HOKKAIDO UNIVERSITY

| | |
|---|---|
| Title | 垂直壁面への水の凍結 |
| Author(s) | 岸浪, 紘機; 斎藤, 武 |
| Citation | 北海道大學工學部研究報告, 62, 1-11 |
| Issue Date | 1971-09-30 |
| Doc URL | https://hdl.handle.net/2115/41065 |
| Type | departmental bulletin paper |
| File Information | 62_1-12.pdf |

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

# 垂直壁面への水の凍結

岸浪紘機* 斎藤 武**

(昭和46年4月30日受理)

# Ice Formation on a Vertical Wall

Kohki KISHINAMI Takeshi SAITO

(Received April 30, 1971)


## Abstract

A general approximate method for the solution of heat conduction with solidification is presented with applications to ice formation at a vertical plane boundary considering the effect of natural convection.

The differential equation of a covective boundary was solved numerically by the integral method. The analytical results in the prediction of ice formation were in good agreement with the experimental data.


目 次


1. 緒 言…… 1
2. 理論的考察…… 2
2.1 相変化方程式…… 2
2.2 自然対流の温度および速度分布と熱伝達率の積分法による決定…… 4
3. 実験装置…… 6
3.1 実験装置の概要…… 6
3.2 凍結用円管の構造と測定装置…… 7
4. 実験および計算結果…… 7
4.1 境界層内速度および温度分布…… 7
4.2 氷内温度分布…… 9
4.3 氷層の生長とその形状…… 9
5. 結 言……11
参考文献……11


## 1. 緒 言

流体が冷却され凝固し，また固体が加熱され融解するような相変化をともなう伝熱現象は，工学の分野に広く存在し，この問題の解明は，たとえば，鋳鋼の凝固，溶融，冷凍工業における製氷など広い適用範囲をもつものである。在来，このような熱授受をともない，二相界面が時間とともに移動する問題は，J. Stefan[1], F. Neumann[2], T. R. Goodman[3], A. L. London & R. A. Seban[4] らにより，熱流束一定の場合あるいは液相が飽和状態にあるときなどの条件のもとで解析されている。

本報告は，凍結温度に達しない静水中におかれた冷却垂直円管外表面への氷の生長過程について，理論的な解析をおこない，実験結果との比較をおこなったものである。

氷層の生長は厳密には移動熱吸収源を境とする二相間の非定常熱伝導問題となるので理論的取り扱いは困難となるが，氷層の生長速度は一般に遅いので氷層内温度分布を各瞬間において定常とみなし，温度プロフィルを求め近似解法により氷層厚さと時間の関係を求めた。

この場合，水は凍結温度以上にあるので氷層近くで自然対流を生ずる。しかし，水の密度は 4


* 機械工学科熱機関学第一講座，現室蘭工業大学産業機械科

** 機械工学科熱機関学第一講座

°C で最高となる特性があるので，水温により自然対流の様相が異り，熱伝達率が変化する。そこで，4°C を頂点とした温度の二次式で密度変化を近似し，境界方程式を組み，積分法により解析を行なった。

ここで，境界層内の速度分布，および温度分布を求めるのに，温度境界層と速度境界層との厚さ比を導入し，速度および温度プロフイルを定め，適用すべき速度場，温度場および熱伝達率を算出し，境界層内速度と温度分布の実験値との比較を行い，熱伝達率の妥当性を検討した。さらに，求めた熱伝達率を適用した氷層生長の計算値と測定値とを比較したが，両者は良い一致を示す結果を得た。

記　　号

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\rho$: 水の密度 | kg·s²/m⁴ | $K$: 水の温度伝導率 | m²/s |
| $\gamma_i$: 氷の比重量 | kg/m³ | $T$: 水の温度 | °C |
| $x$: 凍結面にそう距離 | m | $\theta$: 氷の温度 | °C |
| $y$: 凍結面と垂直方向距離 | m | $\tau$: 時間 | h |
| $r$: 円筒座標の半径方向距離 | m | $h_m$: 凍結面 $X$ における自然対流熱伝達率 | kcal/m²h°C |
| $r_0$: 円管半径 | m | | |
| $s$: 氷層 | m | $\beta_4$: 温度の二次式で近似させた密度分布式の体積膨張率 | 1/°C² |
| $u$: $x$ 方向速度成分 | m/s | | |
| $v$: $y$ 方向速度成分 | m/s | 添　　字 | |
| $\delta$: 速度境界層厚さ | m | $w$: 氷表面における状態 | |
| $\delta_t$: 温度境界層厚さ | m | 0: 円管表面における状態 | |
| $\mu$: 粘性係数 | kg·s/m² | 4: 水温 4°C における状態 | |
| $\nu$: 動粘性係数 | m²/s | $\infty$: 水の境界層外における状態 | |
| $\lambda_i$: 氷の熱伝導率 | kcal/mh°C | 無 次 元 数 | |
| $\lambda_L$: 水の熱伝導率 | kcal/mh°C | Nux: 凍結面 $x$ の局所ヌッセルト数 | |
| $C_p$: 水の比熱 | kcal/kg°C | Grx: 凍結面 $x$ におけるグラスホッフ数 | |
| $L$: 氷の潜熱 | kcal/kg | Pr: 水のプラントル数 | |

