



# HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	頂角を有する柱体を軸方向に横切る流れ
Author(s)	飯田, 誠一; Iida, Sei-ichi
Citation	北海道大學工学部研究報告, 62, 13-20
Issue Date	1971-09-30
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/41059">https://hdl.handle.net/2115/41059</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	62_13-20.pdf



# 頂角を有する柱体を軸方向に横切る流れ

飯 田 誠 一\*

(昭和46年4月30日受理)

## Axisymmetric Flow Past a Cylinder with a Vertex

Sei-ichi IIDA

(Received April 30, 1971)

### Abstract

In the case of an axisymmetric, inviscid, and incompressible flow around a semi-infinite cone, it is well known that the velocity  $v$  along the surface can be expressed by  $v = Cr_1^m$  where  $r_1$  is the distance from the vertex, and  $C$  is simply a scaling constant. The flow is thus completely characterized by the exponent  $m$ , which is a function of  $\alpha$ , the semi vertex angle of the cone. Since the solution for such an axisymmetric flow gives a case of an infinite value of velocity at a large distance from the vertex, there is a difficulty in obtaining a relation between  $C$  and the uniform oncoming flow  $U$  over a cylindrical body.

The present paper is intended to analyse the axisymmetric flow past a cylinder with a pointed conical head of zero incidence, by assuming a uniform velocity distribution at a large distance sufficiently far downstream from the vertex. The flow field can be expressed by equation (24) when a stream function is introduced. Especially, at the proximity of the nose, the velocity reduces to a simple form as expressed in equation (23). A detailed discussion is given concerning the semivertex angle and the contour of the cylinder together with the pressure distribution along the surface.

### 1. 緒 言

半無限円錐を軸方向に一樣流れが横切る場合、その表面に沿う速度分布が  $v = Cr_1^m$ , ( $m > 0$ ) であることはよく知られている<sup>1,2)</sup>。しかしながら、円錐はとくべつな代表長さをもたないため、このような軸対称流れの解は無遠くにおいて流速が無大となる解に対応することとなり、一樣流れの中に円錐状の柱体を挿入して近寄り速度  $U$  と  $C$  とを関連づけようとすれば多くの困難をともなう。

本報告は、円錐状の柱体に代表長さを設定できばこの難点を除去できるものと考えて、柱体の十分下流で一樣な半径  $a$  の円柱となるような流れについて解析を試みたものである。円錐状となっている先端付近の流れは  $U$  に関して (23) 式のように求まり、全体の形状および表面に沿う圧力分布についても検討してある。

### 2. 基 礎 式

柱体周辺の流れに関する座標軸を図1に示すようにとり、原点  $O$  より柱体の先端  $O_1$  までの

\* 機械工学第二学科 流体工学第二講座

距離を  $l$  とする。この場合、 $l$  および柱体の半径  $a$  が代表長さとなる。また、柱体の外側における任意の点  $P$  をあらわすのに2つの極座標系  $P(r, \theta)$  および  $P(r_1, \theta_1)$  を採用する。

一般に、軸対称流れにおいて Stokes の流れ関数  $\psi$  が満足すべき方程式は

$$r^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (1)$$

であって、

$$\cos \theta = \mu, \quad \cos \theta_1 = \mu_1 \quad (2)$$

とかくとき、(1) 式は

$$r^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + (1 - \mu^2) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mu^2} = 0 \quad (3)$$

とかきかえられる。(3) 式は原点を  $O_1$  に移動した場合でも、 $r \rightarrow r_1$ ,  $\mu \rightarrow \mu_1$  とおきかえただけで同じ式が成立するから、 $A_i, B_i, C_i, D_j, E_j$  を境界条件から決定される定数として、一般解は次のようになる；

$$\psi = C_1 + C_2 r + C_3 \mu + \sum_i \left\{ \left( A_i r^{\nu_i + 1} + \frac{B_i}{r^{\nu_i}} \right) T_{\nu_i}(\mu) \right\} + \sum_j \left\{ \left( D_j r_1^{\nu_j + 1} + \frac{E_j}{r_1^{\nu_j}} \right) T_{\nu_j}(\mu_1) \right\} \quad (4)$$

