



Title	ふく射をともなう平行平板間の乱流熱伝達
Author(s)	関, 信弘; 福迫, 尚一郎
Citation	北海道大學工学部研究報告, 63, 21-30
Issue Date	1972-03-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41070
Type	departmental bulletin paper
File Information	63_21-30.pdf



ふく射をともなう平行平板間の乱流熱伝達

関 信 弘* 福迫尚一郎*

(昭和 46 年 8 月 30 日受理)

Heat Transfer in Turbulent Flow of a Radiating Optically Thin Gas between Two-dimensional Flat Plates

Nobuhiro SEKI Shoichiro FUKUSAKO

Abstract

The present paper is intended to determine the heat transfer in a fully developed turbulent flow of a radiating optically thin gas between two-dimensional flat plates. The radiation problem is formulated in terms of the Planck mean coefficient and the modified Planck mean coefficient to obtain the temperature distributions and Nusselt numbers. It is demonstrated that the Nusselt number becomes larger with the increase of radiation parameters.

記 号

g : 重力の加速度	I_0 : 無次元数 (3・10 b) 式
$\dot{m}$: 単位幅あたり流量	Nu : Nusselt 数
q : 熱 流 束	Pr : Prandtl 数
q_c : 対流による熱流束	Re : Reynolds 数
q_R : ふく射による熱流束	T : 温 度
u : x 方向速度成分	T^+ : 無次元温度
u^+ : x 方向無次元速度成分 (3・2 a) 式	T_w : 壁 面 温 度
x : 流れ方向距離	T_m : 混合平均温度
y : 壁面よりの距離	Z : 無次元数 (3・7 b) 式
y^+ : 壁面よりの無次元距離 (3・2 b) 式	ε_H : 渦温度伝導率
A : 無次元数 (3・10 a) 式	λ : 熱 伝 導 率
C_p : 定 圧 比 熱	μ : 粘 性 係 数
E_b : 全黒体射出能	ν : 動粘性係数
E_{bw} : 単色黒体射出能	ξ : 無次元数 (3・9 c) 式
H : 平行平板間単位幅	ρ : 密 度
H^+ : 平行平板間無次元単位幅	σ : Stefan-Boltzmann 定数
I : 無次元数 (3・12) 式	τ_w : 壁面剪断応力

* 機械工学第二学科 伝熱工学講座

1. 緒 言

炭酸ガスや水蒸気のような熱ふく射流体が流動している高温の場合においては、ふく射、対流による伝熱が共存しており、その場合ふく射による伝熱は他の伝熱にくらべて無視できなくなる。したがって、かかる高温の場合における伝熱問題では、ふく射をともなった熱伝達の解明がなされなければならない。ふく射と対流が共存する場合の熱伝達に関する研究は最近になって始められたが、熱ふく射の非線形性とふく射の相互作用のため、基礎方程式は非線形の偏微積分方程式となり理論的解析はきわめて困難である。黒崎¹⁾は、平行平板間の温度助走区間におけるふく射の効果を、壁温一定および物性値一定のもとに理論解析を行っており、Viskanta²⁾は平行平板間の流れで、流れ場および温度場が十分に発達している場合について同様の条件のもとで解析している。しかし、これらの解析はいずれも流れが層流であって、乱流の場合の解析はわずかに Landram et al.³⁾, Larsen & Lord⁴⁾ 等の円管内の流れに関する理論的解析が報告されているにすぎない。

本論文は、無限幅の二次元平行平板間の流れにおいて、流れが乱流で流れ場および温度場が共に十分発達している場合を熱流束一定の条件のもとで解析したものである。基礎方程式に含まれるふく射に関する項は光学的厚さが薄い場合について、Sparrow & Cess⁵⁾ および Cess & Mighdoll⁶⁾ らにより提案されている *Planck* 平均係数および修正 *Planck* 平均係数により表示し解析を行ってある。

