HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	空間高調波を考慮した多相反作用電動機の回路網解析法
Author(s)	穴沢, 義久; 藤原, 一; 福田, 昭治
Citation	北海道大學工學部研究報告, 65, 49-61
Issue Date	1972-12-16
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41107
Type	departmental bulletin paper
File Information	65_49-62.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

空間高調波を考慮した多相反作用電動機の回路網解析法

穴沢義久* 藤原 一* 福田昭治*

(昭和47年4月28日受理)

Analysis of the Poly-Phase Reaction Machine including Sapace Harmonics

Yoshihisa ANAZAWA Hajime FUJIWARA Shoji FUKUDA

Abstract

It is well known that harmonic torques, increase of losses and the change of circuit constants arise from the harmonic rotating air gap flux. Thus in this paper only the component directly related to energy conversion is considered.

However studies in the network analysis of the reaction machine including space harmonics have been reported. Thus, we applied Commutator Transformation to the Network Analysis including space harmonics and arrived at a satisfactory solution.

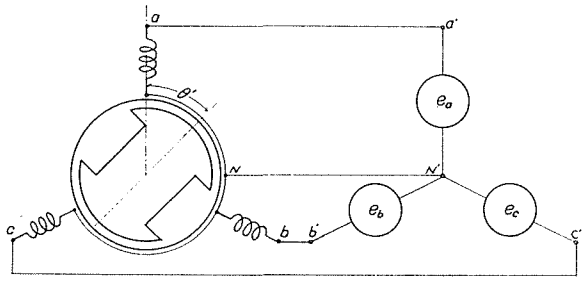
It was shown that the Harmonic Machine Theory is useful in the analysis of the harmonic torques.

1. はじめに

回転機の高調波現象は主として高調波トルクの発生，損失の増大，および回路定数の変化等であるが，いまはエネルギー変換に直接関係ある成分についてのみ考察する。

同期性トルク及び振動性トルクは，リラクタンスの変化による反作用性であり，非同期トルクは $m.m.f$ の分布，むしろ明らかに空隙の高調波回転磁界によるすべり高調波電気回路の影響である。

今まで行なわれている電気機械の回路網解析法は，すべて空間高調波を考慮しないで取扱っている。しかし実際問題として電気機械における空間高調波の影響は決して無視できないもので



図—1 反作用電動機

* 電気工学科

かご形誘導機や非同期起動をする反動電動機の起動特性に大きな影響を及ぼす。

この研究は，多相反作用電動機の回路網解析法に空間高調波を導入した場合の定常状態における解析法を求めている。これについては，福田氏等の解析[1]が報告されているが，さらに整流変換とその意味，また，Harmonic Machine の理論との関係を考察している。

ここで用いる反作用電動機は，図1のようなもので，三相巻線は完全にバランスし，中性点は接地しているものとする。さらに固定子の溝の存在は無視し，電源電圧は平衡しているとする。

2. 方程式の解と考察

2.1 インダクタンス・マトリックスについて

a. 電機子巻線の自己インダクタンス

a 相巻線の自己インダクタンス L_a は，突極の中心軸と a 相巻線の中心軸となす角 θ' の関数であり

$$\left.\begin{aligned} L_a(\theta') &= L_a(\theta'+\pi) \\ L_a(\theta') &= L_a(-\theta') \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

の関係を満足するので，n を整数とすると次の式のように表わすことができる。

$$L_a = \sum_{n=0}^{\infty} L_{a,2n} \cos 2n\theta' \tag{2}$$

同様に b 相，c 相巻線の自己インダクタンスは

$$L_b = \sum_{n=0}^{\infty} L_{b,2n} \cos 2n\left(\theta' - \frac{2}{3}\pi\right) \tag{3}$$

$$L_c = \sum_{n=0}^{\infty} L_{c\,2n} \cos 2n\left(\theta' - \frac{4}{3}\pi\right) \tag{4}$$

となる。

b. 電機子巻線の相互インダクタンス

a 相巻線と b 相巻織の相互インダクタタンス L'_{ab} は，$\theta'=\pi/3$ において最大になり

$$\left.\begin{aligned} L'_{ab}\left(\theta' - \frac{\pi}{3}\right) &= L'_{ab}\left(\theta' - \frac{\pi}{3} + \pi\right) \\ L'_{ab}\left(\theta' - \frac{\pi}{3}\right) &= L'_{ab}\left(-\theta' + \frac{\pi}{3}\right) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

の関係を満足するから，次式のように表わすことができる。

$$L'_{ab} = \sum_{n=0}^{\infty} L'_{ab\,2n} \cos 2n\left(\theta' - \frac{\pi}{3}\right) \tag{6}$$

