



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	隧道内を流下する流れの水温変化（1）：水温日変化の平均値，振巾，位相の変化
Author(s)	八鍬，功; Yakuwa, Isao
Citation	北海道大學工學部研究報告，67，117-126
Issue Date	1973-06-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41134
Type	departmental bulletin paper
File Information	67_117-126.pdf



隧道内を流下する流れの水温変化 (1)

—水温日変化の平均値, 振幅, 位相の変化—

八 鍬 功*

(昭和47年11月30日受理)

Change of Water Temperature Variation in a Flow through a Tunnel (1)

—Change of Daily Variation of Water Temperature—

Isao YAKUWA

(Received November 30, 1972)

Abstract

The author made an attempt to solve an equation of the water temperature variation in a flow through a tunnel and estimated the changes of mean temperature, amplitude and phase of daily variation in flows of various velocity.

It was found that the mean temperature approaches the invariable temperature of a stratum in the surrounding rock, and the amplitude decreases and the phase increases as the water flows downward. This tendency is evident especially in a low velocity flow.

1. 序 言

貯水池または河川から取水された水は多くの場合隧道によって目的地に導かれ、また発電施設などのための河川の流路変更は隧道によることが多い。従って隧道内を水が流下する際に水温がどのように変化するかは、とくにその水が農業用水または工業用水として利用される場合、実用上極めて重要な問題であるし、また熱学および流体力学的見地からも極めて興味ある問題であって、以前にも理論的な考察および観測が行なわれている¹⁾²⁾。

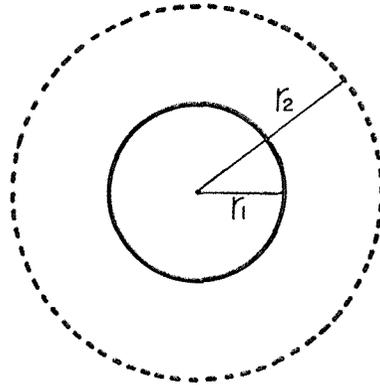
本論文では岩盤の深部を通る円形断面の隧道中を水が満水状態で流下する理想的な場合について、周期的に変動する水温の平均値や振幅, 位相がどのように変化するかを考察する。

2. 周壁内の温度

図に示すような半径 r_1 の円形断面の隧道において周囲の岩盤の質や熱的性質はすべての方向に同じものとする。この仮定は隧道が岩盤の深部を通る場合には成立するが、隧道が地表近くを通ったり、一部が露出している場合などは熱的条件が方向によって異なる。

水の流下方向の温度変化は流れに直角な方向の温度変化にくらべて小さいとみなせるので、流下方向の熱伝導を無視すれば、断面内の隧道中心からの距離を r 、壁内の温度を u 、時間を t として、壁内の熱伝導の方程式は次のようになる。

* 理学第一講座



$$\frac{\partial u}{\partial t} = k_0 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (1)$$

ただし $k_0 = \frac{K_0}{c_0 \rho_0}$ において、 c_0 、 ρ_0 、 K_0 はそれぞれ周壁をなす岩盤の比熱、密度、熱伝導率である。

流下水の水温が周期的に変動する場合には壁の温度も周期的に変動するが、ある深さでは温度変化の振巾が極めて小さくなり、ほとんど一定温度とみなせるものとおもわれる。これは地中の温度の年変化の場合、不易層とよばれる年中一定温度の層が存在することからも類推出来る。壁内の温度変化の場合も温度一定の層を不易層とよぶことにし、不易層の深さを $r=r_2$ 、不易層における温度を u_0 とすれば、境界条件は次のようになる。

$$\text{境界条件 } r=r_1: K_0 \frac{\partial u}{\partial r} = \alpha(u-\theta)$$

$$r=r_2: u=u_0$$

ここで θ : 水温

α : 壁と水間の熱伝達率

である。流下水の水温は乱流による混合作用のため断面内では一様で、次のような周期関数であらわされるものとする。座標原点を隧道入口の断面中心にとり水の流下方向を z とすれば、