2. 基礎方程式

本論文の解析ではつぎのような状態にあるモデルを設定する。

- (1) 流体は光学的厚さの薄い透過性流体である。
- (2) 光学的厚さが薄いとして、ふく射量を *Planck* 平均係数および修正 *Planck* 平均係数により表示する。
- (3) 流れ場および温度場は共に十分発達している。
- (4) 壁面は黒体としこの面における条件は熱流束一定である。
- (5) 物性値は一定である。

2.1 *Planck* 平均係数および修正 *Planck* 平均係数

Sparrow & Cess⁵⁾ によれば、熱ふく射の存在する系が光学的に薄い場合、ふく射伝達量はつぎの二つの平均係数によって表示できる。

$$K_p(T) = \frac{\int_0^\infty K_\omega(T) E_{b\omega}(T) d\omega}{E_b(T)} \quad (2.1)$$

$$K_m(T, T_w) = \frac{\int_0^\infty K_\omega(T) E_{b\omega}(T_w) d\omega}{E_b(T_w)} \quad (2.2)$$

E_b 全黒体射出能、 $E_{b\omega}$ 単色黒体射出能、 K_ω 単色吸収係数であり、 T ガス温度、 T_w 壁温である。 $K_p(T)$ は平均射出係数であり、光学的厚さの薄いふく射系では $K_m(T, T_w)$ は平均吸収係数である。ふく射ガスが T_{w1} および T_{w2} なる二板の黒体平行平板で囲まれているとき、Sparrow & Cess⁵⁾ によれば

$$\text{div } q_R = 4K_p(T) E_b(T) - 2K_m(T, T_{w1}) E_b(T_{w1}) - 2K_m(T, T_{w2}) E_b(T_{w2}) \quad (2.3)$$

である。ただし q_R はふく射による熱流束である。Cess & Mighdoll⁶⁾ は報告された数多くの実験データから選択ふく射性の炭酸ガス、水蒸気等の場合、Planck 平均係数 K_p と修正 Planck 平均係数 K_m との間につぎのような関係があることを見出した。

$$K_m(T, T_w) = K_p(T_w) \frac{T_w}{T} \quad (2.4)$$

いま平板の温度がいずれも T_w なるものとして (2.4) 式を (2.3) 式に代入すると

$$\text{div } q_R = 4K_p(T) E_b(T) - 4K_p(T_w) E_b(T_w) \frac{T_w}{T} \quad (2.5)$$

となる。

2.2 基礎方程式

第1図に示すように幅 $2H$ なる二次元平行平板間の流れを考え、流れ場および温度場とも十分発達しているとする。エネルギー保存則から

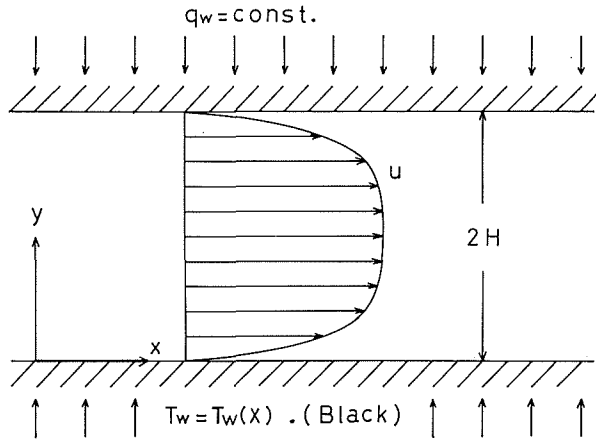
$$\rho C_p u \frac{\partial T}{\partial x} + \text{div } q = 0 \quad (2.6)$$

$$q_c = -\rho C_p \left(\frac{\nu}{Pr} + \varepsilon_H \right) \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.7)$$

である。ただし、 $q = q_c + q_R$ であり、 ρ 流体の密度、 C_p 定圧比熱、 ν 動粘性係数、 ε_H 渦温度伝導率および Pr は Prandtl 数である。したがってエネルギー方程式は

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\frac{\nu}{Pr} + \varepsilon_H \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{4}{\rho C_p} \left\{ K_p(T_w) \frac{T_w}{T} E_b(T_w) - K_p(T) E_b(T) \right\} \quad (2.8)$$