同様に，b 相巻線と c 相巻線，c 相巻線と a 相巻線の相互インダクタンスは

$$L'_{bc} = \sum_{n=0}^{\infty} L'_{bc\,2n} \cos 2n\left(\theta' - \frac{\pi}{3} - \frac{2}{3}\pi\right) \tag{7}$$

$$L'_{ca} = \sum_{n=0}^{\infty} L'_{ca\,2n} \cos 2n\left(\theta' - \frac{\pi}{3} - \frac{4}{3}\pi\right) \tag{8}$$

と表わすことができる。

3 相巻線は各相平衡しているから

$$L_{a\,2n} = L_{b\,2n} = L_{c\,2n} = L_{2n}$$

$$L'_{ab,2n} = L'_{bc\,2n} = L'_{ca,2n} = L'_{2n}$$

とすると，3相反作用電動機のインダクタンスマトリックスは (9) 式になる。

$$[L]=\sum_{n=0}^{\infty}\begin{vmatrix} L_{2n}\cos 2n\theta' & L'_{2n}\cos 2n\left(\theta'-\frac{\pi}{3}\right) & L'_{2n}\cos 2n\left(\theta'-\frac{2}{3}\pi\right) \\ L'_{2n}\cos 2n\left(\theta'-\frac{\pi}{3}\right) & L_{2n}\cos 2n\left(\theta'-\frac{2}{3}\pi\right) & L'_{2n}\cos 2n\theta' \\ L'_{2n}\cos 2n\left(\theta'-\frac{2}{3}\pi\right) & L'_{2n}\cos 2n\theta' & L_{2n}\cos 2n\left(\theta'-\frac{\pi}{3}\right) \end{vmatrix} \tag{9}$$

ただし

$$\theta'=\omega' t=(1-s)\,\omega t$$

抵抗行列 $[R]$ は

$$[R]=\begin{vmatrix} R & & \\ & R & \\ & & R \end{vmatrix} \tag{10}$$

であり，電圧方程式は次式になる。

$$[e]=\left\{[R]+p\,[L]\right\}[i] \tag{11}$$

ただし

$$p=\frac{d}{dt}$$

$$[e]=\begin{vmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{vmatrix} \qquad [i]=\begin{vmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{vmatrix}$$

2.2　対称座標変換

三相交流に高調波が含まれている場合の瞬時値の対称座標変換は次のようになる。

a.　高調波と直流が含まれる場合

三相交流に高調波が含まれる電流は一般的に

$$[i]=\begin{vmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{vmatrix}=\sqrt{2}\sum_{n=1}^{\infty}\begin{vmatrix} I_{an}\cos(n\omega t+\varphi_{an}) \\ I_{bn}\cos\left(n\omega t+\varphi_{bn}-n\frac{2\pi}{3}\right) \\ I_{cn}\cos\left(n\omega t+\varphi_{cn}-n\frac{4}{3}\pi\right) \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} C_a \\ C_b \\ C_c \end{vmatrix}$$

但し　I_n：第 n 次高調波電流の実効値

i：電流の瞬時値

φ：電流の位相差角

C：直流電流

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \left\langle \begin{vmatrix} \dot{I}_{an} \\ \dot{I}_{bn} \\ \dot{I}_{cn} \end{vmatrix} \varepsilon^{jn\omega t} + \begin{vmatrix} \dot{I}_{an} \\ \dot{I}_{bn} \\ \dot{I}_{cn} \end{vmatrix}^{*} \varepsilon^{-jn\omega t} \right\rangle + \begin{vmatrix} C_a \\ C_b \\ C_c \end{vmatrix} \tag{12}$$

上式を三相対称座標変換行列 A によって変換すると

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{vmatrix} \tag{13}$$

$$[i_A] = A^{-1}[i]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \left\langle \begin{vmatrix} \dot{I}_{on} \\ \dot{I}_{fn} \\ \dot{I}_{bn} \end{vmatrix} \varepsilon^{jn\omega t} + \begin{vmatrix} \dot{I}_{on} \\ \dot{I}_{bn} \\ \dot{I}_{fn} \end{vmatrix}^{*} \varepsilon^{-jn\omega t} \right\rangle + \begin{vmatrix} C_o \\ C_f \\ C_b \end{vmatrix} \tag{14}$$

ただし

$$\begin{vmatrix} \dot{I}_{on} \\ \dot{I}_{fn} \\ \dot{I}_{bn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dot{I}_{an}+\dot{I}_{bn}+\dot{I}_{cn} \\ \dot{I}_{an}+a\dot{I}_{bn}+a^2\dot{I}_{cn} \\ \dot{I}_{an}+a^2\dot{I}_{bn}+a\dot{I}_{cn} \end{vmatrix}$$

b. 異なるスリップ周波数を含む場合

異なるスリップ周波数を含む三相交流電流は一般的に

$$[i] = \begin{vmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{vmatrix}$$