## 2. 理 論 的 考 察

### 2.1 相 変 化 方 程 式

氷点 0°C より高い温度にある静水中に，0°C 以下の低温の円管が垂直におかれた場合の円管外面での氷層生長について考察を行なう。静水中における氷層の生長は生成の初期をのぞいて，その生長速度はきわめて緩慢なために，さきに Seban[4] らが行ったように氷内温度分布を定常とみなす準定常解法をとる。また，本研究の場合は，液相が不飽和の場合，すなわち，静水が常に凍結温度以上に保たれている場合を取り扱うので，凍結面近くでは自然対流が生じている。

氷層内の温度分布には，あとの計算を容易にするため，つぎのような温度プロフイルを仮定した。すなわち，氷内温度分布 $\theta$ を半径方向 $r$ の二次式で表わす。

$$\theta = Ar^2 + Br + C \tag{1.1}$$

境界条件は

$$r = r_0, \quad \theta = \theta_0 \quad (\text{一定}) \tag{1.2}$$

$$r = r_0 + s, \quad \theta = \theta_w \quad (\text{一定}) \tag{1.3}$$

熱平衡条件は

$$\lambda_i\left(\frac{\partial\theta}{\partial r}\right)_{r=r_0}2\pi r_0=\lambda_i\left(\frac{\partial\theta}{\partial r}\right)_{r=r_0+s}2\pi(r_0+s) \tag{1.4}$$

式 1.1 中の未知定数 $A$, $B$ は式 1,2, 1,3, 1,4 からつぎのように定まる。

$$A=-\frac{(\theta_0-\theta_w)}{s(2r_0+s)},\qquad B=\frac{2(\theta_0-\theta_w)}{s} \tag{1.5}$$

したがって，任意半径上における温度勾配は，次式のようになる。

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial r}\right)_r=-\frac{2(\theta_0-\theta_w)}{s(2r_0+s)}r+\frac{2(\theta_0-\theta_w)}{s} \tag{1.6}$$

また，氷外表面上の温度勾配は

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial r}\right)_{r=r_0+s}=\frac{2(\theta_0-\theta_w)}{(s/r_0)(2r_0+s)} \tag{1.7}$$

ここで厳密解はつぎのように示される。

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial r}\right)_{r=r_0+s}=\frac{(\theta_0-\theta_w)}{r_0+s}\frac{1}{\ln(1+s/r_0)} \tag{1.8}$$

無次元氷厚 $(s/r_0)$ における定常一次元半径方向熱伝導のプロフィル解と厳密解との温度勾配の比を $\Delta$ とすれば，

$$\Delta=\frac{2(\theta_0-\theta_w)}{r_0(s/r_0)(2+s/r_0)}\Big/\frac{(\theta_0-\theta_w)}{r_0(1+s/r_0)}\frac{1}{\ln(1+s/r_0)} \tag{1.9}$$

$s/r_0$ に対する $\Delta$ 値を求め図示すると図 1 のごとくなる。すなわち，

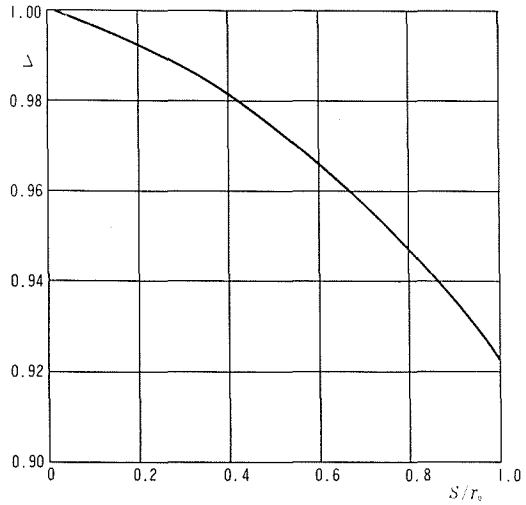



**図 1** 仮定した温度分布による相違

$s/r_0=1$ および 0.4 において $\Delta$ はそれぞれ 0.923 および 0.982 となり，仮定した温度プロフィルを用いると氷厚が増すにつれて厳密解より小さくなるが，誤差 2% を許せば $s/r_0<0.4$ の範囲で適用しうることになる。

液相の境界面における熱平衡の関係から，時間 $d\tau$ で氷厚 $ds$ だけ生長したとするとつぎの式[5]が導かれる。

ここで右辺第 2 項は凍結の潜熱を表わす。

$$\lambda_i\left(\frac{\partial\theta}{\partial r}\right)_s=h_w(T_\infty-T_w)+\gamma_i L\frac{ds}{d\tau} \tag{1.10}$$

