



Title	扇形ラーメン隅角部の座屈に関する解析的研究
Author(s)	渡辺, 昇; Watanabe, Noboru; 川上, 洵 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 68(1), 35-54
Issue Date	1973-09-25
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/41148">https://hdl.handle.net/2115/41148</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	68(1)_35-54.pdf



# 扇形ラーメン隅角部の座屈に関する解析的研究

渡辺 昇\* 川上 洵\* 塚 孝司\*

(昭和48年3月24日受理)

## Analytical Research for Buckling of the Circular Curved Corner in Rigid Frame Structure

Noboru WATANABE Makoto KAWAKAMI Kouji SAKAI

### Abstract

Web plate buckling of a circular curved corner in a rigid frame structure is discussed in this paper.

In the calculation of critical values of moment, normal force and shearing force applied on the middle plane of a thin web plate of the corner, at which point the flat form of equilibrium becomes unstable and the plate begins to buckle, the Ritz's energy method is used.

The objectives of this paper are: (1) To present an analytical theory in which the effects of a curved flange are taken; (2) to present the behavior of the critical values on which the effects of curved flange width, curved flange thickness, web plate height and web plate curvature; and (3) to present the effects of a stiffener in a radial direction.

### 目 次

1. ま え が き .....	36
2. 理 論 .....	36
2.1 仮 定 .....	36
2.2 記 号 .....	36
2.3 シャイベとシェル .....	36
2.3.1 荷重状態 1 .....	36
2.3.2 荷重状態 2 .....	40
2.3.3 荷重状態 3 .....	42
2.3.4 腹板, フランジと断面力 .....	44
2.4 Ritzの方法による座屈値 .....	46
3. 解 析 と 結 果 .....	48
3.1 フランジ断面を変化する場合 .....	48
3.1.1 フランジ幅が変化する場合 .....	48
3.1.2 フランジ厚さが変化する場合 .....	48
3.2 腹板高と開角が変化する場合 .....	50
3.3 補剛材の影響 .....	53
4. あ と が き .....	54
5. 参 考 文 献 .....	54

\* 土木工学科 橋梁学講座

## 1. ま え が き

本論文は、ラーメン橋、フィレンディール橋、高架高速道路橋橋脚等にみられる隅角部の腹板及びフランジ部を考慮した腹板に関する座屈値を求め座屈設計算式を提案し、又、補剛材を入れたときの座屈値の変化を求めその影響を調べたものである。

## 2. 理 論

### 2.1 仮 定

- i) 材料は、Hooke の法則を適用できる等方かつ等質である。
- ii) 平板は、周辺単純支持である。
- iii) 荷重載荷位置は、板の中央面である。
- iv) 板の半径方向の補剛は、板の中央面に関して対称になされ、又、補剛材のねじり剛性は、無視する。
- v) 平面応力状態のもとにシャイベの計算を行なう。
- vi) 板は、Kirchhoff の板理論に従う。
- vii)  $I$ -断面を有する扇形平板の応力をみつける際、フランジは、円筒シェルとして考える。

### 2.2 記 号

$E$ : 弾性係数,  $\mu$ : ポアソン比,  $h$ : 腹板厚,  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$ : 極座標におけるラプラス演算子,  $K = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ : 板剛性,  $K_G = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$ : フランジの曲げ剛性,  $t_i, b_i$ : フランジの厚さ及び幅,  $p_{B,k}, p_{A,k}$ :  $r=B, r=A$  における荷重状態  $k$  でのフランジから腹板に作用する力,  $r_i = \frac{EI_i}{K(B-A)}$ : 但し  $EI_i$  は半径方向補剛材えの曲げ剛性,  $C_{i,k}$ : 荷重状態  $k$  におけるシャイベの解の定数,  $M_{s,0}^s, N_{s,0}^s$ : 腹板の  $\varphi=0$  における断面力,  $M_0, N_0, Q_0$ :  $I$ -断面を有する腹板の  $\varphi=0$  で三つの重荷状態による全断面力,  $p = \bar{p} \cdot M_{s,0}/B^2 h, C_{i,k} = \bar{C}_{i,k} \cdot M_{s,0}/h, d = \frac{A}{B}$ .

### 2.3 シャイベとシェル

ラーメン隅角部は、図1のとうりでありまた荷重も図のように載荷する。ここで、 $M_{s,0}, N_{s,0}, Q_{s,0}$ は、図2, 3, 4の荷重の重ね合せたものである。

#### 2.3.1 荷重状態 1

図2を荷重状態1とする。 $M_s^1, N_s^1$ が作用するときの腹板の応力分布は、外側と内側のフランジを円筒シェル、腹板を扇形平板と考え解析する。腹板は、 $\Delta \Delta F = 0$