$$= \sqrt{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n'=0}^{\infty} \begin{vmatrix} I_{ann'} \cos\left(\overline{n\omega \pm n'\omega'}t + \varphi_{ann'}\right) \\ I_{bnn'} \cos\left(\overline{n\omega \pm n'\omega'}t + \varphi_{bnn'} - \overline{n+n'}\,\frac{2\pi}{3}\right) \\ I_{cnn'} \cos\left(\overline{n\omega \pm n'\omega'}t + \varphi_{cnn'} - \overline{n+n'}\,\frac{4}{3}\pi\right) \end{vmatrix}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n'=0}^{\infty} \left\langle \begin{vmatrix} \dot{I}_{ann'} \\ \dot{I}_{bnn'} \\ \dot{I}_{cnn'} \end{vmatrix} \varepsilon^{j\overline{n\omega \pm n'\omega'}t} + \begin{vmatrix} \dot{I}_{ann'} \\ \dot{I}_{bnn'} \\ \dot{I}_{cnn'} \end{vmatrix}^{*} \varepsilon^{-j\overline{n\omega \pm n'\omega'}t} \right\rangle \tag{15}$$

三相対称座標変換行列 A で変換すると

$$[i_A] = A^{-1}[i]$$

$$= \begin{vmatrix} i_o \\ i_f \\ i_b \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n'=0}^{\infty} \left\langle \begin{vmatrix} \dot{I}_{onn'} \\ \dot{I}_{fnn'} \\ \dot{I}_{bnn'} \end{vmatrix} \varepsilon^{j\overline{n\omega \pm n'\omega' t}} + \begin{vmatrix} \dot{I}_{onn'} \\ \dot{I}_{bnn'} \\ \dot{I}_{fnn'} \end{vmatrix}^{*} \varepsilon^{-j\overline{n\omega \pm n'\omega' t}} \right\rangle \tag{16}$$

但し

$$\begin{vmatrix} \dot{I}_{onn'} \\ \dot{I}_{fnn'} \\ \dot{I}_{bnn'} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dot{I}_{ann'} + \dot{I}_{bnn'} + \dot{I}_{cnn'} \\ \dot{I}_{ann'} + a\dot{I}_{bnn'} + a^2\dot{I}_{cnn'} \\ \dot{I}_{ann'} + a^2\dot{I}_{bnn'} + a\dot{I}_{cnn'} \end{vmatrix}$$

ベクトル瞬時値は正方向回転をとるものとする。

$$[i_A] = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n'=0}^{\infty} \begin{vmatrix} \dot{I}_{onn'} \\ \dot{I}_{fnn'} \\ \dot{I}_{bnn'} \end{vmatrix} \varepsilon^{j\overline{n\omega \pm n'\omega' t}} \tag{17}$$

c. 電圧方程式の対称座標変換

電圧方程式 (11) 式を対称座標変換すると

$$[e_A] = [Z_A][i_A] \tag{18}$$

但し

$$[e_A] = A^{-1}[e]$$
$$[i_A] = A^{-1}[i]$$
$$[z_A] = A^{-1}\left\{[R] + p[L]\right\}A$$

(9) 式のインダクタンス・マトリックスを対称座標変換すると

$$[L_A] = A^{-1}[L]A$$

$$= \begin{vmatrix} \sum_{n=0}^{\infty} (L_{6n} + 2L'_{6n}) \cos 6n\theta' \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} (L_{2(3n+1)} - L'_{2(3n+1)}) \varepsilon^{-j2(3n+1)\theta'} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} (L_{2(3n+1)} - L'_{2(3n+2)}) \varepsilon^{-j2(3n+1)\theta'} \end{vmatrix}^{*}$$

$$\begin{array}{|l|l|}\hline \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}(L_{2(3n+1)}-L'_{2(3n+1)})\,\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'} & \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}(L_{2(3n+1)}-L'_{2(3n+1)})\,\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'} \\ \hline \sum_{n=0}^{\infty}(L_{6n}-L'_{6n})\cos 6n\theta' & \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}(L_{2(3n+1)}+2L'_{2(3n+1)})\,\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'} \\ \hline \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}(L_{2(3n+1)}+2L'_{2(3n+1)})\,\varepsilon^{-j2(3n+1)\theta'} & \sum_{n=0}^{\infty}(L_{6n}-L'_{6n})\cos 6n\theta' \\ \hline \end{array} \tag{19}$$

となるが普通，$L_{2n}=L'_{2n}\,(n\neq 0)$ であるから

$$\left.\begin{aligned} L_0-L'_0&=L \\ \frac{1}{2}(L_{2n}+2L'_{2n})&=M_{2n}\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

とおくと (19) 式は次式のように簡単になる。

$$[L_A]=\begin{array}{|c|c|c|}\hline \sum_{n=0}^{\infty}(L_{6n}+2L'_{6n})\cos 6n\theta' & 0 & 0 \\ \hline 0 & L & \sum_{-\infty}^{\infty}M_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'} \\ \hline 0 & \sum_{-\infty}^{\infty}M_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{-j2(3n+1)\theta'} & L \\ \hline \end{array} \tag{21}$$

