HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	数10MeV電子によるターゲットの制動放射と中性子収量の半実験式
Author(s)	成田, 正邦; 小沢, 保知
Citation	北海道大學工學部研究報告, 66, 63-73
Issue Date	1973-03-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41116
Type	departmental bulletin paper
File Information	66_63-74.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

数 10 MeV 電子によるターゲットの制動放射と中性子収量の半実験式

成田正邦* 小沢保知*

(昭和 47 年 9 月 30 日受理)

Semi-empirical Expressions for Photon and Photo-neutron Production from Targets Bombarded with Electrons

Masakuni NARITA, Yasutomo OZAWA

(Received September 30, 1972)

Abstract

The photon production efficiency of a thick target, mamely, bremsstruhlung is obtained as a function of incident energy E_0 and atomic number Z, that is

$$C=1-\frac{800}{E_0 Z}\ln\left(1+\frac{ZE_0}{800}\right)$$

Using an approximated photon spectrum, a semi-empirical expression for neutron yields per unit length from targets bombarded with an electron can be expressed as

$$Y(E_0, Z)=n\sigma_r\frac{E_0 Z}{E_0 Z+800}\ln\left(\frac{E_0}{E_t}-\frac{E_0-E_t}{E_0}\right)$$

where n is the atomic density, σ_r is the giant resonance integral and E_t is the threshold energy of (γ, n) reaction. The present estimated yields agree fairly well with experimental values at several tens of MeV for both E_0-and Z-dependence.

1. まえがき

電子加速器から高エネルギ光子を発生させる通常の方法は，高速電子が物質を通過するときの制動放射 (Bremsstrahlung) によるものである。また中性子はこの制動 X 線を利用した (γ, n) 反応で発生させる。中性子発生ターゲットは光子発生ターゲットと別な物質を用いる場合もあるが，10 MeV 以上の電子では二つのターゲットを同一物質で分離せず使用することが多い。これらのターゲットの設計の際には，(1) 放射光子 (または中性子) の全数と全エネルギ，(2) 光子 (中性子) のエネルギ分布，(3) 光子 (中性子) の空間分布などが知られる必要がある。これらの量は，理論的，実験的にかなりの精度で知られている。しかし，実験にはその条件が異なった場合への適用が困難であったり，理論的には一般に相当複雑な計算を必要としている。この理由は，物質中に入った高速電子のエネルギ減少や散乱による方向変化，発生光子の吸収 (光電吸収や対生成，新たな光子の発生，対生成で発生した電子の放射や消滅光子) などの要素が重なり合って複雑となるためである。中性子発生は，この上に (γ, n) 反応や (γ, f) 反応の断面積のエネルギ依存性などで一層複雑である。

ここでは，量子的な立場から離れて，マクロな立場から，エネルギ保存性を利用して，簡単な

* 原子工学科 基礎原子核工学講座

計算ができることを示す。この結果は絶対収量のおおまかな計算に相当有効であることがわかる。しかし，方法がエネルギ的であるために，光子の空間分布など，散乱の法則が直接に必要なものには適用できない。このような例である光子スペクトルは中性子発生の計算に必要なので，断面積の仮定を加えて求めた。この仮定による中性子収量の計算公式は，きわめて簡単な形で，入射電子エネルギと原子番号の関数として求められる。

2. 制動放射の簡単な計算法

2.1 制動放射のターゲット

電子からの放射で出る光子エネルギは原子番号の二乗に比例するので，電子－光子変換ターゲットは，高い原子番号の元素が用いられる。普通は熱にも強い金属である U, Pt, W, Au, Ta などが用いられる。

薄いターゲットの制動放射の計算は多くの人々によって計算されており充分良く知られている。しかし，工学的に必要とする場合，（ターゲットの設計やしゃへい計算など）薄いターゲットの条件は満足しない。このような厚いターゲットの計算法はほとんどなく実験値を利用している。ここでは前述のようにエネルギ的手法で計算する。

2.2 放射－電離阻止能比と放射長の近似

高速電子が物質に入射し通過するとき，衝突電離と制動放射によって主としてエネルギを失う。BETHE と HEITLER[1,2]によれば，高速電子の電離阻止能 S_i と放射損失 S_r の比は

$$s\equiv\frac{S_r}{S_i}\cong\frac{EZ}{\alpha} \tag{2}$$

で近似されることが示されている。Z は原子番号，E は電子の MeV で表わした全エネルギ（$E\ll mc^2$ のときはほぼ運動エネルギで，ここではこの条件が成立つとする）。α は HEITLER らはほぼ定数で $\alpha=800$(MeV) であるとしている。電離阻止能 S_i は 0.3～100 MeV で，E にはあまり依存せず

$$S_i=(1.6\sim2.1)\rho \quad (\mathrm{MeV/cm}) \tag{2}$$

である。密度 ρ の係数 1.6 はウランなど重い元素，1.7 は鉛，金など，2.1 は鉄，銅あたりの Z の元素に使用できる。(1) と (2) の近似を利用すると制動放射の理論で使われる放射長 (Radiation length) X_0 を求めることができる*。

