



Title	移動床流における河床形状と流体抵抗 (I)
Author(s)	岸, 力; Kishi, Tsutomu; 黒木, 幹男 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 67, 1-23
Issue Date	1973-06-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41132
Type	departmental bulletin paper
File Information	67_1-24.pdf



移動床流における河床形状と流体抵抗 (I)

岸 力* 黒木 幹 男*

(昭和47年11月30日受理)

Bed Forms and Resistance to Flow in Erodible-Bed Channels (I)

—Hydraulic Relations for Flow over Sand Waves—

Tsutomu KISHI and Mikio KUROKI

(Received November 30, 1972)

Abstract

The friction law for flow in erodible-bed channels remains imperfect due to the strong inter-dependency between the flow conditions and channel geometry. It follows that hydraulic relations for flow, over sand waves are more complex than for flow on a fixed bed. The authors, in the present paper, have succeeded in clarifying the properties of resistance to flow by classifying a large number of experimental data according to the bed forms. To this end, the authors first studied and formulated the flow conditions for various bed forms.

In order to analyze the resistance properties of channel beds the authors investigated the relationships between the normalized bed shear stress and the normalized grain shear stress for various bed forms and have arrived at an universal functional relationship in which Engelund's theory is included as a special case. The fact that a dune bed and a transition bed should be subdivided in two types, respectively, by their varying hydraulic relations was also found.

Manning's mean velocity formula seems unlikely to be applied favorably to the erodible-bed channels, in contrast with the fixed-bed channels. The new expressions for the mean velocity of flow over the respective bed forms were presented.

1. 序 論

1.1 研究の範囲

移動床流れにおける流体抵抗は、河川工学における古くからの基本的な問題の一つであり、今世紀の初頭以来多くの研究が積重ねられて来た。しかし移動床流れに関係する水理諸現象が複雑で問題は容易に解決の兆を見せなかった。本論文において、著者らは、河床形態によって流れを分類し抵抗特性を解析するという新しい接近方法を用い、移動床流れにおける水理諸現象を統一的に把握することができた。

移動床の流れは、流れと流路境界の間の相互作用が流路の幾何学的な形状を創り、流れに対する流路の抵抗を規定するという特色をもっている。しかも流路の幾何学的特性には水理効果の異なる2種類のものがある。一つは直線流路、蛇行流路、網状流路など流路の平面的な形状で、これは砂州 (sand bars) の存在と密接な関連を持っている。砂州は流れと流路境界の間の相互干渉の

* 土木工学科, 河川工学研究室

スケールの点から、中規模河床形態と呼ばれる。他の一つは小規模河床形態と呼ばれる水路床の起伏で、砂漣 (sand ripples), 砂堆 (sand dunes), 遷移 (transition beds), 平坦 (flat beds), 反砂堆 (antidunes), および shoot & pool の各河床に分類される。

流路の幾何学的特性のうち平面形状は確かに流路抵抗を考える上で重要な要素である。蛇行流路, 網状流路はいうまでもなく, 直線流路でも砂州河床を持つ場合は, 流れは彎曲流で流路抵抗には直線流とは異なる効果加わる。しかし, 現在の知識の段階は, 各種の平面的流路形態の発生機構および統計的な特性の解明にいとぐちがつけられた処で, 流体抵抗に及ぼす諸効果を直ちに定量的に評価することは困難である。

本論文では, 移動床流れにおける水理現象の基本的な性質を解明する意味で, 小規模河床形態に属する各種の河床波 (sand waves) と河床抵抗との関係および河床波を伴う流れの水理特性を考察した。小規模河床形態をもつ流れは直線流である。著者らは研究の第一着手として, 水路実験の資料だけを対象に解析することにした。種々の要素の効果を正しく評価するため, 実験条件がよく制御された定常二次元流に問題を絞ったのである。また著者らは, 研究の最終的な目標を「沖積地河川における水深—流速関係の予測」においた。具体的には水深, 勾配および河床材料を与えて流速を予測すること, いい換えると流体抵抗の予測法を示すことおよびその方法に含くまれる未解決な問題点を指摘して将来への展望を明らかにすることを考えた。

1.2 流れの多価性

移動床流れにおける流体抵抗は, 同一の流路であっても河床形態によって大幅に変化するの
で, ある水深—勾配の組合せの下で幾種類もの流量があらわれる。この事実を実験的に証明し,
抵抗予測の観点から河床形態と流体抵抗の関係を最初に論じたのが Vanoni & Brooks (1957)¹⁾

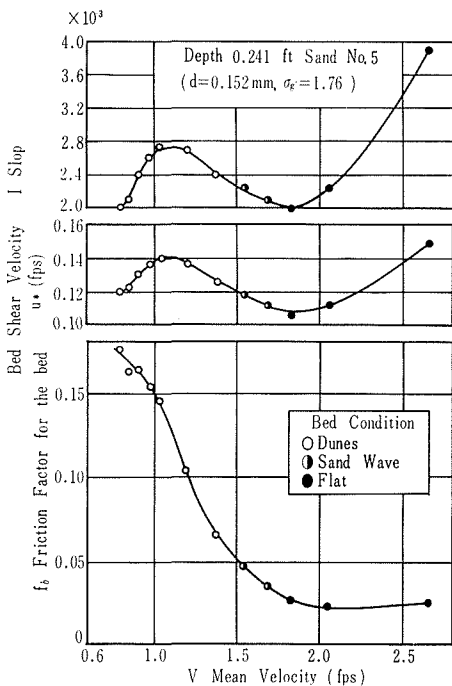


Fig. 1. Flume Experiments reported by Vanoni & Brooks

図-1 流れの多価性 (Vanoni & Brooks の実験)

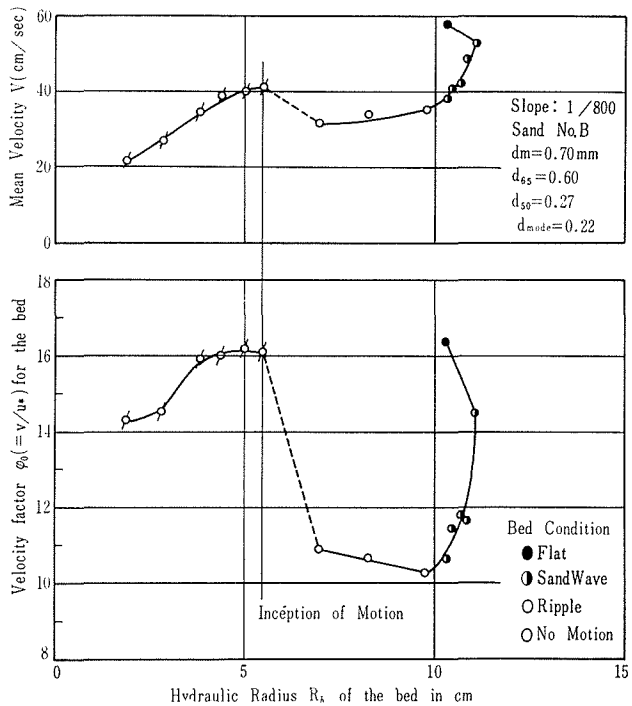


Fig. 2. Flume Experiments Reported by Aki

図-2 流れの多価性 (安芸の実験)

である。図-1 に彼等の実験結果を引用する。

この実験は、一つの移動床水路（平均粒径 0.152 mm の砂河床）において種々の流量に対し一定水深（平均水深 0.241 ft）を与える勾配を求めている。図によれば、水深と勾配が与えられても流速は一義的にはきまらないで、3つの値が生じることがわかる。

わが国においても、同様の実験結果が Vanoni & Brooks の報告の13年前に安芸 (1944)²⁾ によって発表されている。安芸は、3種類の河床材料を用い、移動床の直線水路において水深—流速の関係測定し、河床形態による抵抗変化を指摘している。図-2はその一例で、平均粒径 0.70 mm (B 砂)、勾配 1/800 の流れにおける径深—流速係数（平均流速/河床まさつ速度）の曲線を示す。図-2においても径深が 10 cm を超え、河床形態が遷移河床から平坦河床に移行する場合には流速の多価性がみられる。

移動床流れに対する抵抗予測の研究において、流れの多価性は重要な問題で、2つの側面について考察が必要である。一つは流れに多価性があらわれる水理条件の解明である。他の一つは抵抗予測における独立変量（指定される量）と従属変量（予測される量）の組合せとそれぞれの変量の数の問題である。図-1 に示した Vanoni & Brooks の実験および図-2 に示した安芸の実験によれば、河床材料が与えられたものとして、勾配、径深を独立変量にとり流速またはまさつ係数（あるいは流速係数）を従属変量にとれば多価関係になり、ある水理条件の下では予測値は一義的にきまらない。これに対し、流速、径深を独立変量にとり勾配またはまさつ係数を従属変量にとれば単価関係になり予測値は一義的にきまる。Kennedy & Brooks (1963)³⁾ は変量の組合せによる関数の多価性を考察し、勾配を独立変量とする抵抗予測では、多価関係があらわれる事を指摘している。

2. 流体抵抗に及ぼす流砂の効果および抵抗予測システムの構造

2.1 Kennedy & Brooks の研究

移動床流れにおける抵抗予測について、Kennedy & Brooks (1963) は与えられた問題の構造を解析し、指定すべき独立変量の数を考察している。しかし、変量相互間に存在する関係を明確に定式化しなかったため、前述の多価関係の出現に対し掘り下げた説明は与えられなかった。

2.2 吉川・福岡の研究

吉川・福岡 (1971)⁴⁾ は流体抵抗に及ぼす流砂の効果を考慮して、抵抗予測システムの構造を明らかにした。

河床波を伴う流れにおいても流速分布の対数則が成立すると仮定し⁵⁾、水理的に粗な流れに対し式 (1) を適用する。

$$\varphi_0 = \frac{v}{u_*} = 8.5 - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \log e \frac{R}{k_s} \quad (1)$$

