar{y}}-C_{\bar{x}}\cdot\phi_{\bar{z}})\\ M_{\bar{y}}&=E(Z_{\bar{y}}\cdot\varepsilon_{\bar{z}}-J_{\bar{x}\bar{y}}\cdot\kappa_{\bar{x}}-J_{\bar{y}}\cdot\kappa_{\bar{y}}-C_{\bar{y}}\cdot\phi_{\bar{z}})\\ M_{\bar{\omega}}&=E(C_{\bar{x}}\cdot\kappa_{\bar{x}}+C_{\bar{y}}\cdot\kappa_{\bar{y}}+J_{\bar{\omega}}\cdot\phi_{\bar{z}})\end{aligned}\right\}\qquad(2.46)\text{ a–d}$$

これらに関して中立軸およびせん断中心軸に関する量についても求められる。

今，中立軸を原点として，せん断中心をねじれの中心とすると式(2.44)は式(2.47)となる。

$$\sigma_\varphi=E\,\frac{R_0}{\rho}\left(\varepsilon_z-\frac{R_s}{R_0}\,y\cdot\kappa_x^*-\frac{R_s}{R_0}\,x\cdot\kappa_y^*-\frac{R_s}{R_0}\,\omega^*\phi_\omega^*\right)\qquad(2.47)$$

又，$Z_x=Z_y=0$，$C_x^*=C_y^*=0$ となるから

$$\left.\begin{aligned}N_z&=EF\varepsilon_z\\ M_x&=-\frac{R_s}{R_0}\,E(J_x\cdot\kappa_x^*+J_{xy}\cdot\kappa_y^*)\\ M_y&=-\frac{R_s}{R_0}\,E(J_{xy}\,\kappa_x^*+J_y\cdot\kappa_y^*)\\ M_\omega^*&=-EJ_\omega^*\phi_\omega^*\end{aligned}\right\}\qquad(2.48)\text{ a–d}$$

となる。

式(2.48)より，

$$\left.\begin{aligned} E\varepsilon_z &= \frac{N_z}{F} \\ E\kappa_x^* &= -\frac{R_0}{R_s}\frac{M_x\cdot J_y - M_y J_{xy}}{J_x\cdot J_y - J_{xy}^2} \\ E\kappa_y^* &= -\frac{R_0}{R_s}\frac{M_y\cdot J_x - M_x J_{xy}}{J_x J_y - J_{xy}^2} \\ E\phi_\omega^* &= -\frac{M_\omega^*}{J_\omega^*} \end{aligned}\right\} \quad (2.49)\ \text{a-d}$$

式(2.49)を式(2.47)に代入すると直応力度と断面力との関係式が求められる。

$$\sigma_\varphi = \frac{R_0}{\rho}\left\{\frac{N_z}{F} + \frac{M_x J_y - M_y J_{xy}}{J_x J_y - J_{xy}^2}\cdot y + \frac{M_y\cdot J_x - M_x J_{xy}}{J_x J_y - J_{xy}^2}\cdot x + \frac{R_s}{R_0}\cdot\frac{M_\omega^*}{J_\omega^*}\cdot\omega^*\right\} \quad (2.50)$$

2.6 曲線桁の弾性方程式

曲線桁よりとりだした微小角 $d\varphi$ にはさまれた素片について作用する力の釣り合いを考える。外力はねじれ中心を通り鉛直下方に作用する $p_z^* R_s d\varphi$，ねじれ中心を通り横方向に作用する $p_y^* R_s d\varphi$，$p_z^* R_s d\varphi$ およびねじれ中心まわりのねじれモーメント荷重 $t_z^* R_s d\varphi$ と鉛直および水平軸まわりのモーメント荷重 $m_x^* R_s d\varphi$，$m_y^* R_s d\varphi$ として，断面力は断面の中立点に作用する軸力 N_z，座標 x，y 軸まわりの曲げモーメント M_x，M_y，せん断中心に作用するせん断力 Q_x^*，Q_y^* およびせん断中心まわりのねじれモーメント T_z^* とする。図-2.1により釣り合い条件式は式(2.51)となる。

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dQ_x^*}{d\varphi} + R_s p_x^* = 0 \\ &\frac{dQ_y^*}{d\varphi} + N_z + R_s\cdot p_y^* = 0 \\ &\frac{dN_z}{d\varphi} - Q_y^* + R_s p_z^* = 0 \\ &\frac{dM_x}{d\varphi} - \frac{dN_z}{d\varphi}\cdot y_s - Q_y^*\cdot R_s - R_s\cdot m_x^* = 0 \\ &\frac{dM_y}{d\varphi} - T_z^* - \frac{dN_z}{d\varphi}\cdot x_s - Q_x^*\cdot R_s - R_s m_y^* + m_\omega^* = 0 \\ &\frac{dT_z^*}{d\varphi} + M_y - N_z\cdot x_s + R_s\cdot t_z^* - \frac{dm_\omega^*}{d\varphi} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (2.51)\ \text{a-f}$$

式(2.51)から Q_x^*，Q_y^* を消去すると，

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dM_x}{d\varphi} - R_0\frac{dN_z}{d\varphi} - R_s^2 p_z^* - R_s m_x^* = 0 \\ &\frac{d^2M_x}{d\varphi} - \frac{d^2N_z}{d\varphi}\cdot y_s + N_z\cdot R_s + R_s^2 p_y^* - R_s\frac{dm_x^*}{d\varphi} = 0 \\ &\frac{d^2M_y}{d\varphi^2} - \frac{dT_z^*}{d\varphi} - \frac{d^2N_z}{d\varphi}\cdot x_s + R_s^2 p_x^* - R_s\frac{dm_y^*}{d\varphi} + \frac{dm_\omega^*}{d\varphi} = 0 \\ &\frac{dT_z^*}{d\varphi} + M_y - N_z\cdot x_s + R_s t_z^* - \frac{dm_\omega^*}{d\varphi} \end{aligned}\right\} \quad (2.52)\ \text{a-d}$$

式(2.52)に式(2.38)と式(2.48)の関係式を代入して，

$$\varepsilon_z = \frac{R_s}{R_0}(\varepsilon_z^* + y_s\kappa_x^* + x_s\kappa_y^*) \quad (2.53)$$

の関係を考慮すると，せん断中心軸の変形であらわした弾性方程式が式(2.54)のように得られる。

$$\frac{R_s}{R_0}(EJ_x+EFR_0^2)\frac{d^2w^*}{d\varphi^2}+\frac{R_s}{R_0}(EJ_x+EFR_0\cdot y_s)\frac{d^3v^*}{d\varphi^3}-EFR_s^2\frac{dv^*}{d\varphi}+$$
$$+\frac{R_s}{R_0}(EJ_{xy}+EFR_0\cdot x_s)\frac{d^3u^*}{d\varphi^3}+\frac{R_s}{R_0}(EJ_{xy}+EFR_0\cdot x_s)\frac{dR_s\vartheta}{d\varphi}=-R_s^4p_z^*-R_s^3m_x^*$$

$$\frac{R_s}{R_0}(EJ_x+EFR_0y_s)\frac{d^3w^*}{d\varphi^3}-EFR_s^2\frac{dw^*}{d\varphi}+\frac{R_s}{R_0}(EJ_x+EFy_s^2)\frac{d^4v^*}{d\varphi^4}-$$
$$-2\frac{R_s}{R_0}EFR_sy_s\frac{d^2v^*}{d\varphi^2}+\frac{R_s}{R_0}EFR_s^2\cdot v^*+\frac{R_s}{R_0}(EJ_{xy}+EFx_sy_s)\frac{d^4u^*}{d\varphi^4}-$$
$$-\frac{R_s}{R_0}EFR_sx_s\frac{d^2u^*}{d\varphi^2}+\frac{R_s}{R_0}(EJ_{xy}+EFx_s\cdot y_s)\frac{d^2R_s\vartheta}{d\varphi^2}-\frac{R_s}{R_0}EFR_sx_sR_s\vartheta$$
$$=R_s^4p_y^*-R_s\frac{dm_x^*}{d\varphi}$$

$$\frac{R_s}{R_0}(EJ_{xy}+EFR_0x_s)\frac{d^3w^*}{d\varphi^3}+\frac{R_s}{R_0}(EJ_{xy}+EFx_sy_s)\frac{d^4v^*}{d\varphi^4}-\frac{R_s}{R_0}EFR_sx_s\frac{d^2v^*}{d\varphi^2}+$$
$$+\left(\frac{R_s}{R_0}EJ_y+\frac{R_s}{R_0}EFx_s^2+\frac{EJ_\omega^*}{R_0^2}\right)\frac{d^4u^*}{d\varphi}-GJ_T^*\frac{d^2u^*}{d\varphi^2}-\frac{EJ_w^*}{R_s^2}\frac{d^4R_s\vartheta}{d\varphi^4}+$$
$$+\left(\frac{R_s}{R_0}EJ_y+\frac{R_s}{R_0}EFx_s^2+GJ_T^*\right)\frac{d^2R_s\vartheta}{d\varphi^2}=R_s^4p_x^*-R_s^3\frac{dm_y^*}{d\varphi}+R_s^2\frac{dm_\omega^*}{d\varphi}$$

$$\frac{R_s}{R_0}(EJ_{xy}+EFR_0x_s)\frac{dw^*}{d\varphi}+\frac{R_s}{R_0}(EJ_{xy}+EFx_sy_s)\frac{d^2v^*}{d\varphi^2}-\frac{R_s}{R_0}EFR_sx_sv^*-$$
$$-\frac{EJ_\omega^*}{R_s^2}\frac{d^4u^*}{d\varphi^4}+\left(\frac{R_s}{R_0}EJ_y+\frac{R_s}{R_0}EFx_s^2+GJ_T^*\right)\frac{d^2u^*}{d\varphi^2}+\frac{EJ_\omega^*}{R_s^2}\frac{d^4R_s\vartheta}{d\varphi^4}$$
$$-GJ_T^*\frac{d^2R_s\vartheta}{d\varphi^2}+\frac{R_s}{R_0}(EJ_y+EFx_s^2)R_s\vartheta=R_s^3t_z^*-R_s^2\frac{dm_\omega^*}{d\varphi}\qquad(2.54)\text{ a-d}$$

曲率面内に作用する荷重がない場合（$p_y^*=p_z^*=m_x^*=0$），更に $N_z=M_x=0$ となる場合には，式(2.48) a, b より $\varepsilon_z=0$，即ち

$$J_x\kappa_x^*+J_{xy}\kappa_y^*=0$$

故に $\kappa_x^*=-J_{xy}/J_x\cdot\kappa_y^*$ となりこれを式(2.48) c に代入すると，式(2.55)となる。

$$M_y=-\frac{R_s}{R_0}E\left(J_y-\frac{J_{xy}}{J_x}\right)\kappa_y^*=-\frac{R_s}{R_0}E\bar{J}_y\kappa_y^*\qquad(2.55)$$

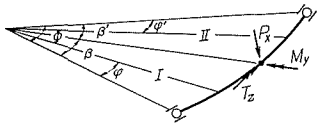
曲率半径に比べて曲率半径方向の寸法が小さい断面（I 形断面など）の場合には曲線桁の断面定数の代わりに同一断面の直線桁の断面定数を用いても大差はない。従ってこの場合には $\rho\fallingdotseq R_s\fallingdotseq R_0$ と仮定出来るから，式(2.52) c, d より鉛直荷重を受ける曲線桁橋の弾性方程式は式(2.56)のように簡単になる。

$$\left(E\bar{J}_y+\frac{EJ_\omega^*}{R_s^2}\right)\frac{d^4u^*}{d\varphi^4}-GJ_T^*\frac{d^2u^*}{d\varphi^2}-\frac{EJ_\omega^*}{R_s^2}\frac{d^4R_s\vartheta}{d\varphi^4}+(E\bar{J}_y+GJ_T^*)\frac{d^2R_s\vartheta}{d\varphi^2}$$
$$=R_s^4p_x^*-R_s^3\frac{dm_y^*}{d\varphi}+R_s^2\frac{dm_\omega^*}{d\varphi}$$
$$-\frac{EJ_\omega^*}{R_s^2}\frac{d^4u^*}{d\varphi^4}+(E\bar{J}_y+GJ_T^*)\frac{d^2u^*}{d\varphi^2}+\frac{EJ_\omega^*}{R_s^2}\frac{d^4R_s\vartheta}{d\varphi^4}-GJ_T^*\frac{d^2R_s\vartheta}{d\varphi^2}+$$
$$+E\bar{J}_yR_s\vartheta=R_s^3t_z^*-R_s^2\frac{dm_\omega^*}{d\varphi}\qquad(2.56)\text{ a, b}$$

2. 7 曲線桁の弾性方程式の解

前節で誘導した曲線桁の弾性方程式は定数係数の 4 階 2 元連立常微分方程式である。従ってこの弾性方程式の解は容易に解くことが出来る。しかし，一般にはかなり煩雑となるが，ラプラス変換による方法が多少とも簡単になる。ここでは単純支持の境界条件のもとに後章において用

いられる載荷状態に対する解の結果のみを示すと，表-1.1～表-1.3となる。



図—2.7

表—1.1　集中荷重 $\boldsymbol{P}_x$ および集中ねじれ荷重 $\boldsymbol{T}_z$ が作用する場合

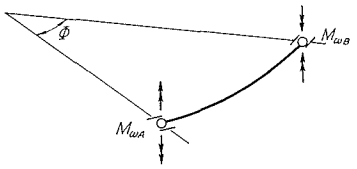
$$\lambda^2=\frac{GJ_T^*}{EJ_\omega^*}\cdot R^2,\quad \eta=\frac{1}{1+\lambda^2},\quad \gamma=\frac{EJ_y}{GJ_T^*}$$