となる。



第1図 座 標 系

3. 解 析

完全に発達した速度分布は、ふく射をともなわない場合の速度分布と同一であると仮定して Kármán の三層模形による速度分布を使用する。

$$\left. \begin{array}{ll} \text{層流底層} & u^+ = y^+, \quad 0 \leq y^+ \leq 5 \\ \text{遷移層} & u^+ = -3.05 + 5 \ln y^+, \quad 5 < y^+ \leq 30 \\ \text{乱流域} & u^+ = 5.5 + 2.5 \ln y^+, \quad 30 < y^+ \end{array} \right\} \quad (3.1)$$

である。ただし y^+ , u^+ はそれぞれ

$$y^+ = y \frac{\sqrt{\tau_w/\rho}}{\nu} \quad (3.2 a)$$

$$u^+ = u \frac{1}{\sqrt{\tau_w/\rho}} \quad (3.2 b)$$

である。ただし, τ_w は壁面剪断応力である。温度場が十分に発達しているときは Seban & Shimazaki⁷⁾ によると

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{T_w - T}{T_w - T_m} \right) = 0 \quad (3.3)$$

である。ただし, T_m は混合平均温度であって

$$T_m = \frac{\int_0^H u T dy}{\int_0^H u dy}$$

である。流体のエネルギーバランスから, $q_w = \text{一定}$ であるから

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{2q_w}{C_p \dot{m}} = \text{一定} \quad (3.4)$$

となる。 $\dot{m}$ は単位幅あたりの流量であって, $\dot{m} = 2\rho \int_0^H u dy$ である。(3.4) 式において q_w は壁面における熱流束である。

x/H が大きくなると, 次式で定義される Nusselt 数

$$Nu = \frac{q_w \cdot 2H}{\lambda(T_w - T_m)} \quad (3.5)$$

は一定値に近づく。したがって (3.3), (3.4) および (3.5) 式より

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_w}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{2q_w}{C_p \dot{m}} \quad (3.6)$$

簡単のために, つぎのような温度関数を導入する。

$$T^+(y^+) = \frac{1}{Z} \left\{ 1 - \frac{T(x, y)}{T_w(x)} \right\} \quad (3.7 a)$$

$$Z = \frac{q_w \sqrt{\tau_w/\rho}}{C_p T_w \tau_w} \quad (3.7 b)$$

(3.7) 式を (2.8) 式に代入すると

$$\frac{4}{Re} u^+ = - \frac{d}{dy^+} \left\{ \left(\frac{1}{Pr} + \frac{\varepsilon_H}{\nu} \right) \frac{dT^+}{dy^+} \right\} + 4K_p \frac{H}{H^+} \frac{\sigma T_w^4}{q_w} \left\{ \frac{1}{1 - ZT^+} - (1 - ZT^+)^4 \right\} \quad (3.8)$$

となる。ただし, $Re = 2\dot{m}/\mu$ であって, $K_p(T) = K_p(T_w) = K_p$ とおいてある。

(3.8) 式の満足すべき境界条件は

$$T^+(0) = 0 \quad (3.9 a)$$

$$\left. \frac{dT^+}{dy^+} \right|_{y^+=0} = Pr(1 - \xi) \quad (3.9 b)$$

である。ただし

$$\xi = AI_0 \quad (3.9 c)$$

であって, A および I_0 はそれぞれ

$$A = \frac{4K_p H \sigma T_w^4}{q_w} \quad (3 \cdot 10 \text{ a})$$

$$I_0 = \frac{1}{H^+} \int_0^{H^+} \left\{ \frac{1}{1-ZT^+} - (1-ZT^+)^4 \right\} dy^+ \quad (3 \cdot 10 \text{ b})$$

3.1 層流底層内の温度分布

$\varepsilon_H/\nu=0$ とおき, (3・8) 式の両辺に dy^+ を乗じ y^+ に関して 0 から y^+ まで積分すると

$$\frac{1}{Pr} \frac{dT^+}{dy^+} = (1-\xi) - \frac{4}{Re} \left(\frac{1}{2} y^{+2} \right) + A \left\{ I_0 - I(y^+) \right\} \quad (3 \cdot 11)$$