ここに φ_0 : 流速係数, v : 平均流速, u_* : まさつ速度, κ : カルマン定数, R : 径深, k_s : 等価砂粗度。

流砂濃度によるカルマン定数 κ の変化は志村 (1957)⁶⁾ によれば式 (2) で与えられる。

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{\kappa_0} + \frac{4.8\bar{c}w_0sg(H-\delta)}{u_*^3(\log e H/\delta-1)} \quad (2)$$

ここに κ_0 : 静水流の場合の κ ($=0.4$), H : 水深, \bar{c} : 流砂の断面平均濃度 (容積比), w_0 : 流砂の沈降速度, δ : 粘性底層の厚さ ($=11.6\nu/u_*$), ν : 動粘性係数, $s=(\rho_s-\rho_0)/\rho_0$, ρ_s : 流砂の密度, ρ_0 : 流体密度。

式 (2) によれば、流砂を伴う流れにおける κ は u_* , H の他に \bar{c} , w_0 および δ に依存している。ここで移動床流れに対する河床抵抗に關与する諸要素間の相互關係式をまとめると次のようになる。

(1) 対数流速式

$$\frac{v}{u_*} = 8.5 - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \log e \frac{R}{k_s}$$

(2) 水深—径深の關係

$$R = f(H)$$

(3) まさつ速度

$$u_* = \sqrt{gRI}$$

(4) 流量

$$Q = Hv, \quad Q: \text{単位幅当り流量}$$

(5) カルマン定数

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{\kappa_0} + \frac{4.8\bar{c}w_0sg(H-\delta)}{u_*^3(\log e H/\delta - 1)}$$

(6) 粘性底層の厚さ

$$\delta = 11.6\nu/u_*$$

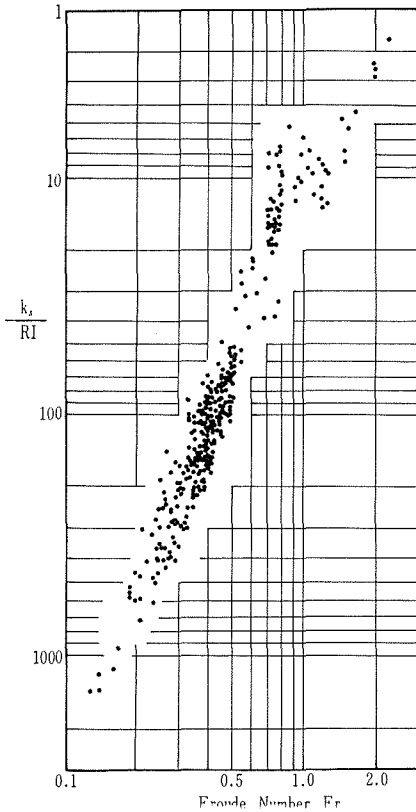


Fig. 3. plot of k_s/RI against Fr (Kikkawa & Fukuoka)

図-3 k_s/RI と Fr との關係 (吉川, 福岡)

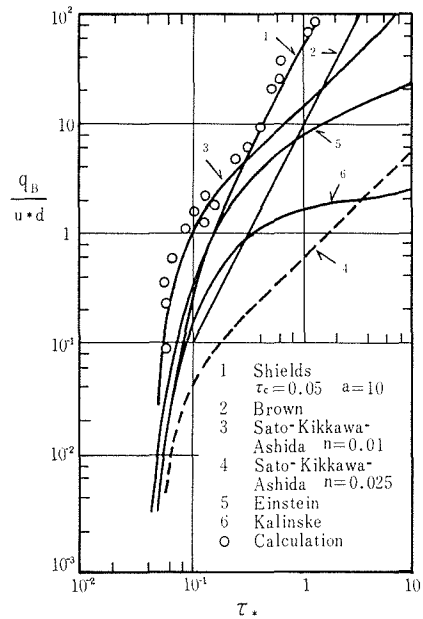


Fig. 4. Relation Between qb/u_*d and τ_* (Kikkawa & FuKuoKa)

図-4 qb/u_*d と τ_* との關係 (吉川, 福岡)

(7) 流砂の沈降速度

$$w_0 = (sg/18)^{2/3} \nu^{-1/3} d \dots \text{Allenの式}$$

微細砂には Stokes の式を用いる。ただし d : 粒径。

吉川・福岡はさらに k_s/RI とフルード数 F_r の関係をしらべ図-3 を得た。また、図において $0.7 < F_r < 1.3$ の範囲を除いて実験値の平均線として式 (3) を与えた。

(8) k_s の近似式

$$k_s/RI = 1.8 F_r^{-2.25} \quad (3)$$

(9) F_r の定義

$$F_r = v / \sqrt{gR}$$

ここにあげた (1)~(9) の関係式に含まれる変量は $v, u_*, \kappa, R, H, k_s, I, q, \bar{c}, w_0, \delta, d$ および F_r の 13 個である (ν および sg の値は指定されているとする)。したがって変量として 4 量を与えれば、残りの 9 量は上述の関係式から決定できる。例えば、 q, H, I および d が与えられると、流砂の平均濃度 \bar{c} が計算でき、したがって流砂量 q_B が求められる。吉川・福岡は図-3 に用いた実験資料から \bar{c} を計算した。すなわち近似式 (3) によって k_s を定め、その値を用いて \bar{c} を計算した。浮遊、掃流をあわせた全流砂量 q_B (容積流砂量) と無次元の河床せん断力 τ_* との関係を図-4 に示した。ただし $\tau_* = u_*^2 / sg d = RI / sd$ である。図中の○印で示した計算値は多くの値の平均値をあらわしている。図-4 に示めされた流砂量の関係も、上述の 13 個の変量の間の一つの相互関係である。

(10) 流砂量

$$q_B / u_* d = f(u_*^2 / sg d)$$

変量間の相互関係式として (1)~(10) を考えると、移動床流れの一つの状態をきめるためには、独立変量として 3 量を与えることが、必要でまた十分な条件である。任意に 4 個以上の変量の値を指定することも、あるいは 2 個以下の変量によって流れの状態を予測することも不合理である。

吉川・福岡の研究は抵抗予測システムの構造解析と解釈でき、予測に必要な独立変数の数が 3 個であることが明らかにされた。次に問題になるのは、1.2 に述べた流れの多価性に関することである。彼等の解析過程をしらべると、流れの多価性は 2 要因に関係していることがわかる。すなわち河床形態の効果をあらわす k_s とカルマン定数 κ の性質である。図-3 において、 k_s は κ の変化を考慮して計算されているから河床波の効果だけをあらわすと考えられる。図において $0.7 < F_r < 1.0$ の範囲では k_s/RI は F_r に独立に変化する性質を示し、これは明らかに抵抗の多価性を物語っている。また k_s/RI の値は F_r の全域にわたってある幅をもって散らばっている。この散らばりの一部は、後に 3.3.1 で考察している河床形態の領域区分を参照すれば、遷移および平坦河床における抵抗の多価性に起因するものと考えられる。さらに、式 (1) にみられるように、流速係数 φ_0 (すなわち抵抗係数) は κ にも依存している。したがって κ の変化によっても、抵抗の多価性があらわれる可能性がある。この場合には河床材料の粒径分布が抵抗の多価性に影響してくるであろう。

2.3 従来の抵抗予測法に対する批判

前節 2.2 で述べたように、移動床流れに対する抵抗予測法においては、流れの多価性と流砂によるカルマン定数の変化の表現方法が主な問題点である。

2.3.1 勾配を用いる直接予測法

吉川・福岡の抵抗予測法は流砂によるカルマン定数の変化を重視した接近方法として異色のも

のである。しかし次の2点においてさらに検討の余地がある：第一は流れの多価性の表現である。図-1に示した Vanoni & Brooks の実験および図-2に示した安芸の実験において、与えられた径深、勾配および河床材料に対し流れの多価性があらわれるのは、その変量の組合せの下で遷移および平坦河床が発生する場合である。吉川・福岡の予測法では、図-4は1価関数をあらわすから、流れの多価性は図-3に含まれるはずである。云いかえると、流れの多価性を F_r 数によってあらわしている事になる。しかし、後に3.3.1で述べているように、流れに多価性があらわれる遷移および平坦河床の発生条件は F_r の他に τ_* あるいは R/d に依存する。したがって図-3のように、流れの多価性を F_r 数だけであらわすのは不十分である。第2は流砂量が小さく $\kappa \approx \kappa_0$ ($=0.4$) とみなせる場合の性質である。式(1)は指数式であらわせれば式(4)で近似することができる。

$$\varphi_0 = v/u_* = 7.66(R/k_s)^{1/6} \dots \dots \text{Manning-Strickler の式} \quad (4)$$

式(4)を変形すれば式(5)が得られる。

$$k_s/RI = (7.66^6/\varphi_0^6)F_r^{-2} \quad (5)$$

式(5)と式(3)とを比較すれば、式(3)は $\varphi_0 \approx 10$ に相当することがわかる。この値は、 k_s が砂堆波高 d とほぼ等しいと考えると $d/H=1/5$ に相当し、砂堆河床の平均値な値を与えている⁷⁾。しかし、抵抗予測の問題では水理量および河床砂特性の変化による φ_0 の変化を求めようとしているから、式(3)では不十分で図-3における点の散らばりを解析しなければならない。この事から考えると、吉川・福岡の方法は、流砂量が多くて、流体抵抗に占める河床波の効果にくらべカルマン定数 κ の減少効果が無視できない場合に適するものであろう。

