



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	電力系統の最適負荷配分問題に対する新しい考察
Author(s)	長谷川, 淳; Hasegawa, Jun; 小池, 東一郎 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 63, 55-63
Issue Date	1972-03-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41071
Type	departmental bulletin paper
File Information	63_55-64.pdf



電力系統の最適負荷配分問題 に対する新しい考察

長谷川 淳* 小池東一郎*

(昭和46年8月30日受理)

New Consideration for the Optimum Load Dispatching Problem in Electrical Power Systems

Jun HASEGAWA Toichiro KOIKE

Abstract

So-called "an optimum load dispatching problem in an electrical power system" has been studied in detail by many investigators, and many useful results have been obtained until now. However, these investigations are discussed the load dispatching problem only from an economical point of view.

In our opinion, the most optimum load dispatch is one which is as economical as possible and which has a sufficient margin for a steady state stability. We think, there was few discussion about the optimum load dispatching problem containing a steady state stability consideration. The most important reason why such a problem has not been discussed is a fact that the steady state stability, in the past, has been understood only qualitatively, and that there was not an adequate margin index which caught the stability quantitatively.

Former days, we turned our attention in this point, and introduced useful steady state stability margin indices^{1)~5)}.

In this paper, by considering one of these indices, the most stable load dispatching problem and the most optimum load dispatching problem which consider both economization and stabilization are discussed. And the method of correction of load dispatch for improving the stability is discussed, too.

1. 緒 言

電力系統運用者がその究極の目的とするところは、電力系統を経済的にかつ安定に運転し続けることにほかならない。電力系統の最適負荷配分問題においても全く同様であり、経済的であると同時に定態安定度的にみて十分余裕のある負荷配分こそが真に最適なものであると考えられる。しかしながら現在までのところ、最適負荷配分問題といえば経済性のみに着目した最経済負荷配分問題のことをさしており、定態安定度にも着目して負荷配分問題を議論した例は無かった。最経済負荷配分問題に対する研究はこれまで非常に活発に行なわれており、ある程度完成の域にまで近づいてきていることを考えると、最安定負荷配分問題や経済性と同時に定態安定度を

* 電気工学科 電力工学講座

も考慮した最適負荷配分問題を研究すべき時期が到来したと考えられる。

現在まで安定度を加味した負荷配分問題が検討されなかった大きな原因の1つは、従来の定態安定度の把握がいわば定性的なものであったことである。つまり、今までは指標等を通して定態安定度を定量的に把握して取扱うことがなく、したがって定態安定度を目的関数の中に定量的に組み入れることが無かったのである。

筆者等はこの点に着目し、これまでに定態安定度の余裕を示す新しい指標として同期化力余裕指標 M_S と Liapunov 関数にもとづく余裕指標 M_L とを導入し、それらについての検討を行なってきた^{1)~5)}。さらに、余裕指標を通して定態安定度を定量的に加味した最適負荷配分問題についても検討してきており^{6),7)}、本論文はその結果の一部をまとめたものである。

尚、余裕指標としては Liapunov 関数にもとづくもの M_L を使用したが、この理由はただ単に、 M_L の方が定式化しやすいという点にある。

2. 考察の対象とする電力系統

本論文において考察の対象とした電力系統は、図-1に示されているように、 $(n-1)$ 機の火力発電機が純リアクタンスの送配電網を通して無限大母線 (No. n 機と考える) に接続されたものである。また、この無限大母線は負荷を代表しているものとする。図-1において Y_{ik} は No. i 機の駆動点アドミタンス ($i=k$ の場合) または No. i 機, No. k 機間の伝達アドミタンス ($i \neq k$ の場合) を示しており、また E_i および δ_i は No. i 機の内部電圧の大きさおよび位相角である。位相角は無限大母線を基準にとって (それ故、 $\delta_n \equiv 0$ である) 示すものとする。 P_i は No. i 機から送配電網へ流出する有効電力を示すが、本論文では定態時 (定態安定度) を取扱っているため、これは機械的入力と等しいと考えられる。また、純リアクタンス系を取扱っているから、次に示される需給バランスの式が成立していなければならない。