となる。ただし

$$I(y^+) = \frac{1}{H^+} \int_{y^+}^{H^+} \left\{ \frac{1}{1-ZT^+} - (1-ZT^+)^4 \right\} dy^+ \quad (3 \cdot 12)$$

である。したがって, (3・11) 式より温度分布は

$$T^+(y^+) = Pr(1-\xi)y^+ - \frac{4Pr}{Re} \left(\frac{1}{6} y^{+3} \right) + Pr \int_0^{y^+} A \left\{ I_0 - I(y^+) \right\} dy^+ \quad (3 \cdot 13)$$

3.2 遷移層の温度分布

渦温度伝導率 ε_H を $\varepsilon_H = \nu(y^+/5 - 1)$ とおき (3・8) 式を積分すると

$$\frac{dT^+}{dy^+} = \frac{(1-\xi) + A \{ I_0 - I(y^+) \}}{(1/Pr - 1 + y^+/5)} - \frac{(1/Re) \int_0^{y^+} u^+ dy^+}{(1/Pr - 1 + y^+/5)} \quad (3 \cdot 14)$$

(3・14) 式右辺の第 2 項の分子は遷移層までの流量と *Reynolds* 数との比であるから無視することができるとし, (3・14) 式をさらに積分すると

$$T^+(y^+) - T^+(5) = 5 \ln \left(1 - Pr + \frac{Pr y^+}{5} \right) - \int_5^{y^+} \frac{AI(y^+)}{(1/Pr - 1 + y^+/5)} dy^+ \quad (3 \cdot 15)$$

3.3 乱流域の温度分布

乱流域では渦温度伝導率 ε_H を

$$\frac{\varepsilon_H}{\nu} = \frac{y^+}{2.5} \left(1 - \frac{y^+}{H^+} \right)$$

とおき, (3・8) 式を積分すると

$$\frac{dT^+}{dy^+} = \frac{10}{Re} \frac{H^+ G(y^+, H^+)}{y^+ (H^+ - y^+)} - \frac{2.5 H^+}{y^+ (H^+ - y^+)} AI(y^+) \quad (3 \cdot 16)$$

ただし,

$$G(y^+, H^+) = 3.0 H^+ + 2.5 H^+ \ln H^+ - 3.0 y^+ - 2.5 y^+ \ln y^+$$

である。さらに積分を繰り返すと

$$T^+(y^+) - T^+(30) = \frac{10 H^+}{Re} \int_{30}^{y^+} \frac{G(y^+, H^+)}{y^+ (H^+ - y^+)} dy^+ - \int_{30}^{y^+} \frac{2.5 H^+ AI(y^+)}{y^+ (H^+ - y^+)} dy^+ \quad (3 \cdot 17)$$