流砂量式および流砂によるカルマン定数の変化を直接的に用いない抵抗予測法もある。式(1)は5水理量 $[v, u_*, \kappa, R, k_s]$ または $[v, \kappa, k_s, R, I]$ に関する一つの方程式である。カルマン定数 κ は流砂濃度によって変化するが、 κ と k_s は流砂量式を通じて相互関係があり、 κ の変化は k_s の変化であらわされると仮定する。流砂量は河床砂の特性に関係があるから、河床波を伴う流れに関係する変量は $[v, R, I, k_s, d]$ の5量である。したがって若しこれら5量の間で式(1)とは独立な一つの実験的な関係が見出されるならば、 R, I, d を知って v を求めることが原理的に可能になる。この考えに沿ういくつかの実験式の例をあげると次のようである：

$$\left. \begin{array}{l} k_s/d \sim \tau_* \text{ の関係} \dots \dots \text{椿・古屋 (1951)}^{9)} \\ \varphi_0 \sim \tau_* \text{ の関係, ただし } \tau_* \text{ は有効せん断力} \dots \dots \text{篠原・椿 (1957)}^{10)} \\ \varphi_0 \sim \tau_* \text{ の関係} \dots \dots \text{芦田 (1959)}^{11)} \\ k_s/RI \sim \tau_*, F_r \text{ の関係} \dots \dots \text{岸 (1971)}^{12)} \end{array} \right\} \quad (6)$$

これらの諸式は水理量および河床砂特性の変化による抵抗変化を評価しようとしたものであるが、どの式も適用性が広くない。理由は抵抗の多価性に対する考慮が十分でない事にある。

2.3.2 流速を仮定する間接予測法

与えられた勾配を用いて抵抗を直接予測しようとすれば、流れに多価性があらわれる。Alam & Kennedy (1969)¹³⁾ はまさつ係数 f を平坦河床まさつ係数 f_f と河床波まさつ係数 f'' とに分け、 f'' を式(7)であらわした。

$$f'' = f''(v/\sqrt{gd_{50}}, R/d_{50}) \quad (7)$$

ここに d_{50} ：河床砂の50%粒径。

式(7)は直接勾配を変数に含んでいないから、流れの多価性があらわれない。この点が Alam & Kennedy の方法の特色である。

Alam & Kennedy は彼等の f'' 線図において、 f'' が R/d_{50} に独立で $v/\sqrt{gd_{50}}$ だけの関数に

なる領域では、彼等の f'' 線図は Einstein & Barbarossa (1952)¹³⁾ の河床波抵抗図と等価な関係であることを指摘した。この領域は、アメリカ土木学会の流砂委員会報告 (1971)¹⁴⁾ によれば、砂漣—砂堆河床にあたる。一方、後に 3.3.2 で述べている著者らの研究によれば、砂堆河床については Englund (1967)¹⁵⁾ のいう抵抗の相似仮設が成立し、式 (7) ではなく式 (8) の関係が成立する。

$$f''/f = f''(\tau_*') \quad (8)$$

ただし τ_*' は無次元化された粒子せん断力。

Alam & Kennedy によれば τ_*' は近似的に粒子 Froude 数で置き換える事ができる。すなわち式 (9) の近似が許される。

$$\tau_*' \sim v^2/gd_{50} \quad (9)$$

したがって、式 (7) に代って式 (10) を考えるべきである。

$$f''/f = f''(v/\sqrt{gd_{50}}) \dots \dots \text{砂堆河床} \quad (10)$$

また Alam & Kennedy は次元解析によって式 (7) を導くにあたり、河床波の安定理論を基礎として考察を進めた。一方から云えば、河床波の崩壊過程を含む遷移、平坦河床に対しては、式 (7) の右辺に含まれる量だけで水理現象が記述できるかどうかはわからない。

以上に述べたように、従来の接近方法は理論的にもそれぞれ改善の余地がある。次節以下において、著者らは従来の方法とは別の接近方法によって新しい抵抗予測法を提案している。

3. 河床形態と流体抵抗との関係

3.1 現象論的考察

移動床流れの抵抗則は、河床形態によって異なる特性を示すと考えられる。この事について、現象論的な観点から若干の考察を述べる。土木学会、水理委員会の研究小委員会報告 (1972)¹⁶⁾ によれば、砂漣と砂堆の波高、波長は水理的に異った挙動を示す。砂漣の波高、波長は河床砂の粒径と相関をもち、水深とは相関がないに対し、砂堆の形状特性は水深と相関をもつが、粒径とは無相関である。また Kennedy (1963)¹⁷⁾、林 (1970)¹⁸⁾、白砂 (1971)¹⁹⁾ による河床波の発生理論によれば、反砂堆河床における波数（水深、波長比）の存在範囲が比較的狭いに対し、砂堆河床における波数の存在範囲は非常に広い。波長特性の違いは抵抗特性に反映するであろう。さらに、平坦河床あるいは反砂堆河床における抵抗を考える場合には、単に幾何学的な形状ばかりでなく、流砂濃度による抵抗減少効果を無視することは不合理であろう。上述の諸現象を考慮すれば、移動床流れの水理関係を解析する上で、河床形態による実測データの分類は不可欠の事と思はれる。2.3 の式 (6) にはこれ迄に発表された抵抗実験式の例をあげ、これらの諸式はどれも適用範囲が広くない事を述べた。その理由として、抵抗の多価性に対する考慮が不十分な事を指摘したが、流れに多価性があらわれる河床形態すなわち遷移および平坦河床があらわれる条件を明らかにする事が現象解析の第一歩であろう。

3.2 Englund の研究

Englund (1967)¹⁵⁾ は移動床流れの抵抗解析に抵抗の相似仮設と河床形態の概念を導入し、独創的な理論を提案した。彼は、同一の河床形態をもつ流れにおいては粒子せん断力（有効せん断力） τ_*' は河床せん断力 τ_* のみの関数になり式 (11) が成立すると主張している。

$$\tau_*' = f(\tau_*) \quad (11)$$

ただし τ_* : 無次元化された河床せん断力。

$$\tau_* = RI/sd$$

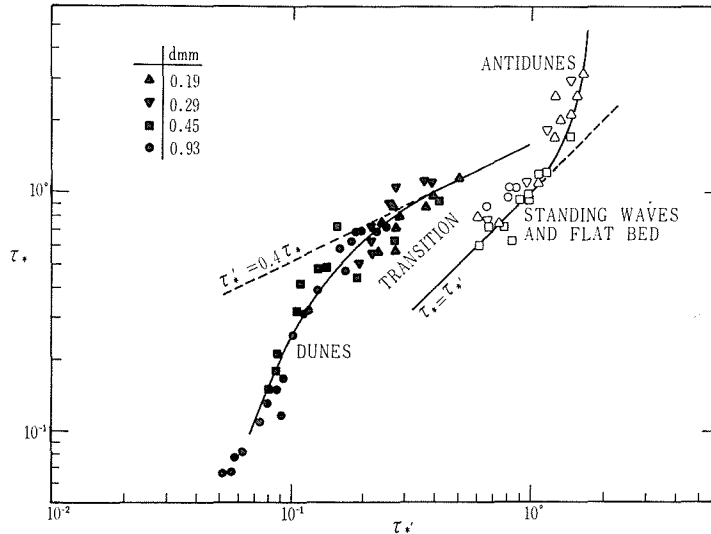


Fig. 5. Engelaund's Universal Relation Between Normalized Grain Shear Stress τ'_{*} and Normalized Bed Shear Strees τ_{*}
 図-5 河床剪断力 τ_{*} と粒子剪断力 τ'_{*} との関係 (Engelund)

粒子せん断力 τ'_{*} は Einstein-Barbarossa (1952)¹³⁾ の式に小修正を加えた式 (12) および (13) で定義されている。

$$\tau'_{*} = RI'/sd = R'I/sd \quad (12)$$

$$v = \sqrt{gR'I}[6.0 + 5.75 \log_{10}(R'/2d)] \quad (13)$$

彼は Guy, Simons および Richardson (1966)²⁰⁾ による水路実験の資料を用いて式 (11) の曲線を求めた。結果を図-5 に示す。彼は図-5 を用いて Rio Grande および Pigion Roast Creek に対する水深—流速曲線の予測を行っている。アメリカ土木学会の流砂委員会報告 (1971)¹³⁾ においても、Engelund の抵抗予測法は、抵抗の相似仮設の成立は証明されていないが、注目に値する接近方法であると評価している。

3.3 Engelund の理論の検討と修正

著者らは、Engelund が用いた資料の他に Gilbert (1914)²¹⁾ および佐藤・吉川・芦田 (1959)²²⁾ による水路実験の資料を加えて式 (11) の成立をしらべた。その結果 Engelund の理論に大幅な修正が加えられた。最も重要な修正は式 (11) の代わりに式 (14) を提案した事である。

$$\tau_{*} = f(\tau'_{*}, R/d) = T(\tau'_{*})D(R/d) \quad (14)$$

ここに $T(\tau'_{*})$ および $D(R/d)$ はそれぞれ τ'_{*} および R/d のみの関数をあらわす。

著者らの結論によれば、Engelund のいう抵抗の相似仮設は特殊な場合を除いては成立しないことがわかる。

3.3.1 河床形態の領域区分

移動床流れにおける流速係数 φ_0 は一般に式 (15) であらわされるであろう。

$$\varphi_0 = \frac{v}{u_{*}} = f_1\left(\frac{u_{*}d}{\nu}, \tau_{*}, \frac{R}{d}, \frac{\rho_0}{\rho_s}, \kappa\right) \quad (15)$$

河床抵抗が河床形態毎に異った特性を示すとすれば、河床形態の領域区分は式 (15) に含まれる無次元量の間関係としてあらわされるであろう。考察の対象を水と砂の資料に限定し、さらに砂漣と砂堆とを lower regime として一括すれば、lower regime と遷移河床との領域区分