阻止能の定義と S_i の一定であることから

$$(dE/dx)_r=-(ZS_i/\alpha)E \tag{3}$$

となり，

$$E=E_0\exp\left(-\frac{ZS_i}{\alpha}x\right) \tag{3a}$$

が求まる。E_0 は物質への入射電子エネルギである。定義によって

---

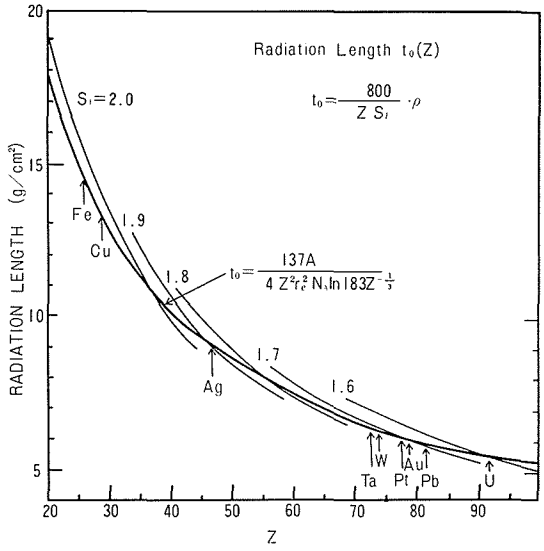
* 放射長（cm 単位のとき X_0, g/cm² 単位のとき t_0 と約束する）は電子が放射損失をしそのエネルギが 1/e になる距離と定義され，通常

$$t_0=\frac{137A}{4Z^2r_e^2N_A\ln 183Z^{-1/3}} \quad (\mathrm{g/cm^2}) \tag{a}$$

と表わされる。A は質量数，r_e は電子の古典半径で 2.82×18^{-13} cm，N_A はアボガドロ数である。上式と (4) から，

$$\alpha=718S_tA/\rho Z\ln(183Z^{-1/3}) \tag{b}$$

となり，U^{238} では $\alpha=803$(Mev) が求まる。S_t/ρ は (2) からほぼ一定，$\ln(183Z^{-1/3})$ は $Z=1$～92 まで変っても 5.2～3.7 しか変化しない。$A/Z\cong2$ であるから HEITLER らの $\alpha=800$ は相当良い近似である。



第1図　(4) 式による放射長の計算値と通常の計算式

$$X_0=\alpha/ZS_i \quad (\mathrm{cm}) \tag{4}$$

が，S_i と Z で示した簡単な放射長の近似式である。この近似放射長と脚注 (a) 式のものとを比較するために第1図に示した。図によると (4) 式の見積りは相当良いことがわかる。

2.3　電子のエネルギ減少と飛行距離[8)]

電子は物質中で多重散乱を受けて方向が変化する。そこで直線距離ではなく，電子の飛跡に沿って測った距離を X として，止まるまでの距離を求めよう。電子のエネルギ損失は電離と放射によって失われるものとする。単位長当りのエネルギ損失は，

$$-\frac{dE}{dx}=\frac{E}{X_0}+S_i \tag{5}$$

である。飛跡に沿って測った飛行距離 X でのエネルギは，入射エネルギ E_0 として，

$$E=(E_0+S_iX_0)e^{-x/X_0}-S_iX_0 \tag{5a}$$

である。E なるエネルギまでの飛行距離は

$$x=X_0\ln\frac{E_0+S_iX_0}{E+S_iX_0} \tag{5b}$$

となる。また $E=0$ すなわち静止までの飛行距離 X_m は

$$X_m=X_0\ln\{(E_0Z/\alpha)+1\} \tag{6}$$

である。

実際に進む直線距離すなわち飛程の議論はストラッグリングのために上の方法では求められない。これについては HEITLER[2)]は厚さ t' 放射長を通過したとき，E になる確率として

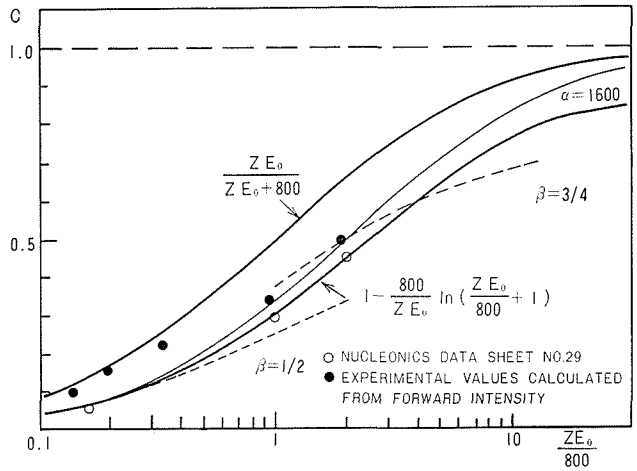
$$\omega(y,t')=e^{-y}y^{(t'/\ln 2-1)}/\Gamma\left(\frac{t'}{\ln 2}-1\right) \tag{7}$$