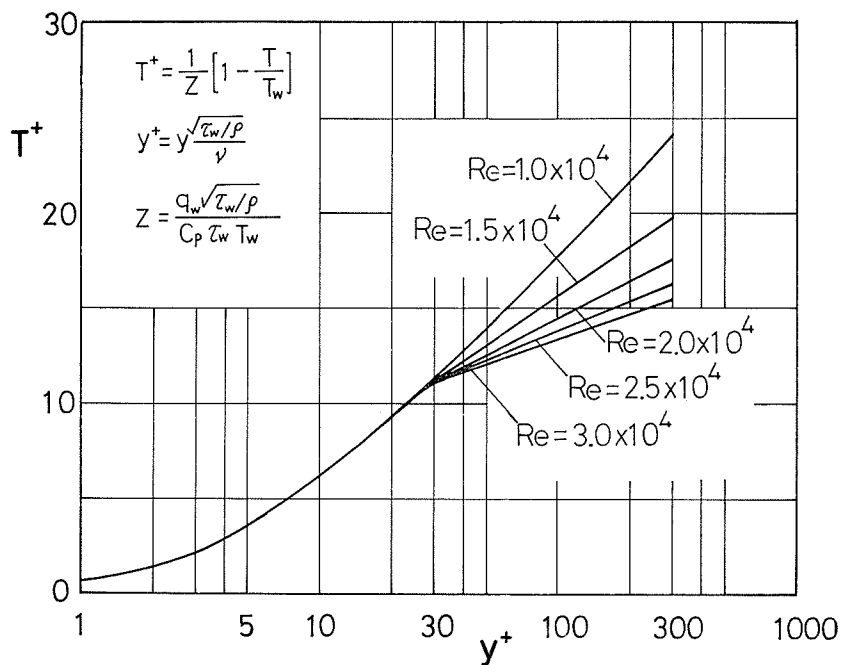
となる。

4. 計算結果および考察

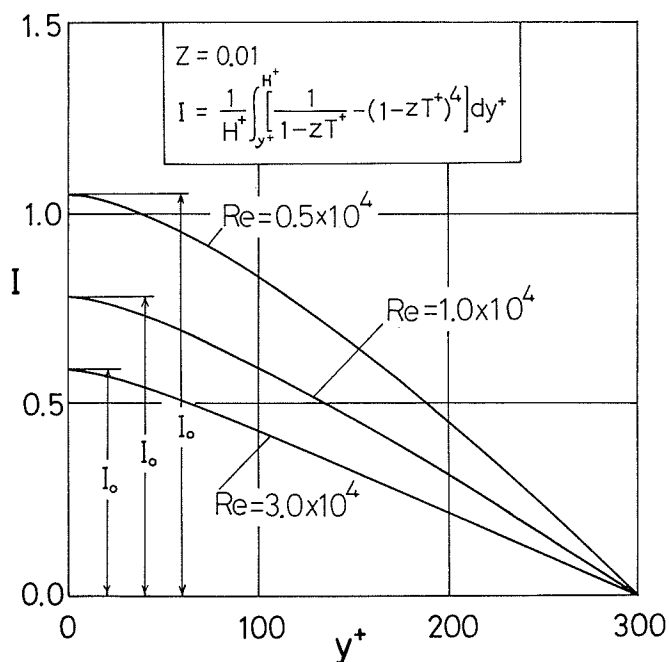
4.1 温度分布

第 2 図にふく射を考慮しない場合の温度分布を示してある。壁面における熱流束一定の条件

では、温度分布は *Reynolds* 数が大となるにしたがって乱流域の部分の温度勾配が小となる傾向がある。すなわち、乱流域において温度が上昇している。このことは *Reynolds* 数の増大によってエネルギー交換が増進されることを示している。