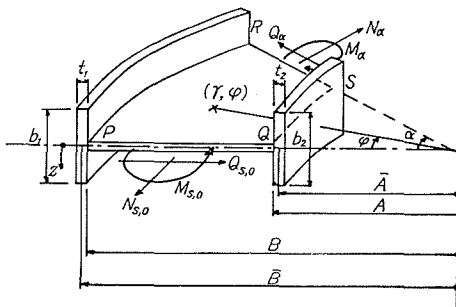


図 1

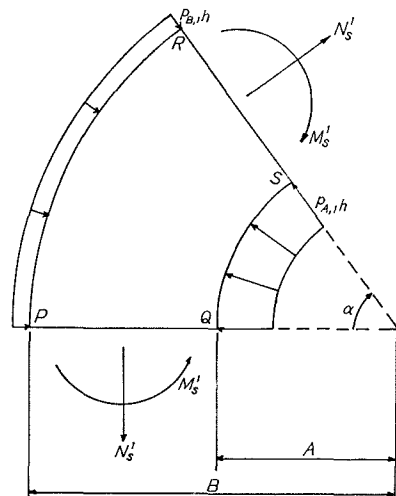


図 2

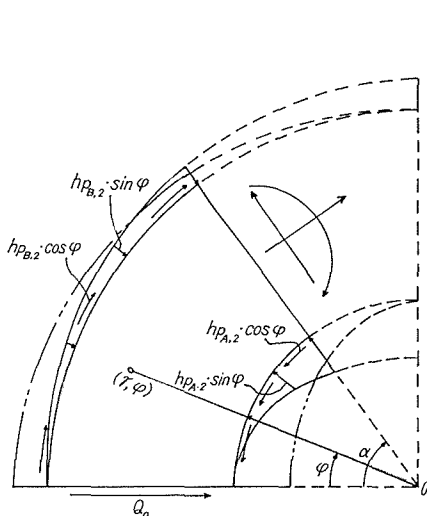


図 3

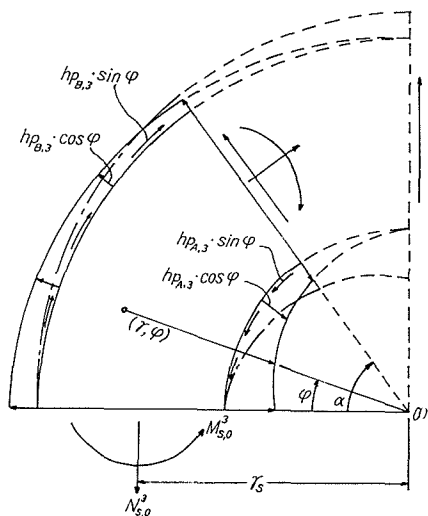


図 4

という Airy の応力関数を満足しなければならない。図 2 では、軸対称荷重であるから次式となる。

$$F'''' + \frac{2}{r} F''' - \frac{1}{r^2} F'' + \frac{1}{r^3} F' = 0 \quad (1)$$

これをとくと

$$F = C_{1,1} \ln \frac{r}{B} + \left(\frac{r}{B}\right)^2 (C_{2,1} + C_{3,1} \ln \frac{r}{B}) + C_{4,1} \quad (2)$$

式(2)より応力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\varphi,1} &= \frac{1}{B^2} \left\{ -C_{1,1} \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)^2} + 2C_{2,1} + C_{3,1} \left(3 + 2 \ln \frac{r}{B}\right) \right\} \\ \sigma_{r,1} &= \frac{1}{B^2} \left\{ C_{1,1} \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)^2} + 2C_{2,1} + C_{3,1} \left(1 + 2 \ln \frac{r}{B}\right) \right\} \\ \tau_{r\varphi,1} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる。また変形は

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1}{EB} \left\{ -C_{1,1} (1 + \mu) \cdot \frac{1}{\frac{r}{B}} + 2C_{2,1} (1 - \mu) \frac{r}{B} + \right. \\ &\quad \left. + C_{3,1} \frac{r}{B} \left[ -(1 + \mu) + 2(1 - \mu) \ln \frac{r}{B} \right] \right\} \\ v &= \frac{4C_{3,1}}{EB} \cdot \frac{r}{B} \cdot \varphi \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

である。

フランジ部<sup>5)</sup>は、図 5 の釣合いより

$$\left. \begin{aligned} N_{\varphi} + Q'_z &= 0 \\ M'_z - r_{\varphi} Q_z &= 0 \end{aligned} \right\} \longrightarrow N_{\varphi} = -\frac{1}{r_{\varphi}} \cdot M'_z \quad (5)$$

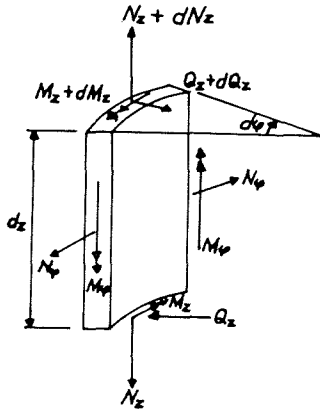


図 5

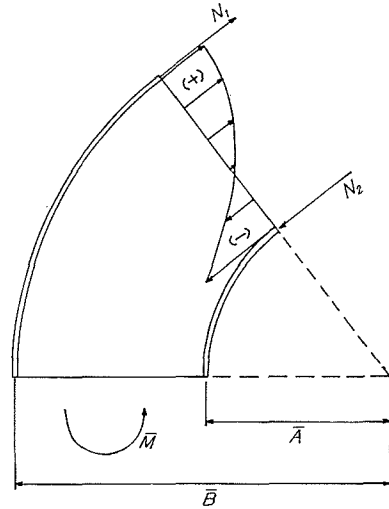


図 6

但し

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial \left( \frac{x}{r_G} \right)}, \quad \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) = \frac{\partial}{\partial \varphi}.$$

また、円筒シェル理論より

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_z &= \frac{w'}{r_G} - x \cdot \frac{u''}{r_G^2} \\ \varepsilon_\varphi &= \frac{v'}{r_G} - \frac{x}{r_G} \cdot \frac{u''}{r_G + x} + \frac{u}{r_G + x} \\ \gamma_{z\varphi} &= \frac{w'}{r_G + x} + \frac{r_G + x}{r_G} \cdot v' - \frac{u'}{r_G} \cdot \left( \frac{x}{r_G} + \frac{x}{r_G + x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

そして、断面力は、

$$\left. \begin{aligned} N_\varphi &= \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_\varphi dx \\ N_z &= \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_z \left( 1 + \frac{x}{r_G} \right) dx \\ M_z &= - \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_z \left( 1 + \frac{x}{r_G} \right) x \cdot dx \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$r_G + x \approx r_G$  とおくと

$$\left. \begin{aligned} N_\varphi &= \frac{D}{r_G} (v' + u + \mu w') \\ N_z &= \frac{D}{r_G} [w' + \mu(v' + u)] \\ M_z &= \frac{K_G}{r_G^2} (u'' + \mu u''') \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

但し

$$D = \frac{Et}{1 - \mu^2}$$

となる。ここで  $N_z = 0$  とおくと

$$N_\varphi = \frac{D}{r_G} (1 - \mu^2) \left( u + \frac{4C_{3,1} \cdot r_G}{EB^2} \right)$$

式(5)と(8)より

$$u'''' + \frac{12(1-\mu^2) \cdot r_G^2}{t^3} \cdot \left( u + \frac{4C_{3,1} \cdot r_G}{EB^2} \right) = 0 \quad (9)$$

式(9)で  $\lambda = \sqrt[4]{3(1-\mu^2)} \sqrt{\frac{r_G}{t}}$  とおいて解くと,

$$\begin{aligned} u = & k_1 \cdot \cosh \frac{\lambda z}{r_G} \cdot \cos \frac{\lambda z}{r_G} + k_2 \cosh \frac{\lambda z}{r_G} \cdot \sin \frac{\lambda z}{r_G} + \\ & + k_3 \cdot \sinh \frac{\lambda z}{r_G} \cdot \cos \frac{\lambda z}{r_G} + k_4 \cdot \sinh \frac{\lambda z}{r_G} \cdot \sin \frac{\lambda z}{r_G} - \frac{4C_{3,1} \cdot r_G}{EB^2} \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)は、外側と内側の両フランジについて成立する。従って未知数は、 $C_{1,1}$ ,  $C_{2,1}$ ,  $C_{3,1}$ ,  $k_1^{\text{外内}}$ ,  $k_2^{\text{外内}}$ ,  $k_3^{\text{外内}}$ ,  $k_4^{\text{外内}}$  の計 11 個である。これを次の境界条件及び連続の条件から求める。

