



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	円管内温度助走域におけるふく射の効果
Author(s)	関, 信弘; 福迫, 尚一郎
Citation	北海道大學工学部研究報告, 63, 31-37
Issue Date	1972-03-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41078
Type	departmental bulletin paper
File Information	63_31-38.pdf



円管内温度助走域におけるふく射の効果

関 信 弘* 福迫尚一郎*

(昭和 46 年 8 月 30 日受理)

Heat Transfer by Thermal Radiation and Laminar Forced Convection to a Radiating Optically Thin Fluid in the Thermal Entrance-Region of a Pipe

Nobuhiro SEKI Shoichiro FUKUSAKO

Abstract

The heat transferred to a radiating optically thin fluid by thermal radiation and laminar forced convection is computed for the thermal entrance region of a circular tube. The tube wall is black and its temperature is constant. The velocity distribution at the entrance of the tube is assumed to be parabolic as a fully developed flow. The radiation energy is expressed in terms of the Planck mean and the modified Planck mean coefficients to determine the temperature profiles and the Nusselt numbers under the boundary conditions of constant transport properties and a constant wall temperature. It is shown that the thermal radiation has a significant effect on the heat transfer in laminar flow, when the flowing fluid absorbs and emits thermal radiation.

記 号

a : 管 半 径	Re : <i>Reynolds</i> 数
h_z : 局所熱伝達率	T' : 温 度
q_R : ふく射による熱流束	T : 無次元温度
r' : 径方向距離	T_0 : 流 入 温 度
r : 無次元径方向距離	T'_w : 壁 温
w' : 軸方向速度成分	T'_m : 混合平均温度
w : 無次元軸方向速度成分	T_m : 無次元混合平均温度
z' : 軸方向距離	W : 管内平均流速
z : 無次元軸方向距離	δ : 無次元数 (2.4 a) 式
C_p : 定 圧 比 熱	λ : 熱 伝 導 率
E_b : 全黒体射出能	μ : 粘 性 係 数
K_p : <i>Planck</i> 平均係数	ν : 動粘性係数
K_m : 修正 <i>Planck</i> 平均係数	ξ : 無次元数 (2.4 b) 式
Nu_m : 平均ヌセルト数	ρ : 流体の密度
Nu_z : 局所ヌセルト数	σ : <i>Stefan-Boltzmann</i> 定数
Pr : <i>Prandtl</i> 数	

* 機械工学第二学科 伝熱工学講座

1. ま え が き

高温の場で流動している水蒸気や炭酸ガスは熱ふく射流体のためふく射エネルギーを吸収および射出しており、これらの流体の存在する場では対流による伝熱機構のほかにさらにふく射による伝熱機構が存在している。したがって、かかる場における熱移動機構の解明には、ふく射による伝熱機構を含めた解析を行わねばならない。

円管内の熱伝達におけるふく射の効果については、Landram et al.¹⁾が熱流束一定で速度場および温度場共に十分発達した領域におけるふく射の効果をも、またLarsen & Lord²⁾が熱流束一定のときの円管内熱伝達を水蒸気の場合について解析しており、Habib & Greif²⁾はLandram et al.¹⁾の解析を拡張し、さらに炭酸ガスを用いて実験を行なっている。

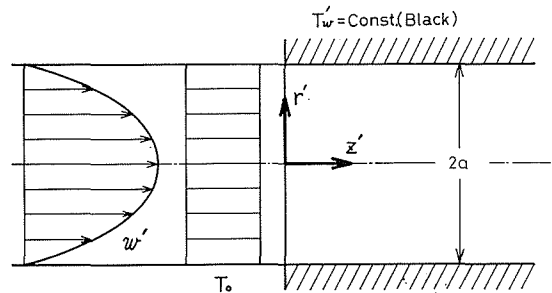
本論文は、円管内の温度助走域におけるふく射の効果をも解析したもので、速度場は十分に発達しており流れ全域にわたってふく射の影響を受けて変化しないものとしている。基礎方程式に含まれるふく射に関する項は光学的厚さが薄い場合、Scala & Sampsonにより与えられた修正Planck平均係数およびPlanck平均係数にもとづいてSparrow & Cess⁴⁾およびCess & Mighdall⁵⁾らによって提案されている表示を採用して解析を行なっている。