抵抗行列 $[R]$ を対称座標変換すると

$$[R_A]=A^{-1}[R]\,A=\begin{array}{|c|c|c|}\hline R & & \\ \hline & R & \\ \hline & & R \\ \hline \end{array} \tag{22}$$

であるから，対称座標変換された電圧方程式は次のようになる。

$$\begin{array}{|c|}\hline e_o \\ \hline e_f \\ \hline e_b \\ \hline \end{array}=\begin{array}{|c|c|c|}\hline R+p\sum_{0}^{\infty}(L_{6n}+2L'_{6n})\cos 6n\theta' & 0 & 0 \\ \hline 0 & R+pL & p\sum_{-\infty}^{\infty}M_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'} \\ \hline 0 & p\sum_{-\infty}^{\infty}M_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{-j2(3n+1)\theta'} & R+pL \\ \hline \end{array}\begin{array}{|c|}\hline i_o \\ \hline i_f \\ \hline i_b \\ \hline \end{array} \tag{23}$$

対称座標変換された電圧方程式を見ると，零相と他相との結合はないので，零相は独立な成分である。上式は独立な二本の式に分けることができる。

$$e_0=\left\{R+p\sum_{0}^{\infty}(L_{6n}+2L'_{6n})\cos 6n\theta'\right\}i_0 \tag{24}$$

$$\begin{vmatrix} e_f \\ e_b \end{vmatrix} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{vmatrix} R+pL & pM_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'} \\ pM_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{-j2(3n+1)\theta'} & Rp+L \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_f \\ i_b \end{vmatrix} \tag{25}$$

電源電圧は平衡しているとし，電流，電圧を複素瞬時値で表わすと，(25) 式は

$$\begin{vmatrix} \dot{E}_f\varepsilon^{j\theta} \\ 0 \end{vmatrix} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{vmatrix} R+pL & pM_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'} \\ pM_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{-j2(3n+1)\theta'} & R+pL \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{i}_f \\ \dot{i}_b \end{vmatrix} \tag{26}$$

となる。

(26) 式を見ると，固定子のみにある実巻線が対称軸上では，正相回路が一次，逆相回路が二次として結合していることがわかる。

2.3 整流変換

$[Z'_A]$ の任意の n の成分

$$[Z'_{A2(3n+1)}] = \begin{vmatrix} R+pL & pM_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'} \\ pM_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{-j2(3n+1)\theta'} & R+pL \end{vmatrix} \tag{27}$$

は複素回転インピーダンスであり，表1のように，一次電流 $\dot{i}_f$ を $\varepsilon^{-j2(3n+1)\theta'}$，二次電流 $\dot{i}_b$ を $\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'}$ だけ周波数変換し，一次及び二次回路を形成する。

表—1 The Frequencies Produced in Reaction Machine

一次電流 $\dot{i}_f$	$\varepsilon^{j\theta}$	$\varepsilon^{j\{\theta-6(k-l)\theta'\}}$		$\varepsilon^{j\{\theta-6(k-l+m_l-n)\theta'\}}$
複素回転インピーダンス	$\varepsilon^{-j2(3k+1)\theta'}$	$\varepsilon^{j2(3l+1)\theta'}$	$\varepsilon^{-j2(3m+1)\theta_l}$	$\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'}$
二次電流 $\dot{i}_b$	$\varepsilon^{j\{\theta-2(3k+1)\theta'\}}$		$\varepsilon^{j[\theta-2\{3(k-l+m_l)+1\}]}$	

表1より $\dot{i}_f$, $\dot{i}_b$ は次のように表わすことができる。

$$\dot{i}_f = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{I}_{f6n}\,\varepsilon^{j(\theta-6n\theta')} \tag{28}$$

$$\dot{i}_b = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{I}_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{j\{\theta-2(3n+1)\theta'\}} \tag{29}$$

ここで，一次電流の $\dot{I}_{fn}\varepsilon^{j\{\theta-6n\theta'\}}$ $(n\neq 0)$ の成分は，電流の周波数と等しい周波数の電源をもたないので，この周波数成分の電流の影響は十分小さいとして無視する。これによって $\dot{i}_f$, $\dot{i}_b$ は次式によって表わされる。

$$\dot{i}_f = \dot{I}_f\,\varepsilon^{j\theta} \tag{30}$$

$$\dot{i}_b = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{I}_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{j\{\theta-2(3n+1)\theta'\}} \tag{31}$$

整流変換行列 $K_{2(3n+1)}$ を次式とおく。

$$K_{2(3n+1)} = \begin{vmatrix} 1 & \\ & \varepsilon^{-j2(3n+1)\theta'} \end{vmatrix} \tag{32}$$