をえている。ただし $y=\ln(E_0/E)$ である。飛程に関する議論は (7) で行なう必要がある。

2.4　電子－光子エネルギ変換効率

電子が飛跡に沿って，x までに光子に変換する全エネルギは

$$\varepsilon_r(x)=\int_0^x\left(\frac{dE}{d\xi}\right)_r d\xi=(E_0+S_iX_0)(1-e^{-x/X_0})-S_ix \tag{8}$$



第2図 制動放射の電子－光子エネルギ変換効率
太線はここで求められた曲線とその第一項までの近似式。($\alpha=800$)
細線は $\alpha=1600$, $\beta=1$ とした (9a) 形の近似式 (KOCH らはこれに近い式を導いている)[4]。
点線は (9a) 式で $\alpha=800$, $\beta=1/2$ と 3/4 にした近似式。
○印は Nucleonics 誌[19]のデータからプロットした。
●印はターゲット前方の照射線量率から等方にまかれたと仮定した実験値，したがってこの値は γ 線の前方指向性のために相当大きく評価されている。
データは Nucleonics 誌[20]及び北大での測定値より求めた。

である。電子－光子エネルギ変換効率 C は電子の止まるまでの飛行距離 X_m までに光子へ転換したエネルギ $\varepsilon_r(X_m)$ を E_0 で割ったものとすると

$$C=1-(\alpha/ZE_0)\ln\{(ZE_0/\alpha)+1\} \tag{9}$$

が得られる。これとさらに，展開して近似すると，

$$C\cong\beta ZE_0/(ZE_0+\alpha) \tag{9a}$$

となる。ただし β は $ZE_0/\alpha\gg1$ のとき 1, $E_0Z/\alpha\cong1$ で 3/4, $E_0Z/\alpha\ll1$ のとき 1/2 とする。(9) と (9a) は制動放射の荒い変換効率を求めるのに便利な式である。(9a) は (9) の近似として得られたが $\beta=1$ のときの式は E_0 が飛行中変化しないという仮定で $C\cong S_r/(S_r+S_i)$ からも得られる。(9) は電子が減速される際の光子へのエネルギ分配の割合を示している。しかし，実際には発生した光子がさらに電子を生み，その電子の放射，あるいは陽電子消滅光子を含むはずである。これらの光子の持つエネルギまで勘定に入れた計算はシャワ理論によらなければならない。このことを考えると (9) 式のエネルギ変換効率は過少評価するかも知れない。一方 (9a) 式は，E_0 が一定との仮定で得られることから，シャワを考えないと過大評価する。(9) と (9a) をグラフに示すと第2図である。$\alpha=800$, $\beta=1$ の曲線は全ての理論，実験値より大きい。(9) 式は上記のように理論的に求められたものであるが，(9a) のよう形の式で $\alpha=1600$, $\beta=1$ とした近似式は，(9) ときわめてよく一致する式となる。これに近い式を KOCH らが求めている[4]。

2.5 制動放射のスペクトルの近似式

制動放射のエネルギスペクトルは薄いターゲットに対して，BETHE と HEITLER, SCHIFF[1,2,3]らによって計算され，近似の範囲などについては KOCH と MOTZ が整理している。[4] 比較的厚いタ

ーゲットについては，HISDAL らが[5]，SCHIFF の方法を拡張して計算している。また電子ー光子カスケードシャワ理論にもとずいて，LANDAU と RUMER が計算した[6]。これについては ROSSI と GREISEN がよくまとめている[7]。ここでは実用上，使いやすい式を得る目的から FELD の方法によることにする。FELD は[8]，エネルギ E の電子が dx の距離を飛行したとき，エネルギ k で放出される光子数 $dN(k, E)$ を求めた。この際，量子論的考察を必要とする断面積に対しては，電子の損失 $(dE/dx)_r$ は，$k=0\sim E$ の光子に平等に分かち与えると仮定した。そうすると

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_r dx\frac{1}{E}=kdN(k, E) \tag{10}$$

となる。この仮定によると，k における単位エネルギ当りの光子数は，E_0 の入射電子に対して，

$$N(k, E_0)=\int_{E=E_0}^{k} dN(k, E)=\frac{1}{k}\ln\frac{E_0+S_iX_0}{k+S_iX_0} \tag{11}$$