境界条件

$$\text{i), ii) } z = \frac{b_1}{2}; Q_z = 0, \quad M_z = 0 \quad (11 \text{ a, b})$$

$$\text{iii), iv) } z = \frac{b_2}{2}; Q_z = 0, \quad M_z = 0 \quad (12 \text{ a, b})$$

$$\text{v), vi) } z = 0; \quad u^{\text{外側}} = 0, \quad u^{\text{内側}} = 0 \quad (13 \text{ a, b})$$

連続の条件 (フランジと腹板の接合点)

$$\text{i) } r = B; \quad u^{\text{フランジ}} = u^{\text{腹板}} \quad (14)$$

$$\text{ii) } r = \bar{B}; \quad Q_z = -\frac{1}{2} \sigma_r \cdot h \cdot \frac{r_G - \frac{t_1}{2}}{r_G} \quad (15)$$

$$\text{iii) } r = A; \quad u^{\text{フランジ}} = u^{\text{腹板}} \quad (16)$$

$$\text{iv) } r = \bar{A}; \quad Q_z = \frac{1}{2} \sigma_r \cdot h \cdot \frac{r_G + \frac{t_2}{2}}{r_G} \quad (17)$$

また図 6 より釣合い式を求めると

$$N_1 \bar{B} + N_2 \bar{A} + h \int_A^B r \cdot \sigma_\varphi dr = \bar{M} \quad (18)$$

但し、ここで  $r_G = \bar{B}$  又は  $r_G = \bar{A}$  を示している。式(11)から、式(18)までの 11 本の式より

$$\left. \begin{aligned} C_{1,1} &= \frac{G_1}{G_4} \cdot \frac{\bar{M}}{h} \quad \text{又は} \quad \bar{C}_{1,1} = \frac{G_1}{G_4} \cdot \frac{\bar{M}}{M_{s,0}}, \\ C_{2,1} &= \frac{G_2}{G_4} \cdot \frac{\bar{M}}{h} \quad \text{又は} \quad \bar{C}_{2,1} = \frac{G_2}{G_4} \cdot \frac{\bar{M}}{M_{s,0}}, \\ C_{3,1} &= 2 \frac{G_3}{G_4} \cdot \frac{\bar{M}}{h} \quad \text{又は} \quad \bar{C}_{3,1} = 2 \frac{G_3}{G_4} \cdot \frac{\bar{M}}{M_{s,0}}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここで、

$$\begin{aligned} G_1 = & 4 \cdot d^2 \left\{ (1-\mu^2) \ln d - (1-\mu) \left( \frac{t_1}{B} + \frac{t_2}{dB} \right) + \right. \\ & \left. + X_1 \left[ 1 - \frac{t_2}{dB} + (1-\mu) \cdot \ln d \right] + X_2 \left[ 1 + \frac{t_1}{B} - (1-\mu) \cdot \ln d \right] - X_1 X_2 \ln d \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_2 &= -(1+\mu) \left\{ (3-\mu)(1-d^2) + 2 \left( \frac{t_1}{B} + \frac{d \cdot t_2}{B} \right) - 2d^2(1-\mu) \cdot \ln d \right\} - \\
&\quad - X_1 \left\{ (1+\mu) + (3-\mu)d^2 - 2 \frac{dt^2}{B} + 2d^2(1-\mu) \cdot \ln d \right\} - \\
&\quad - X_2 \left\{ (3-\mu) + \frac{2t_1}{B} + d^2(1+\mu)(1+2 \ln d) \right\} - X_1 X_2 (1-d^2 - 2d^2 \ln d) \\
G_3 &= (1-\mu^2)(1-d^2) + X_1 \left\{ (1+\mu) + (1-\mu)d^2 \right\} + X_2 \left\{ (1-\mu) + (1+\mu)d^2 \right\} + X_1 \cdot X_2 (1-d^2) \\
G_4 &= G_1 \left\{ \ln d - \frac{1}{2} \left( \frac{t_1}{B} + \frac{t_2}{dB} \right) \right\} - \\
&\quad - G_2 \left\{ (1-d^2) + \left( \frac{t_1}{B} + \frac{dt_2}{B} \right) \right\} + 2G_3 \left\{ d \left( d - \frac{t_2}{B} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{t_1}{B} + \frac{dt_2}{B} \right) \right\}
\end{aligned}$$

上式中,  $X_1, X_2$  は

$$\begin{aligned}
X_1 &= \frac{\lambda_1 h \left( 2 + \cosh \frac{\lambda_1 b_1}{B} + \cos \frac{\lambda_1 b_1}{B} \right)}{2t_1 \left( \sinh \frac{\lambda_1 b_1}{B} + \sin \frac{\lambda_1 b_1}{B} \right)} \\
X_2 &= \frac{\lambda_2 h \left( 2 + \cosh \frac{\lambda_2 b_2}{A} + \cos \frac{\lambda_2 b_2}{A} \right)}{2t_2 \left( \sinh \frac{\lambda_2 b_2}{A} + \sin \frac{\lambda_2 b_2}{A} \right)}
\end{aligned}$$

である。

腹板の断面力は

$$\left. \begin{aligned}
N_{s,0}^1 &= h \int_A^B \sigma_\varphi dr = \eta \frac{\bar{M}}{B} \\
M_{s,0}^1 &= \bar{M} - N_1 \bar{B} - N_2 \bar{A} = \delta \bar{M}
\end{aligned} \right\} \quad (20)$$

である。

ここで

$$\left. \begin{aligned}
\eta &= \frac{1}{G_4} \left\{ G_1 \left( 1 - \frac{1}{d} \right) + 2G_2 \cdot (1-d) + 2G_3 (1-d - 2d \ln d) \right\} \\
\delta &= \left\{ 1 + \frac{1}{G_4} (G_1 + 2G_3) \cdot \left[ 1-d + \frac{1}{2} \left( \frac{t_1}{B} + \frac{t_2}{B} \right) \right] + \eta \cdot \left( d - \frac{1}{2} \frac{t_2}{B} \right) \right\}
\end{aligned} \right\} \quad (21)$$

フランジの有効幅は, 次式より決る。

$$\bar{b} = \frac{2 \int_0^{\frac{b}{2}} N_\varphi \cdot dz}{N_\varphi(z=0)} = \frac{2r_G \cdot \left( \sinh \frac{\lambda b}{r_G} + \sin \frac{\lambda b}{r_G} \right)}{\lambda \left( 2 + \cosh \frac{\lambda b}{r_G} + \cos \frac{\lambda b}{r_G} \right)} \quad (22)$$