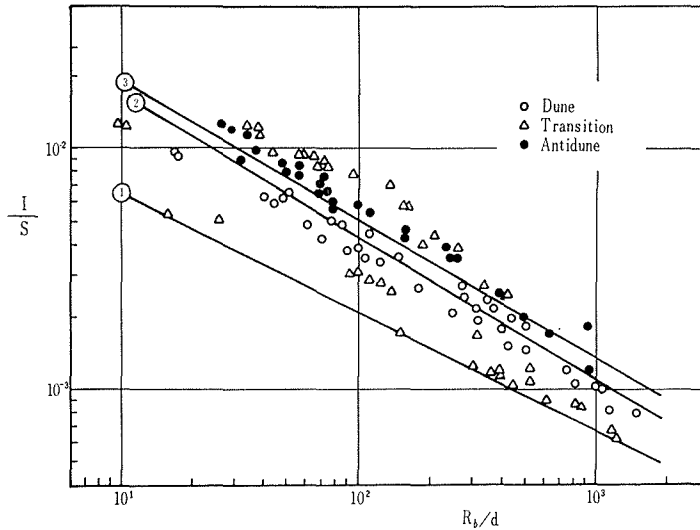


Fig. 6. Regime Criterion for Bedforms

図-6 河床形態の領域区分

は式 (16) の形をもつ。

$$f_2\left(\varphi_0, \tau_*, \frac{R}{d}, \kappa\right) = 0 \quad (16)$$

式 (15) の右辺に含まれる変量のうち、粒子 Reynolds 数 u_*d/ν は砂漣と砂堆との領域区分に関係する変量だからである。

一方、 φ_0 , τ_* , R/d , F_r および I の間には定義により式 (17) の関係がある。

$$\varphi_0 = F_r / \sqrt{I} \quad (17-1)$$

$$\varphi_0^2 = \frac{1}{s} \frac{R}{d} \frac{F_r^2}{\tau_*} \quad (17-2)$$

したがって式 (16) の左辺に含まれる変量のうち R/d を消去して F_r または I/s で置き換える事ができる。また τ_* を消去して I/s で置き換えてもよい。すなわち式 (16) に示した河床形態の領域区分は、次の4種の形式のどれを用いても数学的には等価である。

$$f_2(\varphi_0, \tau_*, R/d, \kappa) = 0 \quad (18-1)$$

$$f_3(\varphi_0, I/s, R/d, \kappa) = 0 \quad (18-2)$$

$$f_4(\varphi_0, \tau_*, F_r, \kappa) = 0 \quad (18-3)$$

$$f_5(\varphi_0, \tau_*, I/s, \kappa) = 0 \quad (18-4)$$

著者らは、これとは別に Garde-Raju (1963)²³⁾ の領域区分図を、Simons ら (1966)²⁰⁾ および Gilbert (1914)²¹⁾ の実験資料によって再検討し図-6の結果を得た。図-6には、それぞれの河床形態の区分線の近傍の実験値だけをプロットしてある。遷移河床が発生し始める限界を図中の曲線1で示したが、これは式 (19) であらわされる。

$$I/s = 0.02(R/d)^{-1/2} \quad (19-1)$$

$$\tau_* = 0.02(R/d)^{1/2} \quad (19-2)$$

式 (18-1) および (18-2) と式 (19) とをくらべると、砂堆河床から遷移河床への移行が始まる区分線上では式 (20) の関係が成立していると推論できる。

$$\varphi_0 = \text{const.} \quad (20-1)$$

$$\kappa = \text{const.} \tag{20-2}$$

よく発達した砂堆河床では河床砂の粒径や水理条件に無関係に $\varphi_0 \approx 10$ という経験的事実があり、土木学会、水理委員会の研究小委員報告 (1972)²³⁾ には砂堆の形状特性からその根拠が説明されている。また椿・渡辺・定村 (1971)²⁴⁾ は河床の安定理論から lower regime の発生条件を求め、遷移河床との境界線の関数形を式 (18-3') で与えた。

$$f_6(\varphi_0, \tau_*, F_r) = 0 \tag{18-3'}$$

さらに水路実験の資料と比較して lower regime と遷移河床との境界が式 (18-3') で $\varphi_0 = 8$ と置いた曲線が近似できることを見出した。これらの事実は条件 (20-1) を支持している。

また lower regime と遷移河床の境界では流砂による κ の変化が顕著ではなく、 $\kappa \approx \kappa_0 (= 0.4)$ と近似できるであろう。したがって条件 (17-2) も満たされている。

反砂堆河床の発生にとって F_r 数が重要な物理量である。Anderson (1953)²⁵⁾ は河床波の発生に関する先駆的な研究において、反砂堆の発生限界が $F_r = 1.15$ である事を指摘している。其の後の研究者も反砂堆の発生限界を $F_r = \text{const.}$ で与え、例えば椿ら (1971)²⁴⁾ は $F_r = 1$ としている。しかし、一方では、反砂堆が発生する限界 F_r 数が一定値ではなく、河床粒径によって変化する事が Langbein (1942)²⁶⁾ によって実験的な事実として見出されている。また林 (1970)¹⁵⁾ の理論によれば、 $F_r < 1$ においても反砂堆が発生できる。ただし、 $F_r < 1$ の領域では反砂堆河床ばかりでなく平坦河床あるいは砂堆河床も存在できるから、実際にどの河床形態があらわれるかは F_r 数以外の要素によって定まる事になる。結局、反砂堆河床の発生にとって F_r 数が卓越し

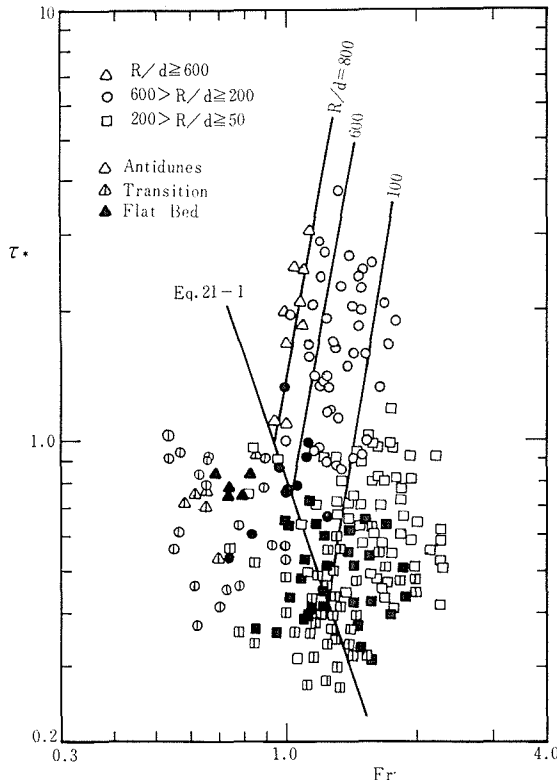


Fig. 7. Regime Criterion for the Antidune Bed
 図-7 反砂堆河床の存在領域

た効果をもつ要素であり、他の流砂量に關与する要素が副次的な役割を果すことになるであらう。

著者らは Garde-Albertson (1959)²⁷⁾ の図 ($F_r \sim \tau_*$ の関係) によって反砂堆の發生限界をしらべ図-7を得た。反砂堆河床が發生する限界の F_r 数は明らかに τ_* によって變化する。發生限界を定式化すれば式 (21-1) が得られる。

$$\tau_* F_r^3 = 0.9 \tag{21-1}$$

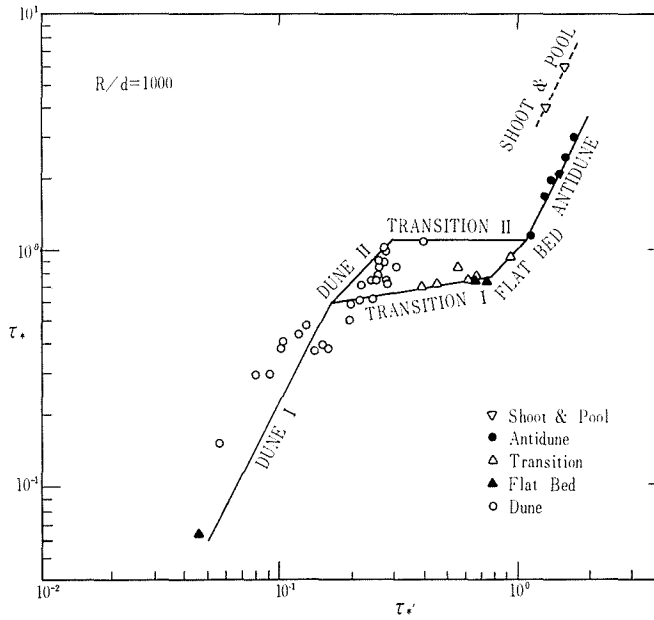


Fig. 8 a Relation Between Normalized Grain Shear Stress τ'_* and Normalized Bed Shear Stress τ_*
 図-8 a 河床剪断力 τ_* と粒子剪断力 τ'_* との関係

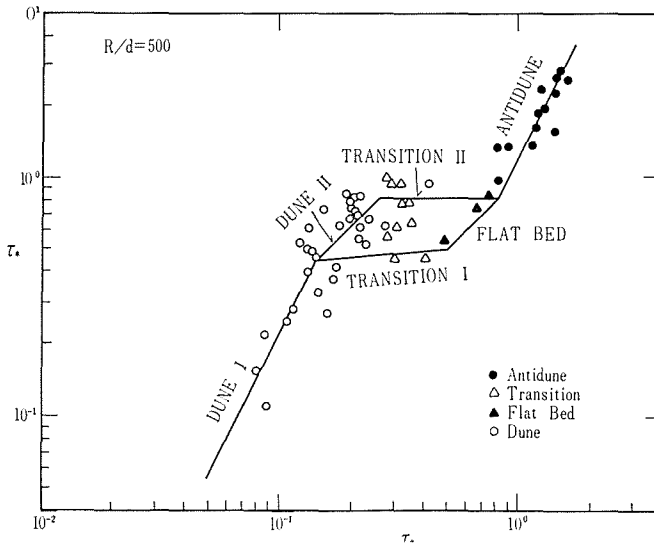


Fig. 8 b Relation Between Normalized Grain Shear Stress τ'_* and Normalized Bed Shear Stress τ_*
 図-8 b 河床剪断力 τ_* と粒子剪断力 τ'_* との関係