$$\theta = \bar{\theta}(z) + \Theta(z)e^{i\omega t}$$

ただし $\bar{\theta}(z)$: 平均水温

$\Theta(z)$: 振巾

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (T: \text{周期})$$

で、平均水温および振巾は z の関数である。方程式 (1) の解は詳細にえられている^{1,3)}ので、ここには解法の概略を述べることにする。

u を定常項 u_1 と非定常項 u_2 とに分け

$$u = u_1 + u_2$$

とおけば、 u_1 、 u_2 に対する方程式および境界条件はそれぞれ次のようになる。

$$\frac{d^2 u_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_1}{dr} = 0 \quad (2)$$

$$\text{境界条件 } r=r_1: K_0 \frac{du_1}{dr} = \alpha(u_1 - \bar{\theta})$$

$$r=r_2: u_1 = u_0$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = k_0 \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_2}{\partial r} \right) \quad (3)$$

$$\text{境界条件 } r=r_1: K_0 \frac{\partial u_2}{\partial r} = \alpha(u_2 - \Theta \cos \omega t)$$

$$r=r_2: u_2=0.$$

境界条件を用いて (2) 式を解けば、解は

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_0 - (u_0 - \bar{\theta}) \frac{\ln \frac{r_2}{r}}{\frac{h}{r_1} + \ln \frac{r_2}{r_1}} \\ h &= \frac{K_0}{\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

となる。

(3) 式の解をもとめるために

$$u_2 = e^{i\omega t} R(r)$$

とおく。\$R\$ は \$r\$ のみの関数であって、次の微分方程式から決定される。

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - \frac{i\omega}{k_0} R = 0$$

上式の特解は第一種、第二種の零階変形 Bessel 関数

$$I_0(x\sqrt{i}) = \text{ber } x + i \text{ bei } x$$

$$K_0(x\sqrt{i}) = \text{ker } x + i \text{ kei } x$$

である。ここで $x = \sqrt{\frac{\omega}{k_0}} r$

従って \$u_2\$ の一般解は

$$\begin{aligned} u_2 &= A(\text{ber } x \cos \omega t - \text{bei } x \sin \omega t) + B(\text{ber } x \sin \omega t + \text{bei } x \cos \omega t) \\ &\quad + C(\text{ker } x \cos \omega t - \text{kei } x \sin \omega t) + D(\text{ker } x \sin \omega t + \text{kei } x \cos \omega t) \end{aligned}$$

で常数 \$A, B, C, D\$ は境界条件から決定される。

\$r=r_1\$ における境界条件から

$$\begin{aligned} \cos \omega t (AR_1 + BR_2 + CR_3 + DR_4) \\ + \sin \omega t (-AR_2 + BR_1 - CR_4 + DR_3) = \Theta \cos \omega t \end{aligned}$$

$$\text{ただし } \left\{ \begin{aligned} R_1 &= -\frac{K_0}{\alpha} \sqrt{\frac{\omega}{k_0}} \text{ber}' x_1 + \text{ber } x_1 \\ R_2 &= -\frac{K_0}{\alpha} \sqrt{\frac{\omega}{k_0}} \text{bei}' x_1 + \text{bei } x_1 \\ R_3 &= -\frac{K_0}{\alpha} \sqrt{\frac{\omega}{k_0}} \text{ker}' x_1 + \text{ker } x_1 \\ R_4 &= -\frac{K_0}{\alpha} \sqrt{\frac{\omega}{k_0}} \text{kei}' x_1 + \text{kei } x_1 \\ \therefore AR_1 + BR_2 + CR_3 + DR_4 &= \Theta \\ -AR_2 + BR_1 - CR_4 + DR_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

\$r=r_2\$ における境界条件から

$$\begin{aligned} \cos \omega t (A \text{ber } x_2 + B \text{bei } x_2 + C \text{ker } x_2 + D \text{kei } x_2) \\ + \sin \omega t (-A \text{bei } x_2 + B \text{ber } x_2 - C \text{kei } x_2 + D \text{ker } x_2) = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \left. \begin{aligned} A \text{ber } x_2 + B \text{bei } x_2 + C \text{ker } x_2 + D \text{kei } x_2 &= 0 \\ -A \text{bei } x_2 + B \text{ber } x_2 - C \text{kei } x_2 + D \text{ker } x_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