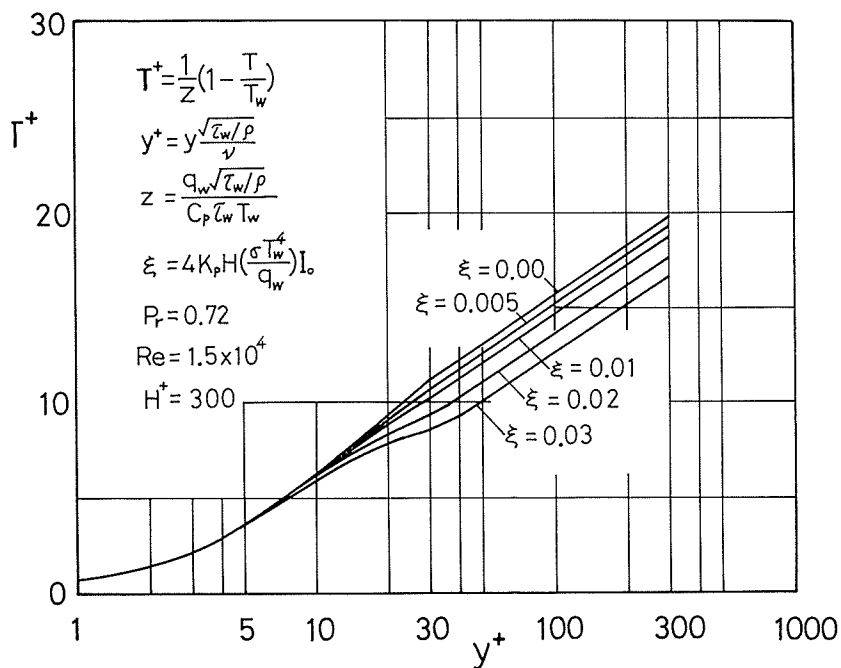


第2図 温度分布

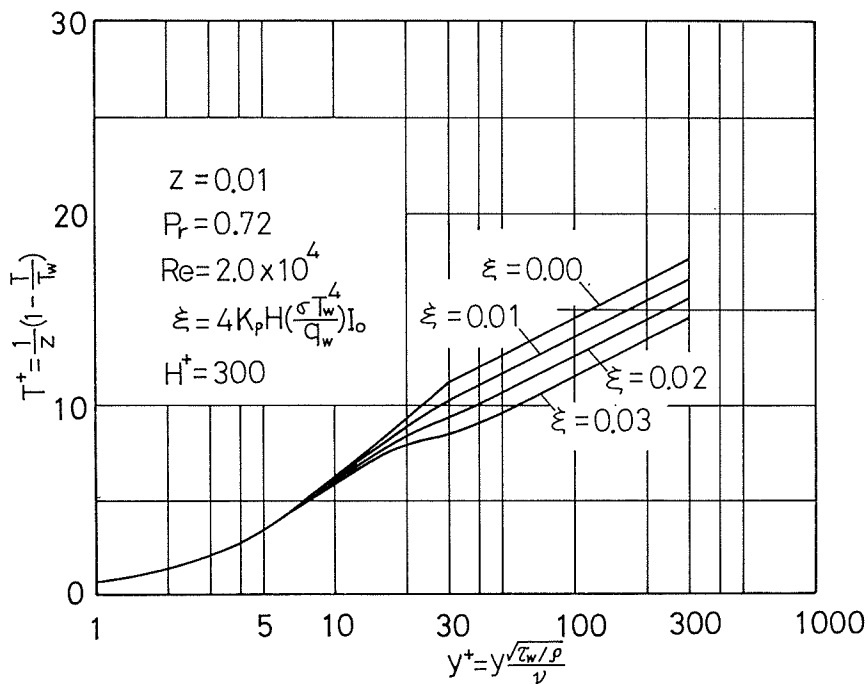


第3図 I, I_0

(3・13), (3・15) および (3・17) 式からわかるように, ふく射の効果を求めるためには, (3・10 b) および (3・12) 式の値が必要である。第3図に I および I_0 の値を示してある。 *Reynolds* 数の値によってこれらの値は変化しているが, y^+ にもなう $I(y^+)$ の変化はいずれも類似している。なお