氷層外表面における温度勾配を式 1.7 より求めると

$$\gamma_i L ds=\left\{\frac{2r_0\lambda_i}{s(2r_0+s)}(\theta_0-\theta_w)-h_x(T_\infty-T_w)\right\}d\tau \tag{1.11}$$

ここで，自然対流熱伝達率 $h_x$ を円管軸方向位置 $x$ のみの関数とみなし，壁温 $\theta_0$，水温 $T_\infty$ が一定とすれば，式1.10は積分可能となり，初期条件 $\tau=0$ のとき $s=0$ とすれば，氷厚と時間の関係はつぎのように求まる。

$$\tau=\frac{\gamma_i L}{B}\frac{1}{2\sqrt{B^2r_0^2+AB}}\left\{\ln\frac{\sqrt{B^2r_0^2+AB}+B(s+r_0)}{\sqrt{B^2r_0^2+AB}-B(s+r_0)}-\ln\frac{\sqrt{B^2r_0^2+AB}+Br_0}{\sqrt{B^2r_0^2+AB}-Br_0}\right\} \tag{1.12}$$

ただし，$A=2r_0\lambda_i(\theta_0-\theta_w)$

$$B=h_x(T_\infty-T_w) \tag{1.13}$$

### 2.2　自然対流の温度および速度分布と熱伝達率の積分法による決定

図2は水の温度による比重量の変化を示す。

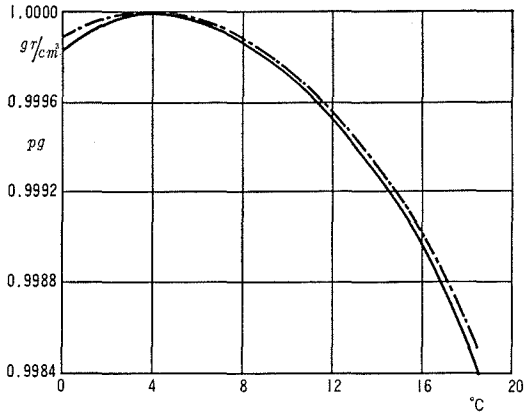



**図2**　水の比重量の温度変化

図中，実線は水の比重量の既発表値を示し，鎖線はこれを近似的につぎのような二次式で表わしたものである。

$$\rho=\rho_4\{1-\beta_4(T-T_4)^2\} \tag{2.1}$$

$$\rho_4=1000.0/\mathrm{g}\qquad \mathrm{kg\cdot s^2/m^4} \tag{2.2}$$

ここで，添字4はそれぞれ水温4°C における状態を示し，$\beta_4$ は体積膨張率であり，つぎのようになる。

$$\beta_4=0.7\times10^{-5}\qquad 1/°\mathrm{C}^2 \tag{2.3}$$

つぎに，水の垂直凍結面における自然対流熱伝達を解析[6,7]する。ここでは氷層の比較的薄い場合を取扱うので，直角座標を適用すると，境界層の基礎微分方程式はつぎのようになる。

運動量の式　$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\mu\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+g(\rho-\rho_\infty) \tag{2.4}$$

エネルギの式　$$\rho C_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\lambda_L\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{2.5}$$

連続の式　$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{2.6}$$

境界条件　$$\begin{aligned} &y=0;\quad u=v=0,\ T=T_w\\ &y=\infty;\quad u=0,\ T=T_\infty\end{aligned} \tag{2.7}$$

式2.4中の浮力項に式2.1を代入すると，運動量の式はつぎのようになる。

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+g\beta_4\{(T_w-T_4)^2-(T-T_4)^2\} \tag{2.8}$$

また，式2.6，2.7および2.8より，つぎの式が得られる。

$$\frac{d}{dx}\int_0^\delta u^2dy=-\nu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}+g\beta_4\int_0^\delta\frac{(T_\infty-T_4)^2-(T-T_4)^2}{1-\beta_4(T-T_4)^2}dy \tag{2.9}$$

同様にして，式2.5より

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_t}u(T_\infty-T)\,dy=K\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} \tag{2.10}$$

$\mathrm{Pr}>1$ の場合，速度境界層厚さ $\delta$ は温度境界層厚さ $\partial_t$ より大きく，式2.9の浮力項の分母のうち $\beta_4(T-T_4)^2$ の大きさが $10^{-4}$ 程度となるのでこれを無視すると，式2.9はつぎのように表わされる。

$$\frac{d}{dx}\int_0^\delta u^2dy=-\nu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}+g\beta_4\int_0^{\delta_t}\{(T_\infty-T_4)^2-(T-T_4)^2\}dy \tag{2.11}$$

ここで，$\delta/\delta_t$ の比を Pr 数の関数として示し[8,9]，

$$\delta=\mathrm{Pr}^k\delta_t \tag{2.12}$$

速度に関する境界条件は

$$y=0;\quad u=0,\quad \partial^2u/\partial y^2=C_0$$

ただし，$C_0=-\rho_4\beta_4\{(T_\infty-T_4)^2-(T_w-T_4)^2\}/\mu$ (2.13)

$$y=\mathrm{Pr}^k\delta_t;\quad u=0,\ \partial u/\partial y=0,\ \partial^2u/\partial y^2=0$$