M_y	I	$(\boldsymbol{P}_xR+\boldsymbol{T}_z)\dfrac{\sin\beta'}{\sin\Phi}\sin\varphi$
	II	$(\boldsymbol{P}_xR+\boldsymbol{T}_z)\dfrac{\sin\beta}{\sin\Phi}\sin\varphi'$
T_z^*	I	$(\boldsymbol{P}_xR+\boldsymbol{T}_z)\dfrac{\sin\beta'}{\sin\Phi}\cos\varphi-\boldsymbol{P}_xR\dfrac{\beta'}{\Phi}$
	II	$-(\boldsymbol{P}_xR+\boldsymbol{T}_z)\dfrac{\sin\beta}{\sin\Phi}\cdot\cos\varphi'+\boldsymbol{P}_xR\dfrac{\beta}{\Phi}$
M_w^*	I	$(\boldsymbol{P}_xR^2+\boldsymbol{T}_zR)\eta\dfrac{\sin\beta'}{\sin\Phi}\sin\varphi-\left\{\boldsymbol{P}_xR^2\eta-\boldsymbol{T}_zR(1-\eta)\right\}\dfrac{1}{\lambda}\cdot\dfrac{\sinh\lambda\beta'}{\sinh\lambda\Phi}\sinh\lambda\varphi$
	II	$(\boldsymbol{P}_xR^2+\boldsymbol{T}_zR)\eta\dfrac{\sin\beta}{\sin\Phi}\sin\varphi'-\left\{\boldsymbol{P}_xR^2\eta-\boldsymbol{T}_zR(1-\eta)\right\}\dfrac{1}{\lambda}\cdot\dfrac{\sinh\lambda\beta}{\sinh\lambda\Phi}\sinh\lambda\varphi'$
T_{zs}^*	I	$(\boldsymbol{P}_xR+\boldsymbol{T}_z)(1-\eta)\dfrac{\sin\beta'}{\sin\Phi}\cdot\cos\varphi+\left\{\boldsymbol{P}_xR\eta-\boldsymbol{T}_z(1-\eta)\right\}\dfrac{\sinh\lambda\beta'}{\sinh\lambda\Phi}\cdot\cosh\lambda\varphi-\boldsymbol{P}_xR\dfrac{\beta'}{\Phi}$
	II	$-(\boldsymbol{P}_xR+\boldsymbol{T}_z)(1-\eta)\dfrac{\sin\beta}{\sin\Phi}\cdot\cos\varphi'-\left\{\boldsymbol{P}_xR\eta-\boldsymbol{T}_z(1-\eta)\right\}\dfrac{\sinh\lambda\beta}{\sinh\lambda\Phi}\cdot\cosh\lambda\varphi'+\boldsymbol{P}_xR\dfrac{\beta}{\Phi}$
$EJ_y u^*$	I	$(\boldsymbol{P}_xR^3+\boldsymbol{T}_zR^2)\dfrac{1+\gamma(1-\eta)}{2}\left[\dfrac{\sin\beta'}{\sin\Phi}\varphi\cos\varphi-\left(\sin\beta'-\beta'\cos\beta'+\Phi\dfrac{\sin\beta'}{\sin\Phi}\cos\Phi\right)\dfrac{\sin\varphi}{\sin\Phi}\right]$ $-\boldsymbol{P}_xR^3\gamma\left(\dfrac{\sin\beta'}{\sin\Phi}\sin\varphi-\dfrac{\beta'}{\Phi}\varphi\right)+\left\{\boldsymbol{P}_xR^3\eta^2-\boldsymbol{T}_zR^2(1-\eta)\eta\right\}$ $\times\gamma\cdot\left(\dfrac{\sin\beta'}{\sin\Phi}\sin\varphi-\dfrac{1}{\lambda}\dfrac{\sinh\lambda\beta'}{\sinh\lambda\Phi}\sinh\lambda\varphi\right)$
	II	$(\boldsymbol{P}_xR^3+\boldsymbol{T}_zR^2)\dfrac{1+\gamma(1-\eta)}{2}\left[\dfrac{\sin\beta}{\sin\Phi}\varphi'\cos\varphi'-\left(\sin\beta-\beta\cos\beta+\Phi\dfrac{\sin\beta}{\sin\Phi}\cos\Phi\right)\dfrac{\sin\varphi'}{\sin\Phi}\right]$ $-\boldsymbol{P}_xR^3\gamma\left(\dfrac{\sin\beta}{\sin\Phi}\sin\varphi'-\dfrac{\beta}{\Phi}\varphi'\right)+\left\{\boldsymbol{P}_xR^3\eta^2-\boldsymbol{T}_zR^2(1-\eta)\eta\right\}$ $\times\gamma\cdot\left(\dfrac{\sin\beta}{\sin\Phi}\sin\varphi'-\dfrac{1}{\lambda}\dfrac{\sinh\lambda\beta}{\sinh\lambda\Phi}\sinh\lambda\varphi'\right)$
$GJ_T^*\vartheta_z$	I	$(\boldsymbol{P}_xR^2+\boldsymbol{T}_zR)\dfrac{1+\gamma(1-\eta)}{2\gamma}\left[\dfrac{\sin\beta'}{\sin\Phi}\varphi\cos\varphi-\left(\sin\beta'-\beta'\cos\beta'+\Phi\dfrac{\sin\beta'}{\sin\Phi}\cos\Phi\right)\dfrac{\sin\varphi}{\sin\Phi}\right]$ $-\left\{\boldsymbol{P}_xR^2(1-\eta)\eta-\boldsymbol{T}_zR(1-\eta)^2\right\}\left(\dfrac{\sin\beta'}{\sin\Phi}\sin\varphi-\dfrac{1}{\lambda}\cdot\dfrac{\sinh\lambda\beta'}{\sinh\lambda\Phi}\sinh\lambda\varphi\right)$
	II	$(\boldsymbol{P}_xR^2+\boldsymbol{T}_zR)\dfrac{1+\gamma(1-\eta)}{2\gamma}\left[\dfrac{\sin\beta}{\sin\Phi}\varphi'\cos\varphi'-\left(\sin\beta-\beta\cos\beta+\Phi\dfrac{\sin\beta}{\sin\Phi}\cos\Phi\right)\dfrac{\sin\varphi'}{\sin\Phi}\right]$ $-\left\{\boldsymbol{P}_xR^2(1-\eta)\eta-\boldsymbol{T}_zR(1-\eta)^2\right\}\left(\dfrac{\sin\beta}{\sin\Phi}\sin\varphi'-\dfrac{1}{\lambda}\dfrac{\sinh\lambda\beta}{\sinh\lambda\Phi}\sinh\lambda\varphi'\right)$

表—1.2　集中曲げモーメント $\boldsymbol{M}_y$ が作用する場合

$$\lambda^2=\frac{GJ_T^*}{EJ_\omega^*}\cdot R^2,\quad \eta=\frac{1}{1+\lambda^2},\quad \gamma=\frac{EJ_y}{GJ_T^*}$$

M_y	I	$-\boldsymbol{M}_y\dfrac{\cos\beta'}{\sin\Phi}\cdot\sin\varphi$
	II	$\boldsymbol{M}_y\dfrac{\cos\beta}{\sin\Phi}\cdot\sin\varphi'$
T_z^*	I	$-\boldsymbol{M}_y\left(\dfrac{\cos\beta'}{\sin\Phi}\cos\varphi-\dfrac{1}{\Phi}\right)$
	II	$-\boldsymbol{M}_y\left(\dfrac{\cos\beta}{\sin\Phi}\cos\varphi'-\dfrac{1}{\Phi}\right)$
M_w^*	I	$\boldsymbol{M}_y\cdot R\cdot\eta\cdot\left[\dfrac{\cosh\lambda\beta'}{\sinh\lambda\Phi}\sinh\lambda\varphi-\dfrac{\cos\beta'}{\sin\Phi}\cdot\sin\varphi\right]$
	II	$-\boldsymbol{M}_y\cdot R\cdot\eta\cdot\left[\dfrac{\cosh\lambda\beta}{\sinh\lambda\Phi}\sinh\lambda\varphi'-\dfrac{\cos\beta}{\sin\Phi}\cdot\sin\varphi'\right]$
T_{zs}^*	I	$\boldsymbol{M}_y\left[\dfrac{1}{\Phi}-\lambda^2\eta\dfrac{\cos\beta'}{\sin\Phi}\cos\varphi-\lambda\cdot\eta\dfrac{\cosh\lambda\beta'}{\sinh\lambda\Phi}\cosh\lambda\varphi\right]$
	II	$\boldsymbol{M}_y\left[\dfrac{1}{\Phi}-\lambda^2\eta\dfrac{\cos\beta}{\sin\Phi}\cos\varphi'-\lambda\cdot\eta\dfrac{\cosh\lambda\beta}{\sinh\lambda\Phi}\cosh\lambda\varphi'\right]$
$EJ_y u^*$	I	$\boldsymbol{M}_y R^2\left[\dfrac{1+\gamma(1-\eta)}{2}\left\{\left(\Phi\dfrac{\cos\beta'\cos\Phi}{\sin^2\Phi}+\beta'\dfrac{\sin\beta'}{\sin\Phi}\right)\sin\varphi-\dfrac{\cos\beta'}{\sin\Phi}\varphi\cos\varphi\right\}\right.$ $\left.+\gamma\left(\dfrac{\cos\beta'}{\sin\Phi}\sin\varphi-\dfrac{\varphi}{\Phi}\right)-\gamma\eta^2\left\{\dfrac{\cos\beta'}{\sin\Phi}\sin\varphi-\dfrac{\cosh\lambda\beta'}{\sinh\lambda\Phi}\sinh\lambda\varphi\right\}\right]$
	II	$-\boldsymbol{M}_y R^2\left[\dfrac{1+\gamma(1-\eta)}{2}\left\{\left(\Phi\dfrac{\cos\beta\cos\Phi}{\sin^2\Phi}+\beta\dfrac{\sin\beta}{\sin\Phi}\right)\sin\varphi'-\dfrac{\cos\beta}{\sin\Phi}\varphi'\cos\varphi'\right\}\right.$ $\left.+\gamma\left(\dfrac{\cos\beta}{\sin\Phi}\sin\varphi'-\dfrac{\varphi'}{\Phi}\right)-\gamma\eta^2\left\{\dfrac{\cos\beta}{\sin\Phi}\sin\varphi'-\dfrac{\cosh\lambda\beta}{\sinh\lambda\beta}\sinh\lambda\varphi'\right\}\right]$
$GJ_T^*\vartheta_z$	I	$\boldsymbol{M}_y\cdot R\left[\dfrac{1+\gamma(1-\eta)}{2\gamma}\left\{\left(\Phi\dfrac{\cos\beta'\cos\Phi}{\sin^2\Phi}+\beta'\dfrac{\sin\beta'}{\sin\Phi}\right)\sin\varphi-\dfrac{\cos\beta'}{\sin\Phi}\varphi\cos\varphi\right\}\right.$ $\left.+\eta(1-\eta)\left\{\dfrac{\cos\beta'}{\sin\Phi}\sin\varphi-\dfrac{\cosh\lambda\beta'}{\sinh\lambda\Phi}\sinh\lambda\varphi\right\}\right]$
	II	$-\boldsymbol{M}_y\cdot R\left[\dfrac{1+\gamma(1-\eta)}{2\gamma}\left\{\left(\Phi\dfrac{\cos\beta\cos\Phi}{\sin^2\Phi}+\beta\dfrac{\sin\beta}{\sin\Phi}\right)\sin\varphi'-\dfrac{\cos\beta}{\sin\Phi}\varphi'\cos\varphi'\right\}\right.$ $\left.+\eta(1-\eta)\left\{\dfrac{\cos\beta}{\sin\Phi}\sin\varphi'-\dfrac{\cosh\lambda\beta}{\sinh\lambda\Phi}\sinh\lambda\varphi'\right\}\right]$



図—2.8

表—1.3　端曲げねじれモーメント $\boldsymbol{M}_w$ が作用する場合

$$\lambda^2=\frac{GJ_T^*}{EJ_\omega^*}\cdot R^2,\quad \eta=\frac{1}{1-\lambda^2}$$

M_y	
T_z^*	$-\dfrac{\boldsymbol{M}_{wA}-\boldsymbol{M}_{wB}}{R\Phi}$

M_{ω}^{*}	$\boldsymbol{M}_{\omega A}\cdot\dfrac{\sinh\lambda\varphi'}{\sinh\lambda\Phi}+\boldsymbol{M}_{\omega B}\cdot\dfrac{\sinh\lambda\varphi}{\sinh\lambda\Phi}$
T_{zs}^{*}	$-\dfrac{\boldsymbol{M}_{\omega A}-\boldsymbol{M}_{\omega B}}{R\Phi}+\dfrac{\lambda}{R}\boldsymbol{M}_{\omega A}\dfrac{\cosh\lambda\varphi'}{\sinh\lambda\Phi}-\dfrac{\lambda}{R}\boldsymbol{M}_{\omega B}\dfrac{\cosh\lambda\varphi}{\sinh\lambda\Phi}$
$GJ_{T}^{*}\cdot\omega^{*}$	$(1-\eta)\cdot R\cdot\left(\boldsymbol{M}_{\omega A}\dfrac{\sin\varphi'}{\sin\Phi}+\boldsymbol{M}_{\omega B}\cdot\dfrac{\sin\varphi}{\sin\Phi}\right)-\boldsymbol{M}_{\omega A}\cdot R\cdot\dfrac{\varphi'}{\Phi}-\boldsymbol{M}_{\omega B}\cdot R\cdot\dfrac{\varphi}{\Phi}$ $+\eta\cdot R\cdot\left(\boldsymbol{M}_{\omega A}\dfrac{\sinh\lambda\varphi'}{\sinh\lambda\Phi}+\boldsymbol{M}_{\omega B}\cdot\dfrac{\sinh\lambda\varphi}{\sinh\lambda\Phi}\right)$
$GJ_{T}^{*}\cdot\vartheta$	$(1-\eta)\left[\boldsymbol{M}_{\omega A}\dfrac{\sin\varphi'}{\sin\Phi}+\boldsymbol{M}_{\omega B}\dfrac{\sin\varphi}{\sin\Phi}-\boldsymbol{M}_{\omega A}\dfrac{\sinh\lambda\varphi'}{\sinh\lambda\Phi}-\boldsymbol{M}_{\omega B}\dfrac{\sinh\lambda\varphi}{\sinh\lambda\Phi}\right]$