参考までに、遷移河床の発生限界式 (19) を $\tau_* \sim F_r$ の関係に直すと式 (21-2) になる事を付言して置く。

$$\tau_* F_r^2 = 0.052 \tag{21-2}$$

また、反砂堆の発生限界を Garde-Raju の図 ($I_s \sim R/d$ の関係) によってしらべると図-6 の曲線 2 が得られ、これを定式化すれば式 (22) が得られる。

$$I/s = 0.07(R/d)^{-3/5} \tag{22-1}$$

$$\tau_* = 0.07(R/d)^{2/5} \tag{22-2}$$

3.3.2 河床せん断力 τ_* と粒子せん断力 (有効せん断力) τ'_* との関係

Engelund は抵抗の相似仮設から式 (11) を導き、図-5 に示めされた $\tau_* \sim \tau'_*$ の関係を普遍的

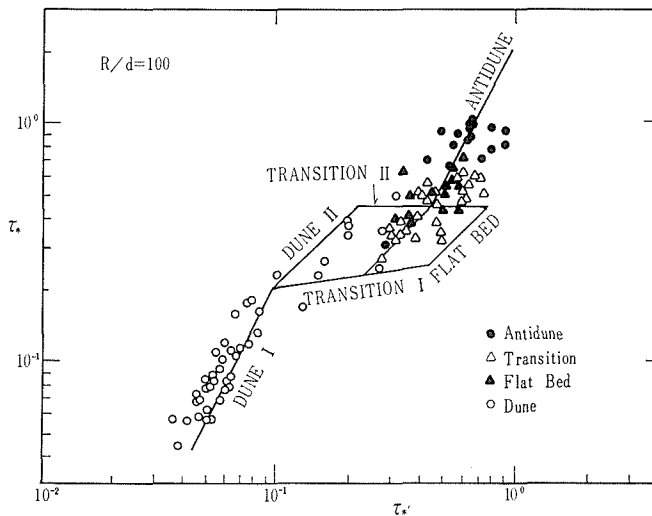


Fig. 8 c Relation Between Normalized Grain Shear τ'_* and Normalized Bed Shear Stress τ_*
 図-8 c 河床剪断力 τ_* と粒子剪断力 τ'_* との関係

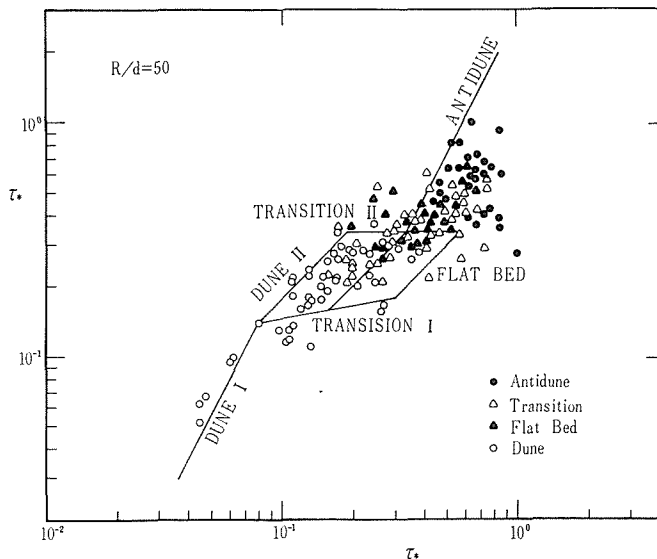


Fig. 8 d Relation Between Normalized Grain Shear Stress τ'_* and Normalized Bed Shear Stress τ_*
 図-8 d 河床剪断力 τ_* と粒子剪断力 τ'_* との関係

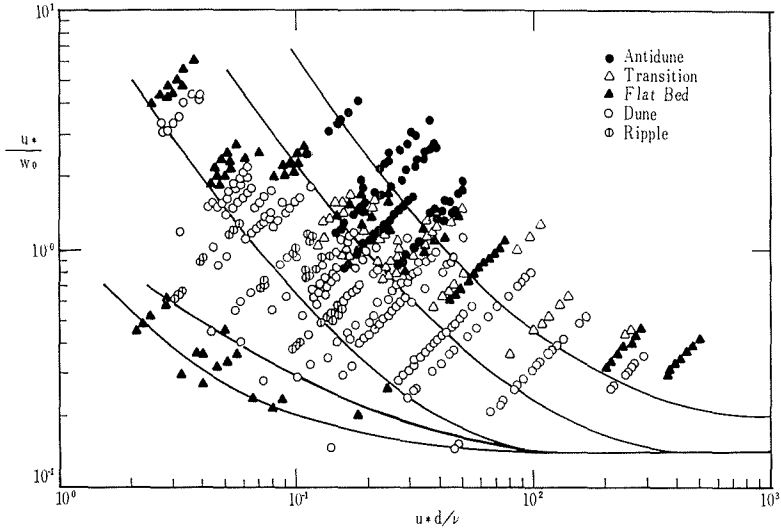


Fig. 9. Regime Criterion for Bedforms

図-9 河床形態の領域区分

なものと考えた。しかし、3.3.1 に与えられた河床形態の領域区分 (式 (19) および (22)) では、区分線上の τ_* が R/d の関数になっている。したがって、 τ_* と τ'_* との関係は R/d によって異なるであろう。著者らはこの考えに立って式 (11) の成立を再検討した。Simons ら (1966)²⁰⁾、Gilbert (1914)²¹⁾ および佐藤・吉川・芦田 (1959)²²⁾ の実験資料を R/d の値によって分類し、それぞれのグループ毎に $\tau_* \sim \tau'_*$ の関係をしらべた。結果を図-8 に示す。図-8 a, b, c および d はそれぞれ $R/d=1,000, 500, 100$ および 50 の実験値に対するものである。図-8 にプロットした実験値では砂漣河床は除外してある。砂漣と砂堆との区分は図-9 に示した Liu (1957)²³⁾ の区分図によった。図-8 によれば、 $\tau_* \sim \tau'_*$ の関係は相似であるが、それぞれの河床形態の推移条件は R/d によって異なることがわかる。したがって Engelund が提案した式 (11) の関係は一般的には成立せず、式 (14) を用いるべきことがわかる。

さらに図-8 をみると、砂堆河床および遷移河床に属する実験値は、抵抗特性によって分類すれば、それぞれを2領域に細分すべきことがわかる。著者らは、実験値の抵抗特性に着目して、河床形態を次の7種に分類した。すなわち砂堆河床 I および II、遷移河床 I および II、平坦河床、反砂堆河床、および Shoot & Pool 河床である。前にも述べたように砂漣河床は図-8 には含まれていない。図-8 に示した $\tau_* \sim \tau'_*$ の曲線にそれぞれが属する河床形態を記入してある。

式 (14) の関数形をきめる前に τ_* と τ'_* の関係が抵抗則を与える事を示しておく。式 (13) を指数式で近似すれば式 (23) が得られる。

$$\frac{v}{u_*} = \varphi_0 = 7.66 \left(\frac{R}{2d} \right)^{1/6} \left(\frac{\tau'_*}{\tau_*} \right)^{2/3} \quad (23)$$

式 (23) の右辺における $(\tau'_*/\tau_*)^{2/3}$ は河床波による抵抗の増加をあらわしている。

1) 砂堆河床 I

図-8 で τ_* と τ'_* の関係を定式化すると式 (24) が得られる。

$$\tau'_* = 0.21 \tau_*^{1/2} \quad (24)$$

式 (24) は式 (11) の関係が成立する特殊な場合に当る。著者らは、砂堆河床 I に対しても抵抗の相似仮説を前提にしないで、現象論的な考察から式 (24) を導いた。3.3.1 で指摘したように、

式 (19) で与えられる区分線上で φ_0 は R/d および τ_* に無関係に $\varphi_0=8\sim 10$ の一定値をとる。式 (19) を式 (23) に代入し、 $\varphi_0=\text{const.}$ となる事から $\tau_*' \propto \tau_*^{2/1}$ が得られる。また砂堆河床 I の線と平坦河床線 $\tau_*'=\tau_*$ との交点は、平坦河床における河床砂の移動限界 τ_{*c} を与える。実際に式 (24) によれば次の値が得られる。

領域区分線一式 (19) の上で

$$\varphi_0=8.9 \quad (25-1)$$

河床砂の移動限界

$$\tau_{*c}=0.044 \quad (25-2)$$

これらの値は式 (24) の妥当性を支持している。また、前述したように、式 (24) は R/d を含んでいないから、この領域では抵抗の相似性が成立する。

2) 砂堆河床 II

図-7 によれば、遷移河床の領域と重なって砂堆河床が発生している。図-8 に示した $\tau_* \sim \tau_*'$ の関係によれば、この領域の砂堆河床は、抵抗特性においては砂堆河床 I と異っている。著者らはこの砂床を砂堆河床 II と名付けた。この領域は河床波が最も安定に保もたれた状態を示している。砂堆河床 II では、図-8 によれば式 (26) の関係がある。

$$\tau_*' = D_1(R/d)\tau_* \quad (26)$$

ここに $D_1(R/d)$ は R/d のみの関数をあらわす。一方砂堆河床 I から砂堆河床 II への移行限界は、遷移河床が発生し始める限界でもある。したがって、式 (24) と (26) との交線が式 (19-2) を与える。この事から関数 $D_1(R/d)$ を定めると、砂堆河床 II に対する τ_* と τ_*' の関係として式 (27) が得られる。

$$\tau_*' = 1.49(R/d)^{-1/4}\tau_* \quad (27)$$

同じ砂堆河床であっても、式 (27) は R/d を含んでいるから、砂堆河床 II では抵抗の相似性は成立しない。

3) 平坦河床

流砂による κ の変化がなければ、式 (28) が適用できる。

$$\tau_*' = \tau_* \quad (28)$$

κ の変化を考慮する場合、著者らは式 (13) の代りに近似式 (29) を用いた。式 (29) は $\kappa=0.2\sim 0.4$ の範囲で成立つ近似式である。

$$v/\sqrt{gR'I} = 7.66(\kappa_0/\kappa)^{1/2}(R'/2d)^{1/6} \quad (29)$$

したがって、 $\kappa \approx \kappa_0$ のときは、平坦河床上の τ_* と τ_*' との関係は式 (30) になる。

$$\tau_*' = (\kappa_1/\kappa)^{3/4}\tau_* \quad (30)$$

4) 反砂堆河床

図-8 によれば、反砂堆河床においては式 (31) の関係が成立つ。

$$\tau_*' = D_2(R/d)\tau_*^{1/2} \quad (31)$$

ここに $D_2(R/d)$ は R/d のみの関数をあらわす。式 (31) と式 (28) との交線が、反砂堆河床が発生し始める限界一式 (22-2) を与えるとして $D_2(R/d)$ をきめると式 (32) が得られる。

$$\tau_*' = 0.264(R/d)^{1/5}\tau_*^{1/2} \quad (32)$$

5) 遷移河床 I

図-8 において、遷移河床 I に対しては式 (33) の関係が見出される。

$$\tau_*' = D_3(R/d)\tau_*^{11/2} \quad (33)$$

ここに $D_3(R/d)$ は R/d のみの関数をあらわす。前と同様に、式 (33) と (24) との交線が式 (19

-2) となることから $D_s(R/d)$ をきめると式 (34) が得られる。

$$\tau'_* = 6.5 \times 10^7 (R/d)^{-5/2} \tau_*^{11/2} \tag{34}$$

6) 遷移河床 II

遷移床 II においては τ'_* は τ_* に独立に変化する。砂堆河床 II から反砂堆河床へ移行する、すなわち遷移河床 II が発生する条件は式 (22) に与えられている。