### 2.3.2 荷重状態 2

図3を荷重状態2とする。Airyの応力関数は,  $F=R(r) \cdot \sin \varphi$ の形をとる。すると次のような常微分方程式を得る。

$$R'''' + \frac{2}{r} R''' - \frac{2}{r^2} \cdot R'' + \frac{3}{r^3} R' - \frac{3}{r^4} R = 0 \quad (23)$$

式(23)より

$$R(r) = C_{1,2} \frac{1}{r} + C_{2,2} \left( \frac{r}{B} \right)^3 + \left( C_{3,2} \cdot \ln \frac{r}{B} + C_{4,2} \right) \frac{r}{B} \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\varphi,2} &= \frac{1}{B^2} \left\{ 2C_{1,2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)^3} + C_{2,2} \left(\frac{r}{B}\right) + C_{3,2} \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)} \right\} \sin \varphi \\ \sigma_{r,2} &= \frac{1}{B^2} \left\{ -2C_{1,2} \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)^3} + 2C_{2,2} \frac{r}{B} + C_{3,2} \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)} \right\} \sin \varphi \\ \tau_{r\varphi,2} &= -\frac{1}{B^2} \left\{ -2C_{1,2} \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)^3} + 2C_{2,2} \left(\frac{r}{B}\right) + C_{3,2} \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)} \right\} \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

常数  $C_{1,2}$ ,  $C_{2,2}$ ,  $C_{3,2}$  は、次の条件を満足しなければならない。

- i)  $r = B$ ;  $\sigma_r = -p_{B,2} \cdot \sin \varphi$
- ii)  $r = A$ ;  $\sigma_r = -p_{A,2} \cdot \sin \varphi$
- iii)  $\varphi = 0$ ;  $h \int_A^B \tau_{r\varphi} \cdot dr = Q$ .

従って

$$\left. \begin{aligned} \bar{C}_{1,2} &= \frac{d^2 \left\{ \psi + \frac{1}{2} (-\bar{p}_{B,2} + d \cdot \bar{p}_{A,2}) - \frac{d \cdot \ln d}{1-d^2} (\bar{p}_{B,2} \cdot d - \bar{p}_{A,2}) \right\}}{2[\ln d(1+d^2) + (1-d^2)]} \\ \bar{C}_{2,2} &= -\frac{\bar{C}_{1,2}}{d^2} - \frac{(\bar{p}_{B,2} - d\bar{p}_{A,2})}{2(1-d^2)} \\ \bar{C}_{3,2} &= 2 \left( 1 + \frac{1}{d^2} \right) \cdot \bar{C}_{1,2} + \frac{d}{1-d^2} (d \cdot \bar{p}_{B,2} - \bar{p}_{A,2}) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

となる。

図7より

$$\left. \begin{aligned} p_{B,2} \cdot h \cdot B \cdot \sin \varphi &= \sigma_{\varphi(r=B)} \cdot \bar{b}_1 \cdot t_1 \\ -p_{A,2} \cdot h \cdot A \cdot \sin \varphi &= \sigma_{\varphi(r=A)} \cdot \bar{b}_2 \cdot t_2 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式(27)より

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}_{B,2} &= \zeta_B \cdot \bar{C}_{1,2} \\ \bar{p}_{A,2} &= \zeta_A \cdot \bar{C}_{1,2} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

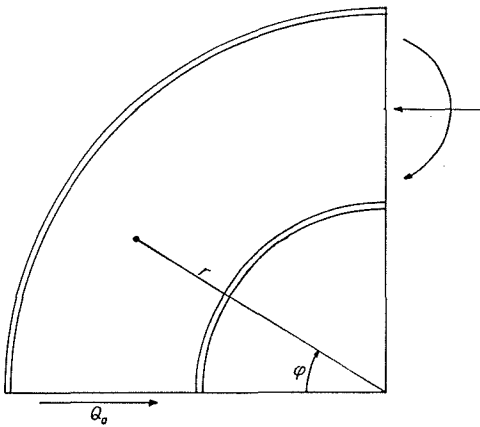


図 7 a

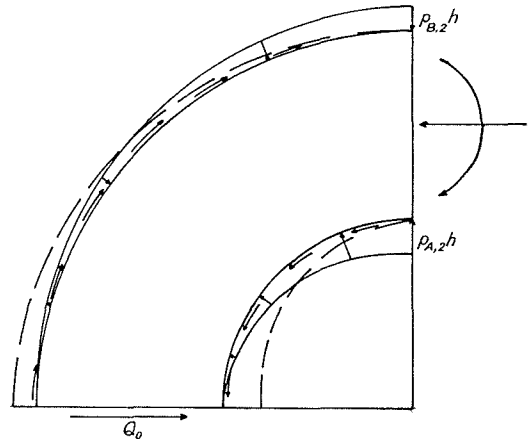


図 7 b

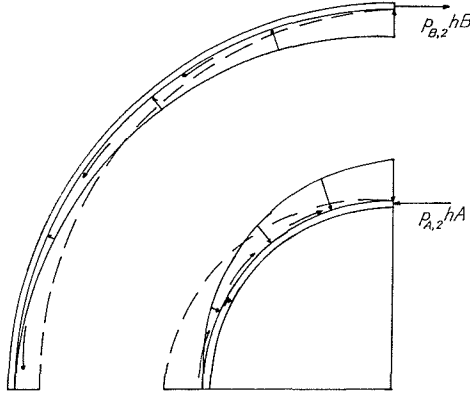


図 7c

但し

$$\zeta_B = \frac{4(d^{-1}-1) \cdot \frac{\bar{b}_1}{h} \cdot \frac{t_1}{B} \left\{ d(1-d^2) + (1+3d^2) \cdot \frac{\bar{b}_2}{h} \cdot \frac{t_2}{B} \right\}}{-d \left\{ (1-d^2) + (3-d^2) \cdot \frac{\bar{b}_1}{h} \cdot \frac{t_1}{B} \right\} + \frac{\bar{b}_2}{h} \cdot \frac{t_2}{B} \left\{ (1-3d^2) + 3(1-d^2) \cdot \frac{\bar{b}_1}{h} \cdot \frac{t_1}{B} \right\}}$$

$$\zeta_A = \frac{4(d^{-2}-1) \cdot \frac{\bar{b}_2}{h} \cdot \frac{t_2}{B} \cdot d^{-1} \left\{ -d^2 + (3+d^2) \cdot \frac{\bar{b}_1}{h} \cdot \frac{t_1}{B} \right\}}{-d \left\{ (1-d^2) + (3-d^2) \cdot \frac{\bar{b}_1}{h} \cdot \frac{t_1}{B} \right\} + \frac{\bar{b}_2}{h} \cdot \frac{t_2}{B} \left\{ (1-3d^2) + 3(1-d^2) \cdot \frac{\bar{b}_1}{h} \cdot \frac{t_1}{B} \right\}}$$