3. 連続曲線桁橋の理論

3.1 連続曲線桁の構造と仮定

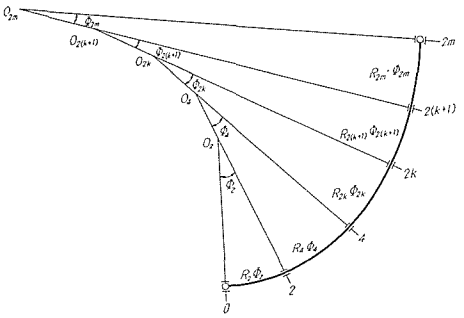
本章で取り扱う連続曲線桁の構造形式は次の仮定を満足するものとする。

a. 各支間において曲線桁は一定の曲率で円弧状をなし，その軸線はねじれ中心の位置とする。

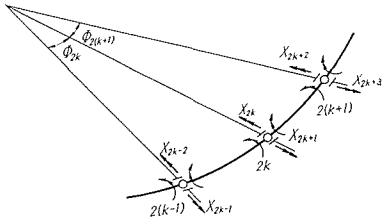
b. 中間支点上において曲線桁は相接続し，曲げに対しては回転自由でねじれに対しては拘束されているものとする。

c. 各支間のスパン長およびスパン数は任意とする。

d. 基本系とする個々の曲線桁は第2章の仮定をすべて満足するものとする。



図—3.1



図—3.2

3.2 連続曲線桁の弾性方程式

連続曲線桁を解析するに当たって不静定量の選び方に2つの方法がある。その一つは中間支点を取りはずし垂直反力とねじれモーメント反力を不静定量として挿入する方法である。これは等支間の場合には便利であるが，曲線桁の剛性が支間毎に変化する場合や，支間毎に曲率半径の変わる場合等には不利である。他の一つの方法は，中間支点上断面を切断して各支間毎に単純曲線桁(基本系)となし，支点断面の曲げモーメントと曲げねじれモーメントを不静定量に選び解析する方法である。これは前者の不利な点を補いより有利性が高いと思われる。

図-3.2に示すように，連続曲線桁の支点上断面を切断し，各支間毎に単純曲線桁(基本系)とする。この単純曲線桁については，前章により任意の外力に対して任意の点における断面力および変形量は既知であるとする。この基本系の支点断面に曲げモーメント $\boldsymbol{M}$ と曲げねじれモーメント $\boldsymbol{M}_{\omega}$ を作用させ，これを不静定量に選ぶ。さて，図-3.2に示すように支点 …, $2k$, $2(k+1)$, … に順次曲げモーメント …, X_{2k}, $X_{2(k+1)}$, … および曲げねじれモーメント …, X_{2k+1}, X_{2k+3}, … を挿入して連続曲線桁の弾性方程式を導くと，式 (3.1) のように求められる。

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{X}+P\cdot\boldsymbol{D}+T\cdot\Theta=0 \tag{3.1}$$

ここで

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\delta_{I,I}\cdots\cdots\delta_{I,2(m-1)}\\ \vdots\qquad\qquad\vdots\\ \delta_{2(m-1),I}\cdots\cdots\delta_{2(m-1),2(m-1)}\end{bmatrix}$$

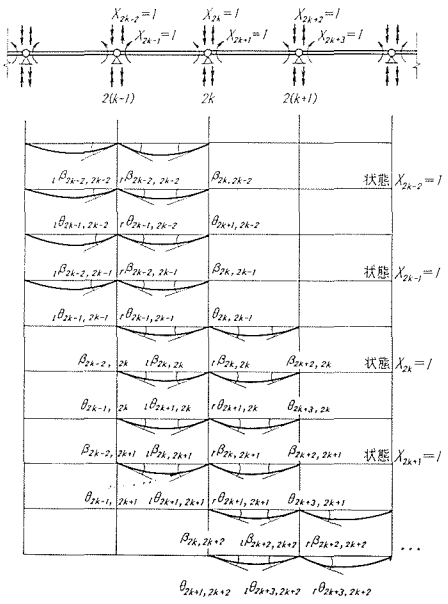
$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}X_I\\ X_{II}\\ \vdots\\ X_{2(m-1)}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}\delta_{I,0}\\ \delta_{II,0}\\ \vdots\\ \delta_{2(m-1),0}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\Theta}=\begin{bmatrix}\phi_{I,0}\\ \phi_{II,0}\\ \vdots\\ \phi_{2(m-1),0}\end{bmatrix}\qquad (3.2)\ \text{a–d}$$

P および T は各々集中垂直荷重および集中ねじれモーメント荷重である。

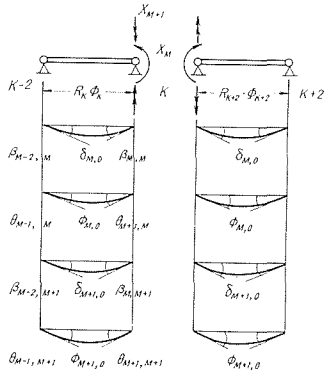
式(3.2)a における係数マトリックス $\boldsymbol{A}$ の要素 (element) δ は次のようにあらわされる。

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\delta_{2k,2k-3}=0$$
$$\delta_{2k,2k-2}=\beta_{2k-2,2k}$$
$$\delta_{2k,2k-1}=\theta_{2k-1,2k}$$
$$\delta_{2k,2k}={}_l\beta_{2k,2k}+{}_r\beta_{2k,2k}$$
$$\delta_{2k,2k+1}={}_l\theta_{2k+1,2k}+{}_r\theta_{2k+1,2k}$$
$$\delta_{2k,2k+2}=\beta_{2k+2,2k}$$
$$\delta_{2k,2k+3}=\theta_{2k+3,2k}$$
$$\delta_{2k,2k+4}=0$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\delta_{2k+1,2k-3}=0$$
$$\delta_{2k+1,2k-2}=\beta_{2k-2,2k+1}$$
$$\delta_{2k+1,2k-1}=\theta_{2k-1,2k+1}$$
$$\delta_{2k+1,2k}={}_l\beta_{2k,2k+1}+{}_r\beta_{2k,2k+1}$$
$$\delta_{2k+1,2k+1}={}_l\theta_{2k+1,2k+1}+{}_r\theta_{2k+1,2k+1}$$
$$\delta_{2k+1,2k+2}=\beta_{2k+2,2k+1}$$
$$\delta_{2k+1,2k+3}=\theta_{2k+3,2k+1}$$
$$\delta_{2k+1,2k+4}=0$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\qquad (3.3)$$



図—3. 3



図—3. 4

ここで

$\beta_{M,N}$： 不静定状態 $X_M=1$ の力に対応する不静定状態 $X_N=1$ による変形量(たわみ角)を示す。$M, N=\mathrm{I},\mathrm{II},\cdots,2k,2k+1,\cdots,2(m-1)$

$\theta_{M,M}$： 不静定状態 $X_M=1$ の力に対応する不静定状態 $X_N=1$ による変形量(ねじれ率)を示す。$M, N=\mathrm{I},\mathrm{II},\cdots,2k,2k+1,\cdots,2(m-1)$

$\beta_{M,N}$, $\theta_{M,N}$ に関する計算式は図-3.4に示す記号で次のように求められる。支点たわみ角 $\beta_{M,N}$ は曲げモーメント $\boldsymbol{M}$ および曲げねじれモーメント $\boldsymbol{M}_\omega$ による垂直変位 u_M, u_{M_ω} の導関数より求められ式(3.4)となる。

$$\beta_{M-2,M}=\left(\frac{du_M}{R_K d\varphi}\right)_{\varphi=0}=\frac{R_K}{EJ_y}\left\{\frac{1+\gamma(1-\eta)}{2}\frac{1}{\sin\Phi_K}\left(1-\frac{\Phi_K}{\tan\Phi_K}\right)-\right.$$
$$\left.-\gamma\left(\frac{1}{\sin\Phi_K}-\frac{1}{\Phi_K}\right)-\gamma\cdot\eta^2\left(\frac{\lambda}{\sinh\lambda\Phi_K}-\frac{1}{\sin\Phi_K}\right)\right\}$$
$$\beta_{M,M}=\left(\frac{du_M}{R_K d\varphi}\right)_{\varphi=\Phi_K}=-\frac{R_K}{EJ_y}\left\{\frac{1+\gamma(1-\eta)}{2}\frac{1}{\sin\Phi_K}\cdot\left(\cos\Phi_K-\frac{\Phi_K}{\sin\Phi_K}\right)-\right.$$
$$\left.-\gamma\left(\frac{1}{\tan\Phi_K}-\frac{1}{\Phi_K}\right)-\gamma\eta^2\left(\frac{\lambda}{\tanh\lambda\Phi_K}-\frac{1}{\tan\Phi_K}\right)\right\}$$
$$\beta_{M-2,M+1}=\left(\frac{du_{M_\omega}}{d\varphi}\right)_{\varphi=0}=\frac{1}{GJ_T}\left\{\frac{1}{\Phi_K}-(1-\eta)\frac{1}{\sin\Phi_K}-\eta\frac{\lambda}{\sinh\lambda\Phi_K}\right\}$$
$$\beta_{M,M+1}=\left(\frac{du_{M_\omega}}{d\varphi}\right)_{\varphi=\Phi_K}=-\frac{1}{GJ_T}\left\{\frac{1}{\Phi_K}-(1-\eta)\frac{1}{\tan\Phi_K}-\eta\frac{\lambda}{\tanh\lambda\Phi_K}\right\}\qquad(3.4)\text{ a-d}$$

支点ねじれ率 $\theta_{M,N}$ は曲げモーメントおよびねじれモーメント $\boldsymbol{M}_\omega$ によるねじれ率 θ_M, θ_{M_ω} の計算式，式(3.5)より求められ式(3.6)となる。

$$\theta=\frac{d\vartheta}{R_K d\varphi}-\frac{1}{R_K}\cdot\frac{du}{R_K d\varphi}\qquad(3.5)$$

$$\theta_{M-1,M}=(\theta_M)_{\varphi=0}=-\frac{1}{GJ_T}\left\{\frac{1}{\Phi_K}-(1-\eta)\frac{1}{\sin\Phi_K}-\eta\frac{\lambda}{\sinh\lambda\Phi_K}\right\}$$
$$\theta_{M+1,M}=(\theta_M)_{\varphi=\Phi_K}=\frac{1}{GJ_T}\left\{\frac{1}{\Phi_K}-(1-\eta)\frac{1}{\tan\Phi_K}-\eta\frac{\lambda}{\tanh\lambda\Phi_K}\right\}$$
$$\theta_{M-1,M+1}=(\theta_{M_\omega})_{\varphi=0}=-\frac{1}{GJ_TR_K}\left\{\frac{1}{\Phi_K}-\frac{\lambda}{\sinh\lambda\Phi_K}\right\}$$
$$\theta_{M+1,M+1}=(\theta_{M_\omega})_{\varphi=\Phi_K}=\frac{1}{GJ_TR_K}\left\{\frac{1}{\Phi_K}-\frac{\lambda}{\tanh\lambda\Phi_K}\right\}\qquad(3.6)\text{ a-d}$$

荷重項 $\boldsymbol{D}$ および Θ におけるマトリックス要素 $\delta_{M,0}$, $\phi_{M,0}$ は不静定状態 $X_{M=1}$ による変形量そのものに相当するから 図-3.4 より次の記号を用いて式(3.7)～式(3.10)のように求められる。

$u_{ij,KM}$, u_{ij,KM_ω}：単純曲線桁 $(K-2\sim K)$ の支点 j に夫々曲げモーメント荷重 $\boldsymbol{M}$，曲げねじれモーメント荷重 $\boldsymbol{M}_\omega$ が作用した時の点 i における垂直変位