2. 基礎方程式

本解析では対象として次のようなモデルを設定する。

- (1) 流体は光学的に薄い透過性流体である。
- (2) ふく射エネルギー量をPlanck平均係数および修正Planck平均係数により表示する。
- (3) 流れは層流であって速度場は十分に発達した放物線分布である。
- (4) 壁温は一定であり、流体の物性値は一定である。

第1図に示すように半径 a なる円管内の層流流れを考え、 z' を軸方向距離、 r' を径方向距離とする。 $z'=0$ において速度場は十分に発達した放物線分布を有し、温度は T_0 なる一定温度とする。 $z' \geq 0$ において壁温は T_w' なる一定温度に保たれるものとする、 $z'=0$ が温度助走開始点である。 w' を軸方向速度成分、 T' を温度とすれば、エネルギー方程式は



第1図 座 標 系

$$\rho C_p \left(w' \frac{\partial T'}{\partial z'} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T'}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) - \text{div } q_R \quad (2.1)$$

となる。ただし、 ρ 流体の密度、 C_p 定圧比熱、 λ 熱伝導率であり、 q_R はふく射による熱流束であってLandram et al.¹⁾ およびLarsen & Lord²⁾ によれば

$$-\text{div } q_R = 4K_m(T', T_w') E_b(T_w') - 4K_p(T') E_b(T') \quad (2.2)$$

である。ただし、 K_p はPlanck平均係数、 K_m は修正Planck平均係数であり、 E_b 全黒体射出能である。さらに、 $K_m(T', T_w') = K_p(T_w') \cdot T_w'/T'^5$ である。

簡単のために、つぎのごとき無次元変数およびパラメータを導入する。

$$w = \frac{w'}{W}, \quad r = \frac{r'}{a}, \quad z = \frac{z'}{(aRe)}, \quad T = \frac{T'_w - T'_0}{T'_w - T'_0}, \quad Re = \frac{Wa}{\nu}, \quad Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}$$

ただし, W 管内平均流速, a 管半径, μ 流体の粘性係数, ν 動粘性係数, C_p 定圧比熱, λ 熱伝導率である。

(2.2) 式を (2.1) 式に代入しこれらの無次元数によって表示すると

$$w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \delta \left\{ (\xi - T)^4 - \frac{\xi^5}{\xi - T} \right\} \quad (2.3)$$

となる。ただし

$$\delta = \frac{4K_p \sigma a^2}{\mu C_p} \frac{(T'_w - T'_0)^4}{(T'_w - T'_0)} \quad (2.4 a)$$

$$\xi = \frac{T'_w}{T'_w - T'_0} \quad (2.4 b)$$

$$w = 2(1 - r^2) \quad (2.4 c)$$

である。(2.3) 式の解が満足すべき境界条件は

$$z = 0: \quad T = 1 \quad (2.5 a)$$

$$z > 0: \quad r = 0, \quad \partial T / \partial r = 0 \quad (2.5 b)$$

$$r = 1, \quad T = 0 \quad (2.5 c)$$

である。

3. 数 値 解 法

上記方程式 (2.3) 式は非線形偏微分方程式であって解析的に解くことは非常に困難であるので, (2.3) 式を階差方程式におき代え Terril⁶⁾ によって開発された繰り返し法によって数値的に解を求める。いま, $z = z_1$ なる断面における解 $T = T_1$ が既知なるものとして, これより l だけ下流の断面 $z = z_2$ における解を求めるために, $\theta = T_1 + T_2$ とおき, θ に対する第 m 次近似解を θ_m とすれば, 第 $m+1$ 次近似解は次式より求めることができる。

$$2w(\theta_{m+1} - 2T_1) = \frac{l}{Pr} \left(\theta''_{m+1} + \frac{1}{r} \theta'_{m+1} \right) - 2l\delta \left\{ \frac{\xi^5}{\xi - \theta_m/2} - \left(\xi - \frac{\theta_m}{2} \right)^4 \right\} \quad (3.1)$$

