構造ベクトルの三次元表示による降水量の地域分布特性

星　　清*

(昭和48年3月22日受理)

Regional Characteristics of Precipitation by Three Dimensional Representation of Structure Vector

Kiyoshi HOSHI

Department of Civil Engineering, Hokkaido University, Sapporo, Japan

Abstract

Current water-resource development requires highest standard engineering procedures for the evaluation, prediction, and control of water resources in line with the rapid population growth and economic development in several regions. The water-resource systems involve substantially large-scale water supply on a region-by-region basis to meet the increasing demand for water. Therefore, an adequate description of regional differences of hydrologic events over a wide area is required for this purpose.

This paper describes the characteristics of space variation of precipitation by synthetic consideration of the statistical quantity in an attempt to measure the degree of independent effects of precipitation patterns in individual regions. The structure of dependence of precipitation events among the observatory stations is approached by multivariate analysis where the structure vector consisting of correlation coefficients between the composite variate and precipitation at the stations facilitates the evaluation of regional differences of precipitation pattern over a large area. The methodology was tested using available records of 27 years at 10 stations in Hokkaido.

1. まえがき

近年，経済の高度発展と人口の都市集中化は水需要の急激な増加をもたらしている。この問題の解決には，多水系にまたがる広域水資源開発が必要となる。

広域にわたる水賦存量を把握するためには，河川表流水への供給源である降水量の地域分布特性の解析が重要となる。

広域水資源計画のための基礎資料として，単一地域における水文諸量の解析は，水需給圏の偏在が著しい場合，ほとんど無力である。したがって，本研究では，雨量観測所間の降水量が高い相関構造を有することに着目して，多変量解析モデルによって降水量の地域的変動を把える。また，降水量の地域分布特性の相異をベクトルの直交性によって説明する。

適用例として，北海道における10地点の雨量観測所を採用し，旬降水量の解析を行なう。

* 土木工学科防災講座

2. モデル式

本研究で扱われる変量はすべて規準化変量とする。モデル式[1]として，次の線型方程式を採用する。

$$\boldsymbol{g}_i = \boldsymbol{w}_i \boldsymbol{Z} \qquad (i=1, 2, \cdots, n) \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{g}_i$，各旬の $1\times N$ の第 i 合成変量行列；$\boldsymbol{w}_i$，$1\times n$ の第 i 番目の重みベクトル；$\boldsymbol{Z}$，$n\times N$ の観測所間データ行列；n，観測所数；N，各旬の標本数。

n 組の合成変量における重みベクトルを算定するための条件式は次の通りである。

$$\boldsymbol{w}_i \boldsymbol{R} \boldsymbol{w}_i^T = 1 \tag{2}$$

$$\boldsymbol{w}_i \boldsymbol{R} \boldsymbol{w}_j^T = 0 \qquad (i \neq j) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{a}_i = \boldsymbol{w}_i \boldsymbol{R} \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{R}$，観測所間の旬降水量の相関係数行列；$\boldsymbol{a}_i$，合成変量と各観測所における旬降水量の相関係数からなる構造ベクトル。

(2) 式は合成変量毎の分散が 1 となるための条件式であり，(3) 式は互いに異なる 2 つの合成変量が直交するための条件式である。(4) 式における構造ベクトルは合成変量の性質を表わす重要な指標である。

各合成変量において，(2) 式の条件のもとに (4) 式の構造ベクトルの要素ができるだけ高い相関係数を持つように，また第 2 以下の合成変量が互いに直交するように，重みベクトルを求めると，すべての合成変量について次式が成立する。

$$(\boldsymbol{R}-\lambda_i \boldsymbol{I})\, \boldsymbol{a}_i^T = \boldsymbol{O} \tag{5}$$