$\vartheta_{ij,KM}$, ϑ_{ij,KM_ω}：単純曲線桁 $(K-2\sim K)$ の支点 j に夫々曲げモーメント荷重 $\boldsymbol{M}$，曲げねじれモーメント荷重 $\boldsymbol{M}_\omega$ が作用した時の点 i におけるねじれ角変位

a．外力 P が支間 $(R_K\Phi_K)$ の曲線桁上に作用する場合

$$\left.\begin{array}{ll}\cdots\cdots\cdots & \\ \delta_{M-3,0}=0 & \\ \delta_{M-2,0}=u_{ij,KM} & j:\ \text{支点 } K-2 \text{ 上}\\ \delta_{M-1,0}=u_{ij,KM_\omega} & j:\ \text{支点 } K-2 \text{ 上}\\ \delta_{M,0}=u_{ij,KM} & j:\ \text{支点 } K \text{ 上}\\ \delta_{M+1,0}=u_{ij,KM_\omega} & j:\ \text{支点 } K \text{ 上}\\ \delta_{M+2,0}=0 & \\ \cdots\cdots\cdots & \end{array}\right\}\qquad(3.7)$$

b．外力 P が支間 $(R_{K+2}\Phi_{K+2})$ の曲線桁上に作用する場合

$$\left.\begin{array}{ll}\cdots\cdots\cdots & \\ \delta_{M-1,0}=0 & \\ \delta_{M,0}=u_{ij,(K+2)M} & j:\ \text{支点 } K \text{ 上}\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{aligned}
&\delta_{M+1,0}=u_{ij,(K+2)M_\omega} \qquad j:\ \text{支点}K\text{上}\\
&\delta_{M+2,0}=u_{ij,(K+2)M} \qquad j:\ \text{支点}K+2\text{上}\\
&\delta_{M+3,0}=u_{ij,(K+2)K_\omega} \qquad j:\ \text{支点}K+2\text{上}\\
&\delta_{M+4,0}=0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right\} \tag{3.8}$$

c. 外力 T が支間 $(R_K\Phi_K)$ の曲線桁上に作用する場合

$$\left.\begin{aligned}
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\phi_{M-3,0}=0\\
&\phi_{M-2,0}=\vartheta_{ij,KM} \qquad j:\ \text{支点}K-2\text{上}\\
&\phi_{M-1,0}=\vartheta_{ij,KM_\omega} \qquad j:\ \text{支点}K-2\text{上}\\
&\phi_{M,0}=\vartheta_{ij,KM} \qquad j:\ \text{支点}K\text{上}\\
&\phi_{M+1,0}=\vartheta_{ij,KM_\omega} \qquad j:\ \text{支点}K\text{上}\\
&\phi_{M+2,0}=0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right\} \tag{3.9}$$

d. 外力 T が支間 $(R_{K+2}\Phi_{K+2})$ の曲線桁上に作用する場合

$$\left.\begin{aligned}
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\phi_{M-1,0}=0\\
&\phi_{M,0}=\vartheta_{ij,(K+2)M} \qquad j:\ \text{支点}K\text{上}\\
&\phi_{M+1,0}=\vartheta_{ij,(K+2)M_\omega} \qquad j:\ \text{支点}K\text{上}\\
&\phi_{M+2,0}=\vartheta_{ij,(K+2)M} \qquad j:\ \text{支点}K+2\text{上}\\
&\phi_{M+3,0}=\vartheta_{ij,(K+2)M_\omega} \qquad j:\ \text{支点}K+2\text{上}\\
&\phi_{M+4,0}=0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right\} \tag{3.10}$$

3. 3 連続曲線桁の断面力と変形量

任意支間の連続曲線桁の断面力と変形量の影響線は 3.2 節における式 (3.1) によりすべての不静定量が求められるので次のように計算される。今，任意の支間 $(R_K\Phi_K)$ における点 x の断面力および変形量の影響線を $S_{Ki,Lj}$ とすれば，式(3.11)のようになる。

$$S_{Ki,Lj}=S^0_{Ki,Lj}+\sum_{M=I}^{2(m-1)}S_{Ki,M}\cdot X_{Lj,M} \tag{3.11}$$
$$K,L=2k,\quad k=1,2,\cdots,m$$

ここで

$S^0_{Ki,Lj}$: 単一の曲線桁（基本系）の断面力および変形量の影響線。

$S_{Ki,M}$: 不静定状態 $X_M=1$ による単一曲線桁（基本系）の支間 $(R_K\Phi_K)$ の点 i における断面力および変形図の縦距。

$X_{Lj,M}$: 式(3.1)により求められる不静定量影響線で M は不静定状態 I, II, …, $2(m-1)$ を表わし，j は外力荷重載荷位置を示す。

$S_{Ki,M}$ に関しては次のように式(3.12)によって計算される。

支間 $K(R_K\Phi_K)$ の点 i の $S_{Ki,M}$

$$
\left.\begin{array}{ll}
\cdots\cdots & \\
S_{Ki,M-3}=0 & \\
S_{Ki,M-2}=S_{ij,KM} & j:\ \text{支点}\ K-2\ \text{上}\\
S_{Ki,M-1}=S_{ij,KM_\omega} & j:\ \text{支点}\ K-2\ \text{上}\\
S_{Ki,M}=S_{ij,KM} & j:\ \text{支点}\ K\ \text{上}\\
S_{Ki,M+1}=S_{ij,KM_\omega} & j:\ \text{支点}\ K\ \text{上}\\
S_{Ki,M+2}=0 & \\
\cdots\cdots &
\end{array}\right\} \qquad (3.12)
$$

ただし，$S_{ij,KM}$, S_{ij,KM_ω}: 支間 $K(R_K\cdot\Phi_K)$ の曲線桁の支点 j に夫々曲げモーメント $\boldsymbol{M}=1$ および曲げねじれモーメント $\boldsymbol{M}_\omega=1$ が作用した時の点 i における断面力および変形量をあらわす。

4. 連続曲線格子桁橋の理論

4.1 連続曲線格子桁の構造形式と仮定

本章で取り扱う連続曲線格子桁の構造形式は次の仮定を満足するものとする。

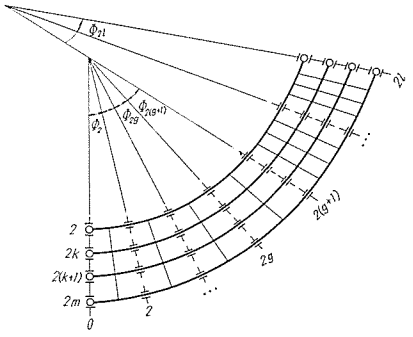
a. 各支間において曲率中心を共有し，円弧中心角 Φ が等しく，中間支点上で相接続する2本以上の連続曲線主桁と各支間毎にその軸線が夫々の曲率中心にすべて一致し，各曲線主桁と半径方向に直角に交わる直線横桁とで構成する。

b. 曲線主桁と横桁とは剛結されている。

c. 横桁のねじれ剛性，曲げねじれ剛性は無視する。

d. 各曲線主桁の軸線はねじれ中心の位置とする。

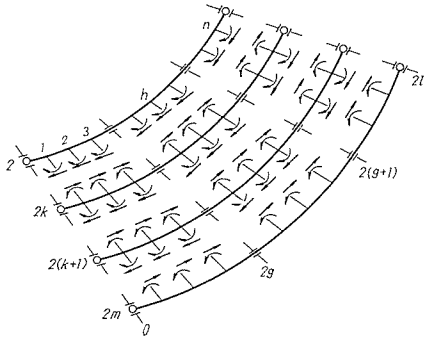
e. 基本系とする個々の連続曲線桁は第3章の仮定をすべて満足するものとする。



図—4. 1

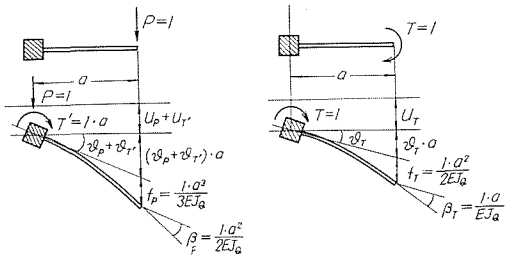
4.2 連続曲線格子桁の弾性方程式

連続曲線格子桁の各横桁は曲線主桁に剛に連結していると仮定したので図-4.2のように横桁中央で切断して，その横桁中央断面に存在する曲げモーメントとせん断力を不静定量に選び，各曲線主桁を全部切離して，連続曲線桁（基本系）をつくる。この基本系の連続曲線桁については前章までに誘導した式によって，任意の外力に対して，任意の点における断面力および変形量は既知であるとする。図-4.2に示すように主桁位置を端主桁より $2,4,\cdots,2k,\cdots,m$ とし，横桁中央切断点を $3,5,\cdots,2k+1,\cdots,2m-1$ で与える。そして，連続曲線主桁 $2k$ と $2(k+1)$ との間にある横桁 h の両曲線主桁間隔 $2a$ を2等分する断面で切断し，横桁を片持ばりと考え，その先端における変形量を求める。



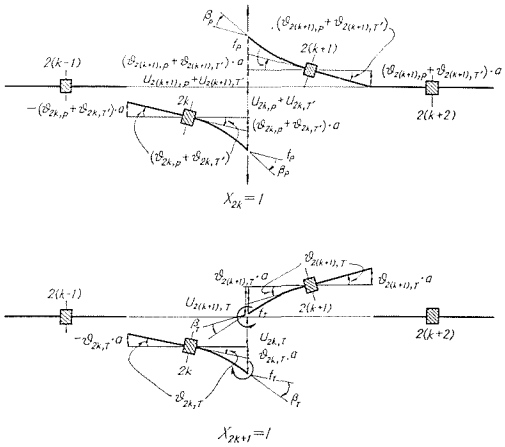
図—4. 2

まず，解析に先立って垂直力 P による変形量およびねじれモーメント T（ただし，横桁 h に対しては曲げモーメントになる）による変形量を図-4.3の如く表示する。



図—4. 3

これらの記号を用いて，主桁 $2k$ と主桁 $2(k+1)$ の間の横桁 h の中央断面 $(2k+1)$ における不静定量 $X_{2k}=1$ および $X_{2k+1}=1$ による変形量を求めると，図-4.4に示すようになる。



図—4. 4

さて，図-4.2に示したように各支点における横桁を除くすべての横桁を切離して不静定量 $X_I, X_{II}, \cdots, X_{2k}, \cdots, X_{2n(m-1)}$ を挿入する。これは $2n(m-1)$ 個の不静定量になるから，連続曲線格子桁に関する $2n(m-1)$ 次の弾性方程式が得られる。この弾性方程式を行列表示であらわせば式(4.1)となる。

$$\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{X}+P\cdot\boldsymbol{D}+T\cdot\Theta=0 \tag{4.1}$$

ここで

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & & \boldsymbol{A}_{ij} \\ & \boldsymbol{A}_{hh} & \\ \boldsymbol{A}_{ji} & & \boldsymbol{A}_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix} X_I \\ \vdots \\ X_{2k} \\ \vdots \\ X_{2n(m-1)} \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{D}=\begin{bmatrix} \delta_{I,0} \\ \vdots \\ \delta_{2k,0} \\ \vdots \\ \delta_{2n(m-1),0} \end{bmatrix},\quad \Theta=\begin{bmatrix} \phi_{I,0} \\ \vdots \\ \phi_{2k,0} \\ \vdots \\ \phi_{2n(m-1),0} \end{bmatrix} \tag{4.2 a-b}$$

P および T は各々集中垂直荷重および集中ねじれモーメント荷重である。

式(4.2)aにおける係数マトリックス $\boldsymbol{C}$ の要素 (element) のうち対角線上にある $\boldsymbol{A}_{hh}$ なる小マトリックスは横桁 h 自身の力と変形とによる仕事に関する係数小マトリックスで曲線主桁本数が m 本ある場合には，横桁 h に関しては $2(m-1)$ 個の不静定量となるのでマトリックス $\boldsymbol{A}_{hh}$ は式(4.3)のようになる。

$$\boldsymbol{A}_{hh}=\begin{bmatrix} \delta_{I,I} & \cdots & \delta_{I,2(m-1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{2(m-1),I} & \cdots & \delta_{2(m-1),2(m-1)} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

ここで，係数小マトリックス $\boldsymbol{A}_{hh}$ の要素 δ は式(4.4)であらわされる。

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\delta_{2k,2k-3}=0$$

$$\delta_{2k,2k-2}=-(u_{2k,P}+u_{2k,T'})+(\vartheta_{2k,P}+\vartheta_{2k,T'})\cdot a$$

$$\delta_{2k,2k-1}=-(\vartheta_{2k,P}+\vartheta_{2k,T'})$$

$$
\begin{aligned}
&\delta_{2k,2k} = u_{2k,P}+u_{2k,T'}+(\vartheta_{2k,P}+\vartheta_{2k,T'})\cdot a+u_{2(k+1),P}+u_{2(k+1),T'}\\
&\qquad +(\vartheta_{2(k+1),P}+\vartheta_{2(k+1),T'})\cdot a+2f_P\\
&\delta_{2k,2k+1} = \vartheta_{2k,P}+\vartheta_{2k,T'}-(\vartheta_{2(k+1),P}+\vartheta_{2(k+1),T'})\\
&\delta_{2k,2k+2} = -(u_{2(k+1),P}+u_{2(k+1),T'})+(\vartheta_{2(k+1),P}+\vartheta_{2(k+1),T})\cdot a\\
&\delta_{2k,2k+3} = \vartheta_{2(k+1),P}+\vartheta_{2(k+1),T'}\\
&\delta_{2k,2k+4} = 0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\delta_{2k+1,2k-3} = 0\\
&\delta_{2k+1,2k-2} = -u_{2k,T}+\vartheta_{2k,T}\cdot a\\
&\delta_{2k+1,2k-1} = -\vartheta_{2k,T}\\
&\delta_{2k+1,2k} = u_{2k,T}+\vartheta_{2k,T}\cdot a+u_{2(k+1),T}-\vartheta_{2(k+1),T}\cdot a\\
&\delta_{2k+1,2k+1} = \vartheta_{2k,T}+\vartheta_{2(k+1),T}+2\beta_T\\
&\delta_{2k+1,2k+2} = -u_{2(k+1),T}-\vartheta_{2(k+1),T}\cdot a\\
&\delta_{2k+1,2k+3} = -\vartheta_{2(k+1),T}\\
&\delta_{2k+1,2k+4} = 0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
\tag{4.4}
$$