$K_{2(3n+1)}$ で電圧方程式 (26) 式を変換すると

$$[\dot{e}_{k2(3n+1)}] = [Z_{k2(3n+1)}]\ [\dot{i}_{k2(3n+1)}] \tag{33}$$

但し

$$[\dot{e}_{k2(3n+1)}] = K^{-1}_{2(3n+1)}\ [e'_A]$$
$$[\dot{i}_{k2(3n+1)}] = K^{-1}_{2(3n+1)}\ [i'_A]$$
$$[Z_{k2(3n+1)}] = K^{-1}_{2(3n+1)}\ [Z'_A]\ K_{2(3n+1)}$$

インピーダンス・マトリックス $[Z'_A]$ を整流変換行列 $K_{2(3n+1)}$ によって，静止インピーダンスに変換できる成分は，整流変換行列と同じ n の成分であるから，整流変換したインピーダンス・マトリックスはこの成分がとられる。

$$\begin{array}{|c|}\hline \dot{E}_{f2(3n+1)}\,\varepsilon^{j\theta} \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|}\hline Z_{(p)} & pM_{2(3n+1)} \\ \hline \left\{p-j2(3n+1)\,\omega'\right\} M_{2(3n+1)} & Z_{[p-2j\,(3n+1)\,\omega']} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|}\hline \dot{i}_f \\ \hline \dot{i}_b\,\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'} \\ \hline \end{array} \tag{34}$$

静止化されたインピーダンス・マトリックスにより一次に種々の周波数の電圧が誘起されるが，エネルギー成分は電源周波数と等しい成分であるので，二次電流 $\dot{i}_b\,\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'}$ のうち，$\varepsilon^{j\theta}$ の成分すなわち $\dot{I}_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{j\theta}$ がとられる。

2.4 Harmonic Machine

回転機の回路網解析法に高間高調波が導入できない理由は，起磁力は正弦波分布，空隙パーミアンスについては，溝によるパーミアンス分布は基本波，高調波ともにすべて無視し，突極性によるパーミアンス分布は基本波のみとすることによって初めて，整流変換によって回転インピーダンスが静止化できるからである。

空間高調波を回路網解析法に導入するのに Harmonic Machine の理論が役に立つ。

固定子 ξ 相，回転子 η 相，突極性は固定子のみにあるスリップリング機を考え，この回転機に時間高調波を含まない電源が印加されているものとする。空隙には高調波起磁力，空隙パーミアンスの変化により，高調波回転磁界が発生する。このスリップ・リング機は各々の高調波回転磁界に対応した回転磁界をもつスリップ・リング機—Harmonic Machine—に分解して考えることができる。

n 次 Harmonic Machine は正弦波分布の回転磁界をもち，基本波のスリップ・リング機の n 倍の極をもっている。各々の Harmonic Machine は電気的に直列に，機械的には共通のシャフトにつながれている。

n 次 Harmonic Machine の電圧方程式は，次式になる。

$$\begin{bmatrix}[V_{1a\xi n}] \\ [V_{2a\eta m}]\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}[Z_{11n}]\ , & [Z_{12n}] \\ [Z_{12n}]_t, & [Z_{22n}]\end{bmatrix} \begin{bmatrix}[i_{1a\xi}] \\ [i_{2a\gamma}]\end{bmatrix} \tag{35}$$

$[V_{1a\xi n}]$, $[V_{2a\eta m}]$ は n 次 Harmonic Machine に印加される基本波の電圧である。つまり，$[i_{1a\xi}]$ $[i_{1a\eta}]$ に含まれる各周波数の電流は，n 次高調波回転インピーダンスによって周波数変換され，一次及び二次回路に各次数の高調波電圧を誘起するが，そのうちエネルギー変換に関係するもの

は，電源電圧の周波数と等しい周波数であるから，他の周波数成分は考えない。

これによって各 Harmonic Machine は個々独立に考えることができ，各 Harmonic Machine の回転インピーダンスは各々に対応する整流行列による変換によって静止化することができる。

(34) 式は，$(3n+1)$ 磁極対の $(3n+1)$ 次高調波回転磁界による Harmonchic Machince の静止化方程式である。(32) 式は二次の高調波すべり回路を静止化し ω' とする周波数変換行列である。

各 Harmonic Machine は，一次に $pM_{2(3n+1)}\,\dot{I}_{2(3n+1)}$ の電圧を誘起し，これらの n 個の和と一次インピーダンス降下 $Z_{(p)}\,\dot{I}_f$ の和が電源電圧 $\dot{E}_f$ と平衡する。

2.5 定常解

(34) 式に $p=j\omega$ を代入し，第二式より一次電流と二次電流の関係が求まる。

$$\dot{I}_{2(3n+1)} = -\frac{j\omega[1-2(3n+1)(1-s)]M_{2(3n+1)}}{R+j\omega[1-2(3n+1)(1-s)]L}\,\dot{I}_f \tag{36}$$