温度に関する境界条件は

$$\begin{aligned}&y=0;\quad T=T_w,\ \partial^2T/\partial y^2=0\\&y=\delta_t;\quad T=T_\infty,\ \partial T/\partial y=0,\ \partial^2T/\partial y^2=0\end{aligned} \tag{2.14}$$

速度および温度に関する境界条件はそれぞれ5個づつとなるので，速度および温度プロフィルの式を $y$ の4次式でつぎのように表わす。

$$u=D+Ey+Fy^2+Gy^2+Hy^4 \tag{2.15}$$

$$T=d+ey+fy^2+gy^3+hy^4 \tag{2.16}$$

ここで定数 $D, E, F, G, H$ および $d, e, f, g, h$ は境界条件より定まる。

$$\frac{u}{u_1}=\frac{y}{\mathrm{Pr}^k\delta_t}\left(1-\frac{y}{\mathrm{Pr}^k\delta_t}\right)^3 \tag{2.17}$$

ただし

$$u_1=-C_0/6\cdot(\mathrm{Pr}^k\delta_t)^2$$

$$\frac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty}=1-2\left(\frac{y}{\delta_t}\right)+2\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3-\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^4 \tag{2.18}$$

式2.17，2.18を式2.10，2.11に代入すると，

$$\frac{1}{10}\left(\frac{2}{3\,\mathrm{Pr}^k}-\frac{5}{7\,\mathrm{Pr}^{2k}}+\frac{9}{28\,\mathrm{Pr}^{3k}}-\frac{1}{18\,\mathrm{Pr}^{4k}}\right)\frac{d}{dx}(u_1\delta_t)=K\frac{2}{\delta_t} \tag{2.19}$$

$$\frac{\mathrm{Pr}^k}{252}\frac{d}{dx}(u_1^2\delta_t)=-\frac{\nu}{\mathrm{Pr}^k}\frac{u_1}{\delta_t}+g\beta_4\delta_t\left\{\frac{3}{5}(T_\infty-T_w)(T_\infty-T_4)-\frac{23}{126}(T_\infty-T_w)^2\right\} \tag{2.20}$$

式2.19および式2.20を連立して解くため，$u_1$ および $\delta_t$ を $x$ のべき関数で表わすと

$$u_1=C_1x^m \tag{2.21}$$

$$\delta_t=C_2x^n \tag{2.22}$$

式2.21，2.22の条件が式2.19，2.20を満足するためには，$m=1/2$, $n=1/4$ となる。これより

$$C_1=\left(\frac{80}{8}\right)^{1/2}\nu F(\mathrm{Pr})^{-1/4}(\mathrm{Gr}_4/\nu^2)^{1/2}\left\{0.132\mathrm{Pr}^k\frac{1}{F(\mathrm{Pr})}+\mathrm{Pr}^{1-k}\right\}^{-1/2} \tag{2.23}$$

$$C_2=\left(\frac{80}{3}\right)^{1/4}F(\mathrm{Pr})^{-1/4}(\mathrm{Gr}_4/\nu^2)^{-1/4}\mathrm{Pr}^{-1/2}\left\{0.132\mathrm{Pr}^k\frac{1}{F(\mathrm{Pr})}+\mathrm{Pr}^{1-k}\right\}^{1/4} \tag{2.24}$$

ここで,

$$\mathrm{Gr}_4=g\beta_4\left\{\frac{3}{5}(T_\infty-T_w)(T_\infty-T_4)-\frac{23}{126}(T_\infty-T_w)^2\right\} \tag{2.25}$$

$$F(\mathrm{Pr})=\left(\frac{2}{3\,\mathrm{Pr}^k}-\frac{5}{7\,\mathrm{Pr}^{2k}}+\frac{9}{28\,\mathrm{Pr}^{3k}}-\frac{1}{18\,\mathrm{Pr}^{4k}}\right) \tag{2.26}$$

したがって，グラスホッフ数に相当する無次元数 $\mathrm{Grx}_4$ はつぎのように定まる。

$$\mathrm{Grx}_4=\mathrm{Gr}_4x^3/\nu^2=g\beta_4x^3/\nu^2\left\{\frac{3}{5}(T_\infty-T_w)(T_\infty-T_4)-\frac{23}{126}(T_\infty-T_w)^2\right\} \tag{2.27}$$

任意の点 $x$ における熱伝達率は

$$h_x=-\lambda_L\left(\frac{\partial T}{\partial y}_{y=0}\right/(T_\infty-T_w)=\lambda_L\left(\frac{2}{\delta_t}\right) \tag{2.28}$$