ここに ' は r に関する微分をあらわす。 $r=0 \sim 1$ の間を n 等分して各分点における $\theta_m, \theta_{m+1}, \dots$, の値を $\theta_{m,k}, \theta_{m+1,k}, \dots$, で表示すると (3.1) 式は

$$\frac{l}{Pr} (\theta''_{m+1})_k + \frac{l}{Pr} \frac{1}{r_k} (\theta'_{m+1})_k - 2w_k \theta_{m+1,k} = -4T_{1,k} w_k + 2l\delta \left\{ \frac{\xi^5}{\xi - \theta_{m,k}/2} - \left(\xi - \frac{\theta_{m,k}}{2} \right)^4 \right\} \quad (3.2)$$

となる。さらに $(\theta''_{m+1})_k$ および $(\theta'_{m+1})_k$ をつぎのような階差で近似する。

$$\left. \begin{aligned} (\theta''_{m+1})_k &= \frac{1}{h^2} (\theta_{m+1,k+1} - 2\theta_{m+1,k} + \theta_{m+1,k-1}) \\ (\theta'_{m+1})_k &= \frac{1}{2h} (\theta_{m+1,k+1} - \theta_{m+1,k-1}) \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

(3.3) 式を (3.2) 式に代入すると

$$H_{m,k} \theta_{m+1,k-1} + O_{m,k} \theta_{m+1,k} + Q_{m,k} \theta_{m+1,k+1} = X_{m,k} \quad (3.4)$$

となる。ただし

$$\begin{aligned}
H_{m,k} &= \frac{\beta}{Pr} - \frac{1}{2r_k} \frac{\beta h}{Pr} \\
O_{m,k} &= -\frac{2\beta}{Pr} - 2w_k \\
Q_{m,k} &= \frac{\beta}{Pr} + \frac{1}{2r_k} \frac{\beta h}{Pr} \\
X_{m,k} &= -4T_{1,k}w_k + 2l\delta \left\{ \frac{\xi^5}{\xi - \theta_{m,k}/2} - \left(\xi - \frac{\theta_{m,k}}{2} \right)^4 \right\} \\
h &= \frac{1}{n}, \quad \beta = \frac{l}{h^2}
\end{aligned}$$

である。境界条件 (2.5 c) 式より

$$\theta_{m+1,n} = 0$$

であるから, (3.4) 式において $k=n-1$ とすれば

$$H_{m,n-1}\theta_{m+1,n-2} + O_{m,n-1}\theta_{m+1,n-1} = X_{m,n-1} \quad (3.5)$$

となる。境界条件 (2.5 b) 式より

$$\left(\frac{\partial \theta_{m+1}}{\partial r} \right)_{r=0} = 0$$

でなければならないから, Lagrange の 6 点補間公式を使用して

$$-2.74\theta_{m+1,0} + 6\theta_{m+1,1} - 6\theta_{m+1,2} + 4\theta_{m+1,3} - 1.5\theta_{m+1,4} + 0.24\theta_{m+1,5} = 0 \quad (3.6)$$

が得られる。(3.4), (3.5) および (3.6) 式は n 個の未知数 $\theta_{m+1,0}, \theta_{m+1,1}, \dots, \theta_{m+1,n-1}$ に対する連立一次方程式である。これらの方程式を行列形式で示せば

$$\mathbf{H}_m \boldsymbol{\theta}_{m+1} = \mathbf{X}_m$$

となる。 $\mathbf{H}_m$ は n 次の正方行列, $\boldsymbol{\theta}_{m+1}$ および $\mathbf{X}_m$ はそれぞれ n 次の列ベクトルであって