二次電流 $\dot{I}_{2(3n+1)}$ による一次誘起電圧 $\dot{V}_{2(3n+1)}$ は

$$\dot{V}_{2(3n+1)} = -j\omega M_{2(3n+1)}\,\dot{I}_{2(3n+1)} \tag{37}$$

全 Harmonic Machine については

$$\begin{aligned}\dot{V}_{12} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty}\dot{V}_{2(3n+1)}\\ &= \dot{Z}\dot{I}_f\end{aligned} \tag{38}$$

但し

$$\dot{Z} = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{[1-2(3n+1)(1-s)]\omega^2 M^2_{2(3n+1)}}{R+j\omega[1-2(3n+1)(1-s)]L} \tag{39}$$

一次インピーダンス降下は

$$\dot{V}_1 = (R+j\omega L)\,\dot{I}_f \tag{40}$$

故に

$$\begin{aligned}\dot{E}_f &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2\\ &= (R+\mathrm{j}\omega L+\dot{Z})\,\dot{I}_f\end{aligned} \tag{41}$$

$$\dot{I}_f = \frac{\dot{E}_f}{R+j\omega L+\dot{Z}} \tag{42}$$

2.7 トルク

瞬時トルクは次式で表わされる。

$$\tau_i = \frac{1}{2\omega'}\,[i'_A]_t\,\frac{d[L_s]}{dt}\,[i'_A] \tag{43}$$

瞬時電流 $[i'_A]$ は

$$[i'_A] = \left|\begin{array}{c} i_f \\ \hline i_b \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c} i_f+i_b^* \\ \hline i_f^*+i_b \end{array}\right|$$

$$= \left|\begin{array}{c} \dot{I}_f\,\varepsilon^{j\theta}+\sum_{n=-\infty}^{\infty}\dot{I}^*_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{-j\{\theta-2(3n+1)\theta'\}} \\ \hline \dot{I}_f^*\,\varepsilon^{-j\theta}+\sum_{n=-\infty}^{\infty}\dot{I}_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{j\{\theta-2(3n+1)\theta'\}} \end{array}\right| \tag{44}$$

$(3n+1)$ 次 Harmonic Machine のインダクタンス・マトリックス $[L_s]$ は

$$[L_{s2(3n+1)}] = \begin{array}{|c|c|}\hline 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline \end{array} \quad [L_{A2(3n+1)}]$$

$$= \begin{array}{|c|c|}\hline M_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{-j2(3n+1)\theta'} & L \\ \hline L & M_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'} \\ \hline \end{array} \tag{45}$$

$$\frac{d\,[L_{s2(3n+1)}]}{dt} = \begin{array}{|c|c|}\hline -j2(3n+1)\,\omega'\,M_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{-j2(3n+1)\theta'} & 0 \\ \hline 0 & j2(3n+1)\,\omega'\,M_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'} \\ \hline \end{array} \tag{46}$$

$(3n+1)$ 次 Harmonic Machine に発生する瞬時トルクは

$$\begin{aligned}\tau_{\ell(3n+1)} &= \frac{1}{2\omega'}\left[i'_A\right]_t \frac{d[L_{s2(3n+1)}]}{dt}\left[i'_A\right] \\ &= \frac{1}{2}\Big\{-j2(3n+1)\,M_{2(3n+1)}\,\omega'^{-j2(3n+1)\theta'}\,i_f^2 \\ &\qquad +j2(3n+1)\,M_{2(3n+1)}\,\varepsilon^{j2(3n+1)\theta'}\,i_b^2\Big\} \\ &= j(3n+1)\,M_{2(3n+1)}\left[\dot{I}_f^{*2}\,\varepsilon^{-j\{2\theta-2(3n+1)\theta'\}} - \dot{I}_f^2\,\varepsilon^{j\{2\theta-(3n+1)\theta'\}}\right] \\ &\qquad +j(3n+1)\,M_{2(3n+1)}\sum_{l=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\Big[\dot{I}_{2(3l+1)}\,\dot{I}_{2(3m+1)} \\ &\qquad \times\varepsilon^{j\{2\theta-2(3l+1)\theta'-2(3m+1)\theta'+2(3n+1)\theta'\}} \\ &\qquad -\dot{I}^*_{2(3l+1)}\,\dot{I}^*_{2(3m+1)}\,\varepsilon^{-j\{2\theta-2(3l+1)\theta'-2(3m+1)\theta'+2(3n+1)\theta'\}}\Big] \\ &\qquad +j2(3n+1)\,M_{2(3n+1)}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\Big[\dot{I}_f^*\,\dot{I}_{2(3k+1)}\,\varepsilon^{j\{2(3n+1)\theta'-2(3k+1)\theta'\}} \\ &\qquad -\dot{I}_f\,\dot{I}^*_{2(3k+1)}\,\varepsilon^{-j\{2(3n+1)\theta'-2(3k+1)\theta'\}}\Big]\end{aligned} \tag{47}$$