ここで，$\boldsymbol{I}$，単位行列；$\boldsymbol{O}$，零ベクトル；λ_i，ラグランジュ乗数。

(5) 式から，λ_i と $\boldsymbol{a}_i$ はそれぞれ，相関係数行列の固有値，固有値ベクトルになる。従って，次式が成立する。

$$\boldsymbol{a}_i \boldsymbol{a}_j^T = \begin{cases} \lambda_i & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \qquad (i, j=1, 2, \cdots, n) \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = n \tag{7}$$

(6) 式は構造ベクトルが互いに直交していることを示し，(7) 式は各合成変量の全変動に対する変動が固有値で表わされることを示している。

(4) 式と (5) 式から重みベクトルは次式で与えられる。

$$\boldsymbol{w}_i = \boldsymbol{a}_i / \lambda_i \tag{8}$$

3. 適用例と考察

以上述べたモデル式を用いて解析した結果を示す。採用観測所は Fig. 1 に示す 10 地点である。解析資料には 27 年間 (1943～1970) の旬降水量の同時記録を用いた。

Fig. 2 は (7) 式を用いて，全変動 ($n=10$) に対する各々の合成変量の変動の割合を第 4 合成変量まで示したものである。この図は旬降水量の季節的変動を表わし，これから次の結果が得られる。

(1) どの旬においても，第 4 合成変量までで全変動の 75～90% が説明される。

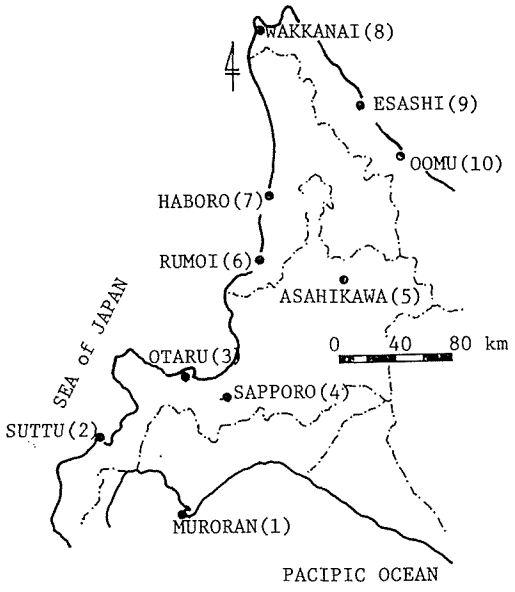


Fig. 1. Location Map of Selected Stations

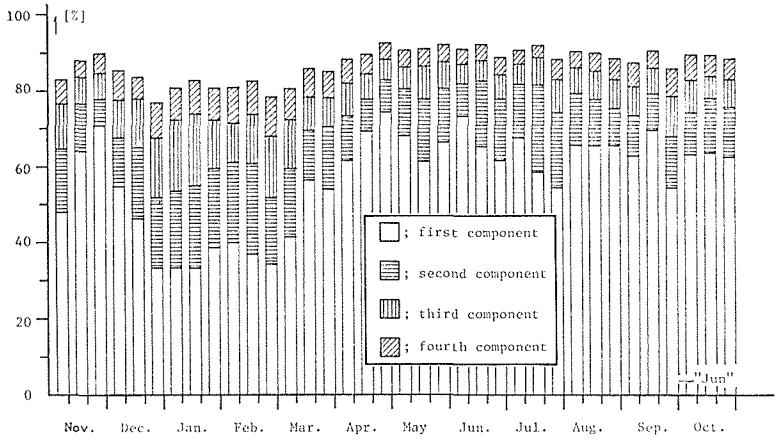


Fig. 2. Contribution of each component to total variance

(2) 第1合成変量の全変動に対する寄与は，冬期間では35～40% と低い値を示し，一方，夏期では約70% と高い値を示している。

(3) 第2, 3合成変量の全変動に対する寄与は，冬期間でに共に約20% であり，夏期では，それぞれ20%, 10% を占めている。

(4) 以上のことから，冬期の降雪は局所変動が著しく，また夏期の降雨分布は広域にわたって一様であることが推測される。

(6) 式から固有値の大きさは構造ベクトルの大きさに依存しているので，各々の変動に対する構造ベクトルの寄与の度合を調べることによって，旬降水量の地域的変動様相を把えることができる。とくに，構造ベクトルは直交しているので，広域にわたる降水量の地域分布の相異を明らかにするのに有効である。