(5), (6) 式から A, B, C, D がもとめられるが x の値が大きいときは次の近似式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \text{ber } x &= \frac{e^b}{\sqrt{2\pi x}} \cos a, & \text{bei } x &= \frac{e^b}{\sqrt{2\pi x}} \sin a \\ \text{ker } x &= \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^\delta \cos \gamma, & \text{kei } x &= \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^\delta \sin \gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ただし } a &= \frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8} - \frac{1}{8\sqrt{2x}} - \frac{1}{16x^2} - \frac{25}{384\sqrt{2x^3}} + \dots \\ b &= \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{8\sqrt{2x}} - \frac{25}{384\sqrt{2x^3}} - \frac{13}{128x^4} - \dots \\ \gamma &= -\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8} + \frac{1}{8\sqrt{2x}} - \frac{1}{16x^2} + \frac{25}{384\sqrt{2x^3}} - \dots \\ \delta &= -\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{1}{8\sqrt{2x}} + \frac{25}{384\sqrt{2x^3}} - \frac{13}{128x^4} + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{また } \text{ber}' x &= \frac{e^b}{\sqrt{2\pi x}} (q \cos a - p \sin a) \\ \text{bei}' x &= \frac{e^b}{\sqrt{2\pi x}} (q \sin a + p \cos a) \\ \text{ker}' x &= \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^\delta (v \cos \gamma - s \sin \gamma) \\ \text{kei}' x &= \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^\delta (v \sin \gamma + s \cos \gamma) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{da}{dx}, & q &= \frac{db}{dx} - \frac{1}{2x} \\ s &= \frac{d\gamma}{dx}, & v &= \frac{d\delta}{dx} - \frac{1}{2x} \end{aligned}$$

以上の近似式を代入すれば, (5), (6) 式はそれぞれ (5'), (6') 式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} AX_1 + BX_2 + CX_3\pi e^{\delta_1 - b_1} + DX_4\pi e^{\delta_1 - b_1} &= \frac{\sqrt{\pi X_1}}{c^* h} e^{-b_1} \theta \\ -AX_2 + BX_1 - CX_4\pi e^{\delta_1 - b_1} + DX_3\pi e^{\delta_1 - b_1} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5')$$

$$\begin{aligned} \text{ただし } c^* &= \sqrt{\frac{\omega}{2k_0}} \\ X_1 &= \left(\frac{1}{\sqrt{2c^* h}} - q_1 \right) \cos a_1 + p_1 \sin a_1 \\ X_2 &= \left(\frac{1}{\sqrt{2c^* h}} - q_1 \right) \sin a_1 - p_1 \cos a_1 \\ X_3 &= \left(\frac{1}{\sqrt{2c^* h}} - v_1 \right) \cos \gamma_1 + s_1 \sin \gamma_1 \\ X_4 &= \left(\frac{1}{\sqrt{2c^* h}} - v_1 \right) \sin \gamma_1 - s_1 \cos \gamma_1 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} A \cos a_2 + B \sin a_2 + C\pi \cos \gamma_2 e^{\delta_2 - b_2} + D\pi \sin \gamma_2 e^{\delta_2 - b_2} &= 0 \\ -A \sin a_2 + B \cos a_2 - C\pi \sin \gamma_2 e^{\delta_2 - b_2} + D\pi \cos \gamma_2 e^{\delta_2 - b_2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6')$$

(5'), (6') から常数 A, B, C, D をもとめれば,

$$\begin{aligned} A &= 0 \\ B &= 0 \end{aligned}$$

$$C = \sqrt{\frac{x_1}{\pi}} \frac{e^{-\delta_1} X_3 \Theta}{c^* h (X_3^2 + X_4^2)}$$

$$D = \sqrt{\frac{x_1}{\pi}} \frac{e^{-\delta_1} X_4 \Theta}{c^* h (X_3^2 + X_4^2)}$$