となる。$X_0=\alpha/S_iZ$ を用い，単位エネルギ巾における光子エネルギ束 $\phi(k, E_0)$ とすると，

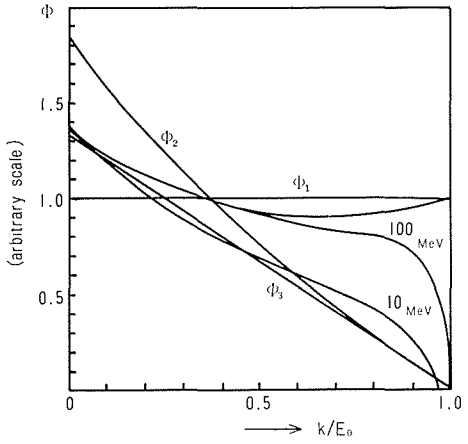
$$\phi(k, E_0)=\ln\left(\frac{E_0Z+\alpha}{kZ+\alpha}\right) \tag{12}$$

が得られる。この FELD の結論に対して，ここでは，これをさらに近似した

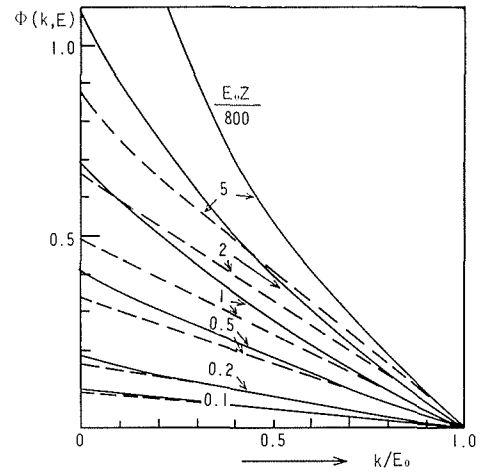
$$\phi(k, E_0)=\frac{2\beta E_0Z}{E_0Z+\alpha}\left(1-\frac{k}{E_0}\right) \tag{12a}$$

を，厚いターゲットの近似スペクトルとしょう。(12a) は，エネルギ変換率と直線的減少スペクトルの積で近似した形になっている。因子 2β は，(12a) を，0 から E_0 まで積分した全変換エネルギが (9a) になるように入れたものである。

(12) あるいは (12a) は，電子が発生した全光子のエネルギスペクトルであって，BETHE らの薄いターゲットの単位放射長当りのスペクトルとは，直接に比較することは困難である。しかし形だけで比較することはできる。第3図は，その様子を示すもので，たて軸は，薄いターゲットと近似スペクトルとでは異なっている。したがって形だけの比較になる。太線は薄いターゲットの計算値，ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 は近似曲線で ϕ_2, ϕ_3 が，それぞれ (12), (12a) 式に対応する。これから形



第3図　制動放射の近似スペクトルの比較
太線は薄いターゲットの計算
細線　ϕ_1：一定スペクトル
ϕ_2：$\ln\{(1+a_1)/(k/E_0+a_1)\}$
ϕ_3：$a_2(1-k/E_0)$
a_1, a_2 は定数



第4図　厚いターゲットの制動放射の近似スペクトル
実線は (12) 式
破線は (12a) 式で $\beta=1/2$

は (12) あるいは (12a) が薄いターゲットからみて，かなり良い近似である。ϕ_2, ϕ_3 は高エネルギでの盛上りが表わされていなく，低エネルギ光子を大きく見積っているように思われる。しかしシャワの発生による低エネルギ光子の増加を考慮すると，低エネルギの増加はもっともである。実際シャワ理論では，光子のエネルギ分布は k^{-2} に比例する。FELD による (12) 式，我々の (15a) 式は，シャワ理論の k^{-2} 比例よりも，低エネルギ増加は少く，k^{-1} よりは多い。このことは，後で中性子発生について，原子番号依存性がシャワ理論で間違った結論を出すことがわかり，(12a) 式の方が良い結果をもたらすことがわかる。第4図に (12) と (12a) によるスペクトルのグラフを示す。

2.6 光子の全エネルギと全光子数

制動放射で発生するあるしきいエネルギ E_t よりも大きい光子の全エネルギが必要なことがしばしば起る。この E_t よりも大きい全エネルギは (12a) を用いると E_t から E_0 まで積分して，

$$\phi(E_0)=\frac{2\beta E_0 Z}{E_0 Z+\alpha}\left\{(E_0-E_t)-\frac{1}{2E_0}(E_0^2-E_t^2)\right\} \tag{13}$$

となる。同様にこのときの全光子数は

$$N(E_0)=\frac{2\beta E_0 Z}{E_0 Z+\alpha}\left\{\ln\frac{E_0}{E_t}-\frac{1}{E_0}(E_0-E_t)\right\} \tag{14}$$