ただし、 $\nu_i, \nu_j \geq -0.5$ ;  $\nu_i, \nu_j \neq 0$  であって、 $T_\nu(\mu)$  は Legendre の球関数  $P_\nu(\mu)$  を用いて

$$T_\nu(\mu) = P_{\nu+1}(\mu) - \mu P_\nu(\mu) \quad (5)$$

とあらわす。

境界条件は、流れが無限遠で一様流に一致すること； $\psi=0$  なる流線が柱体表面を形成し、十分下流で半径  $a$  の円柱となること；柱体の先端付近は半頂角  $\alpha$  の円錐状となっていること、が主要な条件である。

柱体表面を含めて、外側の領域に特異点が存在してはいけないことより、 $E_j=0$  であって、 $D_j$  については無限遠の条件のみを満足させればよいのであるから、(4) 式の右辺最終項として1項だけを残し、 $D_j r_1^{\nu_j+1} T_{\nu_j}(\mu_1)$  とかくことにする。速度成分は  $r, \theta$  方向について、それぞれ

$$v_r = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \mu}, \quad v_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (6)$$

によって算定され、境界条件は

$$r \rightarrow \infty; \quad v_r = -U \cos \theta, \quad v_\theta = U \sin \theta \quad (7-a)$$

$$\theta_1 \rightarrow 0; \quad \psi = 0 \quad (7-b)$$

$$r \rightarrow \infty; \quad [r \sin \theta]_{\theta \rightarrow \pi} = a \quad (7-c)$$

$$r_1 \rightarrow 0; \quad [\psi]_{\theta_1 \rightarrow \pi - \alpha} = 0, \quad \text{あるいは} \quad [v_{\theta_1}]_{\theta_1 \rightarrow \pi - \alpha} = 0 \quad (7-d)$$

となる。これらの条件を用いて (4) 式の係数を決定していくのであるが、まず  $C_i$  については、(7-b) 式から  $\theta_1=0$  のとき  $\mu_1=\mu=1$ ,  $T_\nu(1)=0$  となることを考慮して、 $C_2=0$ ,  $C_1=-C_3 \equiv C$  とおく。次に  $A_i$  および  $B_i$  は (4) 式から明らかのように、それぞれ  $r$  の大きな領域と小さな領域の境界条件を満足させることによって決定される係数であって、無限遠の条件を満足するように  $A_i$  を決定したのち、柱体頭部の形状にもとずいて  $B_i$  が決定されることになる。

したがって、 $r$  が代表長さ  $a$  あるいは  $l$  にくらべて十分大きい場合を考えれば、(4) 式は

$$\psi = C(1 - \mu) + \sum_i A_i r^{\nu_i + 1} T_{\nu_i}(\mu) + D r_1^{\nu_1 + 1} T_{\nu_1}(\mu_1) \quad (8)$$

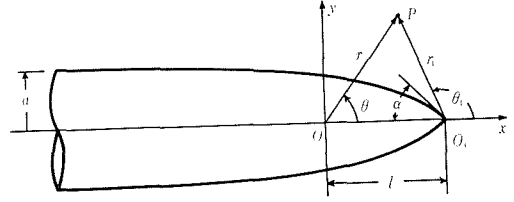


図1 柱体と座標系

とかくことができる。ここで座標系  $(r, \theta)$  と  $(r_1, \theta_1)$  との関係;

$$r \sin \theta = r_1 \sin \theta_1, \quad r \cos \theta = l + r_1 \cos \theta_1 \quad (9-a)$$

を用いて (8) 式の右辺第 3 項を  $(r, \mu)$  についてあらわせば、ガンマ関数を含む多項式

$$Dr_1^{\nu+1}T_\nu(\mu_1) = D \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(-\nu+n)}{\Gamma(-\nu)n!} l^n r^{\nu-n+1} T_{\nu-n}(\mu)$$