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\theta}_{m+1} &= \{\theta_{m+1,0}, \theta_{m+1,1}, \dots, \theta_{m+1,n-1}\} \\
\mathbf{X}_m &= \{X_{m,1}, X_{m,2}, \dots, X_{m,n-1}, 0\}
\end{aligned}$$

である。したがって, $\mathbf{H}_m$ の逆行列を $\mathbf{H}_m^{-1}$ とすれば解ベクトルは

$$\boldsymbol{\theta}_{m+1} = \mathbf{H}_m^{-1} \mathbf{X}_m \quad (3.7)$$

によって与えられる。

かかる手続きによって高次の近似解を求め所要の精度が得られるまで計算を繰り返す。すなわち, 精度を e とすれば

$$\max \{|\theta_{m+1} - \theta_m|\} \leq e$$

である。 $z=0$ の近傍においては, $n=36, l=10^{-4}$ とし, n および l の値は第 1 表に示すように変化した。収束条件は全領域を通じて 10^{-4} とした。なお, $z=0$ の近傍では所要の精度を得るのに 3 回程度の繰り返し計算を必要とするが $z=3 \times 10^{-3}$ 程度より下流領域では 1~2 回程度で十分である。計算は北海道大学大型計算機センターの FACOM 230-60 を使用して行なった。

第 1 表 数値計算用格子の諸元

z	l	n
$(0 \sim 2) \times 10^{-4}$	10^{-4}	36
$(0 \sim 6) \times 10^{-4}$	2×10^{-4}	36
$(6 \sim 50) \times 10^{-4}$	4×10^{-4}	36
$(5 \sim 11) \times 10^{-3}$	4×10^{-4}	25
$(1.1 \sim 5.1) \times 10^{-2}$	8×10^{-4}	25
$(5.1 \sim 11.1) \times 10^{-2}$	1.2×10^{-4}	20
$(1.11 \sim 4) \times 10^{-1}$	2.4×10^{-3}	20

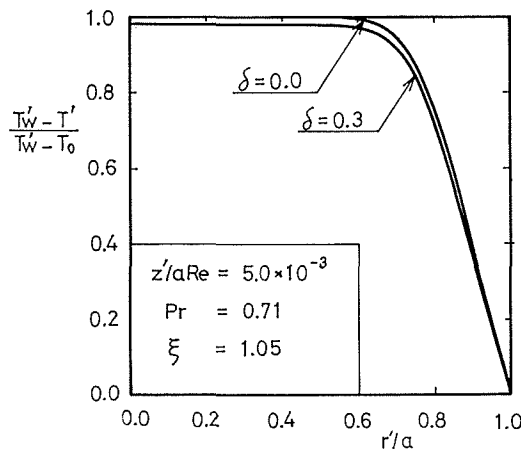
4. 計算結果および考察

4.1 温度分布

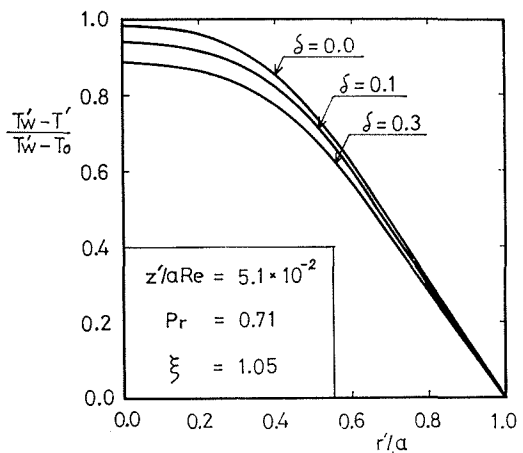
計算した温度分布の一例を第2図～第4図に示してある。計算に際しては、 $\xi=1.05$ および $Pr=0.71$ としてある。第2図は助走部流入直後における温度分布を示している。図から明らかなように、 $\delta=0$ すなわちふく射の影響がないときは、中心部の大部分は流入温度 T_0 である。しかし、ふく射の存在するときは管中心部分と管壁との間で熱エネルギーの交換がなされる故、管中心部分の温度が上昇していることがわかる。この量はふく射パラメータの大なるほど大きい。第3図および第4図はつぎつぎとより下流の断面における温度分布の状況を示している。各パラメータによる温度分布変化の傾向は、第2図と同ようである。