と求められる。これはあとで中性子発生の際に利用される。

電流がエネルギ分布をもつときは，(13), (14) は電流のエネルギ分布を掛けて E_0 で積分すれば良い。

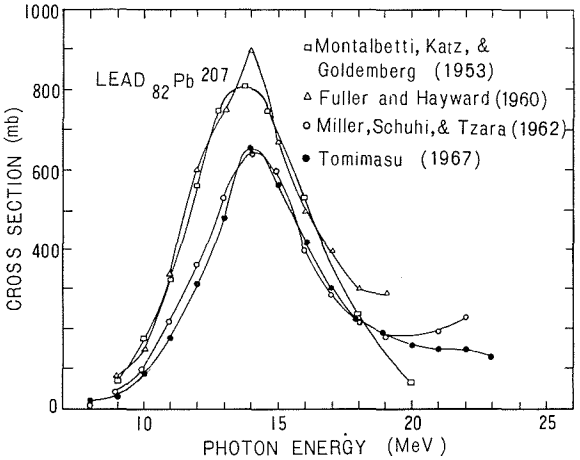
制動放射の角度分布や厚さの計算は，エネルギ的手法だけでは成功しない。この計算法については LAWSON のもの[10]，理論と実験については LANZL と HANSON に詳しい[9]。

3. 電子衝撃による中性子収量の計算

3.1 (γ, n) 反応

電子線を利用した中性子発生法は，主として電子の制動放射による (γ, n) 反応によっている。ウランなど重い元素では光核分裂 (γ, f) 反応も寄与する。その他に超高エネルギ電子では素粒子反応もある。ここでは，電子エネルギがパイオンの生成以下のエネルギで 10 MeV 以上の電子を考える。また (γ, n) 反応は，入射光子への直接反応と共鳴反応があるが，ここでは比較的重い元素を考え，共鳴反応が主であるエネルギ領域とすると 50～60 MeV 以下の電子線用のターゲットを考察することにする。

6 MeV 以下の電子では，制動放射による光子による中性子発生は重水素とベリリウムに限られる。D は 2.2 MeV, Be は 1.66 MeV が (γ, n) 反応のしきい値である。これら二つの物質を除いた物質では原子核の中性子に対する結合エネルギが 6 MeV～10 MeV にあるのでしきい値は 6 MeV 以上になる。結合エネルギは低 Z 元素，または高 Z



第5図 (γ, n) 反応の巨大共鳴の例，鉛のデータ (文献 14) より)

元素で低く，中間の原子核で高いので，ターゲット物質としては D, Be などの低い原子番号のものか，U, Pb など高い原子番号のものを利用する。D と Be の利用は制動放射が小さいため多くの収量を望めないが，低いしきいエネルギをもっており，特に D は 2.2～140 Mev にわたって (γ, n) 反応の断面積が良く知られているので断面積の標準として良く利用される。

一方，高 Z 元素ターゲットは，制動放射の収量も多く，10 MeV を越える電子加速器ではほとんどが，重い元素を用いる。しかも，この際，(γ, n) 反応は，14～22 MeV のところに断面積の巨大な共鳴があり，収量が増加する（第5図）[11,12,13,14]。このことは中性子発生用の電子加速器は，そのエネルギが 30 MeV～60 MeV が一番効率良いことを示している。この巨大共鳴のピークエネルギ，しきい値，断面積の実験式は，次のようである[11,12]。

(γ, n) 反応の巨大共鳴ピークエネルギ

$$E_m=37A^{-0.186}\quad(\mathrm{MeV}) \tag{15}$$

(γ, n) 反応のしきいエネルギ

$$E_t=32A^{-0.270}\quad(\mathrm{MeV}) \tag{16}$$

25 MeV までの (γ, n) 反応の積分断面積

$$\sigma_{int}=\int_0^\infty \sigma(k)dk=0.060\frac{Z(A-Z)}{A}(1+0.8x) \tag{17}$$

ここで $x=0$～1.

これらの式をみると一般に，質量数 A の大きいものほど中性子発生に有利であることがわかる。

ここでは，前節の制動放射の近似式を利用して，全中性子収量の半実験式を Z と入射エネルギ E_0 の関数として作る。

3.2 単位長当りの全中性子収量の半実験式

LEVINGER は[15]，電子が光子を生み，この光子が電子を生む，電子・光子カスケードシャワ理論でターゲット中の中性子収量の計算を実行した。この理論によると γ 線が完全に吸収されるまでの行路長 (Track length) が計算される。行路長は光子束密度の行路に沿っての積分である。エネルギ E_0 で入射した電子で発生したシャワで k というエネルギをもつ光子の行路長は[7]

$$z_r(k, E_0)=0.572E_0/k^2 \tag{18}$$

と表わされ，k の二乗に逆比例することが導かれる。これは電子の高エネルギでの電離損失を無視した近似（シャワ理論では近似 A と呼ばれる）によったものである。これを利用して LEVINGER は光子の完全吸収による全中性子収量として