しかるに

$$X_3^2 + X_4^2 = \left(v_1 - \frac{1}{\sqrt{2} c^* h} \right)^2 + s_1^2$$

$$\frac{X_3}{X_4} = \cot(\tau_1 + \eta_1)$$

$$\text{ここに } \eta_1 = \tan^{-1} \frac{s_1}{v_1 - 1/\sqrt{2} c^* h}$$

であるから、

$$C = \sqrt{\frac{x_1}{\pi}} \frac{\Theta e^{-\delta_1}}{c^* h} \left\{ \left(v_1 - \frac{1}{\sqrt{2} c^* h} \right)^2 + s_1^2 \right\}^{-1/2} \cos(\tau_1 + \eta_1)$$

$$D = \sqrt{\frac{x_1}{\pi}} \frac{\Theta e^{-\delta_1}}{c^* h} \left\{ \left(v_1 - \frac{1}{\sqrt{2} c^* h} \right)^2 + s_1^2 \right\}^{-1/2} \sin(\tau_1 + \eta_1)$$

のようにあらわされ、 u_2 は結局次のようにもとめられる。

$$u_2 = \frac{\Theta}{\sqrt{2} c^* h} \left\{ \left(v_1 - \frac{1}{\sqrt{2} c^* h} \right)^2 + s_1^2 \right\}^{-1/2} \sqrt{\frac{r_1}{r}} e^{\delta - \delta_1} \cos(\omega t - \tau_1 - \eta_1 + \tau)$$

x の値が大なる場合には上式は次のように簡単になる。

$$u_2 = \frac{\Theta}{c^* h} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2c^* r_1} + \frac{1}{c^* h} \right)^2 + 1 \right\}^{-1/2} \sqrt{\frac{r_1}{r}} e^{-c^*(r-r_1)} \cos\{\omega t - \eta_1 - c^*(r-r_1)\} \left. \vphantom{\frac{\Theta}{c^* h}} \right\} \quad (7)$$

$$c^* = \sqrt{\frac{\omega}{2k_0}}, \quad \eta_1 = \cot^{-1} \left(1 + \frac{1}{2c^* r_1} + \frac{1}{c^* h} \right)$$

故に (4) 式および (7) 式において $r=r_1$ とし、和をとれば壁面の温度 u_{r_1} がもとまる。

$$u_{r_1} = \left\{ u_0 - (u_0 - \bar{\theta}) \frac{\ln r_2/r_1}{h/r_1 + \ln r_2/r_1} \right\} + \frac{\Theta}{c^* h} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2c^* r_1} + \frac{1}{c^* h} \right)^2 + 1 \right\}^{-1/2} \cos(\omega t - \eta_1) \quad (8)$$

$$\text{ただし } c^* = \sqrt{\frac{\omega}{2k_0}}$$

$$h = \frac{K_0}{\alpha}$$

$$\eta_1 = \cot^{-1} \left(1 + \frac{1}{2c^* r_1} + \frac{1}{c^* h} \right)$$

(8) 式の右辺第一項は時間に関係ない定常項でこれを \bar{u}_{r_1} とおけば、(8) 式は次のようにあらわされる。

$$u_{r_1} = \bar{u}_{r_1} + \theta U \cos(\omega t - \eta_1) \quad (9)$$

$$\text{ただし } U = \frac{1}{c^* h} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2c^* r_1} + \frac{1}{c^* h} \right)^2 + 1 \right\}^{-1/2}$$

3. 隧道流下時の水温変化

隧道内を流下する流れの水温は、隧道流下中に变化する。流水が満水状態を保ち、一定速度で流下するものとすれば、水温変化の原因としては壁面との接触による熱交換のみが考えられる。隧道内に自由表面がある場合には、接触する空気との熱交換および蒸発熱などを考慮しなければ

ならないが、隧道内の空気の温度は水温に近く、また空気中の水蒸気は飽和状態に近いとおもわれるので、これらの影響は壁面との熱交換にくらべて小さいであろう。また隧道内で浸水または漏水がある場合は、浸漏水による熱の移動が考えられるが、ここではその影響はないものとする。