となる。 $r$  の大きな領域で流速が無限大とならないようにするには、(6) 式を考慮するとき、指数  $\nu-n+1$ ,  $(n=0, 1, 2, \dots)$  が 2 より大きな項を (8) 式の右辺第 2 項で打消しておけばよい。いま、

$$\left. \begin{aligned} i=0; \quad \nu_0+1=2 \\ i=n+1; \quad \nu_i+1=\nu-n+1; \quad A_i = -D \frac{\Gamma(-\nu+n)l^n}{\Gamma(-\nu)n!} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

のように係数をえらぶことにすれば、(8) 式は  $r \gg a, l$  なる  $r$  に関して

$$\phi = C(1-\mu) + A_0 r^2 T_1(\mu) = C(1-\mu) - A_0(1-\mu^2)r^2/2 \quad (11)$$

となり、境界条件 (7-a) 式および (7-b) 式からそれぞれ  $A_0=U$ ,  $C=Ua^2/4$  がえられる。

したがって、柱体の頭部をのぞいて、流れ場は

$$\phi = \frac{Ua^2}{4}(1-u) - \frac{U}{2}(1-\mu^2)r^2 + \sum_i \frac{B_i}{r^{\nu_i}} T_{\nu_i}(\mu) - D \left\{ \sum_{n=0}^N \frac{\Gamma(-\nu+n)l^n}{\Gamma(-\nu)n!} r^{\nu-n+1} T_{\nu-n}(\mu) - r_1^{\nu+1} T_\nu(\mu_1) \right\} \quad (12)$$

によってあらわされることになる。無次元項;

$$A = \frac{a}{l}, \quad R = \frac{r}{l}, \quad R_1 = \frac{r_1}{l}, \quad \Psi = -\frac{\phi}{Ua^2} \quad (13)$$

および、(9-a) 式から

$$R^2 = 1 + R_1 \mu_1 + R_1^2, \quad \mu = (1 + R_1 \mu_1)/R \quad (9-b)$$

の関係を用いて  $r_1$  および  $\theta_1$  方向の速度成分を求めれば、それぞれ次のようになる;

$$\begin{aligned} v_{r_1} = & \frac{UA^2}{4R^3}(R_1 + \mu_1) - U\mu_1 + \sum_i \frac{B_i \nu_i}{(lR)^{\nu_i+2}} \left\{ \frac{T_{\nu_i}(\mu)}{R_1} - \frac{(R_1 + \mu_1)}{R} P_{\nu_i}(\mu) \right\} + \\ & + D l^{\nu-1} \left[ \sum_{n=0}^N \frac{\Gamma(-\nu+n)}{\Gamma(-\nu)n!} R^{\nu-n-1} \left\{ \frac{(\nu-n+1)}{R_1} T_{\nu-n}(\mu) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{(\nu-n)(R_1 + \mu_1)}{R} P_{\nu-n}(\mu) \right\} - \nu R_1^{\nu-1} P_\nu(\mu_1) \right] \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{\theta_1} = & -\frac{UA^2}{4R^3} \sin \theta_1 + U \sin \theta_1 + \sum_i \frac{B_i \nu_i}{(lR)^{\nu_i+2} \sin \theta_1} \left\{ \frac{(R_1 + \mu_1)}{R_1} T_{\nu_i}(\mu) + \right. \\ & \left. + \frac{(1-\mu_1^2)}{R} P_{\nu_i}(\mu) \right\} + \frac{D l^{\nu-1}}{\sin \theta_1} \left[ \sum_{n=0}^N \frac{\Gamma(-\nu+n)}{\Gamma(-\nu)n!} R^{\nu-n-1} \left\{ \frac{(\nu-n+1)(R_1 + \mu_1)}{R_1} T_{\nu-n}(\mu) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{(\nu-n)(1-\mu_1^2)}{R} P_{\nu-n}(\mu) \right\} - (\nu+1) R_1^{\nu-1} T_\nu(\mu_1) \right] \quad (15) \end{aligned}$$