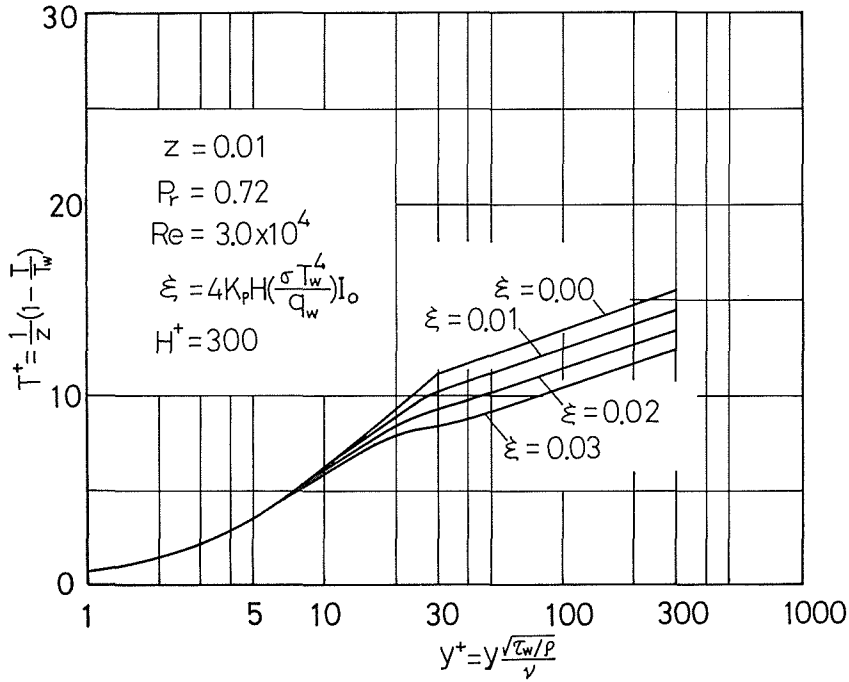
第4図 温度分布



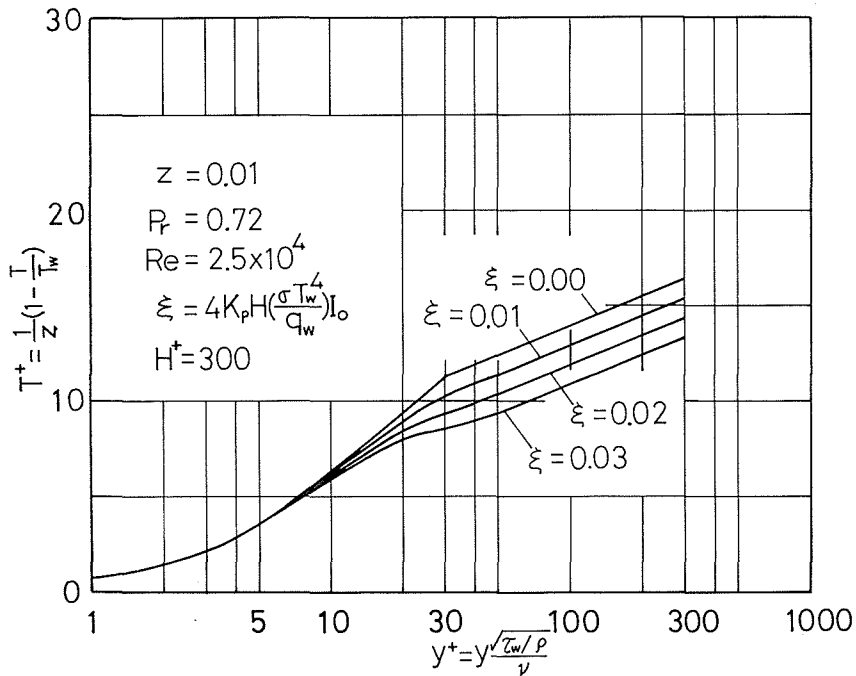
第5図 温度分布

計算にさいしては T^+ の値には、ふく射を考慮しないときの温度分布を用いてある³⁾。

第4図～第7図にはふく射を考慮したときの温度分布を示してある。第4図は *Reynolds* 数 $Re=1.5 \times 10^4$ の場合の温度分布の計算結果であって、 ξ の値は (3.9 b) に示すごとくふく射の効果



第6図 温度分布



第7図 温度分布

の大きさを表わすパラメータであり、壁面における熱流束とその壁温におけるふく射エネルギーの比を示すものである。また、 Z の値は変形すると $Z = q_w / (\rho C_p T_w \sqrt{\tau_w / \rho})$ であって、これは壁面における熱流束と壁温における剪断速度による全エネルギーとの比であり、計算にさいしてはいずれの場合も $Z = 0.01$ としてある。 $\xi = 0.0 \sim 0.03$ の場合について数値計算を行なった。ふく射の効果によって温度分布は強い影響を受けて変化している様子がいずれの温度分布においても明瞭である。乱流域においては特にふく射エネルギーにもとづく温度上昇が著しい。