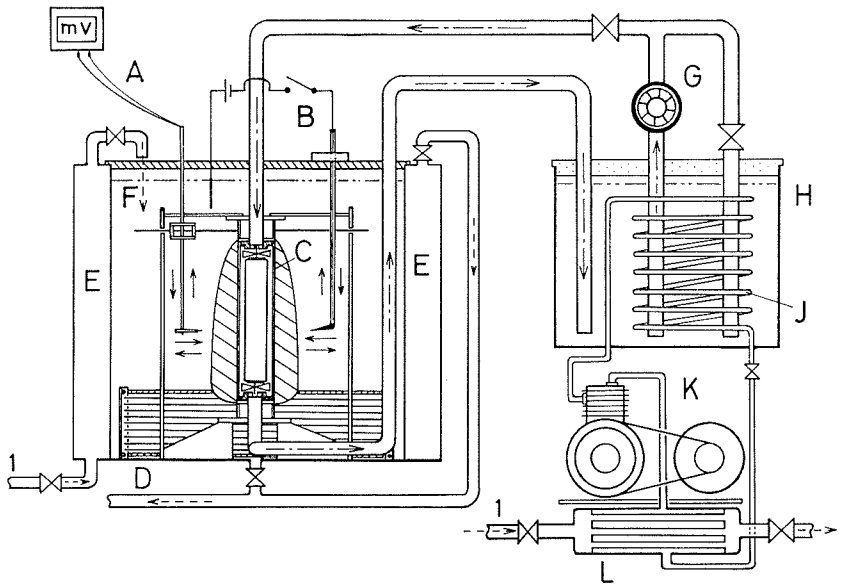
したがって，局所ヌッセルト数 Nux はつぎのように決定される。

$$\mathrm{Nux}=h_xx/\lambda_L=2(80/3)^{-1/4}F(\mathrm{Pr})^{1/4}\mathrm{Pr}^{1/2}(0.132\mathrm{Pr}^k/F(\mathrm{Pr})+\mathrm{Pr}^{1-k})^{-1/4}\mathrm{Grx}_4^{1/4} \tag{2.29}$$

ここで，$k$ が定まれば，水の各温度に対す温度分布，速度分布および熱伝達率が定まる。また $k$ 値については後述のように実測結果との比較にもとづき $k=1/4$ とした。

## 3. 実 験 装 置

### 3.1 実験装置概要




| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 温度測定装置 | E | 外水槽 | I | 水道水 |
| B | 速度測定装置 | F | 内水槽 | J | 冷凍機蒸発管 |
| C | 低温円管 | G | ブラインポンプ | K | 冷凍機 |
| D | 水温調整用電熱器 | H | ブライン槽 | L | 冷凍凝縮器 |

図3 実験装置配置図

実験装置の配置図を図3に示す。静水タンク中に凍結用銅製円管を垂直におき，ブライン槽内で冷凍機（冷媒 F 22, 容量 5.5 kw）により冷却されたブライン（$CaCl_2$ 水溶液）を循環ポンプ (0.75 kw) で円管に送入する。ブラインで冷却された円管外面に氷層が形成される。静水タンク

は高さ 900 mm, 巾 1100 mm, 奥行 750mm で内外二重槽になっており，外水槽に水を流し，内水槽内の水温を一定に保つようにした。

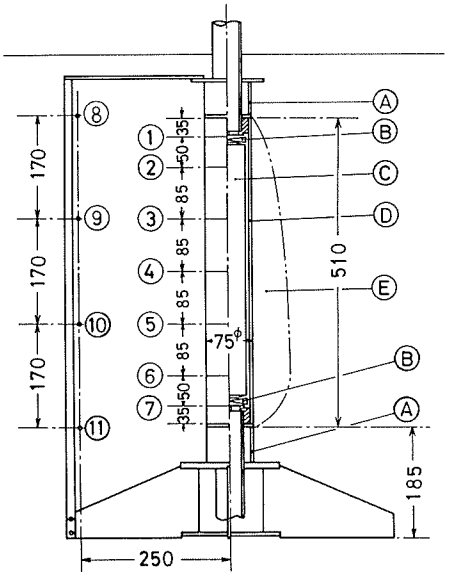
また，水槽前面には透明アクリル樹脂板を取りつけ凍結現象を観察し，境界層内速度および温度分布の測定あるいは氷厚測定を行いうるようにした。

### 3.2　凍結用管の構造と測定装置

凍結用円管の構造を図 4 に示す。主要部は径 75 mm, 長さ 510 mm, 厚さ 3.5 mm の銅円管である。管端は黄銅製蓋をつけさらに塩化ビニール管で長さ方向の熱絶縁をおこなっている。円管内部には回転円筒をおき，上部より送り込まれた冷却ブラインが円筒内部を回転し，内部円管と銅円管内壁面との隙間を流れ，円筒外表面の温度が一様となるようにした。円管壁面上 7 ヶ所に熱電対を取りつけ壁面温度を計測する。

また，水槽内の水温も 4 ヶ所熱電対で測定した。さらに出力 0.5 kw の電熱線を水槽底部にとりつけ，槽内温度が一定に保たれるように調整を行なった。

氷の生長は透明アクリル板を通して水槽外から読取望遠鏡で 7 ヶ所の氷層を一定時間ごとに測定し，また，速度分布は金属テルルをコロイド化し，その移動速度より求める方法を採用した。