Fig. 3は構造ベクトルの大きさを3次元空間で示したもので，図中の番号はFig. 1の観測所番号に対応する。また，構造ベクトルの大きさは次のように与えられる。たとえば，11月初旬では，観測所1（室蘭）の構造ベクトルは $(a_1, a_2, a_3)=(0.618, 0.219, 0.431)$，観測所2では，$(a_1, a_2, a_3)=(0.729, 0.108, -0.416)$ となる。この図から，各々の合成変量についての特徴を述べると，

(1) 第1合成変量

構造ベクトルはすべての旬において，ほとんどすべて正値をとっている。このことは，旬降水量の相関係数行列の要素がすべて正であることを示している。冬・春期では，構造ベクトルの大きさが，かなりの範囲にちらばっており，夏・秋期ではそれが大きい値に集中している。その結果，Fig. 2において示されるように，λ_1 が冬・春期では小さく，夏・秋期では大きい寄与を持っている。たとえば，1月初旬では，日本海側の観測所で小さい値をとり，一方，7月初旬では，ほとんどの観測所で0.8という高い係数を持っている。

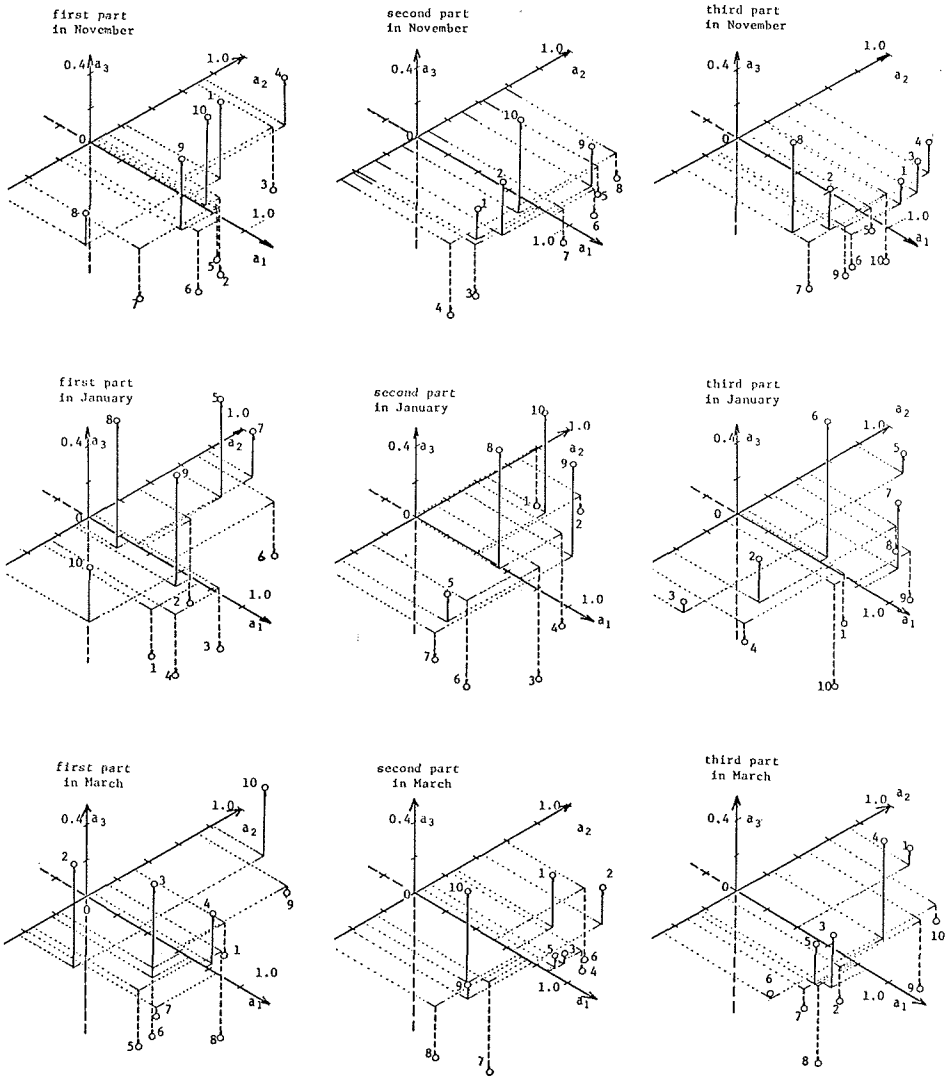
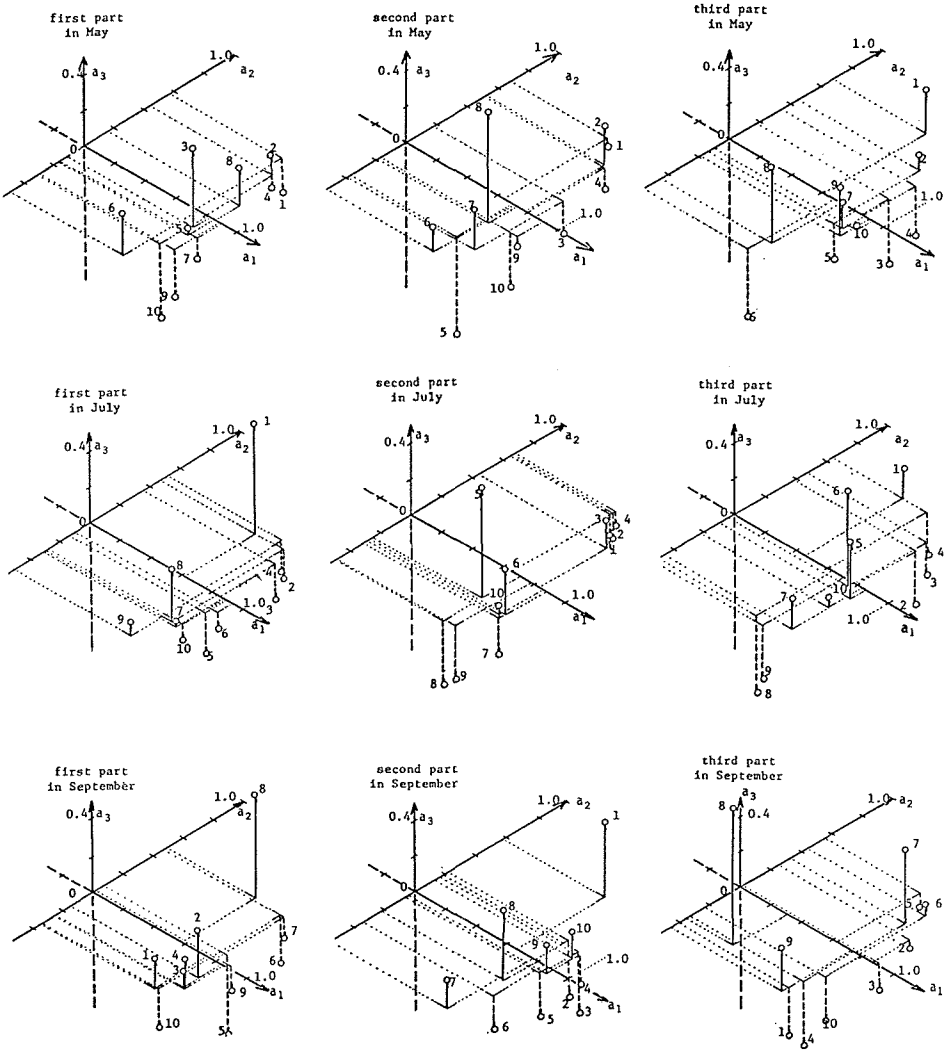