4.2 ノセルト数

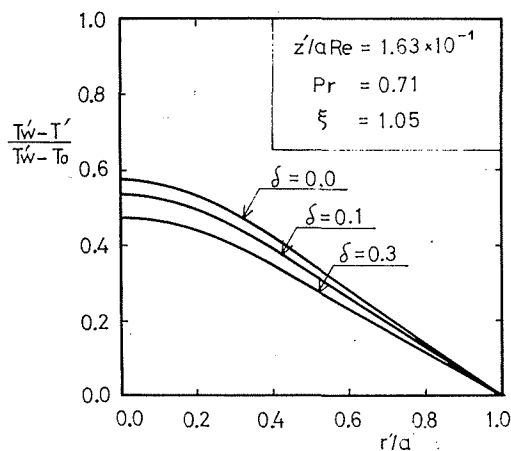
各断面における混合平均温度は



第2図 温度分布



第3図 温度分布



第4図 温度分布

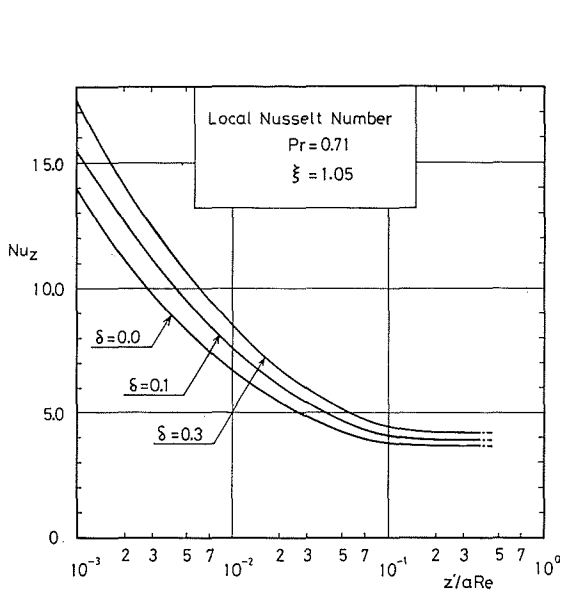
$$T'_m = \frac{\int_0^a T' w' r' dr'}{\int_0^a w' r' dr'} \quad (4.1)$$

で定義される。いま無次元混合平均温度を

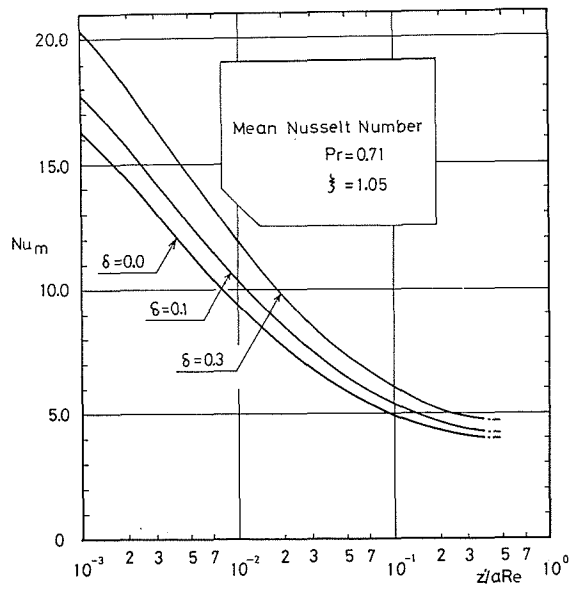
$$T_m = \frac{T'_w - T'_m}{T'_w - T'_0} \quad (4.2)$$