A　塩化ビニール断熱管
B　回転羽根　　C　回転円管
D　銅製円管　　E　氷層
①～⑪　熱電対取付け位置

図 4　凍結用円管の構造

## 4.　実験および計算結果

### 4.1　境界層内速度および温度分布

図 5～8 は境界層内速度および温度分布を示す。横軸は境界層厚さ，縦軸は温度および速度を示し，図中実線は計算値を示す。

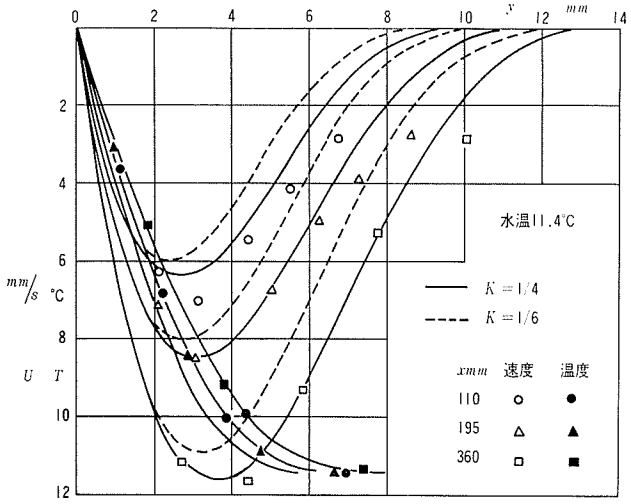



図 5　境界層内速度および温度分布（水温11.4°C）

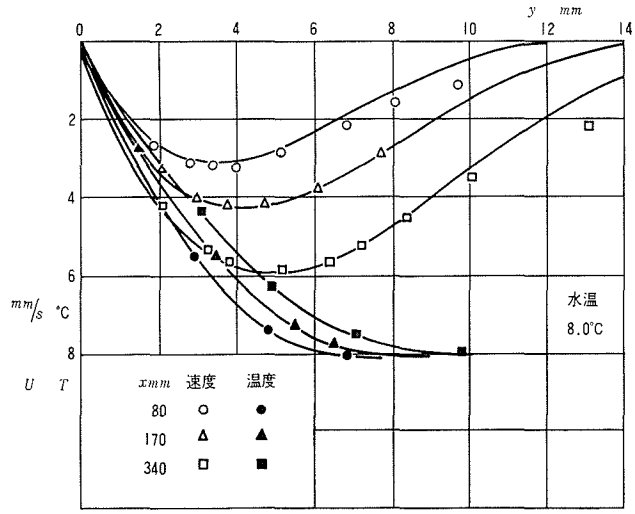



図6　境界層内速度および温度分布（水温8.0℃）

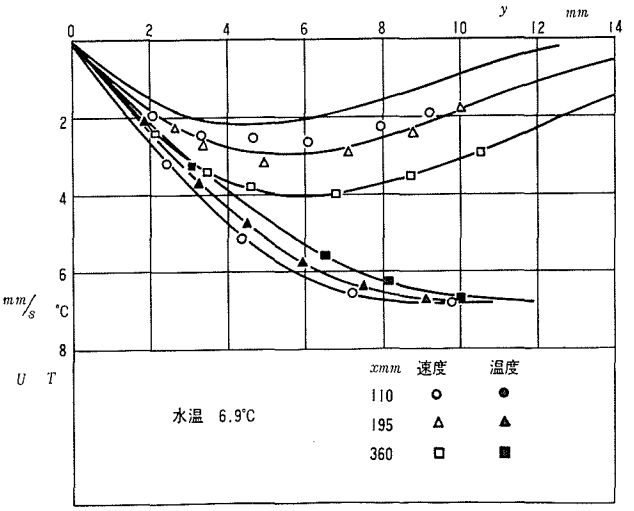



図7　境界層内速度および温度分布（水温6.9℃）

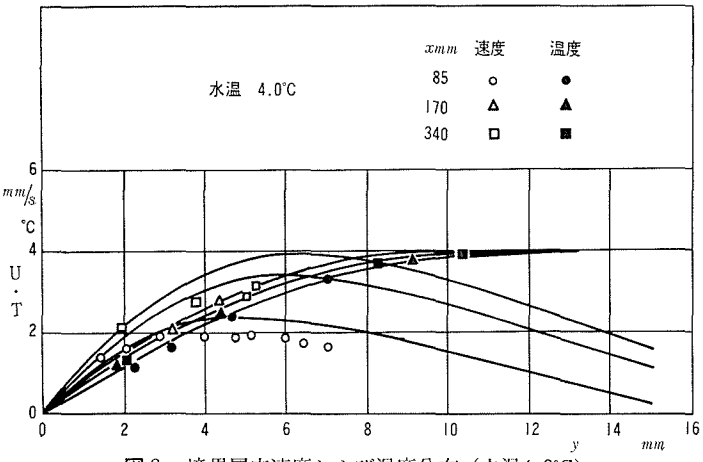



図8　境界層内速度および温度分布（水温4.0℃）

図5は水温 11.4°C，図6は水温 8.0°C，図7は水温 6.9°C，図8は水温 4.0°C の各場合における実験値と計算値を示す。水温の高い図5，6，7のとき自然対流は下向き流れとなるが，水温 4 °C の図8のときは，逆に上向き流れとなっている。