要素 δ に関しては Maxwell-Betti の法則が成立して，$\delta_{2k,2k+1}=\delta_{2k+1,2k}$ である。

更に，係数マトリックス $\boldsymbol{C}$ の要素のうち小マトリックス $\boldsymbol{A}_{ij}$ は横桁 h と異なる横桁とのなす仕事による係数小マトリックスである。今，表示記号簡略化のためサフィックス $2(m-1)=r$ とすれば次のようにあらわされる。

$$
\boldsymbol{A}_{bi} = \begin{bmatrix} \delta_{ri-(r-1),rj-(r-1)} & \cdots & \delta_{ri-(r-1),rj-(r-r)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{ri-(r-r),rj-(r-1)} & \cdots & \delta_{ri-(r-r),rj-(r-r)} \end{bmatrix} \tag{4.5}
$$

ただし，$i=1,2,\cdots,n-1 \qquad j=i+1,i+2,\cdots,n$

係数小マトリックス $\boldsymbol{A}_{ij}$ のマトリックス要素 δ は次の記号を用いて式(4.6)となる。

$u_{ij,2kP}$, $u_{ij,2kT'}$, $u_{ij,2kT}$：連続曲線桁（基本系）の曲線主桁 $2k$ の点 j に夫々垂直荷重 $P=1$，ねじれモーメント荷重 $T'=1\cdot a$ および $T=1$ が作用した時の連続曲線桁の点 i における垂直変位

$\vartheta_{ij,2kP}$, $\vartheta_{ij,2kT'}$, $\vartheta_{ij,2kT}$：連続曲線桁（基本系）の曲線主桁 $2k$ の点 j に夫々垂直荷重 $P=1$，ねじれモーメント荷重 $T'=1\cdot a$ および $T=1$ が作用した時の連続曲線桁の点 i におけるねじれ角変位

$$
\begin{aligned}
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\delta_{ri-2k,rj-2k-3} = 0\\
&\delta_{ri-2k,rj-2k-2} = -(u_{ij,2kP}+u_{ij,2kT'})+(\vartheta_{ij,2kP}+\vartheta_{ij,2kT'})\cdot a\\
&\delta_{ri-2k,rj-2k-1} = -(\vartheta_{ij,2kP}+\vartheta_{ij,2kT'})\\
&\delta_{ri-2k,rj-2k} = u_{ij,2kP}+u_{ij,2kT'}+(\vartheta_{ij,2kP}+\vartheta_{ij,2kT'})\cdot a\\
&\qquad +u_{ij,2(k+1)P}+u_{ij,2(k+1)T'}+(\vartheta_{ij,2(k+1)P}+\vartheta_{ij,2(k+1)T'})\cdot a\\
&\delta_{ri-2k,rj-2k+1} = \vartheta_{ij,2kP}+\vartheta_{ij,2kT'}-(\vartheta_{ij,2(k+1)P}+\vartheta_{ij,2(k+1)T'})\\
&\delta_{ri-2k,rj-2k+2} = -(u_{ij,2(k+1)P}+u_{ij,2(k+1)T'})+(\vartheta_{ij,2(k+1)P}+\vartheta_{ij,2(k+1)T'})\cdot a
\end{aligned}
$$

$$\delta_{ri-2k,rj-2k+3}=\vartheta_{ij,2(k+1)P}+\vartheta_{ij,2(k+1)T'}$$
$$\delta\delta_{ri-2k,rj-2k+4}=0$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\delta_{ri-2k+1,rj-2k-3}=0$$
$$\delta_{ri-2k+1,rj-2k-2}=-u_{ij,2kT}+\vartheta_{ij,2kT}\cdot a$$
$$\delta_{ri-2k+1,rj-2k-1}=-\vartheta_{ij,2kT}$$
$$\delta_{ri-2k+1,rj-2k}=u_{ij,2kT}+\vartheta_{ij,2kT}\cdot a+u_{ij,2(k+1)T}-\vartheta_{ij,2(k+1)}\cdot a$$
$$\delta_{ri-2k+1,rj-2k+1}=\vartheta_{ij,2kT}+\vartheta_{ij,2(k+1)T}$$
$$\delta_{ri-2k+1,rj-2k+2}=-u_{ij,2(k+1)T}-\vartheta_{ij,2(k+1)T}\cdot a$$
$$\delta_{ri-2k+1,rj-2k+3}=-\vartheta_{ij,2(k+1)T}$$
$$\delta_{ri-2k+1,rj-2k+4}=0$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (4.6)$$

ただし，$i=1,2,3,\cdots,n-1$　　$j=i+1,i+2,i+3,\cdots,n$

又，荷重項 $\boldsymbol{D}$ および $\boldsymbol{\Theta}$ におけるマトリックス要素は，不静定状態 $X_I=1,\cdots,X_{2k}=1,\cdots$ 等による変形量そのものに相当するから 図-4.4 を参照して次のように求められる。

a．外力 P が連続曲線主桁 $\cdots,2k,2(k+1),\cdots$ 等に作用する場合

主桁 $2k$ の点 j に作用するとき，

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\delta_{ri-2k-3,0}=0$$
$$\delta_{ri-2k-2,0}=-u_{ij,2kP}-u_{ij,2kT'}$$
$$\delta_{ri-2k-1,0}=-u_{ij,2kT}$$
$$\delta_{ri-2k,0}=u_{ij,2kP}+u_{ij,2kT'}$$
$$\delta_{ri-2k+1,0}=u_{ij,2kT}$$
$$\delta_{ri-2k+2,0}=0$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

主桁 $2(k+1)$ の点 j に作用するとき，

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\kappa_{ri-2k-1,0}=0$$
$$\delta_{ri-2k,0}=-u_{ij,2(k+1)P}-u_{ij,2(k+1)T'}$$
$$\delta_{ri-2k+1,0}=-u_{ij,2(k+1)T}$$
$$\delta_{ri-2k+2,0}=u_{ij,2(k+1)P}+u_{ij,2(k+1)T'}$$
$$\delta_{ri-2k+3,0}=u_{ij,2(k+1)T}$$
$$\delta_{ri-2k+4,0}=0$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (4.7)$$

b．外力 T が連続曲線桁 $\cdots,2k,2(k+1),\cdots$ 等に作用する場合

主桁 $2k$ の点 j に作用するとき，

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\phi_{ri-2k-3,0}=0$$
$$\phi_{ri-2k-2,0}=\vartheta_{ij,2kP}+\vartheta_{ij,2kT'}$$

$$\phi_{ri-2k-1,0} = -\vartheta_{ij,2kT}$$
$$\phi_{ri-2k,0} = \vartheta_{ij,2kP}+\vartheta_{ij,2kT'}$$
$$\phi_{ri-2k+1,0} = \vartheta_{ij,2kT}$$
$$\phi_{ri-2k+2,0} =$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

主桁 $2(k+1)$ の点 j に作用するとき，

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\phi_{ri-2k-1,0} = 0$$
$$\phi_{ri-2k,0} = \vartheta_{ij,2(k+1)P}+\vartheta_{ij,2(k+1)T'}$$
$$\phi_{ri-2k+1,0} = -\vartheta_{ij,2(k+1)T}$$
$$\phi_{ri-2k+2,0} = \vartheta_{ij,2(k+1)P}+\vartheta_{ij,2(k+1)T'}$$
$$\phi_{ri-2k+3,0} = \vartheta_{ij,2(k+1)T}$$
$$\phi_{ri-2k+4,0} = 0$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (4.8)$$

4. 3 連続曲線格子桁の断面力と変形量

第 4.2 節において連続曲線格子桁の弾性方程式によりすべての不静定量影響面が計算されるので，連続曲線格子桁の断面力と変形量の影響面は次のようにして求められる。連続曲線格子桁の曲線主桁 K の任意の点 x における断面力および変形量の影響面を $S_{Kx,Lv}$ とすれば，式(4.9)のようになる。

$$S_{Kx,Lv} = S^0_{Kx,Lv}+\sum_{M=I}^{2n(m-1)} S_{Kx,M}\cdot X_{Lv,M} \qquad (4.9)$$
$$K, L = 2, 4, \cdots, 2k, \cdots, 2m$$

ここで

$S^0_{Kx,Lv}$： 単一の連続曲線桁（基本系）の断面力および変形量の影響線

$S_{Kx,M}$： 不静状態 $X_M=1$ による単一連続曲線桁（基本系）の主桁 K の点 x における断面力および変形図の縦距

$X_{Lv,M}$： 式(4.1)により求められる不静定量影響面であり，M は不静定状態をあらわし，$M=\mathrm{I}, \mathrm{II}, \cdots, 2n(m-1)$ である。又，v は外力荷重載荷位置を示す。

$S_{Li,M}(=S_{Kx,M})$ は次のように表わされる。

主桁 $K(=2k)$ の点 i の $S_{Ki,M}$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$S_{2ki,rj-2k-3} = 0$$
$$S_{2ki,rj-2k-2} = -S_{ij,2kP}-S_{ij,2kT'}$$
$$S_{2ki,rj-2k-1} = -S_{ij,2kT}$$
$$S_{2ki,rj-2k} = S_{ij,2kP}+S_{ij,2kT'}$$
$$S_{2ki,rj-2k+1} = S_{ij,2kT}$$
$$S_{2ki,rj-2k+2} = 0$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

主桁 $K+2(=2(k+1))$ の点 i の $S_{K+2)i,M}$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$
\begin{aligned}
&S_{2(k+1)i,rj-2k-1}=0\\
&S_{2(k+1)i,rj-2k}=-S_{ij,2(k+1)P}-S_{ij,2(k+1)T'}\\
&S_{2(k+1)i,rj-2k+1}=-S_{ij,2(k+1)T}\\
&S_{2(k+1)i,rj-2k+2}=S_{ij,2(k+1)P}+S_{ij,2(k+1)T'}\\
&S_{2(k+1)i,rj-2k+3}=S_{ij,2(k+1)T}\\
&S_{2(k+1)i,rj-2k+4}=0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
\qquad (4.10)
$$

ここで

$S_{ij,2kP}$, $S_{ij,2kT'}$, $S_{ij,2kT}$: 主桁 $2k$ の点 j に夫々垂直荷重 $P=1$, ねじれモーメント荷重 $T'=1\cdot a$ および $T=1$ が作用した時の点 i における断面力および変形量をあらわす。

5. 単純曲線桁の模型実験

5.1 実 験 目 的

第2章において述べた薄肉曲線桁理論の妥当性を確認するために室内実験用模型桁を製作して実験測定を行なう。ここでは特に曲げねじれを考慮した理論の妥当性を検討するために開き断面曲線桁を対象としている。

5.2 模型桁と実験装置

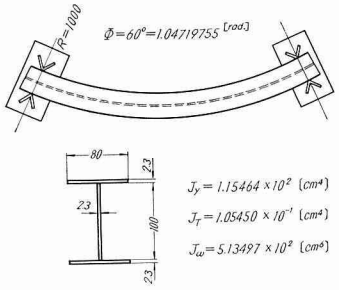
(1) 模 型 桁

模型桁の設計に当たっては次の条件を考慮した。

a. 曲げねじれ応力について詳細に調べることの出来る断面形状をとること。

b. 載荷装置の能力と測定歪の大きさとの関係から板厚を出来るだけ薄くすること。

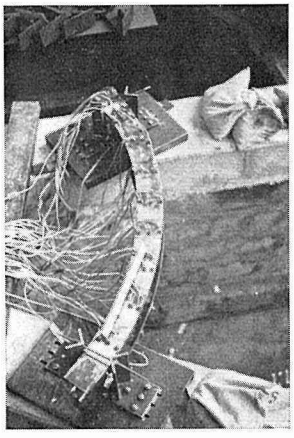
c. 溶接による残留変形を避けること。



図—5. 1

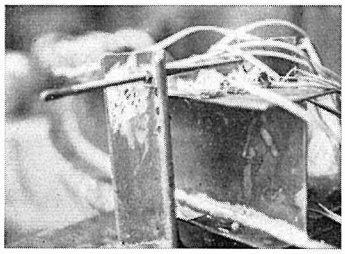
以上の条件により模型桁断面は図-5.1のようにI形断面として出来るだけフランジ幅を広くした。又，板厚を薄くしたために，溶接による接合を避け，ハンダ付けとした。

模型桁の材料は SS-41，弾性係数 $E=2.1\times10^6$ [kg/cm]，せん断弾性係数 $G=8.1\times10^5$ [kg/cm] とする。



写真—5. 1

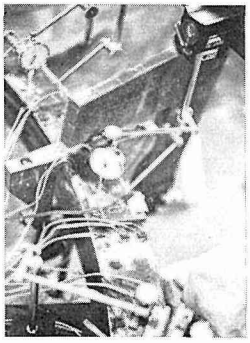
単純曲線桁の支点条件は曲げに対して，単純支持，即ち回転が自由，ねじれに対して固定支持，即ち拘束されるという条件であるから支承は写真-5.1，5.2に示すように丸棒による線支持として，橋軸まわりの回転を防ぐために支承支柱上端をボルト締めとした。



写真—5. 2

(2) 荷重載荷方法

荷重は曲率半径方向のフランジ全幅にわたる線荷重として，支点を除く全格点に載荷した。荷重の大きさは 80 [kg] とした。写真-5.3 に載荷状態を示す。



写真—5. 3

(3) 垂直ひずみと変形量の測定

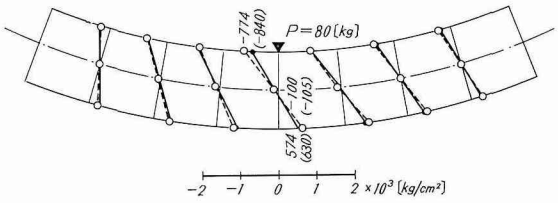
垂直ひずみの測定はワイヤーストレンゲージを通じて静ひずみ指示計によった。垂直変位の測定にはダイヤルゲージを用い，せん断中心軸の変位を測定出来るように考慮した。ねじれ角変位の測定には，腹板直下と突出フランジ部との垂直変位測定値から計算により求めた。