7) Shoot & Pool 河床

図-8(a) には、Simons ら (1966)²⁰⁾ の実験で得られた shoot & pool 河床の実測値がプロットされている。この資料では、shoot & pool 河床の抵抗は反砂堆河床より大きくなっている。

3.3.3 各河床形態に対する抵抗則

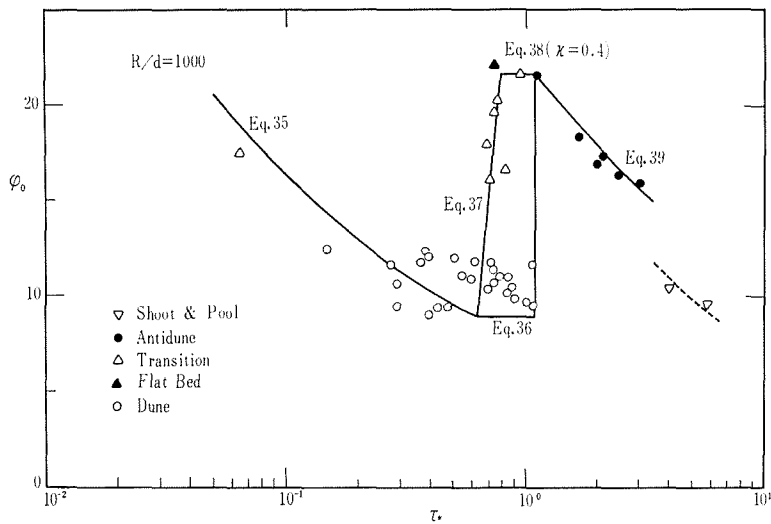


Fig. 10 a Comparison of Calculated Values with Experiments for the Velocity Factor ϕ_0
 図-10 a 流速係数 ϕ_0 の計算値と実験値の比較

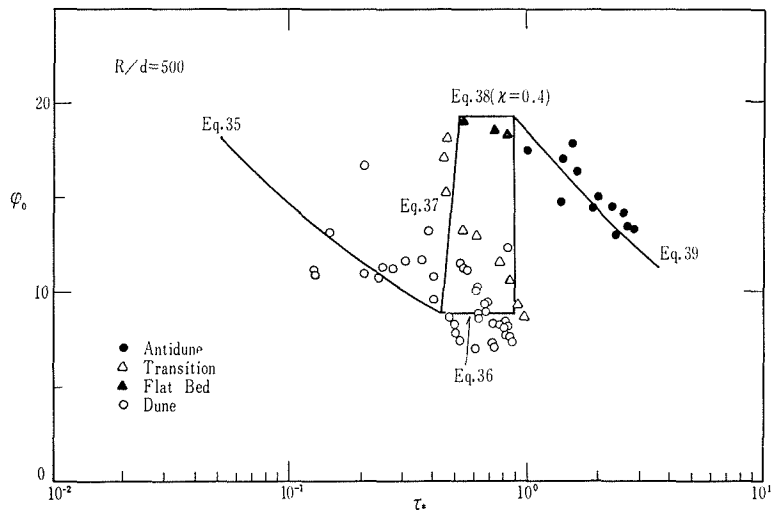


Fig. 10 b Comparison of Calculated Values with Experiments for the Velocity Factor ϕ_0
 図-10 b 流速係数 ϕ_0 の計算値と実験値の比較

3.3.2に示した τ_* と τ_*' との関係式 (23) に代入すれば、各河床形態に対する抵抗則が得られる。抵抗則と領域区分とをまとめて示すと次の通りである：

(1) 砂堆河床 I,

$$\varphi_0 = \sqrt{8/f} = 2.4(R/d)^{1/6} \tau_*'^{-1/3} \tag{35}$$

(2) 砂堆河床 II,

$$\varphi_0 = \sqrt{8/f} = 8.9 \tag{36}$$

(3) 遷移河床 I,

$$\varphi_0 = \sqrt{8/f} = 1.1 \times 10^6 (R/d)^{-3/2} \tau_*'^2 \tag{37}$$

(4) (1), (2), (3) の間の領域区分,

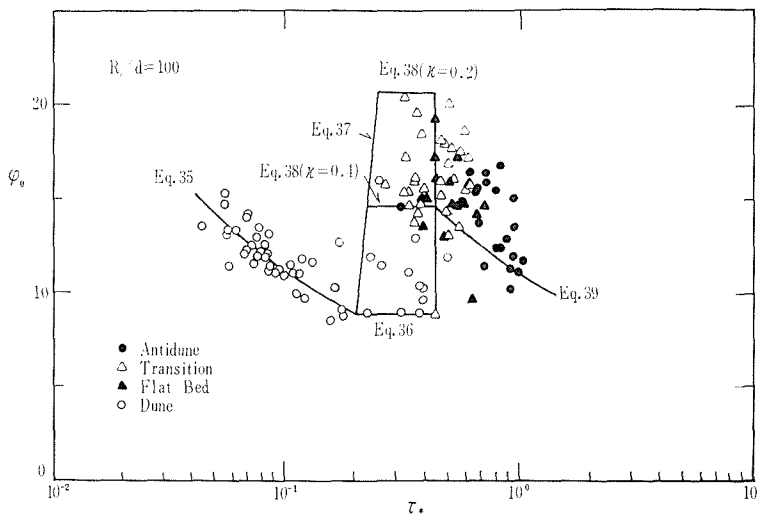


Fig. 10 c Comparison of Calculated Values with Experiments for the Velocity Factor φ_0

図-10 c 流速係数 φ_0 の計算値と実験値の比較

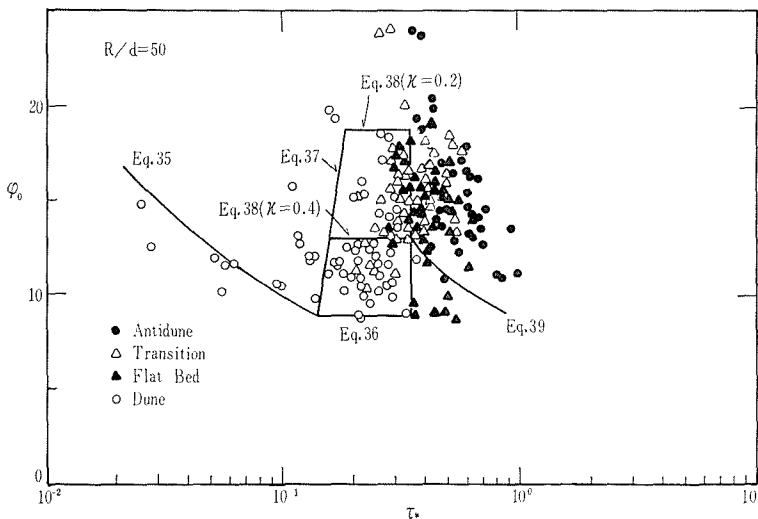


Fig. 10 d Comparison of Calculated Values with Experiments for the Velocity Factor φ_0

図-10 d 流速係数 φ_0 の計算値と実測値の比較

$$I/s = 0.02(R/d)^{-1/2} \quad (19-1)$$

$$\tau_* = 0.02(R/d)^{1/2} \quad (19-2)$$

(5) 平坦河床,

$$\varphi_0 = \sqrt{8/f} = 6.9(\kappa_0/\kappa)^{1/2}(R/d)^{1/6} \quad (38)$$

(6) 反砂堆河床,

$$\varphi_0 = \sqrt{8/f} = 2.8(R/d)^{3/10}\tau_*^{-1/3} \quad (39)$$

(7) (2), (5), (6) の間の領域区分,

$$I/s = 0.07(R/d)^{-3/5} \quad (22-1)$$

$$\tau_* = 0.07(R/d)^{2/5} \quad (22-2)$$

抵抗則が与えられると、式 (17) を介して、河床形態の領域区分の式を他の形式に変換できる。例えば反砂堆河床に対しては式 (21-1) と式 (22) との 2 種の領域区分式を与えた。式 (21-1) を書き変えて $F_r = (0.9/\tau_*)^{1/3}$ とし、式 (17-2) から F_r を消去して得られた φ_0 の式を式 (39) と等置すれば式 (22-2) が得られる。また、式 (21-2) は式 (19-2) から式 (17) および (35) を用いて導かれた式である。

図-10 に上述の抵抗式による φ_0 の計算値と実験値とを比較して示した。図-10 (a), (b), (c) および (d) はそれぞれ $R/d = 1,000, 500, 100$ および 50 に対するものである。抵抗式および河床形態の領域区分が実験値の性質をよく説明していることがわかる。