$$Y_0(E_0, Z)=n_0(Z)\int_0^{E_0} z_r(E_0, k)\sigma(k)dk \tag{19}$$

を得た。$n_0(Z)$ は1放射長当りの原子数であり，E_0 は MeV 単位である。とくに鉛については簡単で

$$Y_0(E_0, 82)=2\times10^{-4}E_0(\mathrm{n/electron}) \tag{19a}$$

となる。しかし，この公式による中性子収量は6放射長の鉛で $E_0=25$ MeV でのみ実験と一致し，$Y_0(E_0, Z)$ の Z 依存性は，Z の増加につれて減少する結果を示す。BARBER らの実験によれば[16]，中性子収量は Z が増加すると増加する結果が得られシャワ理論の結果と一致しない。BARBER らは，この点を改善するため電離損失の補正を加えて，

$$z_r(E_0, k_r)\propto\{S_r/(S_r+S_i)\}E_0/k_r^2 \tag{18a}$$

として相対的に実験と一致することを示した。ここで k_r は光子の (γ, n) 反応の共鳴エネルギである。

BARBER らの結果から推定されることは，光子の分布は k^{-1} と k^{-2} の間に比例することである。ここでは，そのために (12a) 式と光子スペクトルとして利用し，中性子収量を求める。さらに光子の飛程に較べて，電子の飛程は充分短く，制動放射はほぼターゲットの前面で起り，(12a) のスペクトルは光子が完全吸収されるまでのどの位置においても成り立っていると仮定する。

この仮定が成り立つと，単位長当りの中性子収量は，

$$Y(E_0, Z)=n(Z)\int_{Et}^{E_0}\sigma(k)N(k, E_0)dk=n(Z)\sigma_r\frac{E_0Z}{E_0Z+\alpha}\left(\ln\frac{E_0}{E_t}-\frac{E_0-E_t}{E_0}\right) \tag{19}$$

が得られる。ここで $n(Z)$ は，原子番号 Z のターゲット物質の原子密度*，$\sigma(k)$ は (γ, n) 反応の断面積，σ_r は次のように定義される共鳴積分の平均値である。

$$\sigma_r=\int_{Et}^{E_0}\sigma(k)k^{-1}(1-k/E_0)dk\Big/\int_{Et}^{E_0}k^{-1}(1-k/E_0)dk \tag{20}$$

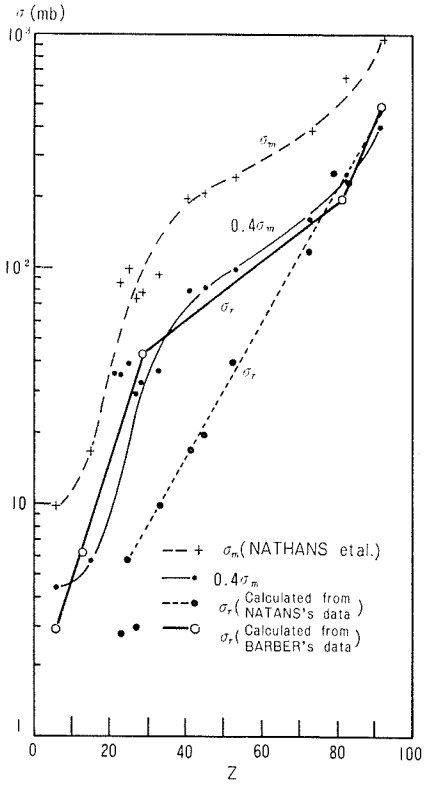
この共鳴積分は，半実験式を実験値から作るには，共鳴を長方形で近似して

$$\sigma_r=\sigma_m\Gamma/\Delta k \tag{20a}$$

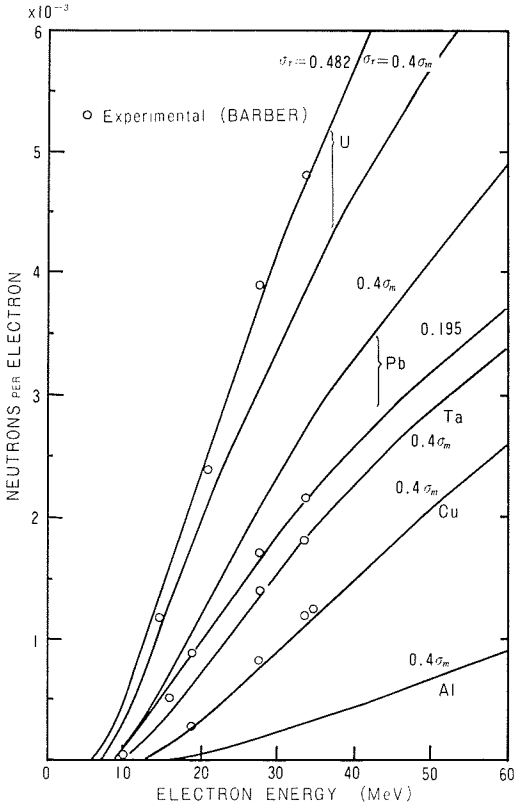
とした方が扱い良い。Γ は共鳴の巾であり，σ_m は共鳴の最大断面積である。Δk は実験できめられる。