5. 3 実 験 結 果

実験測定値と理論値との比較をすると次のようになった。図中次の記号を用いる。——●—— 実線は理論値，----○---- 点線は実験値，数字は理論値 (実験値)

(1) 垂直応力度分布図

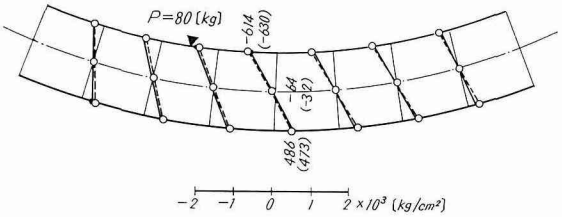
垂直応力分布を曲線桁上フランジ面内で示すと図-5.2 および図-5.3 となる。



図—5. 2　垂直荷重 $P=80$ [kg] を支間中央に載荷した時の上フランジ応力分布

(2) 垂直変位 (たわみ) 図

垂直変位図は 図-5.4 および 図-5.5 に示す。



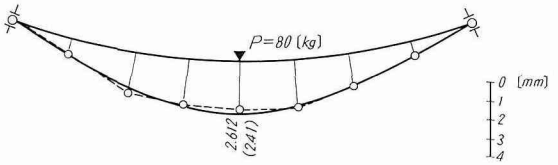
図—5. 3　垂直荷重 $P=80$ [kg] を支間 5/16 に載荷した時の上フランジ応力分布

(3) ねじれ角変位図

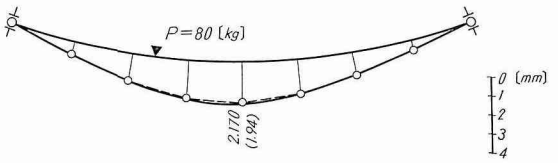
ねじれ角変位図は 図-5.6 および図-5.7 に示す。

5. 4 実験結果の考察

実験値と理論値を比較してみると良く一致していることが分かる。従って理論式は妥当なものであることが確認される。この模型桁は特に曲げねじれ応力の特性を調べるために桁高に比べフランジ幅を大きくし，I 形断面を用いた。結果的に曲げねじれモーメントによる応力 σ_ω と曲げによる応力 σ_b との比では σ_ω がはるかに大きくなった。例えば，格点 8 に $P=80$ [kg] を載荷した場合の各格点における上フランジ応力分布を示すと図-5.8 のような分布となり，表-5.1 となる。

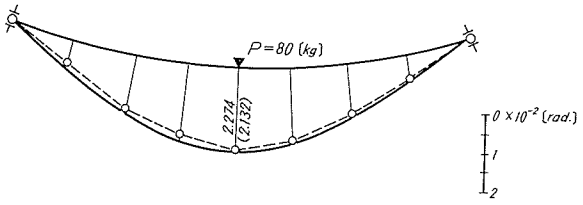


図—5. 4　垂直荷重 $P=80$ [kg] を支間中央に載荷した時の垂直変位

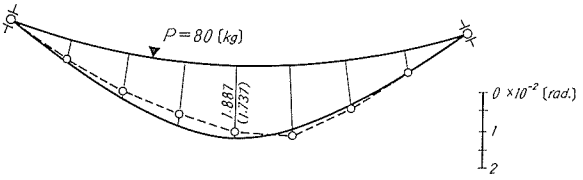


図—5. 5　垂直荷重 $P=80$ [kg] を支間 5/16 に載荷した時の垂直変位

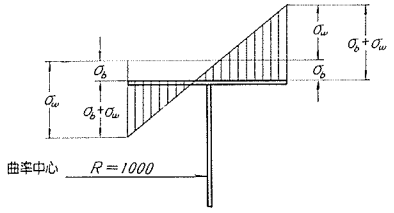
以上の結果上フランジ部には直線桁では考えられない垂直荷重 P による引張応力度が生じている。これは曲げねじれによって曲率面内のフランジ水平面内に曲げモーメントが生じているためであ



図—5.6 垂直荷重 $P=80$ [kg] を支間中央に載荷した時のねじれ角変位



図—5.7 垂直荷重 $P=80$ [kg] を支間5/16に載荷した時のねじれ角変位



図—5.8 上フランジ応力分布

表—5.1 格点8に $P=80$ [kg] 載荷した時の直応力

σ [kg/cm]	格点 2	4	6	8	10	12	14
σ_b	25	53	76	100	76	33	25
σ_w	248	464	616	674	616	464	248
$\sigma_w+\sigma_b$	273	517	692	774	692	517	273
$\sigma_w-\sigma_b$	223	411	540	574	540	411	223

る。この種Ⅰ形断面ではねじれ抵抗 J_T が極めて小さく，曲げねじれ応力 σ_ω は一般に大きくなる。

垂直変位（たわみ）はほとんど良く一致している。Ⅰ形断面では前述のようにねじれ抵抗 J_T が小さいので，曲げねじれ抵抗 J_ω を考慮しなければ，実験値と一致しない。

ねじれ角変位に関しては実験値に多少のばらつきがあるが大体一致している。実験値が小さく測定されていることは，両端支点構造の拘束度が強過ぎた結果と思われる。

6. 連続曲線格子桁の模型実験

6.1 実 験 目 的

第4章において述べた連続曲線格子桁橋の理論解析の妥当性を確認するために室内実験用模型桁を製作し実験測定を行なう。

6.2 模型桁と実験装置

(1) 模 型 桁

模型桁の設計に当たっては次のことを考慮した。

a. 曲げねじれモーメントの影響について詳細に調べることの出来る断面形状をとること。

b. 載荷能力と測定ひずみの大きさとの関係などから出来るだけ小さい断面形状をとること。

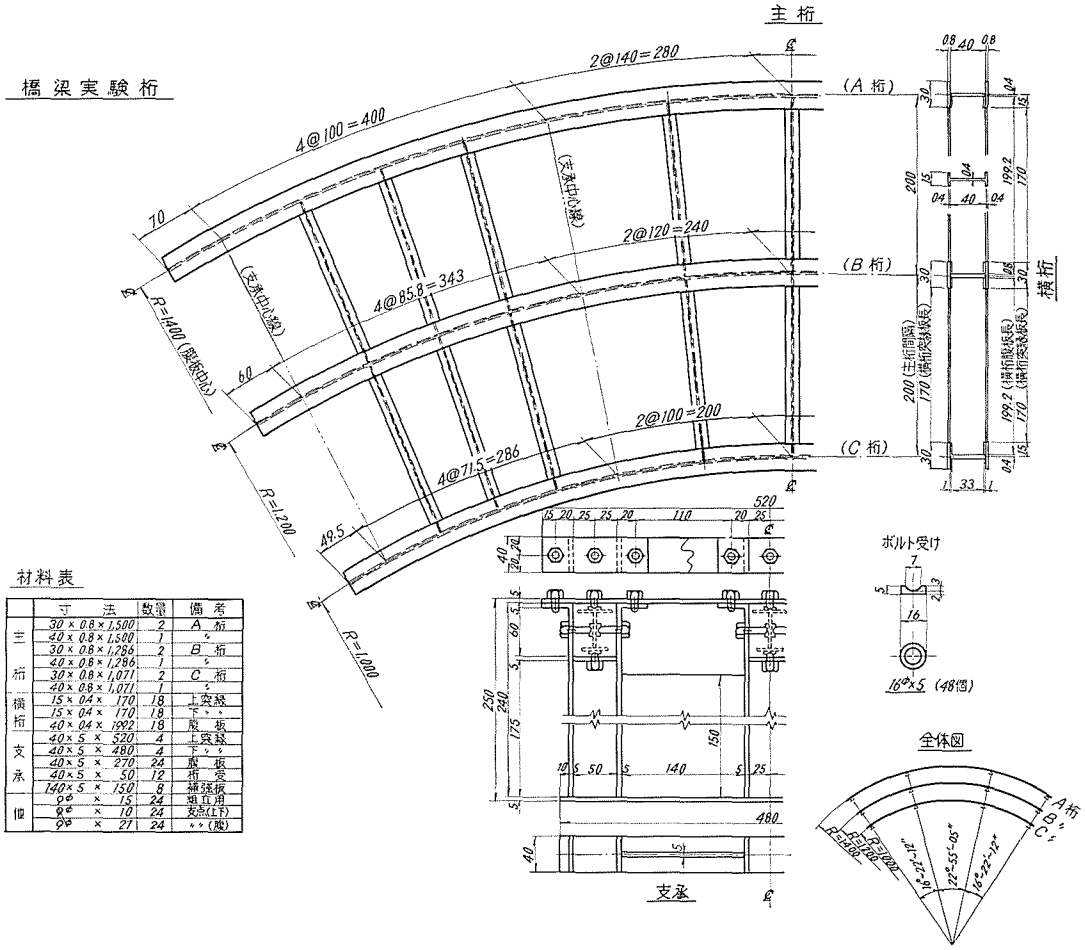
c. 溶接による残留変形は避けること。

d. 支点構造は出来るだけ，理論解析の境界条件に一致させること。

e. 荷重分配効果を発揮出来る格子構造にすること。

以上の条件をふまえて，模型桁の主桁および横桁はⅠ形断面として，その形状寸法は図-6.1に示すとおりである。特に荷重分配作用が十分発揮出来るように横桁の桁高を主桁のそれと一致させた。これは，図-6.2に示すように曲線桁の下フランジが横に振れて，曲げに対して十分に負担出来なく，理論計算とは異なる分配作用になるからである。

模型桁の材質は載荷能力と測定値の大きさとの関係などからアクリライト樹脂を用いたが，



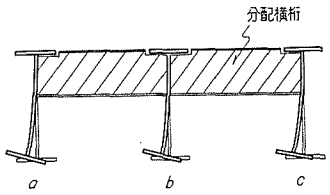
材料表

	寸法	数量	備考
主桁	30×0.8×1,500	2	A桁
	40×0.8×1,500	1	〃
	30×0.8×1,286	2	B桁
	40×0.8×1,286	1	〃
	30×0.8×1,071	2	C桁
	40×0.8×1,071	1	〃
横桁	15×0.4×170	18	上突縁
	15×0.4×170	18	下〃
	40×0.4×1992	18	腹板
支承	40×5×520	4	上突縁
	40×5×480	4	下〃
	40×5×270	24	腹板
	40×5×50	12	折曲
	140×5×150	8	補強板
他	9Φ×15	24	組立用
	9Φ×10	24	支点(上下)
	9Φ×27	24	〃〃(腹)

図—6.1　模型桁一般図

当初の計画とは異なり，後述のように直ひずみ測定に困難性があったためSS 41に変更した。従って2種類の模型桁について述べることにする。

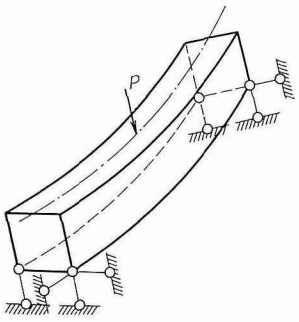
材料の機械的性質は次の通りである。アクリライト樹脂は温度に敏感な材料であるので実験時の室温20°Cの値を用いた。



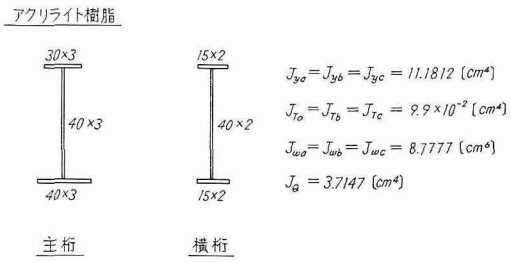
図—6.2　下フランジの横振れ現象

項目	材質	
	アクリライト樹脂	SS-41
縦弾性係数	2.36×10^4 [kg/cm²]	2.1×10^6 [kg/cm²]
せん断弾性係数	0.94×10^4 [kg/cm²]	0.81×10^6 [kg/cm²]

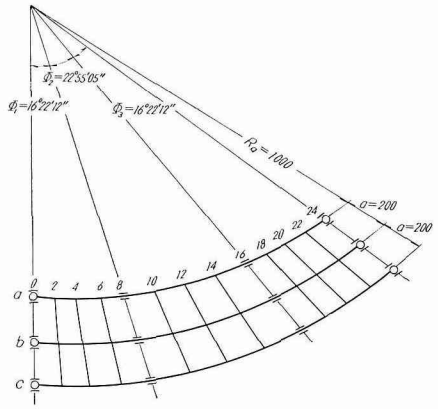
鋼製の模型桁は出来るだけ板厚を薄くしたため，溶接による接合を避けハンダ付けとした。支点構造としては，曲げに対して回転自由，ねじれに対しては拘束されるという境界条件から図-6.3に示すようなモデルを考え写真-6.1に示すような支承とした。