図-10 でみられる一つの特色は $R/d = 500$ を境にして、upper regime の抵抗に及ぼす流砂の効果が異なる事である。 $R/d > 500$ の例では (図-10 (a) および (b)), upper regime の領域においても流砂による κ の変化はみられず、平坦河床に対する φ_0 の値は式 (38) で $\kappa = \kappa_0$ と置いた計算値と一致し、また反砂堆領域における φ_0 の実測値のちらばりが少ない。これに対し、 $R/d < 500$ の例では (図-10 (c) および (d)), 平坦河床に対する φ_0 の上限値は式 (38) で $\kappa < \kappa_0$ と置いた計算値に一致し、しかも反砂堆河床における φ_0 の実測値のちらばりが大きい。 $R/d = 500$ を境として、抵抗に及ぼす流砂の効果が異なる事は、実験結果から明らかであるが、この事に対する物理的な説明を与える事はできなかった。流砂量に関する知識を導入し、さらに考察を進めるべき問題点である。

4. 移動床流れに対する平均流速式

開水路の粗面流に対しては、現在、Manning の平均流速式が広く用いられている。Manning の式の水理学的根拠は、流速の対数式に求めることができる。固定床をもつ開水路の粗面流に対しては周知のように式 (40) が成立する。

$$v = u_* [6.0 + 5.75 \log_{10}(R/k_s)] \quad (40)$$

式 (40) は式 (1) において $\kappa = \kappa_0$ と置いて得られる。式 (40) を指数式で近似すれば式 (41) が得られる (式 (4) 参照)。

$$v = \frac{7.66 \sqrt{g}}{k_s^{1/6}} R^{2/3} I^{1/2}, \dots \text{Manning-Strickler の式} \quad (41)$$

Manning の粗度係数 n は、したがって、式 (42) で与えられ、固定床の粗面流ならば、壁面の性質できまる一定値になる。

$$n = \frac{k_s^{1/6}}{7.66 \sqrt{g}} \quad (42)$$

移動床の流れに対しても、これ迄は Manning の平均流速式が適用されてきた。しかし、移動

床の流れの特色は、同一の河床材料からなる水路においても、式 (42) における k_s の値が流れの条件によって変化し、粗度係数 n の値が一定値をとらない事である。したがって、移動床の流れに対し Manning の流速式を用いるのは合理的でない。

1) 砂堆河床 I

式 (35) を書き直すと式 (43) が得られる。

$$v = (2.4 \sqrt{g} s^{1/3} d^{1/6}) R^{1/3} I^{1/6} \quad (43)$$

通常用いられている単位にあわせて v を m/sec, R を m, d を mm であらわすと, $s=1.65$ として式 (44) が得られる。

$$v = 2.8 d^{1/6} R^{1/3} I^{1/6} \quad (44)$$

Manning の式と比較するため、砂堆河床 I における粗度係数を求めると式 (45) が得られる。

$$n \left(\equiv \frac{R^{1/6}}{\sqrt{g \varphi_0}} \right) = 0.042 \tau_*^{1/3} d^{1/6} \quad (45)$$

ただし, n : m-sec 単位, d : mm 単位。

式 (45) によれば、同一の移動床の水路 (d が一定) では、河床形状が砂堆河床 I の範囲では Manning の粗度係数 n は R/d の値に無関係に $\tau_*^{1/3}$ に比例して変化する。 τ_* の増大にともなって砂堆が発達し、粗度係数が増大する性質をあらわしている。

河床粒径と粗度係数との関係として式 (46) に示す Strickler (1923)²⁹⁾ の式が古くから知られている。

$$n = 0.016 d^{1/6} \quad (46)$$

ただし, n : m-sec 単位, d : mm 単位。

式 (46) は式 (45) と類似の式形をもち、式 (45) で $\tau_* \approx 0.05$ の場合に相当する。すなわち、Strickler の式は砂堆河床では河床砂の移動限界付近にだけ適用でき、河床形状は事実上平坦河床である。実際に、平坦河床に対する粗度係数を計算すると、式 (38) で $\kappa = \kappa_0$ と置くと

$$n = 0.015 d^{1/6} \quad (47)$$

となり、Strickler の式とほぼ一致した結果が得られる。

式 (43) から Manning の粗度係数の式を求めると式 (48) が得られる。

$$n = \frac{(RI)^{1/3}}{2.4 \sqrt{g} s^{1/3} d^{1/6}} \quad (48)$$

式 (48) によると、水理条件および河床砂の密度が一定ならば、粗度係数 n は粒径 d の $-1/6$ に比例するという一見奇妙な性質が見出される。これは、河床波の形状抵抗の効果を示すもので、砂堆河床 I の特異性の一つである。

2) 砂堆河床 II

式 (36) を書き直すと式 (49) が得られる。

$$v = 8.9 \sqrt{g \sqrt{RI}} \quad (49-1)$$

$$\cong 28 \sqrt{RI} \quad \text{m-sec 単位} \quad (49-2)$$

砂堆河床 II では、河床粒径および水理条件に無関係に chézy の流速係数が一定値をとり $c=28$ である。

3) 平坦河床

平坦河床では、式 (47) の誘導で触れたが、Manning の粗度係数は一般的には式 (50) であらわされる。

$$n = \frac{d^{1/6}}{6.9 \sqrt{g(\kappa_0/\kappa)^{1/2}}} \quad (50-1)$$

$$= \frac{0.015}{(\kappa_0/\kappa)^{1/2}} d^{1/6} \quad (50-2)$$

n : m-sec 単位, d : mm 単位。

平坦河床では, 流砂による κ の変化が顕著でなければ, Manning の n は河床粒径だけできまり水理条件には依存しないから, Manning の平均流速式を用いるのが合理的である。

4) 反砂堆河床

反砂堆河床に対しては式 (39) を書き変え, $(R/d)^{1/30} \approx 1$ と近似すれば, 式 (51) が得られる。

$$v = 2.8s^{1/3} \sqrt{g} R^{1/2} I^{1/6} \quad (51-1)$$

$$F_r = 2.8s^{1/3} I^{1/6} \approx 3.3I^{1/6}, \quad s = 1.65 \quad (51-2)$$

$$\varphi_0 \approx 3.3I^{-1/3}, \quad s = 1.65 \quad (51-3)$$

式 (51-1) にみられるように, 反砂堆河床には Manning の流速式は適合しないし, 特に反砂堆河床では平均流速は河床粒径に依存しない。また式 (51-2) および (51-3) にみられるように, 反砂堆河床では F_r 数および流速係数 φ_0 は勾配 I だけの関数になるという特性がある。

5. 結 論

本論文では, 移動床流れにおける水理現象の基本的な性質を解明する意味で, 小規模河床形態に属する各種の河床波 (sand waves) と河床抵抗との関係および河床波を伴う流れの水理特性を考察した。研究の最終的な目標を「沖積地河川における水深—流漣関係の予測」に置き, 水深, 勾配および河床材料を与えて流速を予測する事の可能性と問題点をしらべた。

1) 最初の課題は, 流れの多価性と予測に必要な独立変量の数を明らかにする事であった。2.2 において流砂によるカルマン定数の変化 (抵抗減少効果) を考慮に入れて, 抵抗予測システムの構造を考察した。吉川・福岡の研究結果に基づき, 抵抗予測に必要な独立変量の数が3個である事を明示した。2.3 において, これ迄に発表されている代表的な抵抗予測法を種々の観点から検討し, それぞれが理論的にも改善の余地を持つ事を明らかにした。

2) 3.1 において著者らは, 移動床流れに対する現象論的な考察から, 河床形態によって抵抗特性が変化する事に着目し, 移動床流れの抵抗解析に当っては, 河床形態の領域区分を導入する事の必要性を強調した。

3) 問題に対する接近方法として, 著者らは Engelund の方法から出発したが, 結論的には Engelund の方法に根本的な修正を加えた事になった。

4) 河床形態の領域区分は, これまで種々の方法が提案され, 本法論的にもまた区分基準についても定説が確立されていなかった。著者らは, 3.3.1 において, 詳細な考察を行った。

砂堆河床から遷移河床への移行が始まるいわゆる lower regime の限界に関しては, これ迄に提案された4種の領域区分は互に変換可能で数学的には等価な関係である事を明らかにした (式 (18-1)~(18-4))。また lower regime の領域区分として式 (19) を与えた。

また反砂堆河床の発生限界に関し, これ迄の多くの試みは F_r 数の一定値で領域区分をあらわそうとした。これに対し著者らは, 領域区分が F_r 数の他に無次元せん断力 τ_* にも依存する事を示し, 式 (21) および (22) を与えた。

5) 河床形態の領域区分は 3.3.1 に示した解析によって, τ_* と R/d の関数としてあらわされる事がわかった。この結果から, 著者らは, 河床せん断力 τ_* と粒子せん断力 τ_*' との関係は式 (14) の形をとると推論した。3.3.2 図-8 によって著者らの推論が正しい事が実証され, Engelund

の理論は著者らが提案した式 (14) の特殊な場合としてその中に包含される事がわかった。

6) 著者らは、移動床流れの抵抗特性から考えて、河床形態を砂堆河床 I および II, 遷移河床 I および II, 平坦河床, 反砂堆河床, および shoot & pool 河床の 7 種に分類した。砂漣河床を考えると、これは砂堆河床とは抵抗特性が異なるから河床形態は 8 種に分類しなければならない。

7) 3.3.2 の式 (24), (27), (28), (30), (32) および (34) に前記 7 種の河床形態に対する τ_* と τ_*' との関係式を与えた。

8) 砂堆河床 I に対しては式 (24) が成立する。著者らは現象論的考察から式 (24) を誘導し、Engelund が提唱した抵抗の相似仮説は式 (24) を導くための前提条件ではなく、むしろ式 (24) が成立する事の結果と解釈すべき事を主張した。