とくに図5においては，$\delta/\delta_t=\mathrm{Pr}^k$ の指数 $k=1/4$ および 1/6 の各場合に対する計算値と実験値を示してあるが，$k=1/4$ の場合が実験値とよく一致する傾向を示している。図6，7，8では $k=1/4$ としての計算値を記入してある。これらの図で明らかなように，計算値は実験値とかなり良い一致を示している。

### 4.2 氷内温度分布

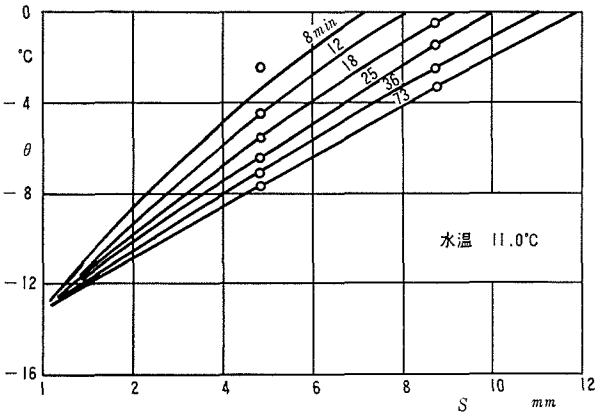



図9 氷層内温度分布（水温11.0°C）

氷内温度分布の一例を図9に示す。

図9は壁温 −13°C，水温 11°C の場合であり，実線は式1.1にもとづく計算値を示す。冷却開始の初期では，氷層も薄く氷層生長速度が早いので，温度分布を定常とみなし求めた計算値は実験値と相違を生じているが，一定時間経過し氷層が厚くなるにしたがい，しだいに計算値と一致する傾向を示している。

### 4.3 氷層の生長とその形状

氷層の生長とその形状を水槽前面のアクリル板を通して実測した結果，数例について理論計算値と比較すると図10～13のごとく示される。図中，縦軸に氷厚，横軸に冷却面先端よりの距離を示し，生成時間をパラメータとし，実線は計算値を示す。図10は水温 12.0°C，図11は水温 9.2°C，図12は 7.1°C，図13は 3.9°C の場合である。図10，11，12の場合は自然対流は下向き