$$P_1 + P_2 + \dots + P_n = 0 \quad (1)$$

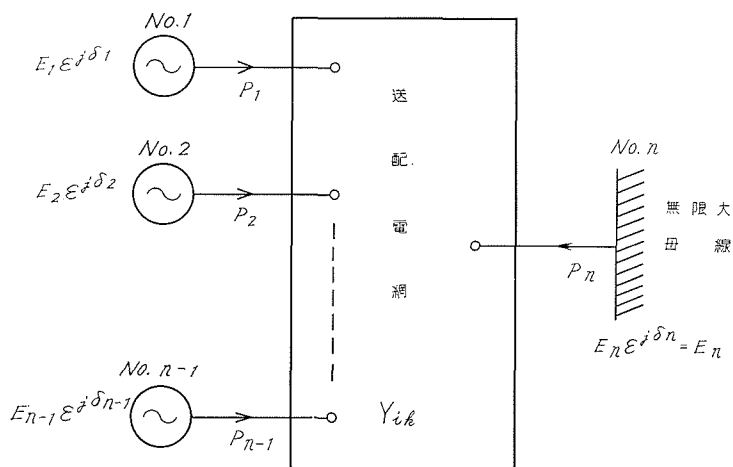


図-1 考察の対象とする電力系統

3. Liapunov 関数にもとづく定態安定度余裕指標 M_L

本論文において使用した余裕指標 M_L の定義等について簡単に説明する。このことについての詳細は筆者等による別の論文^{3),5)}において述べられているので、これを参照していただきたい。

余裕指標 M_L は次式によって定義される。

$$M_L = V_{\max}/V_{\text{MAX}} \quad (2)$$

ここで V_{\max} は余裕量を算出したい運転状態における不安定平衡点での Liapunov 関数の値であり、Liapunov の定理⁸⁾により安定であることが保証され得る関数値の最大値である。また V_{MAX} は無系統負荷運転状態における V_{\max} の値を示している。無系統負荷運転状態とは、電力系統内のすべての同期機が所望の電圧を誘起し同期を保った運転状態の中で定態安定度的にみてもっとも安定であると思われる運転状態であり、各同期機の内部電圧の位相角がすべて等しいような運転状態でもある。電力系統が純リアクタンス系統である場合（本論文で取扱っている系統はこの範ちゅうに入る）には、これは各機への機械的入力すべてが零である運転状態となる。

V_{\max} および V_{MAX} を算定するためには、適切な Liapunov 関数が指定されなければならないのであるが、本論文では次の関数を選ぶものとする。

$$V = \sum_{i=1}^n \left\{ M_i \omega_i^2 - 2P_i(\delta_i - \delta_i^s) + \sum_{k=1}^n E_i E_k Y_{ik} (\cos \delta_{ik} - \cos \delta_{ik}^s) \right\} \quad (3)$$

ここで、 M_i は No. i 機の慣性定数であり、 ω_i は δ_i の時間に関する導関数を示している。また δ_i^s は安定平衡点における δ_i の値をあらわし、 $\delta_{ik} = \delta_i - \delta_k$ である。

V_{\max} および V_{MAX} はそれぞれ次式で書きあらわされる。

$$V_{\max} = \sum_{i=1}^n \left\{ -2P_i(\delta_i^u - \delta_i^s) + \sum_{k=1}^n E_i E_k Y_{ik} (\cos \delta_{ik}^u - \cos \delta_{ik}^s) \right\} \quad (4)$$

$$V_{\text{MAX}} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n E_i E_k Y_{ik} (\cos \delta_{ik}^{uM} - 1) \quad (5)$$

ここで δ_i^s は着目している運転状態の安定平衡点にもっとも近い不安定平衡点での δ_i の値を示しており、 δ_{ik}^{uM} は同様に無系統負荷運転状態の安定平衡点にもっとも近い不安定平衡点での δ_i の値を示している。

δ_i^s , δ_i^u , δ_{ik}^{uM} の値はそれぞれ次式を満足していなければならない。

$$P_i = - \sum_{k=1}^n E_i E_k Y_{ik} \sin \delta_{ik}^s \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$P_i = - \sum_{k=1}^n E_i E_k Y_{ik} \sin \delta_{ik}^u \quad (7)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$0 = \sum_{k=1}^n E_i E_k Y_{ik} \sin \delta_{ik}^{uM} \quad (8)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