である。

また、式(26)と式(28)より次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}_{B,2} &= \psi \zeta_B \frac{d^2}{\zeta} \\ \bar{p}_{A,2} &= \psi \zeta_A \frac{d^2}{\zeta} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

ここで

$$\zeta = 2 \cdot \left[ (1+d^2) \cdot \ln d + (1-d^2) \right] - d^2 \left[ \frac{1}{2} (-\zeta_B + d\zeta_A) + \frac{d \cdot \ln d}{1-d^2} (\zeta_A - d\zeta_B) \right]$$

### 2.3.3 荷重状態 3

図4を荷重状態3とする。Airyの応力関数は、 $F=R(r) \cdot \cos \varphi$ の形をとる。このとき、微分方程式は、式(23)と同じ形になりその解は、式(24)となる。また応力は、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\varphi,3} &= \frac{1}{B^2} \left\{ 2C_{1,3} \cdot \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)^3} + 6C_{2,3} \cdot \frac{r}{B} + C_{3,3} \cdot \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)} \right\} \cos \varphi \\ \sigma_{r,3} &= \frac{1}{B^2} \left\{ -2C_{1,3} \cdot \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)^3} + 2C_{2,3} \cdot \frac{r}{B} + C_{3,3} \cdot \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)} \right\} \cos \varphi \\ \tau_{r\varphi,3} &= \frac{1}{B^2} \left\{ -2C_{1,3} \cdot \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)^3} + 2C_{2,3} \cdot \frac{r}{B} + C_{3,3} \cdot \frac{1}{\left(\frac{r}{B}\right)} \right\} \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

常数  $C_{1,3}$ ,  $C_{2,3}$ ,  $C_{3,3}$  は、次の条件を満足しなければならない。

- i)  $r = B$ ;  $\sigma_r = p_{B,3} \cdot \cos \varphi$
- ii)  $r = A$ ;  $\sigma_r = p_{A,3} \cdot \cos \varphi$
- iii)  $\varphi = 0$ ;  $h \cdot \int_A^B \sigma_\varphi \cdot dr = N_{s,0}^3$

従って

$$\left. \begin{aligned} \bar{C}_{1,3} &= - \frac{d^2 \left\{ \xi - (d\bar{p}_{A,1} - \bar{p}_{B,2}) + \frac{3}{2} (-\bar{p}_{B,3} + d\bar{p}_{A,3}) + \frac{d \ln d}{1-d^2} (\bar{p}_{A,3} - d\bar{p}_{B,3}) \right\}}{2[\ln d(1+d^2) + (1-d^2)]} \\ \bar{C}_{2,3} &= - \frac{\bar{C}_{1,3}}{d^2} + \frac{(\bar{p}_{B,3} - d\bar{p}_{A,3})}{2(1-d^2)} \\ \bar{C}_{3,3} &= 2 \left( 1 + \frac{1}{d^2} \right) \cdot \bar{C}_{1,3} - \frac{d}{1-d^2} (d \cdot \bar{p}_{B,3} - \bar{p}_{A,3}) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

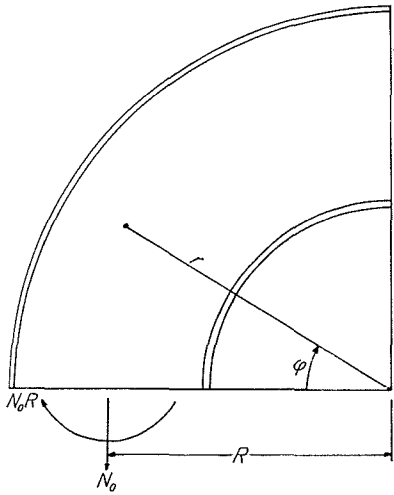


図 8 a

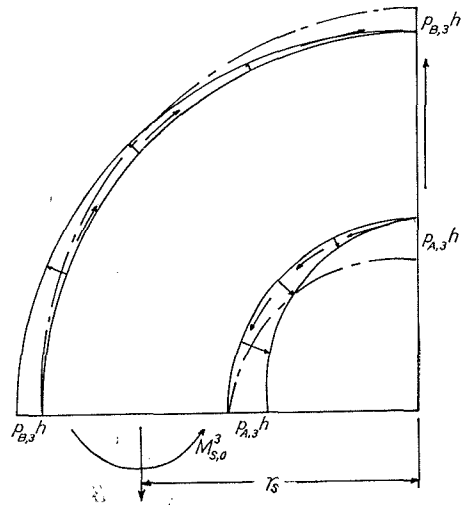


図 8 b

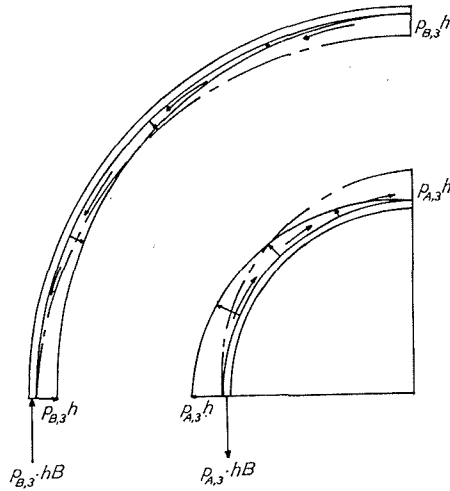


図 8 c

となる。

図8より

$$\left. \begin{aligned} -p_{B,3} \cdot h \cdot B \cdot \cos \varphi &= \sigma_{\varphi(r=B)} \cdot \bar{b}_1 \cdot t_1 \\ p_{A,3} \cdot h \cdot A \cdot \cos \varphi &= \sigma_{\varphi(r=A)} \cdot \bar{b}_2 \cdot t_2 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

式(32)より

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}_{B,3} &= -\zeta_B \cdot \bar{C}_{1,3} \\ \bar{p}_{A,3} &= -\zeta_A \cdot \bar{C}_{1,3} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