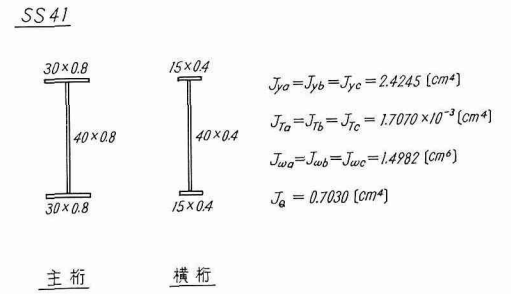
図—6. 3



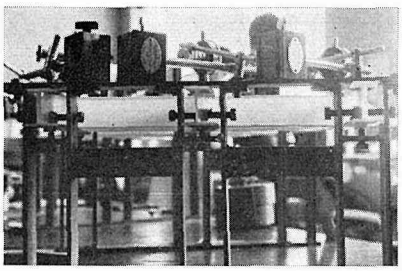
図—6. 4 b



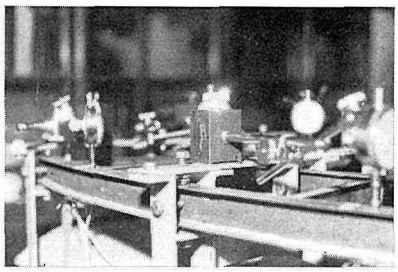
図—6. 4 a



図—6. 4 c



写真—6. 1



写真—6. 2

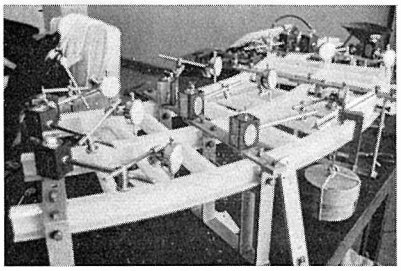
(2) 荷重載荷方法

荷重載荷方法は荷重を曲率半径方向のフランジ全幅にわたる線荷重として支点を除く各格点に載荷した。荷重の大きさはアクリライト樹脂模型桁に対しては，$P=10$ [kg]，鋼模型桁に対しては $P=50$ [kg] とした。

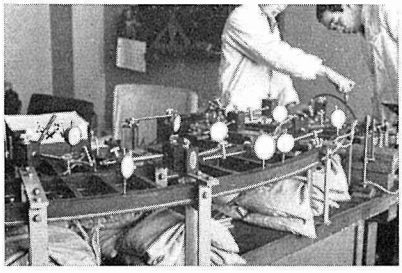
写真-6. 3 に載荷状態を示す。

(3) 垂直ひずみと変形量の測定

垂直ひずみの測定にはワイヤーストレンゲージによった。アクリライト樹脂模型桁の垂直ひずみ測定ではひずみの流動性が激しく（クリープなどの影響）静ひずみ指示計の針が一定目盛に静止せず，載荷数分後にやや静止するが完全には止まらない。このような結果実測値に信頼性を欠く恐れがあるために本報告から削除した。



写真—6. 3



写真—6. 4

垂直変位量の測定にはダイヤルゲージを用いた。

6. 3 実 験 結 果

実験値と理論値との比較をすると次のとおりである。図中次の記号を用いる。

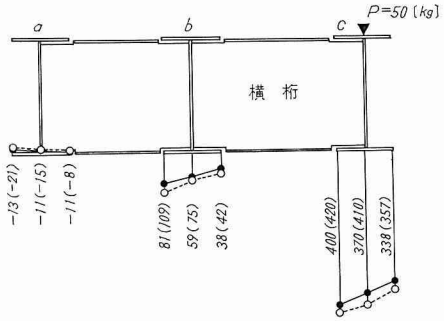
—●— 実線は理論値

---○--- 点線は実験値

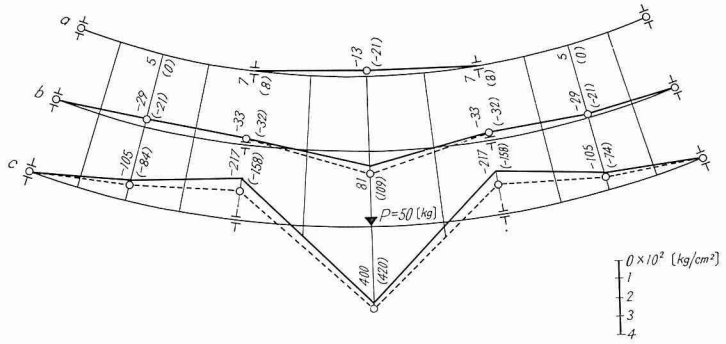
数字は理論値（実験値）を示す。

(1) 垂直応力度分布図

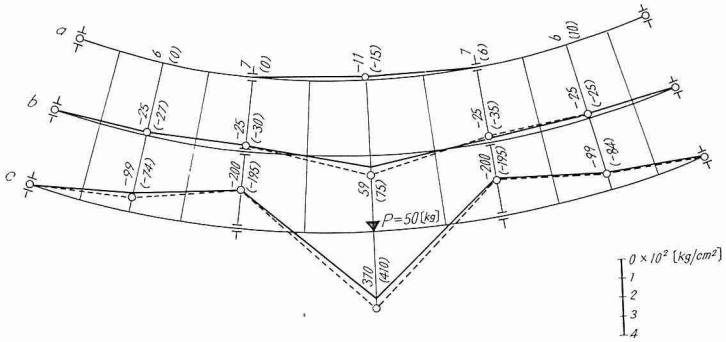
鋼製（SS-41）模型桁に対する垂直応力の分布図を示すと図-6.5～図-6.8のようになる。図-6.5は



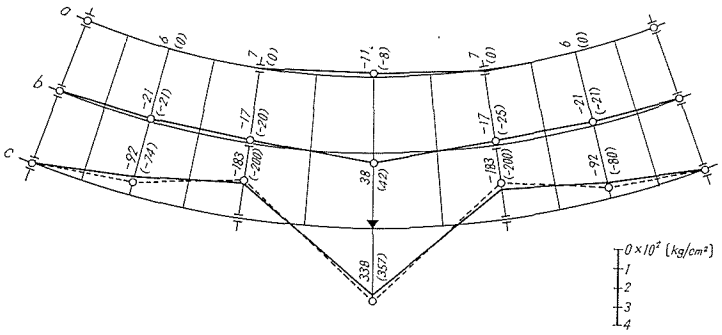
図—6.5　主桁 c の中央径間格点 12 に $P=50$ [kg] を載荷した時の格点 12 における下フランジ直応力分布



図—6.6　主桁 c の中央径間格点 12 に $P=50$ [kg] 載荷した時の下フランジ内側縁の応力分布



図—6.7　主桁 c の中央径間格点 12 に $P=50$ [kg] 載荷した時の下フランジ中央（腹板下）の応力分布



図—6.8 主桁 c の中央径間格点 12 に $P=50$ [kg] 載荷した時の下フランジ外側縁の応力分布

断面内下フランジ垂直応力分布を示している。

(2) 垂直変位図 (たわみ図)

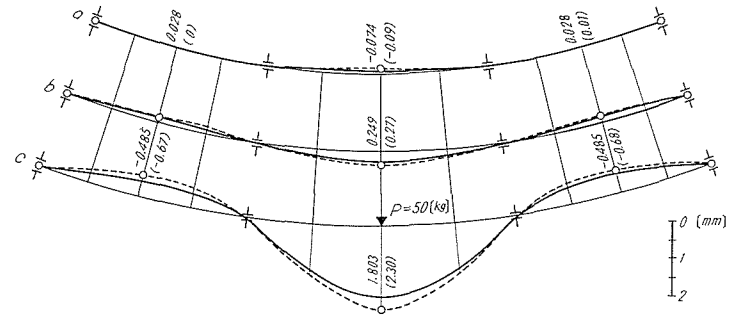
垂直変位図を示すと 図-6.9～図-6.15 のようになる。このうち，図-6.9 は鋼製模型桁に対する垂直変位図であり，その他はアクリライト樹脂模型桁に対するものである。

6.4 実験結果の考察

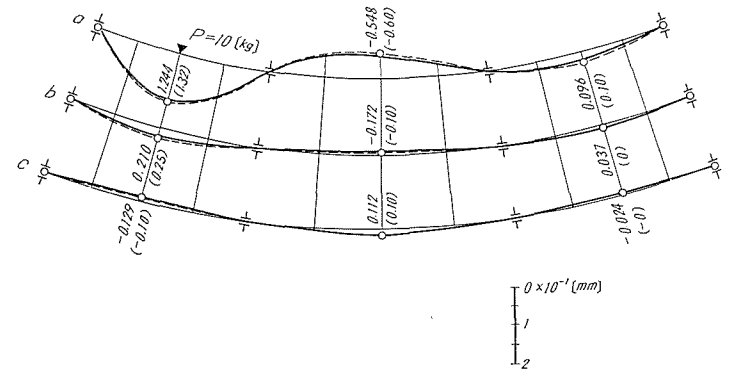
模型実験の結果，実験値と理論値とを比較して考察すれば次のようである。

(1) 垂直応力分布に対する考察

鋼製 (SS-41) 模型桁における垂直分布図をみると，実験値と理論値は殆んど良く一致している。断面内直応力分布図に示されているように下フランジの直応力分布は直線格子桁の場合とは



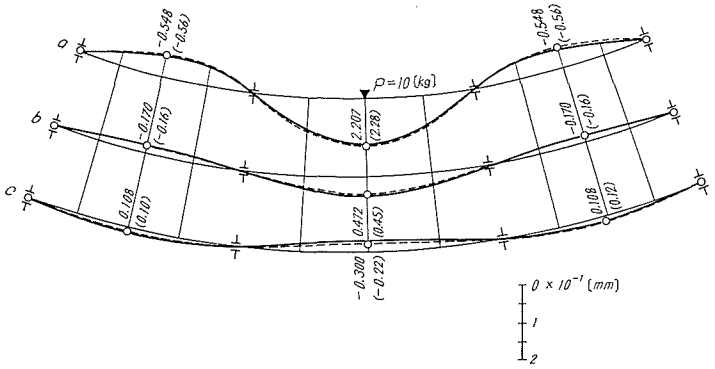
図—9.9 主桁 c の中央径間格点 12 に $P=50$ [kg] 載荷した時の垂直変位



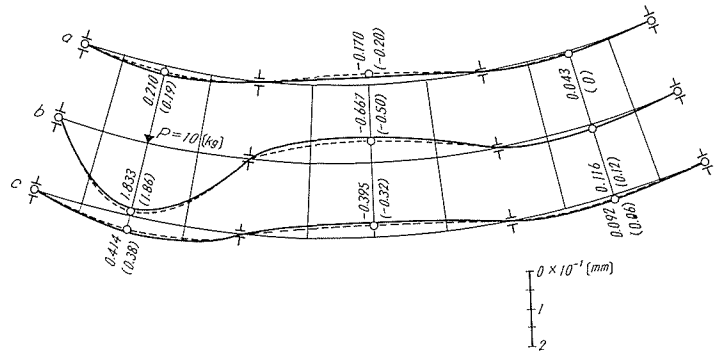
図—6.10 主桁 a の側径間格点 4 に $P=10$ [kg] 載荷した時の垂直変位

異なり曲率の影響のために曲率中心に対して内縁で大きく，外縁で小さい台形分布になる。これは主桁断面がI形断面であるために，ねじれ抵抗 J_T が極めて小さく，ねじれモーメントによる影響が大きくなる。従って曲げねじれによる垂直応力が生じ，その応力分布から台形分布の形状をとるわけである。

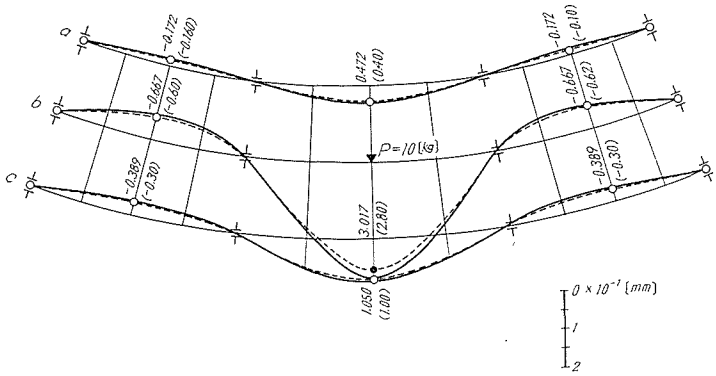
曲げによる直応力 σ_b と曲げねじれによる直応力 σ_ω との比をあらわしたのが表-6.1～表-6.3である。これらの表からこの模型桁では載荷主桁における曲げねじれによる応力 σ_ω は曲げによ



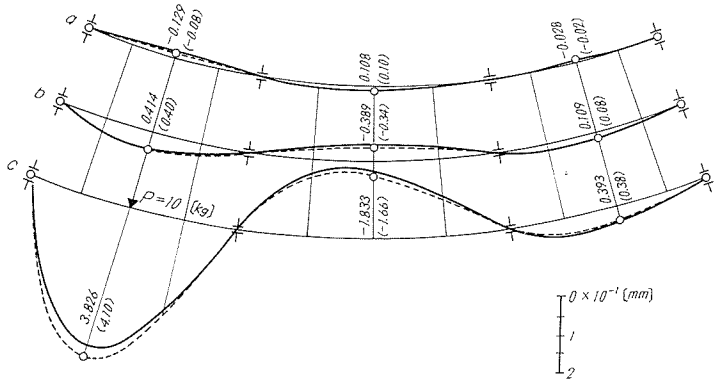
図—6.11　主桁 a の中央径間格点12に $P=10$ [kg] 載荷した時の垂直変位