E_i が常に一定である場合には (5) 式から算出される V_{MAX} の値は一定値となる。

4. 最安定負荷配分問題

4.1 問題の定式化

最経済負荷配分問題が電力系統の需給バランスを確保した上で火力発電機の燃料費の総和を最小にしようという考え方に立っているのに対し、最安定負荷配分問題は電力系統の需給バランスを確保した上で定態安定度的にみてもっとも好ましい負荷配分を求めようという考え方に立っている。この両者は一般に異なった結果を導くのであるが、それらは全く相反するものであると

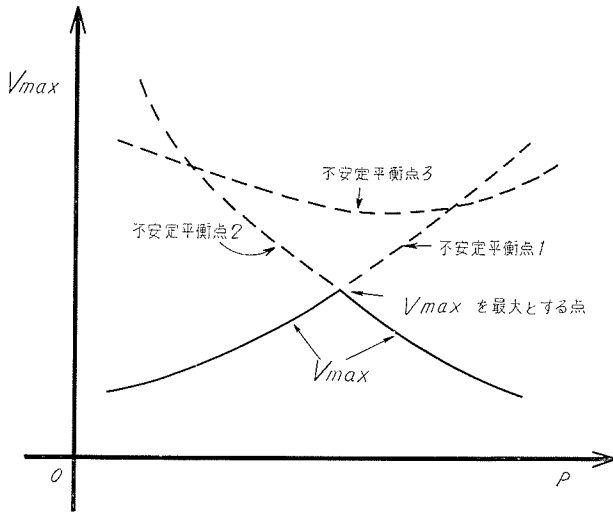


図-2 P-V_{max} 曲線の一例

いう訳では無い。この両者の導く結果が大きく異なってくるかどうかは系統構成のいかんによって決定される。

最安定負荷配分問題は、図-1の系統において無限大母線の要求している電力(負荷と考える)が、 $P_n = -P_R = \text{const.}$ と指定されたときに、定態安定度余裕 M_L を最大とするような $(n-1)$ 機の火力発電機の出力を決定すること、と設定される。この問題は次のように定式化することができる。すなわち、制約条件式

$$P_1 + P_2 + \dots + P_{n-1} = -P_n = P_R \quad (9)$$

のもとで、(2)式で与えられる目的関数を最大とするような解 P_1, P_2, \dots, P_{n-1} を算出することである。

4.2 アルゴリズムの概要

目的関数が滑らかな関数であれば、ラグランジュの未定係数法やグラディエント法等により容易に解を見いだすことができる。しかしながら、図-2に例示されているごとく、この問題における目的関数は決して滑らかなものではなく、解は一般に尖点によって与えられる。そのため、単に、グラディエント法等を適用しても解に達することはできない。

本論文におけるアルゴリズムは基本的にはグラディエント法であるが、上記の点を解決すべくある種の工夫が施されている。計算フローチャートは図-3に示されているとおりであるが、 P_i の修正量 ΔP_i は次式によって算出される。

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= \frac{\partial M_L}{\partial P_i} - \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial M_L}{\partial P_k} \\ &= \frac{1}{V_{MAX}} \left\{ (\delta_i^s - \delta_i^u) - \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} (\delta_k^s - \delta_k^u) \right\} \end{aligned} \right\} (10)$$

$i = 1, 2, \dots, (n-1)$

工夫の第1点は収束加速係数 k_a の値をあるきまった規則にしたがって減少させていくことにある。尖点が通常のグラディエント法によっては求められないという理由は次の点にある。すなわち、滑らかな目的関数にあっては解の近傍ではグ