となる。

### 2.3.4 腹板, フランジと断面力

2.3より, 腹板の応力は, 次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\varphi} &= \frac{M_{s,0}}{B^2 h} \left\{ \begin{aligned} &\left[ -\frac{\bar{C}_{1,1}}{\left(\frac{r}{B}\right)^2} + (2\bar{C}_{3,1} - \bar{C}_{1,1} - \bar{p}_{B,1}) + 2\bar{C}_{3,1} \cdot \ln \frac{r}{B} \right] + \\ &+ \left[ \frac{\bar{C}_{1,3}}{B} + \frac{2\bar{C}_{1,3}}{\left(\frac{r}{B}\right)^3} + 6\bar{C}_{2,3} \cdot \frac{r}{B} \right] \sin \varphi + \\ &+ \left[ \frac{\bar{C}_{3,3}}{B} + \frac{2\bar{C}_{1,3}}{\left(\frac{r}{B}\right)^3} + 6\bar{C}_{2,3} \cdot \frac{r}{B} \right] \cos \varphi \end{aligned} \right\} \\ \sigma_r &= \frac{M_{s,0}}{B^2 h} \left\{ \begin{aligned} &\left[ \frac{\bar{C}_{1,1}}{\left(\frac{r}{B}\right)^2} - (\bar{C}_{1,1} + \bar{p}_{B,1}) + 2\bar{C}_{3,1} \cdot \ln \frac{r}{B} \right] + \\ &+ \left[ \frac{\bar{C}_{3,2}}{B} - \frac{2\bar{C}_{1,2}}{\left(\frac{r}{B}\right)^3} + 2\bar{C}_{2,2} \cdot \frac{r}{B} \right] \cdot \sin \varphi + \\ &+ \left[ \frac{\bar{C}_{3,3}}{B} - \frac{2\bar{C}_{1,3}}{\left(\frac{r}{B}\right)^3} + 2\bar{C}_{3,3} \cdot \frac{r}{B} \right] \cos \varphi \end{aligned} \right\} \\ \tau_{r\varphi} &= \frac{M_{s,0}}{B^2 h} \left\{ \begin{aligned} &- \left[ \frac{\bar{C}_{3,2}}{B} - 2 \frac{\bar{C}_{1,2}}{\left(\frac{r}{B}\right)^3} + 2\bar{C}_{2,2} \cdot \frac{r}{B} \right] \cos \varphi + \\ &+ \left[ \frac{\bar{C}_{3,3}}{B} - \frac{2\bar{C}_{1,3}}{\left(\frac{r}{B}\right)^3} + 2\bar{C}_{2,3} \cdot \frac{r}{B} \right] \sin \varphi \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

また, 図1, 2, 3, 4より  $\varphi=0$  で断面力の間には, 次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} M_{s,0} &= \delta \cdot \bar{M} - N_{s,0}^3 \cdot r_s + (\bar{p}_{B,3} - d^2 \cdot \bar{p}_{A,3}) \cdot M_{s,0} \\ N_{s,0} &= N_{s,0}^1 + N_{s,0}^3 = \eta \cdot \frac{\bar{M}}{B} + N_{s,0}^3 \\ Q_{s,0} &= Q_0 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

但し

$$M_{s,0} = M_s^1 + M_{s,0}^3 \quad (36)$$

$$N_s^1 = (d \cdot \bar{p}_{A,1} - \bar{p}_{B,1}) \cdot \frac{M_{s,0}}{B} \quad (37)$$

$$N_{s,0}^3 = \left\{ \xi + (\bar{p}_{B,1} - d \cdot \bar{p}_{A,1}) \right\} \cdot \frac{M_{s,0}}{B} \quad (38)$$

$$M_s^1 = \left\{ 1 + \frac{r_s}{B} \cdot (\xi + \bar{p}_{B,1} - d \cdot \bar{p}_{A,1}) - (\bar{p}_{B,3} - \bar{p}_{A,2} \cdot d^2) \right\} M_{s,0} \quad (39)$$

$$M_{s,0}^3 = \left\{ - \left[ \xi + (\bar{p}_{B,1} - d \cdot \bar{p}_{A,1}) \right] \cdot \frac{r_s}{B} + (\bar{p}_{B,3} - \bar{p}_{A,3} \cdot d^2) \right\} M_{s,0} \quad (40)$$

$$N_{s,0} = \xi \cdot \frac{M_{s,0}}{B} \quad (41)$$

$$Q_0 = \phi \frac{M_{s,0}}{B} = \beta \cdot \frac{M_0}{(B-A)} \quad (42)$$

$$N_0 = \vartheta \cdot \frac{M_0}{(B-A)} \quad (43)$$

式 (35), (37), (38), (41), (43) より

$$N_{s,0}^3 = N_0 + (\bar{p}_{B,3} - d \cdot \bar{p}_{A,3}) \cdot \frac{M_{s,0}}{B} \quad (44)$$

又, 図 4 より

$$M_{s,0}^3 = -N_{s,0}^3 \cdot r_s + h(B^2 \cdot p_{B,3} - A^2 \cdot p_{A,3}) \quad (45)$$

従って

$$M_{s,0}^3 = -N_{s,0}^3 \cdot r_s + (\bar{p}_{B,3} - d^2 \cdot \bar{p}_{A,3}) \cdot M_{s,0} \quad (46)$$

また, 式 (35) と式 (41) より

$$\bar{M} = \frac{1 + \frac{r_s}{B} \cdot \xi - (\bar{p}_{B,4} - d^2 \cdot \bar{p}_{A,3})}{\delta + \eta \cdot \frac{r_s}{B}} \cdot M_{s,0} \quad (47)$$

である。

式 (35) と式 (38) と式 (44) と  $M_0 = \bar{M} - N_0 r_s$  より

$$N_0 = \left\{ \frac{\xi \cdot \delta - \eta + \eta \cdot (\bar{p}_{B,3} - d^2 \cdot \bar{p}_{A,3})}{\delta + \eta \cdot \frac{r_s}{B}} - (\bar{p}_{B,3} - d \bar{p}_{A,3}) \right\} \frac{M_{s,0}}{B} \quad (48)$$

式 (13) において

$$\text{i) } r = B; \sigma_r = -p_{B,1}$$

$$\text{ii) } r = A; \sigma_r = -p_{A,1}$$

より

$$\bar{p}_{B,1} = - \frac{1 + \xi \cdot \frac{r_s}{B} - (\bar{p}_{B,3} - d^2 \cdot \bar{p}_{A,3})}{\left( \delta + \eta \cdot \frac{r_s}{B} \right) \cdot G_4} \cdot (G_1 + G_2 + G_3) \quad (49)$$

$$\bar{p}_{A,1} = - \frac{1 + \xi \cdot \frac{r_s}{B} - (\bar{p}_{B,3} - d^2 \cdot \bar{p}_{A,3})}{\left( \delta + \eta \cdot \frac{r_s}{B} \right) \cdot G_4} \left\{ \frac{G_1}{d^2} + 2G_2 + 2G_3(1 + 2 \ln d) \right\} \quad (50)$$