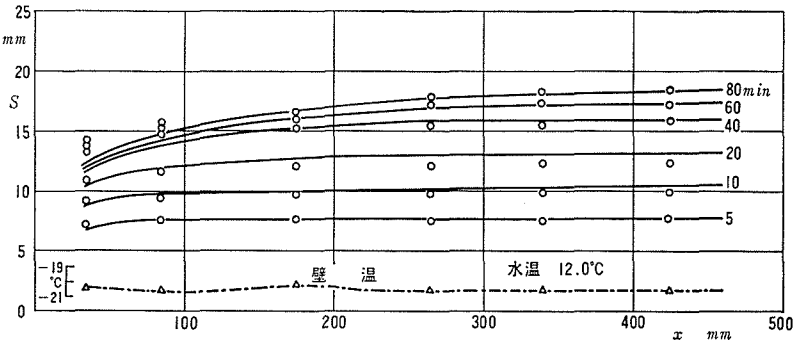



図10 氷層の生長（水温12.0°C）

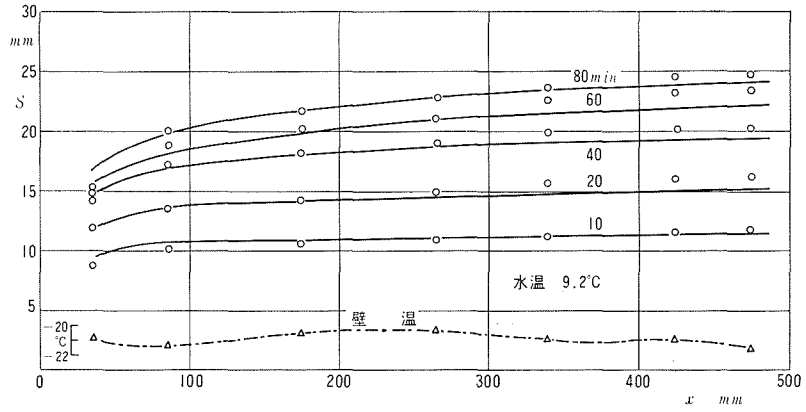



図11 氷層の生長（水温9.2°C）

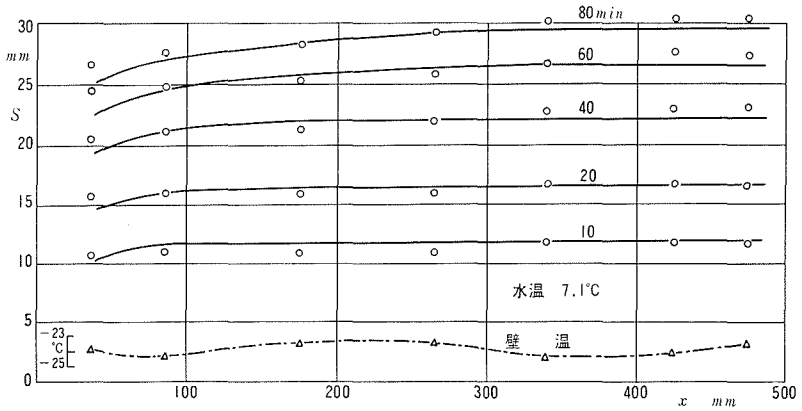



図12 氷層の生長（水温7.1°C）

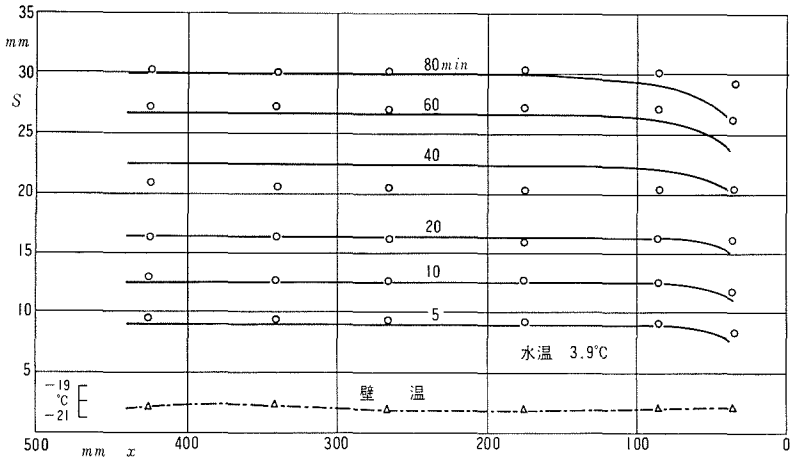



図13 氷層の生長（水温3.9°C）

流れとなるので，$x$ には冷却面上端よりの距離をとり，図13の場合は上向き流れとなるので，冷却面下端よりの距離を横軸右端からの数値で示してある。

なお，計算に用いた氷の物性値は $\lambda_i=1.9$ kcal/mh°C，$\gamma_i=920$ kg/m$^3$ とした。また，温度の

関数となる水の物性値 Pr, $\nu$, $\lambda_L$ にはそれぞれの水温 $T_\infty$ と氷面温度 $T_0$ との平均温度における値を用いた。

図 10～13 をみれば，冷却面先端部分では装置の構造上壁面温度が上り，また装置の取付部分の影響で流れの状態も異るので，測定値が解析値と相違するものもあるが，他の部分ではさきに導いた熱伝達式を用いて計算した氷層厚さは実測値とかなりよく一致することが判る。

## 5. 結　　言

自然対流をともなう垂直円管外面上への氷層の形成過程を近似解法を用い解析し，実験結果との対比を行ったものである。

水は 4°C において密度が最大となるので，密度を温度の一次関数として扱う一般ガス体の自然対流解析法は適用し得ない。ここでは，水の密度を温度の二次式で近似し，運動方程式およびエネルギ方程式を組み積分化し，プロフィル法を用いて各水温域における境界層内速度および温度分布ならびに熱伝達率を求めた。なお，氷層内温度分布については氷層の生長速度がきわめて遅いため，準定常として氷層形成の式を導くなど，かなり条件を簡略にして氷厚の生長速度および形状などを求めた。

一方，垂直円管による実験を行い，氷層の生長について氷内部の温度分布，境界層内の速度，温度分布を実測するとともに，氷厚の生長を測定したが，これら実測値とさきの仮定に基く計算値とはかなりよい一致を示した。

本研究を行うにあたり，終始適切なご助言を賜った関信弘教授に深く謝意を表する。

## 参 考 文 献

1) Stefan, J.: Ann. Phys. Chem. 42 (1891), p. 269-286.
2) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C.: Conduction of Heat in Solids, 2nd, ed., (1959), Clarendon Press.
3) Goodman, T. R.: Trans. ASME. Ser. E, 80 (1958), p. 89-94.
4) London, A. L. and Saban, R. A.: Trans. ASME. 65 (1943), 7.
5) 斎藤，関，岸浪：機械学会北海道支部講演論文集（昭 41).
6) 斎藤，関，尾崎，岩舘：機械学会北海道支部講演論文集（昭 43).
7) 岸浪：機械学会北海道支部講演論文集（昭 43).
8) Merk, H. J. and Prins, J. A.: Appl. Scient. Res. A 4 (1954) p. 195-206.
9) 藤井：機械学会論文集 24（昭 33)，p. 973.