3.3 σ_r の決定と中性子収量

単位放射長に対する BARBER と GEORGE の実験値[16]と NATHANS[11]らのものとについて，σ_r



第 6 図 巨大共鳴積分 σ_r を実験値から計算した値 $\sigma_r=0.4\sigma_m$ とする BARBER と GEORGE との実験値とよく一致する



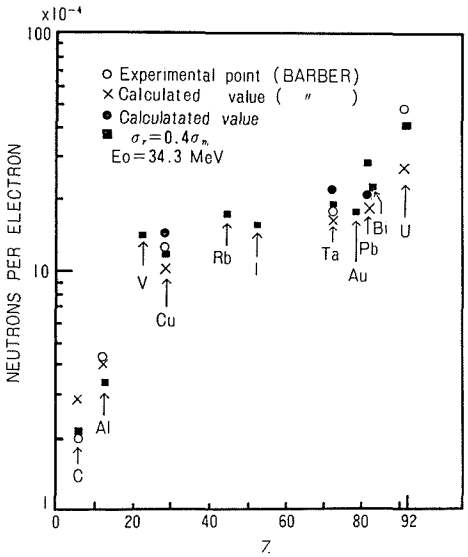
第 7 図 入射電子エネルギによる中性子収量の変化の計算と実験値

* $n(Z)$ は (atoms/cm³) にとると cm 当りの収量となり，$n_0(Z)$ として (atoms/cm². t_0) であれば放射長当りの収量となる。

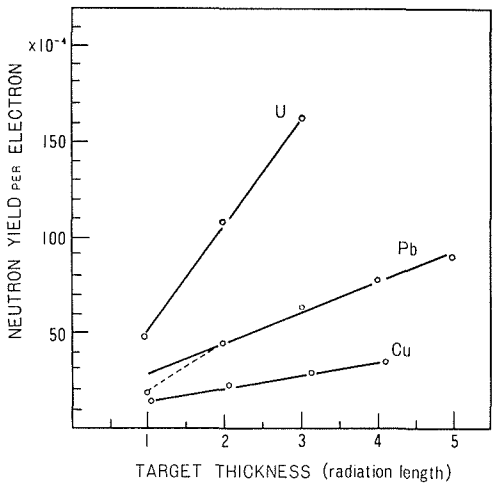
第1表　中性子収量を計算するためのデータ

TARGET Z	E_m (MeV)	σ_m (mb)	Γ (MeV)	E_t (MeV)	σ_r (mb)	σ_r/σ_m	Neutron Yield Exp. Data*
$_6$C	23.	8.6	3.	18.7	2.9	0.34	1.9×10^{-4}
$_{13}$Al	19.2	12.	5.	14.5	6.2	0.52	4.3
$_{29}$Cu	17.2	79.	8.	11.5	41.7	0.53	14.0
$_{73}$Ta	15.7	397.	7.9	7.55	212.	0.53	18.1
$_{82}$Pb	13.7	640.	4.9	6.75	195.	0.40	20.8
$_{92}$U	13.8	980.	6.6	5.97	482.	0.49	48.0

* Barber and George's Data (n/electron/1 radiation length)



第8図　中性子収量の原子番号依存性
白丸は BARBER らによる実験値
×印は BARBER らの計算値
黒丸はここで述べた方法で実験値にできるだけ一致させるようにした σ_r を利用した場合
■印は $\sigma_r=0.4\sigma_m$ とした場合の計算値



第9図　中性子収量のターゲット厚さ依存性（実験値）[16]　4 放射長までは，ほぼ直線的に増加する。

を求めてみる。BARBER らのものは 34 MeV の電子，NATHANS らのものは 22 MeV のデータである。後者のデータは 34 MeV まで直線外挿を行なった。その結果を図に示すと第 6 図である。Z に対する σ_r を実験値から求めたもので，参考までに σ_m と $0.4\sigma_m$ の曲線で示した。これによると大きい Z と BARBER のデータは良く σ_r と $0.4\,\sigma_m$ が良く一致していることがわかる。BARBER のデータのみから表を作ると第 1 表のように $\sigma_r=(0.3\sim0.5)\sigma_m$ の値がほとんどである。我々の公式で $\sigma_r=0.4$ ととると，簡単な単位長当りの中性子収量公式

$$Y(E_0, Z)=0.4\sigma_m(Z)m(Z)\frac{E_0Z}{E_0Z+800}\ln\frac{E_0}{E_t}-\frac{E_0-E_t}{E_0}\Big) \tag{21}$$

が得られる。しかしこの公式は NATHANS らの実験と低い原子番号では一致しない。しかし，BARBER らの実験では $Z=29$ の Cu，$Z=13$ の Al，$Z=6$ の C でさえかなり良い一致を示しており，この両者の差は実験の電子エネルギの差から来ているものと考えられる。低 Z 原子核では共鳴は 20 MeV 近くになるので NATHANS の 22 MeV の実験では，エネルギの共鳴巾の多く