### 3. 柱体先端付近の流れ

柱体の先端がよどみ点となっていることより、

$$R=1, \quad R_1=0, \quad \mu=1; \quad v_{r_1}=v_{\theta_1}=0$$

であって、ここでは  $[T_{\nu_i}(\mu)/R_1]=0$ ,  $[P_{\nu_i}(\mu)]=1$  であり、(14) 式および (15) 式から

$$U \left( 1 - \frac{A^2}{4} \right) + \sum_i \frac{B_i \nu_i}{l^{\nu_i+2}} + D l^{\nu-1} \sum_{n=0}^N \frac{\Gamma(-\nu+n)(-\nu+n)}{\Gamma(-\nu)n!} = 0 \quad (16)$$

なる条件式がえられる。さらに先端付近では半頂角が  $\alpha$  となるための条件 (7-d) 式を満足しなければならぬので、 $v_{\theta_1}$  を  $R_1$  の小さな範囲に展開すれば

$$v_{\theta_1} = -Dl^{\nu-1} \frac{(\nu+1)}{\sin \theta_1} R_1^{\nu-1} T_\nu(\mu_1) + \frac{3 \sin \theta_1}{2} R_1 \mu_1 \left\{ \frac{A^2}{2} - \sum_i \frac{B_i \nu_i (\nu_i + 2)}{l^{\nu_i + 2}} - \right. \\ \left. - Dl^{\nu-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(-\nu+n)(-\nu+n)(-\nu+n+1)}{\Gamma(-\nu)n!} \right\} + O(R_1^3) \quad (17)$$

となる。 $\alpha$  が  $0 < \alpha < \pi/2$  であるとき、 $T_\nu(\mu_1)$  を 0 とする  $\nu$  が  $1 < \nu < 2$  であることを考慮すれば (17) 式の右辺第 1 項は第 2 項以降にくらべて大きく、したがって

$$T_\nu(\mu_1) = 0, \quad \mu_1 = \cos(\pi - \alpha) \quad (18)$$

が半頂角  $\alpha$  を与えるための条件となる。なお (18) 式の数値解は J. L. Hess および S. Faulkner<sup>2)</sup> によって求められており、 $\nu$  はその中で  $\nu = m + 1$  に対応している。

柱体の形状は (12) 式を 0 とおき、(16) 式を満足するような係数  $B_i$ 、 $D$  を適当に与えることによって算定されるが、これらの係数のえらびかたによって、形状も種々変化する。本報告では、単に頂角のある柱体が十分下流で一樣な半径の円柱となるような流れの取扱いに主眼をおいているので、簡単のために、次のように係数を選定した場合の例について解析を進めてみる。

(12) 式の右辺第 3 項および第 4 項から、それぞれ最初の 1 項および 3 項をとり、追加条件として  $\nu_i = \nu$ 、および (17) 式の右辺第 2 項の  $\{ \}$  内を 0 とおくときには

$$\frac{B_1}{l^{\nu+2}} = \frac{U}{4\nu} \{ (2-\nu)K - (4-A^2) \}, \quad Dl^{\nu-1} = \frac{UK}{2\nu(3-\nu)} \quad (19)$$

ただし

$$K = \frac{8 + \nu(4 - A^2)}{\nu(5 - 2\nu)} \quad (20)$$

として係数が求まる。

柱体の先端付近の速度分布は (14) 式を  $R_1$  の小さな範囲に展開し、(19) 式および (20) 式を代入することによって

$$\frac{v_{r_1}}{U} = -\frac{KR_1^{\nu-1} T_{\nu-1}(\mu_1)}{2(3-\nu)(1-\mu_1^2)} + O(R_1^3) \quad (21)$$

となる。(21) 式の中には代表長さの比  $A = a/l$  が

$$KR_1^{\nu-1} = \left( \frac{r_1}{a} \right)^{\nu-1} \frac{8 + \nu(4 - A^2)}{\nu(5 - 2\nu)} \cdot A^{\nu-1}$$

のかたちで含まれており、計算に際してはあらかじめこれを指定しておく必要がある。そのため、基準となるパラメータ  $l_0/a$  を決定できれば便利であり、柱体の先端を過ぎる流れが最も流れやすくなる、すなわち  $A$  の変化によって  $v_{r_1}/U$  が最大となる位置を  $l = l_0$  とすれば

$$\frac{l_0}{a} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu(\nu+1)}{(\nu-1)(\nu+2)}} \quad (22)$$