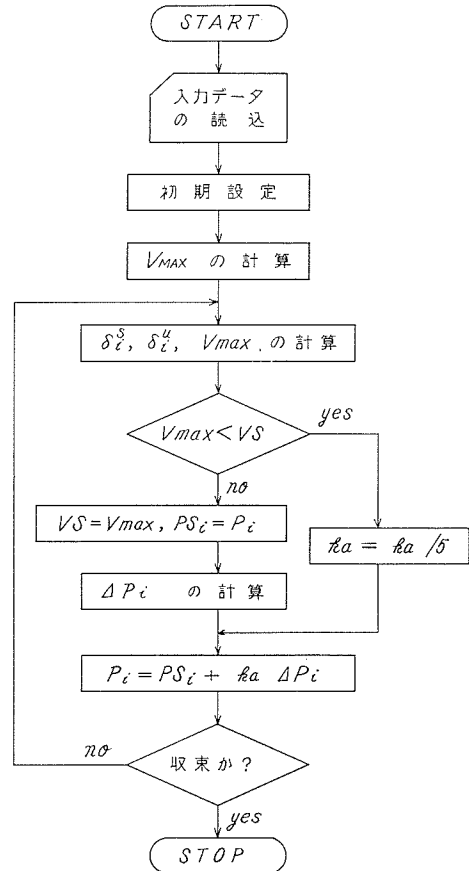


図-3 最安定負荷配分計算フローチャート

ラディエントの値は非常に小さくなるのに対し、解が尖点の場合には解の近傍でもグラディエントの値は小さくならないことである。収束加速係数を適当な規則にしたがって減小させて行くことにより、この難点は実質的にとりのぞくことができる。 k_a を減小させる時点は図-3からも明らかのように、負荷配分を修正することにより負荷配分修正前に比べて M_L の値が減小した時点である。工夫の第2は ΔP_i としてただ単に $\partial M_L / \partial P_i$ をとらずに(10)式で算出される量をとったことである。これにより制約条件式は初期設定に際してのみ考慮されれば良いことになる。何故ならば、(10)式で算出される修正量の総和は必ず零となるからである。負荷配分の初期設定は制約条件さえ満足されていれば任意であるが、本論文においてはすべての発電機の設定値を等しく $P_R/(n-1)$ とした。

4.3 数値計算例

ここで、簡単な数値計算例をあげるものとしよう。とりあげる系統は図-4に示されているような2機無限大母線系統であり、各定数は単位法で次のとおりであると仮定する。

$$E_1 = 1.5, \quad E_2 = E_3 = 2, \quad X_{12} = 1.25, \quad X_{13} = 0.5, \quad X_{23} = 0.4$$

この場合には P_1, P_2 は次式を満足していなければならない。

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= 2.4 \sin \delta_{12} + 6 \sin \delta_1 \\ P_2 &= 2.4 \sin \delta_{21} + 10 \sin \delta_2 \\ P_1 + P_2 &= P_R \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

種々の P_R に対する最安定負荷配分計算結果の例を表-1に示した。

表-1 最安定負荷配分計算結果の例

P_R (p.u.)	P_1 (p.u.)	P_2 (p.u.)	M_L (%)	δ_1 (rad.)	δ_2 (rad.)
4	0.5548	3.4452	88.42	0.1555	0.3121
6	1.4793	4.5207	71.15	0.3040	0.4342
8	2.4193	5.5807	54.41	0.4602	0.5627
10	3.3811	6.6189	38.19	0.6324	0.7015
12	4.3828	7.6172	22.42	0.8331	0.8571

5. 経済性ととも定態安定度をも考慮した最適負荷配分問題

5.1 問題の設定および定式化

前述のごとく、最経済負荷配分と最安定負荷配分とは全く相反するものであるとはいえないが、この両者はいわば最適負荷配分の両極端であると考えられることができる。その中間的なものとして、定態安定度余裕 M_L をできるだけ大きくし、かつ火力発電機の燃料費の総和をできるだけ

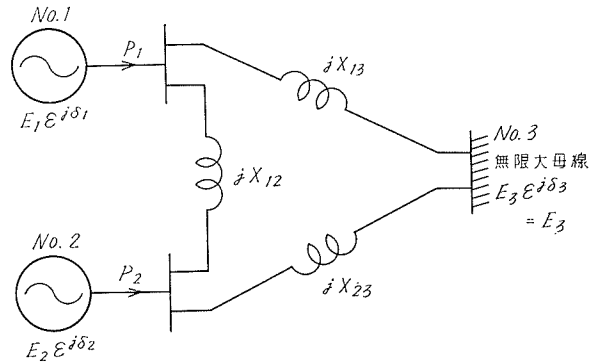


図-4 2機無限大母線モデル系統

小さくするような最適負荷配分を考えることができる。この問題は(9)式の制約条件式のもとで次式に示される目的関数 ϕ を最小とするような解 P_1, P_2, \dots, P_{n-1} を求めることと設定される。