水温を θ 、一定流速を V 、流下方向を z 、時間を t とし、前述のように断面内では水温が一様なるものとするれば、水温変化の方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + V \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\alpha l}{c \rho S} (u_{r_1} - \theta) \quad (10)$$

ここで c : 流水の比熱, ρ : 流水の密度, l : 隧道断面の円周, S : 隧道の断面積, α : 壁と水の間
の熱伝達率, u_{r_1} : 壁面の温度

である。隧道に流入する水は水温日変化のある河川または貯水池からの取水である場合が多いので、流入水の水温変動が正弦関数で近似されるものとするれば、 θ を次のようにあらわすことが出来る⁴⁾。

$$\theta = \bar{\theta}(z) + \Theta(z)e^{i\omega t} \quad (11)$$

前節でも述べたように

$$\bar{\theta}: \text{平均水温}, \Theta: \text{水温変動の振巾}, \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (T: \text{周期})$$

である。

一般に θ が正弦関数であらわされない場合でも、周期関数は Fourier 級数に展開出来るので、 θ を Fourier 級数に展開した各項について以下述べる方法によって解をもとめれば、水温変動はそれらの和によって与えられる。

平均水温の変化

(10) 式の各項について一周期間の平均をとれば、(9) 式を考慮して次の平均水温の方程式がえられる。

$$V \frac{d\bar{\theta}}{dz} = \frac{\alpha l}{c \rho S} (\bar{u}_{r_1} - \bar{\theta}) \quad (12)$$

隧道入口 ($z=0$) における流入水の平均水温を $\bar{\theta}_0$ とすれば、

$$\text{境界条件 } z=0: \bar{\theta} = \bar{\theta}_0$$

となるから、(12) 式の解は

$$\bar{\theta} - u_0 = (\bar{\theta}_0 - u_0) \exp \left\{ -\frac{\alpha l}{c \rho S V} \left(\frac{h/r_1}{h/r_1 + \ln r_2/r_1} \right) z \right\} \quad (13)$$

となる。(13) 式は隧道流下水の平均水温を与える式である。

振巾, 位相の変化

水温変化の方程式 (10) に (11) 式および (9) 式を代入し、平均水温の式 (12) を考慮すれば、振巾 $\Theta(z)$ に関する次の微分方程式がえられる。

$$V \frac{d\Theta}{dz} = \left(\frac{U \alpha l}{c \rho S} e^{-im_1} - \frac{\alpha l}{c \rho S} - i\omega \right) \Theta \quad (14)$$

隧道入口における振巾を Θ_0 とすれば、

$$\text{境界条件 } z=0: \Theta = \Theta_0$$

となるから、(14) 式の解は次のようになる。

$$\Theta = \Theta_0 e^{-\left\{ \frac{\alpha l (1 - U \cos \eta_1)}{c \rho S V} \right\} z} \cdot e^{-i \left\{ \frac{\alpha l}{c \rho S V} U \sin \eta_1 + \omega \right\} z} \quad (15)$$

(13), (15) 式を (11) 式に代入すれば、水温変化は最終的に次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \theta = & u_0 + (\bar{\theta}_0 - u_0) \exp\left\{-\frac{\alpha l}{c\rho SV} \left(\frac{h/r_1}{h/r_1 + \ln r_2/r_1}\right) z\right\} \\ & + \theta_0 \exp\left\{-\frac{\alpha l(1-U \cos \eta_1)}{c\rho SV} z\right\} \cdot \exp i\left\{\omega t - \left(\frac{\alpha l}{c\rho SV} U \sin \eta_1 + \frac{\omega}{V}\right) z\right\} \end{aligned} \quad (16)$$

ただし

$$\begin{aligned} h &= \frac{K_0}{\alpha} \\ \eta_1 &= \cot^{-1}\left(1 + \frac{1}{2c^*r_1} + \frac{1}{c^*h}\right) \\ U &= \frac{1}{c^*h} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2c^*r_1} + \frac{1}{c^*h}\right)^2 + 1 \right\}^{-1/2} \\ c^* &= \sqrt{\frac{\omega}{2k_0}} \end{aligned}$$