として先端までの基準距離が求められる。表 1 には (22) 式から算定した  $l_0/a$  の値を  $\nu$  とともに半頂角  $\alpha$  について示してある。この  $l_0/a$  を用いて (21) 式から先端付近の流速を求め、圧力係数  $C_p = 1 - (v_{r_1}/U)^2$  のかたちで表面に沿う圧力分布を示せば図 2 の破線のようになる。この図には比較のために、(25) 式および (26) 式から求めた速度分布を圧力係数になおして実線で記入してある。これより、面倒な計算なしに速度分布を算定できる  $r_1/a$  の範囲は 0.1 以内であることがわかる。なおこのときの速度成分は

表 1

$\alpha^\circ$	$\nu$	$l_0/a$
90	2.0000000	0.6123724
75	1.6667270	0.6741836
60	1.4241232	0.7709042
45	1.2450771	0.9373891
30	1.1156457	1.2797226
15	1.0316313	2.3375343

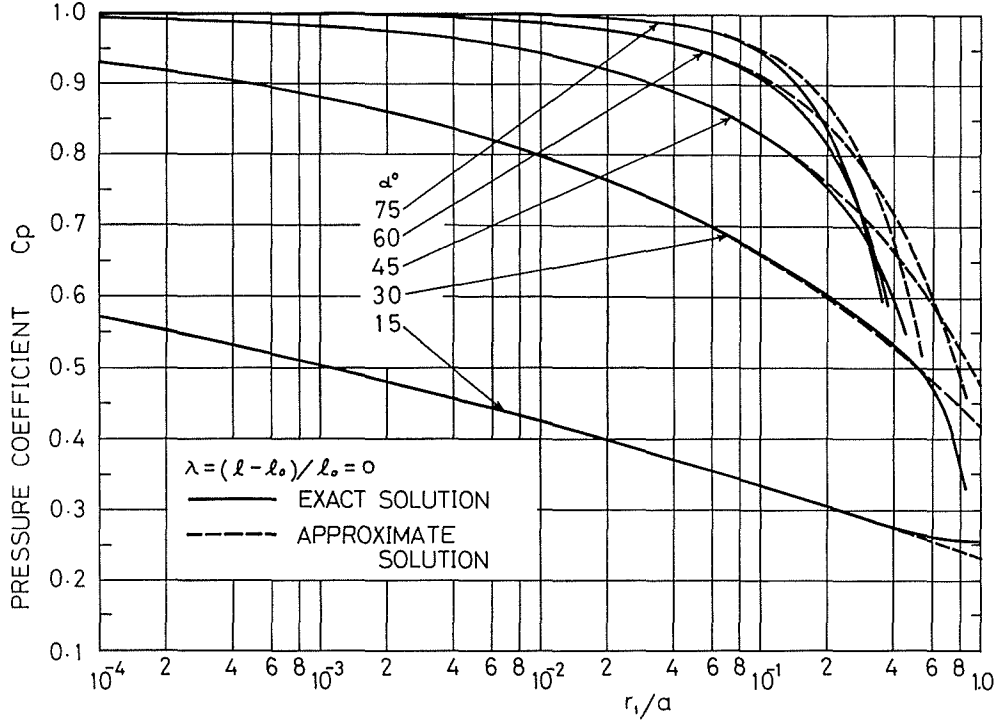


図2 柱体先端付近の圧力分布

$$\frac{v_{r_1}}{U} = -\frac{KR_1^{\nu-1}T_{\nu-1}(\mu_1)}{2(3-\nu)(1-\mu_1^2)}, \quad \frac{v_{\theta_1}}{U} = -\frac{K(\nu+1)R_1^{\nu-1}T_{\nu}(\mu_1)}{2\nu(3-\nu)\sin\theta_1} \quad (23)$$