$$\phi = \sum_{i=1}^{n-1} F_i(P_i) - p_c M_L \quad (12)$$

ここで $F_i(P_i)$ は火力発電機の燃料費特性を示しており、通常は P_i に関する2次式と考えられる。また p_c は目的関数中に占める定態安定度のウェイトを示す非負の定数であり、別の見方をすれば定態安定度に対してある種のペナルティを課し、安定度の悪化を防ぐ役割をはたすものとも考えることができる。 p_c の値が小さくなれば最経済負荷配分に近い結果が得られ、逆に p_c の値が大きくなれば最安定負荷配分に近い結果が得られることは明白であろう。

この問題はラグランジュの未定係数法の考え方を導入し、制約条件式を目的関数の中に組み入れれば、結局、次に示される目的関数 Ψ の鞍点を求める問題として定式化される。

$$\Psi = \sum_{i=1}^{n-1} F_i(P_i) - p_c M_L - \lambda \left(\sum_{i=1}^{n-1} P_i - P_R \right) \quad (13)$$

ここで λ はラグランジュの未定係数を示している。

5.2 アルゴリズムの概要

(13)式で与えられる目的関数 Ψ の鞍点は、次に示す連立方程式の解として与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial P_i} &= \frac{\partial F_i(P_i)}{\partial P_i} - \frac{2p_c}{V_{\text{MAX}}} (\delta_i^* - \delta_i^{\#}) - \lambda = 0 \\ i &= 1, 2, \dots, (n-1) \\ \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} &= \sum_{i=1}^{n-1} P_i - P_R \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ここで注意を要することは δ_i^* 、 $\delta_i^{\#}$ と P_i とが全く独立な変数という訳ではなく、常に(6)および(7)式を満足したものであらねばならないということである。つまり実際には、最適負荷配分は(6)、(7)および(14)式を連立させて解かなければならない。しかしながらこの連立方程式を解析的に解くことは不可能に近いことである。

本論文においてはこの計算を実行するために、計算を次に示すような2つの部分(A)、(B)に分割し、解が収束するまでこれら2つの部分を交互に繰返し計算するというアルゴリズムを採用した。

(A); (B)の計算で得られた(あるいは仮定した) δ_i^* 、 $\delta_i^{\#}$ のもとで、(14)式を解くことにより λ および P_i を算出する。

$$F_i(P_i) = a_i + b_i P_i + c_i P_i^2$$

と仮定すれば、 λ 、 P_i は次式で計算される。

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= (P_R - \sum_{i=1}^{n-1} g_i h_i) / \sum_{i=1}^{n-1} h_i \\ P_i &= h_i (g_i + \lambda) \\ i &= 1, 2, \dots, (n-1) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ただし g_i および h_i は次式で計算される。

$$\left. \begin{aligned} g_i &= 2p_c (\delta_i^* - \delta_i^{\#}) / V_{\text{MAX}} - b_i \\ h_i &= 1/2c_i \\ i &= 1, 2, \dots, (n-1) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(B); (A) の計算で得られた λ および P_i のもとで (6) 式から δ_i^s を, (7) 式から δ_i^v をそれぞれ算出する。

最適負荷配分計算のためのフローチャートを図-5 に示した。同図において (A), (B) とラベルのつけられたブロックがそれぞれ上記の計算部分にあたる。初期設定の際には $\delta_i^s = \delta_i^v = 0$ と設定した。これは, こう仮定することにより第1回目の (A) の部分の計算において最経済負荷配分が得られるからである。

5.3 数値計算例

最安定負荷配分における計算例と同じモデル系統 (図-4 および (11) 式) での計算例を示す。ただし各発電機の増分燃料費特性を

$$\left. \begin{aligned} \frac{dF_1(P_1)}{dP_1} &= 37.8 + 12.95P_1 \quad [\text{千円}/p.u.] \\ \frac{dF_2(P_2)}{dP_2} &= 49.7 + 46.25P_2 \quad [\text{千円}/p.u.] \end{aligned} \right\} (17)$$