平均トルク $\tau_{m(3n+1)}$ は (47) 式において θ' 及び θ に無関係な項を集めればよい。

$$\tau_{m(3n+1)} = \tau_{m(3n+1)1} + \tau_{m(3n+1)2} + \tau_{m(3n+1)3} \tag{48}$$

$\tau_{m(3n+1)1}$, $\tau_{m(3n+1)2}$, $\tau_{m(3n+1)3}$ は次のようなトルクである。

$$\tau_{m(3n+1)1} = j2(3n+1)\,M_{2(3n+1)}\left\{\dot{I}_f^*\,\dot{I}_{2(3n+1)} - \dot{I}_f\,\dot{I}^*_{2(3n+1)}\right\} \tag{49}$$

$$\tau_{m(3n+1)2} = j(3n+1)\,M_{2(3n+1)1}\left\{\dot{I}_f^{*2} - \dot{I}_f^2\right\} \tag{50}$$

$$\begin{aligned}\tau_{m(3n+1)3} = j(3n+1)\,M_{2(3n+1)}\Big[\sum_{l=-\infty}^{\infty}\Big\{&\dot{I}_{2(3l+1)}\,\dot{I}_{2[3(n-l+h)+1]} \\ &-\dot{I}^*_{2(3l+1)}\,\dot{I}^*_{2[3(n-l+h)+1]}\Big\}\Big]\end{aligned} \tag{51}$$

ただし

$$h = \frac{s}{3(1-s)} \tag{52}$$

$\tau_{m(3n+1)1}$ は非同期性トルクであり，(47) 式の第三項より $k=n$ の場合に発生する。つまり，

$(3n+1)$ 次 Harmonic Machine において，二次電流 $\dot{I}_f$ と二次電流 $\dot{I}_{2(3n+1)}$ の間で発生し，あらゆるすべり s において存在する。

$\tau_{m(3n+1)2}$ は一次電流 $\dot{I}_f$ による同期性トルクであり，(47) 式の第一項より

$$2\theta - 2(3n+1)\theta' = 2\theta - (3n+1)(1-s) = 0 \tag{53}$$

をすべり s と n が満足するとき，つまり

$$n = h$$

となるすべり S において発生する。

$\tau_{m(3n+1)2}$ は二次電流 i_b による同期性トルクで，(47) 式の第二項より

$$2\theta - 2(3l+3m-3n+1)\theta' = 0 \tag{54}$$

$$l+m-n = \frac{s}{3(1-s)} = h \tag{55}$$

を満足する l, m, n, h によって決まる $\dot{I}_{2(3l+1)}$ と $\dot{I}_{2(3m+1)}$ によって発生する。

トルク τ_m は各 Harmonic Machine のトルクの和であるから

$$\tau_m = \tau_{m1} + \tau_{m2} + \tau_{m3} \tag{56}$$

$$\tau_{m1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} j2(3n+1)M_{2(3n+1)}\left\{\dot{I}_f^{*}\dot{I}_{2(3n+1)} - \dot{I}_f\dot{I}_{2(3n+1)}^{*}\right\} \tag{57}$$

$$\tau_{m2} = j(3h+1)M_{2(3h+1)}\left\{\dot{I}_f^{*2} - \dot{I}_f^{2}\right\} \tag{58}$$

$$\tau_{m3} = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{l=-\infty}^{\infty} j(3n+1)M_{2(3n+1)}\left\{\dot{I}_{2(3l+1)}\dot{I}_{2[3(n-l+h)+1]} - \dot{I}_{2(3l+1)}^{*}\dot{I}_{2[3(n-l+h)+1]}^{*}\right\} \tag{59}$$

τ_{m2}, τ_{m3} は h が整数となる時に発生する同期性トルクであるから，h が整数でない時は $\tau_{m2}=\tau_{m3}=0$ である。同期性トルクの発生するすべり s は表2の通りである。

表—2　同期性トルクを発生するすべり

h	0	1	2	3	4	.....
s	0	3/4	6/7	9/14	12/13	.....

2.7　基本波のみを考慮した場合

電流解は (36), (39), (42) 式において $n=0$ とおくと

$$\dot{I}_2 = -\frac{j\omega[1-2(1-s)]M_2}{R+j\omega[1-2(1-s)]L}\dot{I}_f \tag{60}$$

$$\dot{Z} = \frac{[1-2(1-s)]\omega^2 M_2^2}{R+j\omega[1-2(1-s)]L} \tag{61}$$

$$\dot{I}_f = \frac{[R+j\omega\{1-2(1-s)\}L]\dot{E}_f}{[R+j\omega L][R+j\omega\{1-2(1-s)\}L]+[1-2(1-s)]\omega^2 M_2^2} \tag{62}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{j\omega[1-2(1-s)]M_2\dot{E}_f}{[R+j\omega L][R+j\omega\{1-2(1-s)\}L]+[1-2(1-s)]\omega^2 M_2^2} \tag{63}$$