である。

#### 4. 柱体の形状と速度および圧力分布

(12) 式に (19) 式を代入すると、この場合の流れ関係は

$$4A^2\Psi = (1-\mu)\{2(1+\mu)R^2 - A^2\} - \frac{1}{\nu}\{(2-\nu)K - (4-A^2)\}\frac{T_{\nu}(\mu)}{R_{\nu}} + \frac{K}{\nu(3-\nu)}\left[R^{\nu+1}\left\{\left(2 - \frac{\nu^2-1}{R^2}\right)T_{\nu}(\mu) - \left(2 - \frac{(2\nu-1)\mu}{R}\right)\frac{\nu}{R}T_{\nu-1}(\mu)\right\} - 2R_1^{\nu+1}T_{\nu}(\mu_1)\right] \quad (24)$$

となり、これによって流れ場が記述される。柱体の形状は  $\Psi=0$  の解として算定できる。また速度成分は (14) 式および (15) 式に (19) 式を代入することによって、それぞれ次のようになる；

$$\frac{v_{r_1}}{R_1} = \frac{1}{R_1}\left\{1 - R\mu + \frac{(R-\mu)A^2}{4R^2} + \beta_1 + (R-\mu)\beta_2 - \gamma_3 R_1(1-\mu_1^2)P_{\nu}(\mu_1)\right\} \quad (25)$$

$$\frac{v_{\theta_1}}{U} = \sin\theta_1\left\{1 - \frac{A^2}{4R^3} + \frac{1}{R}\left(\frac{R-\mu}{1-\mu^2}\beta_1 - \beta_2\right) - \frac{\nu+1}{\nu}\gamma_3 T_{\nu}(\mu_1)\right\} \quad (26)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \gamma_1 T_{\nu}(\mu) + \gamma_2 \left\{ \frac{\nu+1}{\nu} T_{\nu}(\mu) - \frac{\nu}{R} T_{\nu-1}(\mu) + \frac{(\nu-1)^2}{2R^2} T_{\nu-2}(\mu) \right\} \\ \beta_2 &= -\gamma_1 P_{\nu}(\mu) + \gamma_2 \left\{ P_{\nu}(\mu) - \frac{\nu-1}{R} P_{\nu-1}(\mu) + \frac{(\nu-1)(\nu-2)}{2R^2} P_{\nu-2}(\mu) \right\} \\ \gamma_1 &= \frac{(2-\nu)K - (4-A^2)}{4R^{\nu+2}}, \quad \gamma_2 = \frac{KR^{\nu-1}}{2(3-\nu)}, \quad \gamma_3 = \frac{KR_1^{\nu+1}}{2(3-\nu)R^2(1-\mu^2)} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

数値計算に際して、 $P_\nu(\mu)$  は  $-1 < \mu < 0$  の範囲できわめて収斂性が悪くなるため、その算出にはとくべつな工夫が必要である。一方、 $T_\nu(\mu)$  は  $\mu$  の範囲によって次のようにかくことができ、

$$T_\nu(\mu) = 1 - \mu - (\nu + 1) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\mu}{\nu + n + 1} - \frac{1}{\nu - n + 1} \right) \prod_{n=1}^n \left( \frac{1 - \mu}{2} \right) \left( 1 - \frac{(\nu + 1)^2}{2} \right), \quad 0 \leq \mu \leq 1 \quad (28 \text{ a})$$

$$T_\nu(\mu) = T_\nu(-\mu) + \frac{2\sqrt{\pi}\nu\mu}{\Gamma\left(\frac{2+\nu}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1-\nu}{2}\right)} \left\{ 1 - \nu \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n-\nu)} \prod_{n=1}^n \mu^2 \left( 1 - \frac{\nu(\nu-1)}{2n(2n-1)} \right) \right\}, \quad -1 \leq \mu \leq 0 \quad (28 \text{ b})$$