(16) 式から明らかなように、隧道内を流下するにつれて平均水温は不易層の温度 u_0 に近づく傾向にあり、また振巾は減衰し、位相差は大きくなる。

4. 計 算 例

式 (16) から隧道流下による水温変化をもとめるには、式に含まれている諸要素の値を定めなければならない。ここでは筆者らが水温観測を行なった³⁾上川発電所沈砂池～調整池間の隧道をモデルにし、必要な要素の値を次のように定めて水温変化の一つの計算例を示す。隧道周辺の岩盤の密度や熱的要素は岩盤の種類によって異なり、同一隧道が何種類かの岩盤を通過するような場合には一定値を与えることは困難であるが、ここでは上川発電所近辺の岩盤として適当とおもわれる一定値を用いた。また隧道壁は通常厚さ数十種のコンクリートであるが、コンクリートと岩盤とでは熱的要素の値がそれ程異ならないので平均的に同一の値として計算した。計算に用いた諸要素の値は次のとおりである。

隧道の断面：直径 3.70 m の円
 岩盤の比熱： $c_0 = 0.20(\text{cal/g}\cdot^\circ\text{C})$
 密度： $\rho_0 = 2.6(\text{g/cm}^3)$
 熱伝導率： $K_0 = 4.0 \times 10^{-3}(\text{cal/cm}\cdot\text{sec}\cdot^\circ\text{C})$
 温度伝導率： $k_0 = 7.69 \times 10^{-3}(\text{cm}^2/\text{sec})$
 水の比熱： $c = 1.0(\text{cal/g}\cdot^\circ\text{C})$
 密度： $\rho = 1.0(\text{g/cm}^3)$
 熱伝導率： $K = 1.40 \times 10^{-3}(\text{cal/cm}\cdot\text{sec}\cdot^\circ\text{C})$
 温度伝導率： $k = 1.40 \times 10^{-3}(\text{cm}^2/\text{sec})$

なお水の熱伝導率は上川発電所における水温観測日 (1970年8月11日) の平均水温 14.0°C に対する値である。熱伝達率 α は McAdams²⁾ が実験的に与えた次式によって計算した。

$$\alpha = 0.023 \frac{K}{d} \left(\frac{d\rho V}{\mu}\right)^{0.8} \left(\frac{c\mu}{K}\right)^{0.4}$$

式中の d は断面の直径、 μ は水の粘性係数であるが、ここでは 14.0°C における値 $\mu = 0.0117(\text{g/cm}\cdot\text{sec})$ を用いた。従って流速 V を与えれば熱伝達率 α を計算することが出来る。また水温変動として日変化をとる場合には $T = 24 \text{ hr}$ であるから

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60} = 7.27 \times 10^{-5} (1/\text{sec})$$

$$c^* = \sqrt{\frac{\omega}{2k_0}} = 0.0690 (1/\text{cm})$$

となる。他の流速 V に関係ある諸量については後述する。

不易層の深さ r_2 と不易層における温度 u_0 は直接測定によってもとめることが困難であるが、ここでは r_2 を次の方法によって推定する。壁内の温度の非定常項をあらわす式 (7) において振巾の減衰をあらわす項 $\sqrt{\frac{r_1}{r}} e^{-C^*(r-r_1)}$ が 0.1 となるときの r を r_2 として採用する。表-1 は r と $\sqrt{\frac{r_1}{r}} e^{-C^*(r-r_1)}$ との関係を示したものであるが、表から水温変動が日変化の場合 $r_2 = 2.20 \text{ m}$ となり従って隧道壁面から不易層までの厚さは 35 cm となることがわかる。不易層の温度は隧道によって異なるし、また同一の隧道についても観測を行なう時期によって異なる。どのような方法によって u_0 の値を定めるかはなお検討を要するが、実測によってもとめるには観測前数日間における流入水の水温日変化の平均値をとればよいとおもわれる。