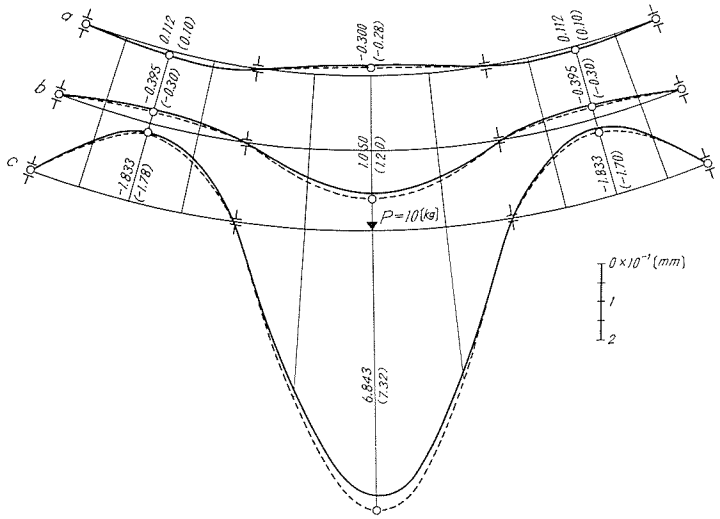
図—6.12　主桁 b の側径間格点4に $P=10$ [kg] 載荷した時の垂直変位



図—6.13　主桁 b の中央径間格点12に $P=10$ [kg] 載荷した時の垂直変位



図—6.14　主桁 c の側径間格点 4 に $P=10$ [kg] 載荷した時の垂直変位



図—6.15　主桁 c の中央径間格点 12 に $P=10$ [kg] 載荷した時の垂直変位

表—6.1　主桁 a (内桁) の中央径間格点 12 に $P=50$ kg 載荷した時の直応力

	σ	格点 4	8	12	12	20
主桁 a	σ_b [kg/cm²]	−61	−133	266	−133	−61
	σ_w [kg/cm²]	− 7	− 21	35	− 21	− 7
	σ_w/σ_b [%]	11	16	13	16	11
主桁 b	σ_b [kg/cm²]	−17	− 13	20	− 13	−17
	σ_w [kg/cm²]	− 2	− 11	18	− 11	− 2
	σ_w/σ_b [%]	11	84	90	84	11
主桁 c	σ_b [kg/cm²]	14	22	−26	22	14
	σ_w [kg/cm²]	2	7	− 3	7	2
	σ_w/σ_b [%]	14	32	12	32	14

表—6.2　主桁 b (中桁) の中央径間格点 12 に $P=50$ kg 載荷した時の直応力

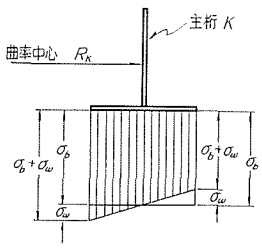
	a	格点 4	8	12	16	20
主桁 a	σ_b [kg/cm²]	−16	− 16	36	− 16	−16
	σ_w [kg/cm²]	− 3	− 4	12	− 4	− 3
	σ_w/σ_b [%]	19	25	33	25	19
主桁 b	σ_b [kg/cm²]	−49	−133	262	−132	−49
	σ_w [kg/cm²]	− 5	− 16	32	− 16	− 5
	σ_w/σ_b [%]	10	12	12	12	10
主桁 c	σ_b [kg/cm²]	−26	− 34	42	− 34	−26
	σ_w [kg/cm²]	− 1.5	− 4	5	− 4	− 1.5
	σ_w/σ_b [%]	6	12	12	12	6

表—6.3　主桁 c (外桁) の中央径間格点 12 に $P=50$ kg 載荷した時の直応力

	σ	格点 4	8	12	16	20
主桁 a	σ_b [kg/cm²]	5	7	−11	7	5
	σ_w [kg/cm²]	0.2	0.4	− 2	0.4	0.2
	σ_w/σ_b [%]	4	18	18	18	4
主桁 b	σ_b [kg/cm²]	−25	−25	58	−25	−25
	σ_w [kg/cm²]	− 4	− 8	23	− 8	− 4
	σ_w/σ_b [%]	16	32	40	32	16
主桁 c	σ_b [kg/cm²]	−99	−200	369	−200	−99
	σ_w [kg/cm²]	− 6	− 17	31	− 17	− 6
	σ_w/σ_b [%]	6	8	8	8	6

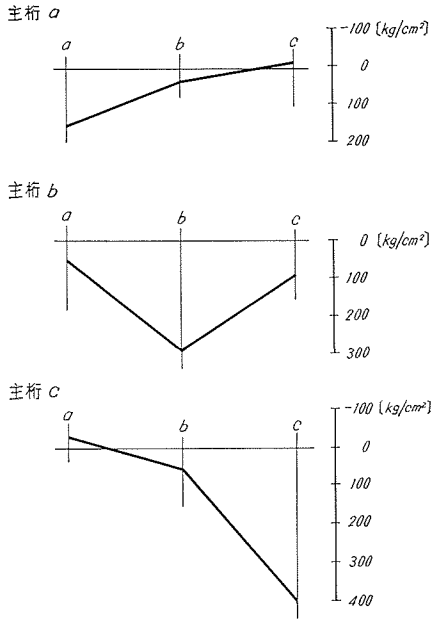
る応力 σ_b に比べ小さくほぼ 10% 前後であった。しかし無載荷桁においては 30% 以上越えているところもある。一般にこの種 I 形断面主桁の場合には曲げねじれによる応力 σ_w には十分留意する必要がある。

この模型桁では各曲線主桁の曲げ剛性は小さいが，連続曲線格子桁としては横桁によって剛に補剛されて全体のねじれ剛性が比較的大になっている結果，曲げに比べ曲げねじれによる応力が小さくなったと思われる。

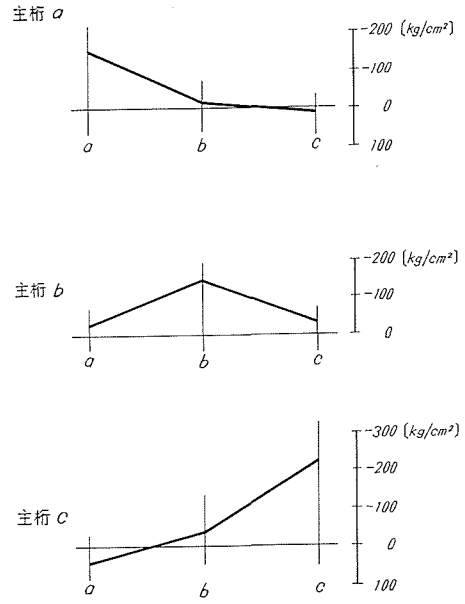


図—6.16

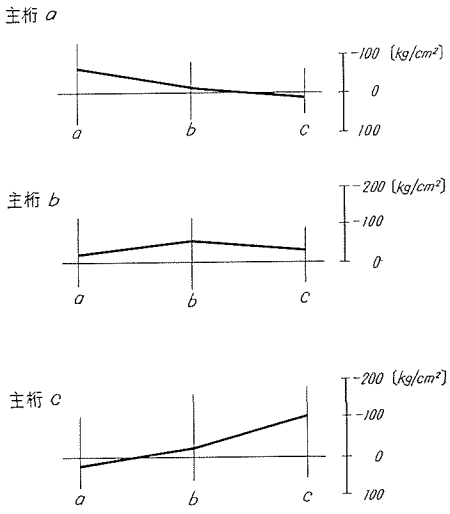
次に橋軸と直角の半径方向横断面応力分布を図-6.17～図-6.19 に示す。これは直応力分配曲線とも云うべきもので，各主桁の中央径間格点 12 に $P=50$ [kg] を載荷したときの各格点断面の直応力をプロットしたものである。これによると，すべての曲線が折線となっていて載荷断面から離れるとやや直線に近づいていく傾向がある。これは主桁間隔 a が曲率半径 R に比べ比較的大きい結果，格子桁の各主桁が一体となって抵抗し得ないことを意味している。このような形



図—6.17 格点12断面（載荷断面）



図—6.18 格点8断面（中間支点上）



図—6.19 格点4断面（側径間中央）

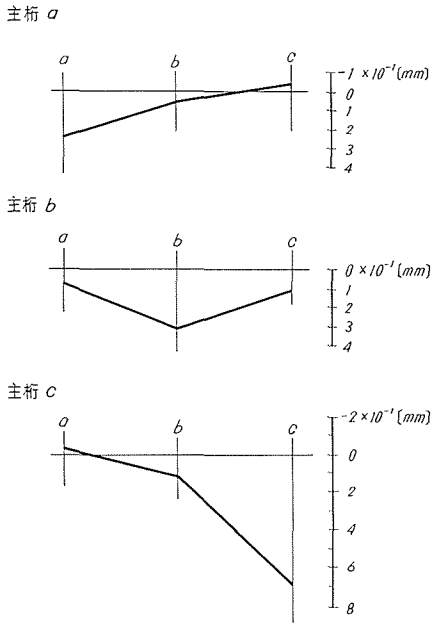
状寸法の曲線格子桁は厳密な曲線格子桁理論により解析しなければならない。

(2) 垂直変位に対する考察

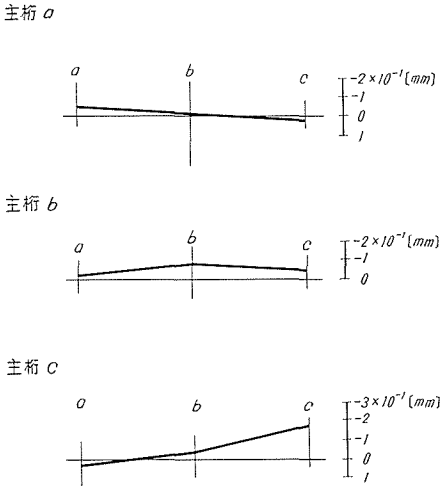
垂直変位図における理論値と実験値とは全く良く一致している。特にアクリライト樹脂製模型桁では直ひずみ測定の困難性にもかかわらずたわみ測定値は理論値と全く一致している。これは載荷荷重強度をわずか10 [kg] の小さい荷重をかけて荷重—ひずみ曲線の比例範囲内で測定した結果と思われる。

一般に，曲線桁のたわみは曲げによるたわみのほかに曲率の影響からねじれによるたわみが付加される。従って直線桁のそれよりははるかに大きくなる。連続曲線格子桁においても内桁，中桁，外桁と曲率半径の大きいほどたわみが大きくなることは当然であるが，外桁のたわみが急激に大きくなっていることは十分な注意が必要である。

次に曲率半径方向横断面たわみ曲線を図-6.20および図-6.21に示す。これはたわみ分配影響線となるが各主桁の中央径間格点12に $P=10$ [kg] を載荷した時の各格点断面のたわみを縦距にとったものである。これをみると直応力分布曲線の場合と全く同様に載荷断面では折線となり荷重分配が良好に行なわれていないが，主桁 a（内桁）に対してはやや直線となっている。これは内桁に対するねじれについては格子桁全体で拘束するが中桁，更に外桁に対してはねじれ拘束は小さく大きなねじれモーメントを受けているので，激しく折線となっている。載荷断面から離れると，やや直線変化に近づいているがやはり折線となっている。このような結果から横断面内の



図—6.20 格点12断面（載荷断面）



図—6.21 格点4断面（側径間中央）

変形を無視出来ないことが認められ曲線格子桁理論で厳密に解析しなければならないことを意味している。

7. 謝　　辞

本論文作成に当たって終始御指導と御助言を賜わった北海道大学工博渡辺教授に衷心より感謝します。又，種々御協力下さった北海道大学大学院学生佐伯昇君に謝意を表します。なお，本論文における膨大な計算は共同利用東京大学大型計算機 HITAC 5020 E により計算されたものである。

参 考 文 献

1) Wagner, H.: Luftfahrt-Forschung, Band 11 (1939), S. 179.
2) Bornschener, F. W.: Stahlbau, Band 21 (1952), Heft 1, S. 1 und Heft, 3, S. 52.
3) Vlasov, V. Z.: 例えば，薄肉弾性ばりの理論，1967（奥村敏恵外共訳）.
4) Heilig, R.: Stahlbau, Band 30 (1961), Heft 4, S. 97 und Heft 11, S. 333.
5) 小西一郎，小松定夫：土木学会論文集，87 (1962), p. 35.
6) 倉西　茂：土木学会論文集，108 (1964), p. 7.
7) 島田静雄：東大橋梁研究室報告，95 (1961).
8) 深沢泰晴：土木学会論文集，110 (1964), p. 30.
9) Wansleben, F.: Stahlbau, Band 21 (1952), Heft 4, S. 53.
10) Kreisel, M.: Stahlbau, Band 31 (1962), Heft 12, S. 364.
11) Dabrowski, R.: Stahlbau, Band 33 (1964), Heft 12, S. 364 und Band 34 (1965), Heft 5, S. 135.
12) Becker, G.: Stahlbau, Band 34 (1965), Heft 11, S. 334.
13) 倉西　茂：土木学会論文集，76 (1961), p. 13.
14) 島田静雄：東大橋梁研究室報告，104 (1962).
15) 小松定夫：土木学会論文集，93 (1963), p. 1.

16) 渡辺　昇, 稼農知徳： 工学研究, 14 (1965), 6～12.
17) 深沢泰晴： 土木技術, 19 (1964), 12, p. 59.
18) 渡辺　昇： 土木学会北海道支部技術資料, 23 (1967).
19) 小松定夫： 土木学会第 17 回年次学術講演会講演概要集 (1962), 第 I 部門.
20) 稼農知徳： 土木学会北海道支部技術資料, 23 (1967).
21) 稼農知徳： 土木学会北海道支部研究発表会論文集, 24 (1968).
22) 稼農知徳： 土木学会北海道支部研究発表会論文集, 25 (1969).
23) 稼農知徳, 渡辺　昇, 大島　久： 土木学会第 23 回年次学術講演会講演概要集, 第 I 部門 (1968), p. 213.