非同期時における平均トルク τ_m は

$$\tau_m = \tau_{m11}$$
$$= j2M_2\left\{\dot{I}_f^*\dot{I}_2 - \dot{I}_f\dot{I}_2^*\right\}$$
$$= \frac{4(2s-1)\frac{X_0^2}{\omega}E_f^2}{(R^2+X^2)(R^2+2s-1^2X^2)+(2s-1)^2X_0^4+2(2s-1)(R^2-2s-1^2X^2)X_0^2} \tag{64}$$

ただし

$$X_0 = \omega M_2, \qquad X = \omega L$$

同期時における平均トルク τ_m は

$$\tau_m = \tau_{m11} + \tau_{m12} + \tau_{m13}$$

$s=0$ とおくと電流解は

$$\dot{I}_f = \frac{(R-jX)\dot{E}_f}{R^2+X^2-X_0^2} \tag{65}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{jX_0\dot{E}_f}{R^2+X^2-X_0^2} \tag{66}$$

トルクは

$$\tau_{m11} = j2M_2\left\{\dot{I}_f^*\dot{I}_2 - \dot{I}_f\dot{I}_2^*\right\}$$
$$= \frac{X_0}{\omega}\frac{4X_0R}{(R^2+X^2-X_0^2)^2}E_f^2 \tag{67}$$

$$\tau_{m12} = jM_2\left\{\dot{I}_f^{*2} - \dot{I}_f^2\right\}$$
$$= \frac{jM_2}{(R^2+X^2-X_0^2)^2}\left\{(R+jX)^2\dot{E}_f^{*2} - (R-jX)^2\dot{E}_f^2\right\}$$
$$= \frac{2M_2E_f^2}{(R^2+X^2-X_0^2)^2}\left\{(R^2-X^2)\sin 2\psi - 2RX\cos 2\psi\right\} \tag{68}$$

$$\tau_{m13} = jM_2\left\{\dot{I}_2^2 - \dot{I}_2^{*2}\right\}$$
$$= \frac{jM_2}{(R^2+X^2-X_0^2)^2}\left\{(jX_0\dot{E}_f)^2 - (-jX_0\dot{E}_f^*)^2\right\}$$
$$= \frac{2M_2X_0^2E_f^2}{(R^2+X^2-X_0^2)^2} \tag{69}$$

$$\tau_m = \tau_{m11} + \tau_{m12} + \tau_{m13}$$
$$= \frac{X_0}{\omega}\frac{2(R^2+X_0^2-X)\sin 2\psi - 4RX\cos 2\psi - 4X_0R}{(R^2+X^2-X_0^2)^2}E_f^2 \tag{70}$$

但し

$$\dot{E}_f = E_f\varepsilon^{j\psi}$$

基本波のみを考慮した場合の結果は，当然のことながら，竹内氏の解析[3]と一致する。

3. あ と が き

空間高調波を考慮した三相反作用電動機において，結果は福田氏等の解析と全く一致する。整流行列，$K_{2(2n+1)}$ による変換と Harmonic Machine の理論が解の意味と理解を容易にしている。

正相電流 $\dot{I}_f$ に含まれる $\dot{I}_{f6n}\varepsilon^{j\{\theta-6n\theta'\}}$ $(n\neq 0)$ の周波数成分の電流の影響を無視した。つまり

各々のすべり周波数回路は個々独立に電源と対応関係をもつとしたことにより理論は単純化され解は容易に手に入る。しかし正相電流に $\dot{I}_{f6n}\varepsilon^{j\{\theta-6n\theta'\}}$ の周波数の電流が含まれることにより，各々のすべり周波数回路は，この周波数成分の電流によって結合されることになる。Harmonic Machine の理論はこの周波数成分の電流を無視しうる範囲において有効である。

$L_{2n}=L'_{2n}\,(n\neq 0)$ として無視した ff, bb 要素の $\cos 6n\theta'$ の項は，$L_{2n}\neq L'_{2n}\,(n\neq 0)$ という報告[4]もあり，各相に $\dot{I}_{f6n}\varepsilon^{j\{\theta-6n\theta'\}}$ の周波数の電流を流し，すべり周波数回路相互の結合の問題が重要になる。さらにこの項は単相性の問題であり，解を手に入れるのが困難である。

最後に，御協力御助言を与えて下さった藤原教授，福田助教授，伊藤助手に深く感謝して本報告を終ることにする。

参 考 文 献

1) 福田・他：空間高調波を考慮した多相反作用電動機の一般解析，昭和42年，電四道支部大会.
2) M. Jevons：Electrical Mechine Theory, Blackie.
3) 竹内寿太郎：Matrix Theory of Electrical Machinery, オーム社.
4) C. V. Jones：The Unified Theory of Electrical Machines, Butterworth.