と仮定し, また $P_R = 4 [p.u.]$ とする。

種々の p_c に対する計算結果を表-2 に示している。同表において c は各発電機の燃料費中の固定費の総和である。 $p_c = 0$ の行は最経済負荷配分を示しており, $p_c = \infty$ の行は最安定負荷配分を示している。 p_c の増加につれてしだいに安定度余裕 M_L が大きくなってきていることが解る。また, 同表中の*印は解が振動的となり収束しなくなったことを示している。この計算例においては解が収束しなくなる p_c の値は 1000 であるが, これまでに得られている結果によると一概にこの位の値で収束しなくなるとはいいい難い。

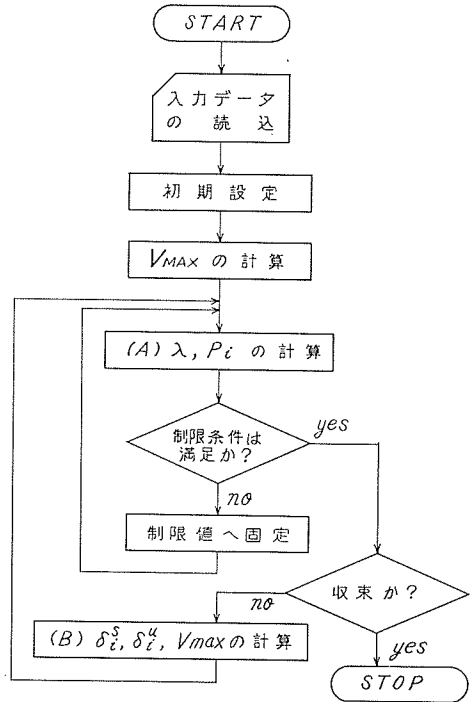


図-5 最適負荷配分計算フローチャート

表-2 最適負荷配分計算結果の例

p_c (千円)	P_1 (p.u.)	P_2 (p.u.)	F total (千円)	M_L (%)
0	3.3260	0.6740	241.4+c	45.50
0.1	3.3258	0.6742	241.4+c	45.50
1	3.3237	0.6763	241.4+c	45.53
10	3.3030	0.6970	241.4+c	45.81
100	3.0905	0.9095	243.0+c	48.74
300	2.5840	1.4160	257.7+c	55.98
500	2.0261	1.9739	291.4+c	64.36
700	1.4105	2.5895	350.0+c	74.08
900	0.7294	3.2706	440.9+c	85.42
1000	*	*	*	*
∞	0.5548	3.4452	468.8+c	88.42

6. 定態安定度を改善するための負荷配分修正法

6.1 問題の概要とアルゴリズム

実際のシステムの運用に沿って考えてみれば、定態安定度はある指定されたレベルを確保していれば十分であることが多く、必要以上に安定性を追求している必要はない。定態安定度がある指定されたレベルを確保している時点においては、できるだけ経済性を追求する意味で最経済負荷配分を行ない、安定度が指定されたレベルを確保できなくなった時点ではじめて安定度を改善するための負荷配分修正計算を行なうという考え方が实际的であると思われる。それ故、指定されたレベルにまで定態安定度を改善するための負荷配分修正アルゴリズムの開発は非常に有益なものとなる。本節ではこのアルゴリズムについて述べることにする。

負荷配分修正計算に対するフローチャートを図-6に示している。同図中において M_L^s はあらかじめ指定する確保すべき定態安定度のレベルであり、また g_i は次式により計算される。

$$g_i = \partial M_L / \partial P_i = 2(\delta_i^s - \delta_i^0) / V_{MAX} \quad (18)$$

$$i = 1, 2, \dots, (n-1)$$

修正の対象となる発電機の見分け方には種々の方法が考えられるであろう。本論文においては、修正量が一番小さくてすむようにという考え方に立って、 g_i が最大となる発電機 (No. j 機と仮定する) と最小となる発電機 (No. k 機と仮定する) とを選択する方法を採用した。この場合、負荷配分の修正量 ΔP と修正後の負荷配分量 P_j, P_k とはそれぞれ次式で計算される。

$$\left. \begin{aligned} \Delta P &= (M_L^s - M_L) / (g_j - g_k) \\ P_j &= P_j + k_a \Delta P \\ P_k &= P_k - k_a \Delta P \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