は利用されない。

第7図は上記の公式による中性子収量と入射エネルギに対して取ったもので，BARBER らの実験値と比較してある。上の理論的導入からは共鳴エネルギ以下では適用できないと思われるのに，求められた半実験式は，しきい値近くまで実験値と一致しているのは有用なことである。

第8図は，原子番号依存性を示すもので，参考のために BARBER らの実験値と彼らの比例式から求めた計算値を示してある。これらは比較的良く一致し，上記の半実験式の有用性を示しているといえる。

実験によれば（第9図）中性子収量は，ほぼ中性子ターゲットの厚さに比例する。しかしこれはどこまでも大きくなるのではなく，光子のエネルギがしきい値以下になったり，光子の吸収によって収量の増加は飽和する。BARBER と GEORGE は，モンテカルロ計算を参考にして，6放射長以上は全エネルギの数% となり，(γ, n) 反応は少くなると結論している。完全な光子吸収による中性子収量 $Y_0(E_0, Z)$ は上記の計算と単位放射長で行ない，その6倍程度と見積ることができる。完全光子吸収による中性子収量の計算は，上記の LEVINGER のシャワ理論によるものの他に、FELD の吸収断面積による方法もある。[8] FELD の方法は光子の数が知れると，コンプトン断面積，対生成断面積が理論的によく知られているので，およその大きさを知るには大層便利である。

4. あ と が き

制動放射の詳しいデータが必要ではないがその概数を知りたいということが工学上はしばしば生じる。このようなとき制動放射の断面積を難かしい公式を利用して計算することは煩雑で，間違いを起しやすい。同様のことは，制動放射を利用する中性子発生についても言える。ここではこのような場合に使用できるできるだけ簡単な式を導入した。これによれば，β 線を発生する核種の鉛容器の制動放射の量の推定とか，電子線加速器の中性子ターゲットの大きさとかが容易に推定できる。しかしここで求められたのは，(1) 制動放射の変換エネルギ，(2) そのスペクトルの近似，(3) 中性子発生の全収量などごくわずかのものであって，より詳細な設計には従来の精密な方法を利用しなければならない。

なおここで求められていない制動放射の空間分布については，LANZL と HANSON や I AWSON による比較的簡単な式がある。[9,10]

中性子発生の収量の空間分布は，GAYTHER と GOODE が[18]測定しており，その結果は，球形ターゲットで中心より3放射長のところにビームを入れた場合，ほぼ等方的に発生することが示されている。それ以外では若干の異方性を示す。また (γ, n) の中性子のエネルギ分布は最近よく測定されているもので，共鳴による中性子発生はほぼ Maxwell 分布を示すことが知られている。これは核の蒸発モデルで説明されている。直接反応のものはエネルギと運動量保存から求められる[17,18]。

参 考 文 献

1) Bethe, H. and W. Heitler: Proc. Roy. Soc. (London) A 146 (1934) p. 83.
2) Heitler,W.: The Quantum Theory of Radiation, Oxford Univ. Press. (1954) p. 378.
3) Schiff, L. I.: Phys. Rev. 83 (1951) p. 252.
4) Koch, H. W. and J. W. Motz: Rev. Mod. Phys. 24 (1952) p. 28.
5) Hisdal, E.: Phys. Rev. 105 (1957) p. 1821.
6) Landau, L. and G. Rumer: Proc. Roy. Soc. 166 (1938) p. 213.

7) Rossi, B. and K. Greisen: Rev. Mod. Phys. 13 (1941) p. 240.
8) Feld, B. T.: Nucleonics 9 (1951) 4, p. 51.
9) Lanzl, L. H. and A. O. Hanson: Phys. ev. 83 (1951) p. 959.
10) Lawson, J. D.: Nucleonics 10 (1952) 11, p. 61.
11) Nathans, R. and J. Halpern: Phys. Rev. 92 (1953) p. 940.
12) Amaldi, E.: Handbuch der Physik, Bd. XXXVIII/2 Springer, Berlin (1959) p. 132.
13) Montalbeti, R., L. Katz and J. Goldenberg: Phys, Rev. 91 (1953) p. 659.
14) Tomimasu, T.: J. Phys. Soc. Japan 25 (1968) p. 655.
15) Levinger, J. S.: Nucleonics 6 (1956) 5, p. 64.
16) Barber, W. C. and W. D. George: Phys. Rev. 116 (1959) p. 1551.
17) Kaushal, N. N. et. al.: J. Nucl. Energy 25 (1971) p. 91.
18) Gaytner, D. B. and P. D. Good: J. Nucl. Energy 21 (1967) p. 733.
19) MacGreger, M. H.: Nucleonics 17 (1959) 2, p. 104.
20) MacGreger, M. H.: Nucleonics 15 (1957) 11, p. 176.