式 (33) より

$$\bar{c}_{1,3} = - \frac{d^2 \left\{ \xi - (d \bar{p}_{A,1} - \bar{p}_{B,1}) + \frac{3}{2} (-\bar{p}_{B,3} + d \bar{p}_{A,3}) + \frac{d \cdot \ln d}{1 - d^2} (\bar{p}_{A,3} - d \cdot \bar{p}_{B,3}) \right\}}{2 [\ln d \cdot (1 + d^2) + (1 - d^2)]}$$

従って

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}_{B,3} &= \frac{\zeta_B \cdot d^2 [\xi - d \cdot \bar{p}_{A,1} + \bar{p}_{B,1}]}{\zeta + d^2 [\zeta_B - d \zeta_A]} \\ \bar{p}_{A,3} &= \frac{\zeta_B \cdot d^2 [\xi - d \cdot \bar{p}_{A,1} + \bar{p}_{B,1}]}{\zeta + d^2 [\zeta_B - d \zeta_A]} \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

また、式(42), (43), (48)より

$$\phi = \frac{\beta}{1-d} \left\{ \frac{1 + \xi \cdot \frac{r_s}{B} - \frac{r_s}{B} - (\xi \cdot \delta - \eta) - (\bar{p}_{B,3} - d^2 \cdot \bar{p}_{A,3}) \left( 1 + \eta \cdot \frac{r_s}{B} \right)}{\delta + \eta \cdot \frac{r_s}{B}} + \frac{r_s}{B} (\bar{p}_{B,3} - d \cdot \bar{p}_{A,3}) \right\} \quad (52)$$

$$\xi = \frac{\zeta \left[ \eta \left( 1 - d + \vartheta \frac{r_s}{B} \right) + \vartheta \right] - \vartheta \cdot d^2 \cdot (-\zeta_B + d \zeta_A)}{\zeta \left[ \delta \cdot \left( 1 - d + \vartheta \cdot \frac{R}{B} \right) - \vartheta \cdot \frac{r_s}{B} \right] + d^2 \cdot \vartheta \cdot \frac{r_s}{B} (-\zeta_B + d \zeta_A) + \vartheta \cdot d^2 \cdot (\zeta_B - d^2 \cdot \zeta_A)} \quad (53)$$

となる。

## 2.4 Ritzの方法による座屈値

腹板を周辺単純支持扇形平板と見做し、その座屈曲面を

$$w(r, \varphi) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} \sin \frac{m\pi\varphi}{\alpha} \sin \frac{n\pi \ln \frac{r}{B}}{\ln d} \quad (54)$$

と仮定する。

扇形平板の全ポテンシャルエネルギーは

$$\begin{aligned} \delta^2 \Pi &= \frac{1}{2} \int_A^B \int_0^\alpha \left\{ \sigma_r \cdot h \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \sigma_\varphi h \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right)^2 + \tau_{r\varphi} h \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \cdot \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) \right\} + \\ &+ K \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right)^2 - 2(1-\mu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right] - \right. \right. \\ &\left. \left. - \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \varphi} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right]^2 \right) \right] \right\} r d \varphi dr \quad (55) \end{aligned}$$

と表わせる。これを、次のような簡略形におく。

$$\delta^2 \Pi = \int_A^B \int_0^\alpha F \left( \varphi, r, \frac{\partial w}{\partial \varphi}, \frac{\partial w}{\partial r}, \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi \partial r}, \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}, \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) d\varphi dr \quad (56)$$

式(56)から

$$\frac{\partial(\delta^2 \Pi)}{\partial A_{mn}} = \int_A^B \int_0^\alpha \frac{\partial F}{\partial A_{mn}} d\varphi dr = 0 \quad (57)$$

により、 $A_{1,1}, A_{1,2}, \dots, A_{mn}$  についての同次連立方程式を得る。この  $A_{1,1}, A_{1,2}, \dots, A_{mn}$  の全部が零でない条件から、その係数行列式を零とするような座屈条件を得る。

$$\begin{aligned} \sum_q A_{mq} R_{mnmq} &= k_M \left\{ A_{mn} B_{mnmn}^{(1)} + \sum_q A_{mq} B_{mnmq}^{(2)} + \right. \\ &\left. + \sum_q A_{mq} \cdot B_{mnmq}^{(3)} + \sum_p \sum_q A_{pq} \cdot B_{mnpq}^{(4)} \right\} \quad (58) \\ &(n+q: \text{奇数}) \end{aligned}$$

ここで、また、以下  $\rho_a = \ln \frac{A}{B}$

$$p_{m,p} = \frac{1}{(m-p)^2 \cdot \frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1}, \quad Q_{m,p} = \frac{1}{(m+p)^2 \cdot \frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1}$$

$$F_{n,q} = \frac{1}{(n-q)^2 \cdot \left(\frac{\pi}{\rho_d}\right)^2 + 1}, \quad H_{n,q} = \frac{1}{(n+q)^2 \cdot \left(\frac{\pi}{\rho_d}\right)^2 + 1}$$

とおくと

$$R_{mnmq} = \alpha \frac{nq \left(\frac{\pi}{\rho_d}\right)^2 \left[1 - (-1)^{n+q} \cdot d^{-2}\right]}{\left(4 + \frac{(n-q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}\right) \left(4 + \frac{(n+q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}\right)} \times \\ \times \left\{ 4 \left[ \left(\frac{m\pi}{\alpha}\right) + \left(\frac{n\pi}{\rho_d}\right)^2 \right] \left[ \left(\frac{m\pi}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{q\pi}{\rho_d}\right)^2 \right] + (1-\mu) \left[ (n^2 - q^2)^2 \left(\frac{\pi}{\rho_d}\right)^4 + 8(n^2 + q^2) \left(\frac{\pi}{\rho_d}\right)^2 + 16 \right] \right\} \quad (59)$$

$$B_{mnmn}^{(1)} = -\frac{\rho_d}{2} \cdot \alpha \left\{ \left(\frac{m\pi}{\alpha}\right)^2 \left[ 2\bar{C}_{3,1} \cdot \left(1 + \frac{\rho_d}{2}\right) - \bar{C}_{1,1} - \bar{p}_{B,1} \right] + \left(\frac{n\pi}{\rho_d}\right)^2 \left[ \bar{C}_{3,1} \cdot \rho_d - \bar{C}_{1,1} - \bar{p}_{B,1} \right] \right\} \quad (60)$$