次に上に与えた諸要素の値を用いて、平均流速が 0.5, 1.0, 2.0, 2.5 m/sec なる場合の隧道内の水温変化を計算する。 V の各値に対する、 V に関係ある諸量の値は表-2 に示すとおりである。それぞれの場合における、隧道の長さ水温変化との関係 (16) 式を用いて計算すれば表-3 のような結果がえられる。表には平均水温の変化として、隧道入口から z なる距離にある点と入口における、平均水温と不易層の温度との差の比 $\frac{\bar{\theta} - u_0}{\theta_0 - u_0}$ 、振巾の変化としては、 z 点と入口における振巾の比 $\frac{\theta}{\theta_0}$ 、位相差としては z 点と入口における位相の差 $\frac{(\alpha/c\rho S) U \sin \eta_1 + \omega}{V} z$ を ω で割って時間であらわした量 Ψ を示した。最後の列には入口から z 点までの流水の流下時間を示してあ

表-1 壁温の振巾減衰 (日変化)

r (cm)	$r-r_1$ (cm)	$\sqrt{\frac{r_1}{r}} e^{-C^*(r-r_1)}$
195	10	0.489
205	20	0.239
215	30	0.117
220	35	0.082
225	40	0.057
235	50	0.028
245	60	0.014

表-2 水温計算のための諸量

\bar{V} (m/sec)	α (cal/cm ² · sec·°C)	h (cm)	η_1	U
0.5	0.0184	0.217	0.0148	0.985
1.0	0.0321	0.125	0.0085	0.991
1.5	0.0442	0.0905	0.0062	0.994
2.0	0.0556	0.0719	0.0049	0.995
2.5	0.0667	0.0600	0.0041	0.996

表-3 隧道流下による水温変化 (1)

$V = 0.5 \text{ (m/sec)}$

隧道の長さ z (km)	平均水温 の変化 $\frac{\bar{\theta} - u_0}{\theta_0 - u_0}$	振巾比 $\frac{\theta}{\theta_0}$	位相差 Ψ (hr)	流下時間 $\frac{z}{V}$ (hr)
1	0.998	0.994	0.58	0.56
2	0.997	0.988	1.16	1.11
3	0.995	0.982	1.73	1.67
4	0.994	0.976	2.31	2.22
5	0.992	0.969	2.89	2.78
6	0.991	0.964	3.47	3.33
7	0.989	0.958	4.04	3.89
8	0.988	0.952	4.62	4.44
9	0.986	0.946	5.20	5.00
10	0.984	0.941	5.78	5.56

$$\Psi = \frac{(\alpha/c\rho S) U \sin \eta_1 + \omega}{\omega V} z$$

表-3 隧道流下による水温変化 (2)

V=1.0 (m/sec)

隧道の長さ z(km)	平均水温の変化 $\frac{\bar{\theta}-u_0}{\theta_0-u_0}$	振巾比 $\frac{\theta}{\theta_0}$	位相差 Ψ (hr)	流下時間 $\frac{z}{V}$ (hr)
1	0.999	0.997	0.29	0.28
2	0.998	0.994	0.58	0.56
3	0.998	0.991	0.87	0.83
4	0.997	0.988	1.16	1.11
5	0.996	0.985	1.44	1.39
6	0.995	0.981	1.73	1.67
7	0.995	0.978	2.02	1.94
8	0.994	0.975	2.31	2.22
9	0.993	0.972	2.60	2.50
10	0.992	0.969	2.89	2.78

表-3 隧道流下による水温変化 (4)

V=2.0 (m/sec)

隧道の長さ z(km)	平均水温の変化 $\frac{\bar{\theta}-u_0}{\theta_0-u_0}$	振巾比 $\frac{\theta}{\theta_0}$	位相差 Ψ (hr)	流下時間 $\frac{z}{V}$ (hr)
1	1.000	0.998	0.14	0.14
2	0.999	0.997	0.29	0.28
3	0.999	0.995	0.43	0.42
4	0.998	0.994	0.58	0.56
5	0.998	0.992	0.72	0.69
6	0.998	0.991	0.87	0.83
7	0.997	0.989	1.01	0.97
8	0.997	0.988	1.16	1.11
9	0.997	0.986	1.30	1.25
10	0.996	0.985	1.45	1.39