9) 3.3.3 において各種河床形態に対する抵抗則 および領域区分をまとめて示した。(式 (35), (36), (37), (19), (38), (39) および (22))。図-10 には流速係数 ϕ_0 の実測値と計算値とを比較して示した。図-10 によって、今後さらに研究すべき次の 2 点が明らかにされた：第一は遷移河床 I および II に対する抵抗予測である。遷移河床においては水深、勾配、および河床材料の変化に対し流速係数は非常に敏感な変化を示し、殊に遷移河床 II では流速係数は無次元せん断力に独立に変化する挙動を示し、流れに多価性があらわれる。本報告によって、遷移河床の領域区分は明らかになったが、抵抗予測の段階までは解析が進んでいない。遷移河床 I と砂堆河床 II の発生条件も未解決である。これらの点を解明するには、それぞれの領域における河床波の形状特性を詳細に観測測定する事および河床波の安定性に関するより高度の理論の展開が必要である。第二は流砂が抵抗に及ぼす効果の解明である。図-10 によれば $R/d \geq 500$ の場合には流砂による抵抗変化が顕著でないが $R/d < 500$ の場合には流砂の効果が顕著にみられた。しかし、この現象に対する物理的な説明を与える事はできなかった。流砂が抵抗に及ぼす効果の評価については、さらに研究を進めることが必要である。

10) 4 において、移動床流れに対して用いるべき平均流速式を考えた。固定床流れに適する Manning の平均流速式が移動床に対しても適合するとはいえないからである。

砂堆河床 I に対しては平均流速式が式 (43) で与えられる事を示した。若し砂堆河床 I に対し Manning の流速式を適用すれば、粗度係数 n は式 (45) であらわされる。 n は同一流路でも一定値ではなく流れの条件によって変化するが、 R/d には無関係で、 $\tau_*^{1/3}$ に比例する性質が見出された。また n と河床粒径 d の関係に注目すると式 (48) に示した通り、 $n \propto d^{-1/6}$ という結果が導かれた。

砂堆河床 II に対しては、Manning の流速式より Chézy の式が適合し、しかも Chézy の流速係数 c は河床粒径および水理条件に拘わらず一定値 $c=28$ (m-sec 単位) となる。

平坦河床では、 n は式 (50) で与えられ、流砂による κ の変化が顕著でなければ ($R/d \geq 500$ ならば) Strickler の式によって n の予測ができる。

反砂堆河床では、平均流速、流速係数および F_r 数はそれぞれ式 (50-1)~(50-3) で与えられる。反砂堆河床に対しても Manning の流速式は適合しない。また平均流速、流速係数および F_r 数は河床粒径に依存しない。特に流速係数および F_r 数は勾配だけの関数になる。この 2 つの性質は反砂堆河床上の流れの著しい特色である。

謝 辞

本研究を行うに当って文部省試験研究 (1), 河川流速公式の再検討に関する研究 (代表者, 中

央大学 林泰造教授)の援助を得た。また解析に用いた資料の収集について、北海道開発局土木試験所 山口河川研究室長を始め、開発局河川計画課ならびに開発局石狩川開発建設部の関係各位の協力を得た。ここに記して謝意を表する。

記 号

- c : chézy の流速係数
 \bar{c} : 流砂の断面平均濃度
 d : 河床砂の平均粒径
 d_{50} : 河床砂の 50%粒径
 δ : 粘性底層の厚さ
 D : 河床波の波高
 f : Darcy-Weisbach のまさつ係数
 f_f : 平坦河床のまさつ係数
 f'' : 河床波の形状抵抗をあらわすまさつ係数
 F_r : フルード数
 g : 重力の加速度
 H : 平均水深
 I : 勾配
 k_s : 等価砂粗度
 κ : 流砂を含んだ流れのカルマン定数
 κ_0 : 清水流のカルマン定数 (=0.4)
 n : Manning の粗度係数
 φ_0 : 流速係数
 q : 単位幅当り流量
 q_B : 単位幅, 単位時間当りの容積流砂量
 R : 径深
 R' : 粒子セン断力に対応する径深
 ρ_0 : 流体密度
 ρ_s : 河床砂の密度
 $s = (\rho_s - \rho_0) / \rho_0$
 τ_* : 無次元のセン断力, $\tau_* = RI/sd$
 τ'_* : 無次元の粒子セン断力, $\tau'_* = R'I/sd$
 τ_{*c} : 無次元の移動限界セン断力
 τ_{*e} : 無次元の有効セン断力
 u_* : まさつ速度, $u_* = \sqrt{gRI}$
 ν : 流体の動粘性係数
 u : 平均流速
 w_0 : 流砂の沈降速度

参 考 文 献

- 1) Vanoni, V. A. and Brooks, N. H.: Laboratory Studies of the Roughness and Suspended Load of

- Alluvial Streams, Rep. No. E-68, Sedimentation Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, California, December, 1957.
- 2) 安芸敏一: 河相論, 岩波, 1951, pp. 43-58.
 - 3) Kennedy, J. F. and Brooks, N. H.: Laboratory Study of an Alluvial Stream at Constant Discharge, Proceedings of the Federal Inter-Agency Sedimentation Conference, Miscellaneous Publication No. 970, Agricultural Research Service, U. S. Department of Agriculture, 1963, pp. 320-330. 文献 14) に要約あり。
 - 4) Kikkawa, H. and Fukuoka, S.: Characteristics of Open-Channel Flow with Sediment, 東京工大土木工学科研究報告, No. 10, 1971, 6月, pp. 99-173.
 - 5) Shinohara, K. and Tsubaki, T.: On the Characteristics of Sand Waves formed upon the Beds of the Open Channels and Rivers, Rep. of Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu Univ., Vol. VII, No. 25, 1955.
 - 6) 志村博康: 浮遊砂を有する水流の諸特性について, 土木学会論文集, 第46号, 1957.
 - 7) 芦田和男: 移動床流れの河床形状—河床形状研究部会報告(移動床流れの抵抗と河床形状研究小委員会, 土木学会水理委員会), 第16回水理講演会講演集, 土木学会, 1972, 2月。
 - 8) 榎 東一郎, 古屋朝治: 流砂ある河川における流速公式について, 九大流体力学研究所報告, 第7巻4号, 1951.
 - 9) 篠原謹爾, 榎 東一郎: 移動河床の粗度, 土木学会第2回水理講演会講演集, 1957, 2月。
 - 10) 芦田和男: 河道の設計法(河川の粗度について), 土木技術資料, 第1巻7号, 1952.
 - 11) 岸 力: 移動床流れの抵抗則, 土木学会年次講演会第II部門研究討論会資料, 1971, 10月。
 - 12) Alam, A. M. Z., Cheyer, T. F., and Kennedy, J. F.: Friction Factors for Flows in Sand Beds Channels, Hydrodynamics Laboratory Rep. No. 78, M. I. T., June 1966.
 - 13) Einstein, H. A. and Barbarossa, N. L.: River Channel Roughness, Trans. ASCE, Vol. 117, Paper No. 2528, 1952.
 - 14) Task Committee for Preparation of the Sedimentation Manual, Committee on Sedimentation of the Hydraulics Division, ASCE: Sediment Transportation Mechanics, F. Hydraulic Relations for Alluvial Streams, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, January, 1971.
 - 15) Englund, F.: Closure to "Hydraulic Resistance of Alluvial Streams," Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 93, No. HY-4, July, 1967.
 - 16) 移動床流れの粗度と河床形状研究小委員会: 移動床流れの河床形状, 河床形状研究部会報告, 土木学会水理委員会, 土木学会論文報告集, 1973, 2月(予定)。
 - 17) Kennedy, J. F.: The Mechanics of Dunes and Antidunes in Erodible Bed Channels, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 16, part 4, 1963. および Ditto: The Formation of Sediment Ripples, Dunes, and Antidunes, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 1, 1969.
 - 18) Hayashi, T.: Formation of Dunes and Antidunes in Open Channels, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, No. HY-2, Feb., 1970.
 - 19) 白孝夫: 河床波の発生について, 第16回水理講演会講演集, 土木学会, 1972, 2月。
 - 20) Guy, H. P., Simons, D. B. and Richardson, E. V.: Summary of Alluvial Channel Data from Flume Experiments, 1956-61, USGS Professional Paper 462-I, 1966. 文献 21) の Cooper & Peterson の報告中に data が再録されている。
 - 21) Gilbert, G. K.: Transportation of Debris by Running Water, USGS Professional Paper 86, 1914. 次の論文に data が集録されている。
Cooper, R. H. and Peterson, A. W.: A Review of Data From Sediment Transport Experiments, Rep. No. HY-1969-ST2, Hydraulics Laboratory, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Alberta, Canada, 1969.
 - 22) 佐藤清一, 吉川秀夫, 芦田和男: 河床砂礫の掃流運搬に関する研究, 建設省土木研究所報告, 第98号, 1957, 12月。
 - 23) Garde, R. J. and Ranga Raju, K. G.: Regime Criteria for Alluvial Streams, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, No. HY-6, Nov., 1963.
 - 24) 榎 東一郎, 渡辺訓甫, 定村寛文: 砂礫堆の形成について, 第26回年次講演会概要集, 土木学会, 1971, 10月。
 - 25) Andersom, A. G.: The Characteristics of Sediment Waves formed by Flow in Open Channels, Proceedings of the Third Midwestern Conference in Fluid Mechanics, Minneapolis, March 1953, pp. 379-395.
 - 26) Langbein, W. B.: Hydraulic Criteria for Sand Waves, Trans. AGU, 1942, pp. 615-618.
 - 27) Garde, R. J. and Albertson, L.: Sand Waves and Regimes of Flow in Alluvial Channels, Proc.

IAHR, Montreal, Vol. 4, 1959.

- 28) Liu, H. K.: Mechanics of Sediment- Ripple Formation Proc. ASCE, Vol. 83, No. HY-2 1957, pp. 1-23.
- 29) Strickler, A. (1923): 文献 30) に紹介あり。
- 30) 杉尾捨三郎: 移動床の抵抗法則, 水工学シリーズ 71-A-5, 土木学会水理委員会, 1971, 7 月。