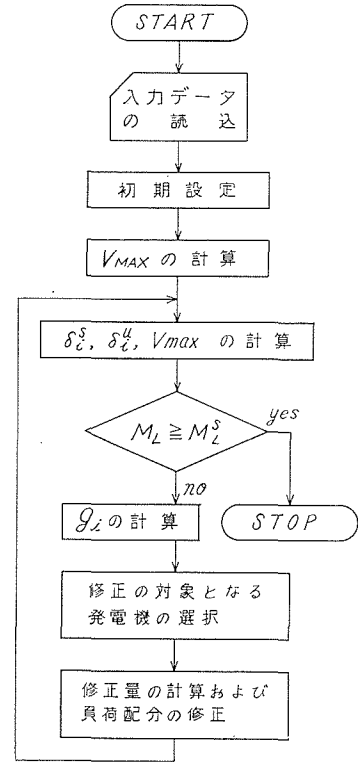


図-6 負荷配分修正計算のフローチャート

表-3 負荷配分修正計算の例

k_a	P_1 (p.u.)	P_2 (p.u.)	最終の M_L (%)	計算回数 (回)
1.2	3.119	4.881	45.06	1
1.1	3.413	4.587	41.31	1
1	3.708	4.292	37.67	1
0.9	4.002	3.998	34.14	1
0.8	4.297	3.703	30.74	1
0.7	4.362	3.638	30.00	8
0.6	4.362	3.638	30.00	10
0.5	4.362	3.638	30.00	12
0.4	4.362	3.638	30.00	17

6.2 数値計算例

本節でも前節と同様に図-4, (11)式で示されるモデル系統での計算例を示すものとする。火力発電機の増分燃料費特性を(17)式とすれば, $P_R=8$ [p.u.] に対する最経済負荷配分は $P_1=6.652$ [p.u.], $P_2=1.348$ [p.u.] となり, このときの定態安定度余裕指標は $M_L=0.0838 \approx 8.4$ [%] となっている。 M_L^* を $0.3=30$ [%] に指定するものと考えると, 負荷配分の修正が必要である。

種々の k_a に対する計算結果が表-3 に示されている。この計算例からも明白なように, k_a の値の選び方が重要である。すなわち, k_a があまり大きすぎれば必要以上の修正を行なうことになり経済的に損であり, また逆に k_a があまり小さすぎれば収束までに必要とされる繰返し計算回数が増大してしまう。これまでに得られた試算例をみる限りにおいては, k_a の値として $0.7 \sim 0.8$ を選ぶのが適当であるといえる。

7. 結 言

本論文で述べてきた手法を適用することにより, 今回検討の対象とした図-1 に示されるような純リアクタンス系統に対しては, 負荷配分問題を従来とは異なった新しい観点から検討しなおすことができるようになった。

今後には次のような課題が残されており, 鋭意解決したいと考えている。

(1) 最適負荷配分計算において, p_c が大きくとも振動的とはならないで解を得ることができようようなアルゴリズムを開発すること。

(2) 系統の損失をも考慮して本論文に述べた考え方を展開するために, 抵抗分を含んだ多機の電力系統に対して十分満足できるような Liapunov 関数を作成すること。

最後に, 本論文における数値計算例はすべて北海道大学大型計算機センターに設置されている FACOM 230-60 により計算したものであることを付記して謝辞にかえたい。

文 献

- 1) 長谷川淳, 宮本衛市, 小池東一郎: 昭和44年電気四学会連合大会講演論文集, 1119.
- 2) 長谷川淳, 宮本衛市, 小池東一郎: 昭和44年電気四学会北海道支部連合大会講演論文集, 81.
- 3) 長谷川淳, 小池東一郎: 昭和45年電気四学会北海道支部連合大会講演論文集, 65-68.
- 4) 長谷川淳, 小池東一郎: 電気学会雑誌, 91 (1971), 3, pp. 483-491.
- 5) 長谷川淳, 小池東一郎: 電気学会雑誌, 91 (1971), 12, pp. 2279-2287.
- 6) 長谷川淳, 小池東一郎: 昭和46年電気学会全国大会講演論文集, 989.
- 7) 長谷川淳, 小池東一郎: 昭和46年電気四学会連合大会講演論文集, 195.
- 8) たとえば, W. Hahn: Theory and Application of Liapunov's Direct Method (1963), Prentice Hall.