Fig. 3. Distribution of

(2) 第2合成変量

第2合成変量では降水量の地域分布特性に顕著な差がみられる。冬・初春期では日本海側と太平洋・オホーツク海側の観測所群に分割され，降水現象への地形的影響が大である。晩春・夏期では札幌以南と道北の観測所群に分割され，降水現象への気象的影響が大である。秋期でに夏期のパターンと同型であるが，オホーツク海側の降水形態が太平洋側のそれに類似している。たとえば，5月と7月では，札幌以南の観測所群は正値，道北の観測所群は負値を持っている。また，9月では，雄武(10)が札幌以南の観測所群に含まれている。

つぎに，第2合成変量の全変動に対する寄与が大である原因を考察する。たとえば，11月初旬では，小樽と札幌で大きい正値，羽幌と稚内で大きい負値をとり，1月初旬では，日本海側の観測所群が大きい正値を持っている。また，7月中旬の例では，札幌以南の観測所群が大きい正値，道北の観測所群が大きい負値をとっている。その結果，Fig. 2に示したように，これらの旬においてはλ_2の値が大きな寄与を持っている。



Three Structure Vectors

(3) 第3合成変量

この変量の特徴は月毎にある特定の観測所群が他と違った変動様相を示している点である。たとえば，1月では，オホーツク海側の観測所群の絶対値が大きく，7月では，日本海側とオホーツク海側の絶対値が大きい。また，稚内は3, 5, 9月で大きい値を示している。したがって，これらの構造ベクトルの λ_3 に対する寄与が大きい。

以上，3つの合成変量についての特徴を統合すると，構造ベクトルの直交性から，10地点の観測所は降水量の地域分布特性が異なるいくつかの観測所群に分割される。たとえば，11月初旬では，(1, 4, 10), (2, 3, 5), (6, 7) と (8, 9) の観測所群に，また，1月初旬では，(1, 4), (2, 3, 6), (5, 7) と (8, 9, 10) の観測所群にわけられる。

4. むすび

広域水資源計画上必要となる降水量の地域分布特性を明らかにする目的で，北海道の10地点における旬降水量の解析を行なった。結果を要約すると次のとおりである。

(1) 本研究の最終解は，相関係数行列の固有値，固有値ベクトルを求めることに一致する。このとき，固有値は全変動に対する寄与を評価するパラメーターとなり，降水量の地域的，季節的変動様相を把握するのに有効である。構造ベクトル（固有値ベクトル）は観測所間における降水事象の内部相関性を測る重要な指標であり，その直交性から，広域にわたる降水量の地域分布の相異性を明らかにすることができる。また，構造ベクトルは観測所のグルーピング化にも利用できる。

(2) 北海道の降水特性は，一般に認められているように，日本海側，オホーツク海側，太平洋側に分類される。冬・春期では地形的影響が大で日本海側とオホーツク海側，夏・秋期では気象的影響が大で道北と道南において降水量分布に地域差がみられる。

(3) 冬期では第3合成変量までの変動が同程度である。したがって，降雪量は水資源としての比重が大きく，しかもこの量は地域毎に比較的安定しているので，広域水資源計画上，融雪量の地域的，時間的配分は期待できる。逆に，夏期では，第1合成変量の寄与が卓越しているので，渇水状態が続くときには，それが広域におよぶ危険もあり，広域導水計画には注意を要する。

(4) 本研究では述べなかったが，(8)式によって n 組の重みベクトルが標本から算出されると，(1)式の逆変換によって地点間の旬降水量を同時模擬発生させることができる。このとき，合成変量は互いに直交しているので乱数の発生が容易である。

おわりに本研究に対して，終始御指導していただいた山岡　勲教授ならびに藤田睦博助教授に感謝いたします。なお，本研究の計算は北大大型計算機センター内 FACOM 230-60 上で行なった。

参考文献

1) 星・風間：降水量の流域特性とシミュレーションについて，第27回年次学術講演会講演概要集，第2部，p. 313, 昭和47, 土木学会.