表-3 隧道流下による水温変化 (3)

V=1.5 (m/sec)

隧道の長さ z(km)	平均水温の変化 $\frac{\bar{\theta}-u_0}{\theta_0-u_0}$	振巾比 $\frac{\theta}{\theta_0}$	位相差 Ψ (hr)	流下時間 $\frac{z}{V}$ (hr)
1	0.999	0.998	0.19	0.19
2	0.999	0.996	0.39	0.37
3	0.998	0.994	0.58	0.56
4	0.998	0.992	0.77	0.74
5	0.997	0.990	0.96	0.93
6	0.997	0.988	1.16	1.11
7	0.996	0.986	1.35	1.30
8	0.996	0.983	1.54	1.48
9	0.995	0.981	1.73	1.67
10	0.995	0.979	1.93	1.85

表-3 隧道流下による水温変化 (5)

V=2.5 (m/sec)

隧道の長さ z(km)	平均水温の変化 $\frac{\bar{\theta}-u_0}{\theta_0-u_0}$	振巾比 $\frac{\theta}{\theta_0}$	位相差 Ψ (hr)	流下時間 $\frac{z}{V}$ (hr)
1	1.000	0.999	0.12	0.11
2	0.999	0.998	0.23	0.22
3	0.999	0.996	0.35	0.33
4	0.999	0.995	0.46	0.44
5	0.998	0.994	0.58	0.56
6	0.998	0.993	0.69	0.67
7	0.998	0.991	0.81	0.78
8	0.998	0.990	0.93	0.89
9	0.997	0.989	1.04	1.00
10	0.997	0.988	1.16	1.11

るが、位相差と流下時間の差が隧道壁の熱的影響による位相の変化量を示すものである。流下距離が長くなるにつれて平均水温は不易層の温度 u_0 に近づき、振巾は減少し、位相差は大きくなる傾向にあるが、モデルとした隧道では水温変化がそれ程顕著ではない。しかし流速が小さい程水温変化におよぼす隧道壁の影響は大きく、たとえば流速 50cm/sec で 10 km の距離を流下した場合、水温日変化の振巾は入口における振巾の 94% になり、位相は入口の水温日変化に比較して流下時間より更に 13 分おくれることになる。

5. 結 語

隧道内を流下する流れの水温が日変化をする場合につき、周壁の影響による平均水温、振巾、位相の変化をあらわす式をもとめ、上川発電所沈砂池～調整池間の隧道をモデルにして、流速がそれぞれ 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 m/sec なる場合の流下距離による水温変化を計算した。その結果流下距離が長くなるにつれて平均水温は不易層の温度に近づき、振巾は減衰し、位相差は大きくなる傾向がみとめられた。全般的に変化量は小さいが、流速が小さい場合には周壁の影響が顕著となり、流速 50 cm/sec で 10 km の距離を流下した場合、入口にくらべて振巾は 94% に減衰

し、位相は流下時間より更に 13 分おくれることがわかった。

終りにのぞみ、本研究に対し適切な御助言ならびに御激励をいただいた福島久雄教授に深い感謝の意を表するものである。

参 考 文 献

- 1) 高月豊一，高橋一郎，手島三二：発電施設が水温に及ぼす影響に関する研究 (1)，隧道流下時の水温変化について (1)，農業土木研究 22 卷 6 号，1955.
- 2) 双雲別電源開発計画調査報告，北海道開発庁，1953.
- 3) 川下研介：熱伝導論，1944.
- 4) 八 鍬 功：河流の流体力学的特性と水温日変化との関係について，北大工学部研究報告 30 号，1962.
- 5) 八 鍬 功：隧道流下時の水温変化，忠別地区ダム貯溜水温調査報告 北海道開発局，1971.
- 6) McAdams, W. H.: HEAT TRANSMISSION, 1954.