これは  $P_\nu(\mu)$  にくらべて収斂性がよい。したがって、 $P_\nu(\mu)$  を求める際にも  $T_\nu(\mu)$  および  $T_{\nu-1}(\mu)$  を (28-a) 式および (28-b) 式からあらかじめ求めておき、漸化式；

$$\left. \begin{aligned} (1 - \mu^2)P_\nu(\mu) &= -\frac{\nu+1}{\nu}\mu T_\nu(\mu) + T_{\nu-1}(\mu) \\ (1 - \mu^2)P_{\nu-1}(\mu) &= -\frac{\nu+1}{\nu}T_\nu(\mu) + \mu T_{\nu-1}(\mu) \\ (1 - \mu^2)P_{\nu-2}(\mu) &= -\frac{\nu+1}{\nu}\mu T_\nu(\mu) + \frac{(2\nu-1)\mu^2 - \nu}{\nu-1}T_{\nu-1}(\mu) \\ T_{\nu-2}(\mu) &= -\frac{\nu+1}{\nu}T_\nu(\mu) + \frac{2\nu-1}{\nu-1}\mu T_{\nu-1}(\mu) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

を利用して計算を進めるのがよい。

半頂角  $\alpha$  とパラメータ  $A$  とを与えれば、柱体の形状および圧力分布は (24) 式、(25) 式および (26) 式から求めることができるが、 $A$  を変えることによる影響は、前節に求めた  $l_0/a$  を基準値として

$$\lambda = \frac{l-l_0}{l_0} \quad \text{あるいは} \quad A = \frac{a}{(1+\lambda)l_0} \quad (30)$$

なる  $\lambda$  によって評価される。図3は半頂角  $\alpha$  を  $15^\circ$  から  $90^\circ$  まで  $15^\circ$  おきに6通り変化させたとき、 $\lambda=0$  に関する結果を示したものであり、図4は一例として  $\alpha=30^\circ$  における  $\lambda$  の影響を示したものである。図3から  $\alpha$  が小さくなるにつれて、先端における圧力降下すなわち速度の