とおけば

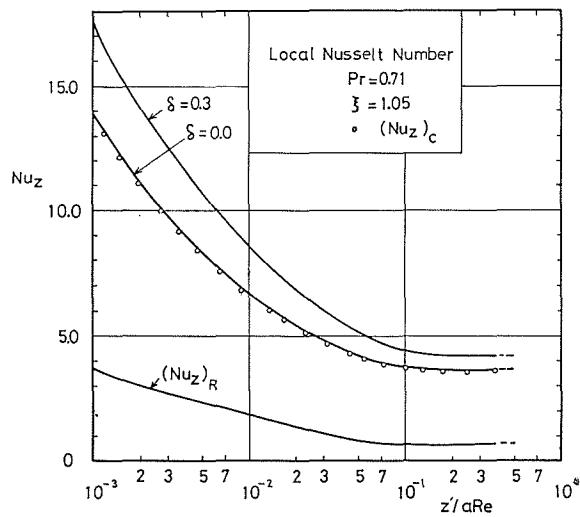
$$T_m = 2 \int_0^1 T w r dr \quad (4.3)$$



第5図 局所ヌセルト数



第6図 平均ヌセルト数



第7図 局所ヌセルト数

である。管壁における局所熱伝達率 h_z を

$$h_z(T'_w - T'_m) = \lambda \left(\frac{\partial T'}{\partial r'} \right)_{r'=a} + \frac{1}{a} \int_0^a \left\{ 4K_p(T'_w) \frac{T'_w}{T'} E_b(T'_w) - 4K_p(T') E_b(T') \right\} r' dr'$$

によって定義すれば、局所ヌセルト数 Nu_z は

$$Nu_z = \frac{2ah_z}{\lambda} = -\frac{2}{T_m} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=1} + \delta Pr \frac{2}{T_m} \int_0^1 \left\{ \frac{\xi^5}{\xi - T} - (\xi - T)^4 \right\} r dr \quad (4.4)$$

で与えられる。

第5図には局所ヌセルト数 Nu_z の変化を、第6図には平均ヌセルト数 $Nu_m = (1/z) \int_0^z Nu_z dz$ の変化を示してある。ふく射の存在によって局所ヌセルト数および平均ヌセルト数ともに増大する傾向がある。なおふく射が存在しないときの Nu_z , Nu_m の値は過去の研究者の報告⁷⁾とよく一致している。第7図は、 $\delta=0.0$ すなわち対流のみの場合と $\delta=0.3$ の場合を比較したものである。 $\delta=0.3$ の場合、対流によるヌセルト数 $(Nu_z)_c = (2/T_m) (\partial T / \partial r)_{r=1}$ は $\delta=0.0$ の場合の Nu_z よりいくぶん小さい。これは、第2図～第4図に示すように壁面の温度勾配が小なることにもとづいている。しかし、ふく射によるヌセルト数 $(Nu_z)_R = \delta Pr (2/T_m) \int_0^1 \left\{ \xi^5 / (\xi - T) - (\xi - T)^4 \right\} r dr$ による寄与が大きいため全体としての Nu_z は $\delta=0.0$ のそれより増大している。

5. む す び

(1) 光学的厚さの薄い透過性流体に対して、円管内流れで速度場が十分に発達している層流の場合について壁温一定の条件でふく射の効果を解析した。

(2) ふく射の影響を考慮することにより、熱伝達が増加する傾向がある。

(3) 繰返し法により精度の高い解を求めることができた。

参 考 文 献

- 1) Landram, C. S. et al.: Trans. ASME, Ser. C, Vol. 91 (1969), 330.
- 2) Larsen, P. S. and Lord, H. A.: Prep. 4th Int. Heat Transfer. Conf. (1970), R 2.6.
- 3) Habib, I. S. and Greif, R.: Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 13 (1970), 1971.
- 4) Sparrow, E. M. and Cess, R. D.: Radiation Heat Transfer, Wadworth Pub. Comp. Inc. (1970), 214.
- 5) Cess, R. D and Mighdoll, P.: Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 10 (1967), 1291.
- 6) Terril, R. M.: Phil., Trans., A 253 (1960), 55.
- 7) 甲藤好郎: 伝熱概論, 養賢堂 (1966), 79.