4.2 熱伝達

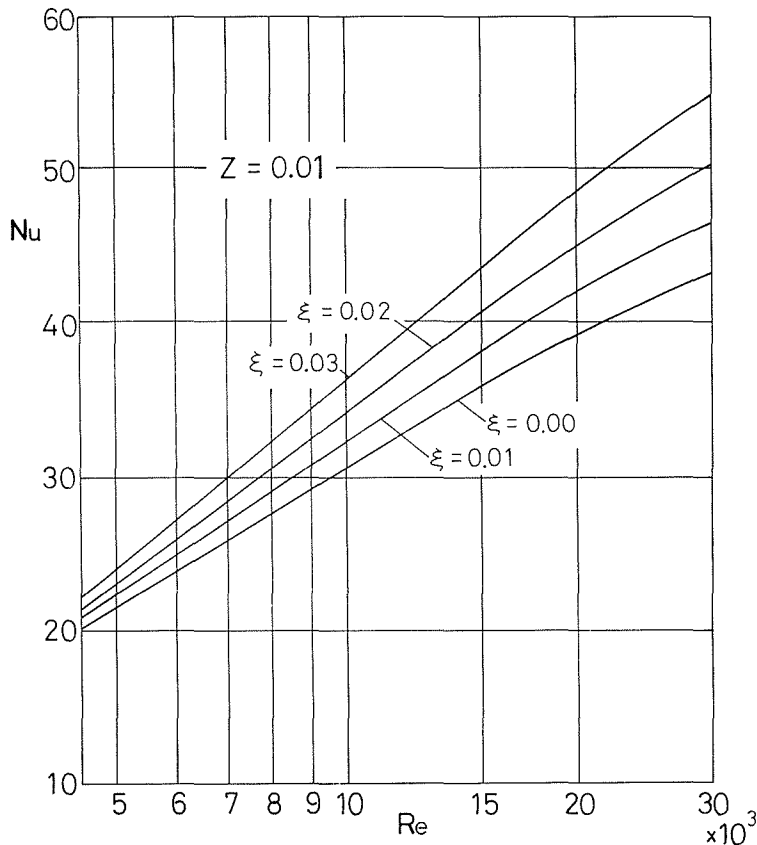
壁温 T_w と混合平均温度 T_m より

$$T_w - T_m = \frac{q_w}{\lambda Pr} \frac{H}{H^+} \frac{\int_0^{H^+} u^+ T^+ dy^+}{\int_0^{H^+} u^+ dy^+} \quad (4.1)$$

したがって、(3.5)式より *Nusselt* 数は

$$Nu = \frac{2Hq_w}{\lambda(T_w - T_m)} = \frac{2H^+ Pr \int_0^{H^+} u^+ dy^+}{\int_0^{H^+} u^+ T^+ dy^+} \quad (4.2)$$

である。第8図には *Nusselt* 数におよぼされるふく射の効果を示してある。同一の *Reynolds* 数



第8図 *Nusselt* 数

において、 ϵ の値が大きくなるにしたがって *Nusselt* 数は増大しており、このことはふく射の効果によって熱伝達量が増加していることを示している。

5. む す び

(1) 光学的厚さの薄い透過性流体に対し、二次元平行平板間において流れ場および温度場が十分発達した一つの乱流流れモデルを設定し、壁面において熱流束一定の条件において解析を行った。

(2) ふく射の影響を考慮することによって、熱伝達が増加する傾向があることがわかった。

参 考 文 献

- 1) 黒崎晏夫：日本機械学会論文集, 35 巻, 278 号 (昭 44-10), 2099.
- 2) Viskanta, R.: Trans. ASME, Ser. C, Vol. 85 (1963), 318.
- 3) Landram, C. S et al.: Trans. ASME, Ser. C, Vol. 91 (1969), 330.
- 4) Larsen, P. S and Lord, H. A.: Prep. 4th Int. Heat Transfer. Conf. (1970), R 2. 6.
- 5) Sparrow, E. M and Cess, R. D.: Radiation Heat Transfer, Wadworth Pub. Comp. Inc. (1970), 217.
- 6) Cess, R. D and Mighdoll, P.: Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 10 (1967), 1291.
- 7) Seban, R. A and Shimazaki T. T.: Trans. ASME, Vol. 73 (1951), 803.