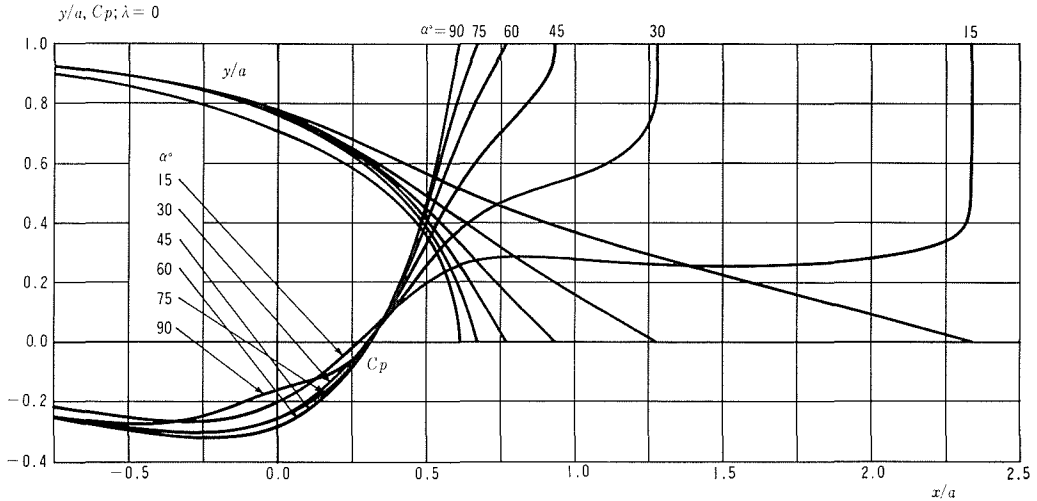


図3 柱体の形状と圧力分布

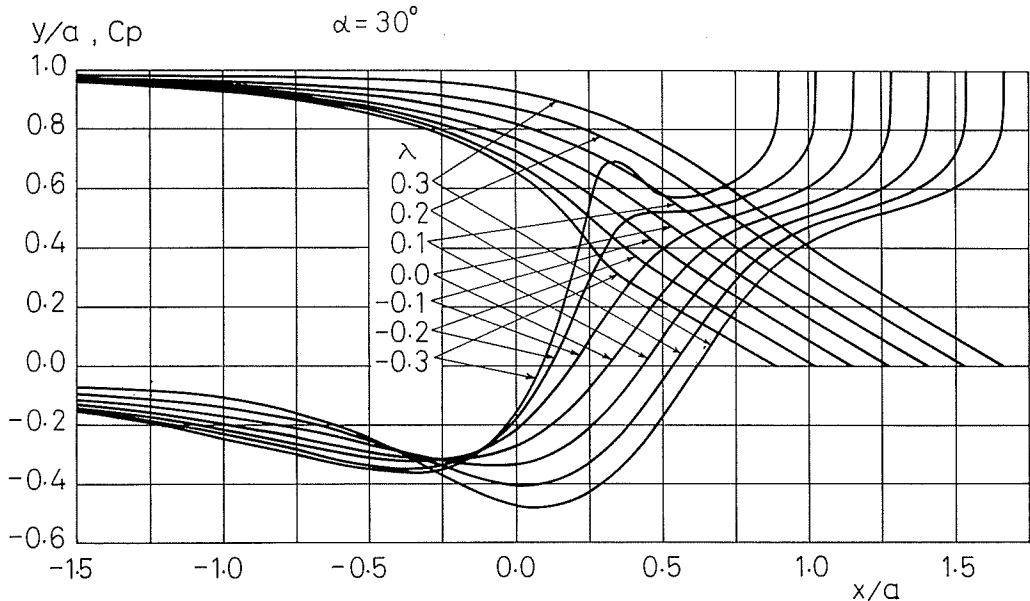


図4 柱体の形状と圧力分布におよぼすの影響

回復が急激におこなわれていることがわかる。このことは、よどみ点流れがごく先端部分に限られることを意味する。また  $\alpha=90^\circ$  の場合にくらべていくぶんでも頂角をつけることにより、柱体の半径を早急に  $a$  に近づけうることがわかる。図4には  $\lambda$  を0から正および負に変えたときの柱体の形状と圧力分布の変化する様子が見られ、 $\lambda$  が負になるにつれて柱体頭部は凹曲面化の度合いが強められる。またこの図からは明確でないが、 $\lambda$  を正の方向に大きくとると  $x/a$  が  $-0.5 \sim 0$  の位置で柱体の形状に「くびれ」が生じてくる。いずれにしても、 $\lambda$  が0でない場合には、 $\lambda=0$  の場合にくらべて柱体頭部を流体が円滑に流れがたく、前節に述べたように先端を過ぎる流速が低下するものと考えられる。

## 5. 結 言

柱体の先端に  $\alpha$  なる半頂角を有し、十分下流で一樣な半径の円柱になることを主要な境界条件として、軸対称流れを解析的に取扱うことができた。流れ関数は(19)式のように係数をえらぶとき、(24)式に示すようであるが、一般解(12)式の係数を(16)式および(18)式が満足されるように適当にえらぶことによって、種々の頂角を有する柱体周辺の流れを解析することが可能である。

柱体の円錐状先端付近では、図3にみられるように  $\alpha$  が小さくなるにつれて、急激に圧力係数の低下が認められたことは興味深い。 $r_1/a < 0.1$  程度の範囲における流れは近寄り速度  $U$  と関連して(23)式のように単純な形で求めることができた。また柱体の先端にいくぶんでも頂角をつけることになり、柱体の半径を早急に  $a$  に近づけうること、および  $\lambda=0$  となるように先端の位置を決定すれば、柱体頭部を過ぎる流れを最も円滑にすることができる。これより、(22)式によって  $l_0/a$  を決定する意義が明確になった。

## 文 献

- 1) Rosenhead, L. (ed.): Laminar Boundary Layers, (1963), p. 429, Oxford University Press.

- 2) Hess, J. L. & Faulkner, S.: "Accurate Values of the Exponent Governing Flow about Semi-Infinite Cones," AIAA Journal, Vol. 3, No. 4, p. 767, 1965.
- 3) 森口, 宇田川, 一松: 数学公式 III, 岩波全書, 1965.