$$B_{mnmn}^{(2)} = \alpha \bar{C}_{1,1} \left[ 1 - (-1)^{n+q} \cdot d^{-2} \right] \times \\ \times \left\{ \left(\frac{m\pi}{\alpha}\right)^2 \left( \frac{1}{4 + \frac{(n-q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}} - \frac{1}{4 + \frac{(n+q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}} \right) - nq \left(\frac{\pi}{\rho_d}\right)^2 \left( \frac{1}{4 + \frac{(n-q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}} + \frac{1}{4 + \frac{(n+q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}} \right) \right\} \quad (61)$$

$$B_{mnmq}^{(3)} = 2\alpha \cdot \bar{C}_{3,1} \left\{ \left(\frac{m\pi}{\alpha}\right)^2 \left( \frac{1}{\rho_d^2} - \frac{1}{\rho_d^2} \right) + nq \left(\frac{\pi}{\rho_d}\right)^2 \left( \frac{1}{\rho_d^2} + \frac{1}{\rho_d^2} \right) \right\} \quad (62)$$

$$B_{mnmq}^{(4)} = \frac{1}{2} \times \left\{ \bar{C}_{3,2} \left[ 1 - (-1)^{m+p} \cdot \cos \alpha \right] + \bar{C}_{3,3} (-1)^{m+p} \cdot \sin \alpha \right\} \times \left[ 1 - d^{-1} \cdot (-1)^{n+q} \right] \times \\ \times \left\{ (P_{m,p} + Q_{m,p}) m p \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^2 (F_{n,q} - H_{n,q}) + (P_{m,p} - Q_{m,p}) nq \left(\frac{\pi}{\rho_d}\right)^2 (F_{n,q} + H_{n,q}) - \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\pi}{\rho_d}\right) \times \right. \\ \times \left. \left\{ m \cdot q \left[ (m-p) P_{m,p} - (m+p) Q_{m,p} \right] \left[ (n-q) F_{n,q} + (n+q) H_{n,q} \right] + \right. \right\} + \\ \left. \left\{ + n \cdot p \left[ (m-p) P_{m,p} + (m+p) Q_{m,p} \right] \left[ (n-q) F_{n,q} - (n+q) H_{n,q} \right] \right\} \right\} + \\ + \left\{ \bar{C}_{1,2} \left[ 1 - (-1)^{m+p} \cdot \cos \alpha \right] + \bar{C}_{1,3} (-1)^{m+p} \cdot \sin \alpha \right\} \cdot \left[ 1 - d^{-3} (-1)^{n+q} \right] \\ \times \left\{ 3(P_{m,p} + Q_{m,p}) m p \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^2 \left( \frac{1}{9 + \frac{(n-q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}} - \frac{1}{9 + \frac{(n+q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}} \right) - \right. \\ \left. - 3(P_{m,p} - Q_{m,p}) \cdot nq \left(\frac{\pi}{\rho_d}\right)^2 \left( \frac{1}{9 + \frac{(n-q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}} + \frac{1}{9 + \frac{(n+q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}} \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\pi}{\rho_d}\right)^2 \left[ m q \left[ (m-p) P_{m,p} - (m+p) Q_{m,p} \right] \left( \frac{n+q}{9 + \frac{(n+q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}} + \frac{n-q}{9 + \frac{(n-q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - n p \left[ (m-p) P_{m,p} + (m+p) Q_{m,p} \right] \left( \frac{n+q}{9 + \frac{(n+q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}} - \frac{n-q}{9 + \frac{(n-q)^2 \pi^2}{\rho_d^2}} \right) \right] \right\} + \\ + \left\{ \bar{C}_{2,2} \left[ 1 - (-1)^{m+p} \cdot \cos \alpha \right] + \bar{C}_{2,3} (-1)^{m+p} \cdot \sin \alpha \right\} \left[ 1 - (-1)^{n+q} \cdot d \right] \times \\ \times \left\{ -3(P_{m,p} + Q_{m,p}) m p \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^2 (F_{n,q} - H_{n,q}) - \right. \\ \left. - (P_{m,p} - Q_{m,p}) nq \left(\frac{\pi}{\rho_d}\right)^2 (F_{n,q} + H_{n,q}) - \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\pi}{\rho_d}\right)^2 \right. \\ \left. \times \left\{ m q \left[ (m-p) P_{m,p} - (m+p) Q_{m,p} \right] \left[ (n+q) H_{n,q} + (n-q) F_{n,q} \right] \right\} \right. \\ \left. \left. \times \left\{ -n p \left[ (m-p) P_{m,p} + (m+p) Q_{m,p} \right] \left[ (n+q) H_{n,q} - (n-q) F_{n,q} \right] \right\} \right\} \quad (63)$$

さらに、補剛材があるときは、そのひずみエネルギーを求め

$$\delta^2 \Pi_s = \frac{EI_s}{2} \int_A^B \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} \right)_{\varphi=\varphi_i}^2 dr \quad (64)$$

式(56)と式(57)より式(58)の左辺に次式を加える。

$$\sum_p \sum_q A_{p,q} s_{mnpq} \quad (65)$$

ここで

$$s_{mnpq} = 2(1-d) nq \left( \frac{\pi}{\rho_d} \right)^2 \left[ 1 - (-1)^{n+q} \cdot d^{-3} \right] \\ \times \frac{27 + 12(n^2 + q^2) \left( \frac{\pi}{\rho_d} \right)^2 + 6n^2 q^2 \left( \frac{\pi}{\rho_d} \right)^4 + (n^2 - q^2)^2 \left( \frac{\pi}{\rho_d} \right)^4}{\left( 9 + \frac{(n-q)^2 \pi^2}{\rho_d^2} \right) \left( 9 + \frac{(n+q)^2 \pi^2}{\rho_d^2} \right)} \sum \gamma_i \sin \frac{m\pi\varphi_i}{\alpha} \sin \frac{p\pi\varphi_i}{\alpha} \quad (66)$$

### 3. 解析と結果

#### 3.1 フランジ断面を変化する場合

##### 3.1.1 フランジ幅が変化する場合

フランジ断面は、フランジ幅  $b$  とフランジ厚さ  $t$  の積である。このフランジ断面の大きさの腹板の座屈に関する影響を調べた。

ここでは、次の断面諸元及び荷重条件を適用した。

$$\alpha = 90^\circ, \quad d = 0.5, \quad t = 0.02(B-A), \quad h = 0.01(B-A), \quad \text{荷重状態 1} \\ \text{フランジ幅 } b = 0, 10h, 20h, 30h, 40h.$$

このとき、応力分布は、図9, 表1-a, 表1-b のようになる。また、座屈値は、図10となる。

##### 3.1.2 フランジ厚さが変化する場合

$$\alpha = 90^\circ, \quad d = 0.5, \quad b = 30h, \quad h = 0.01(B-A), \quad \text{荷重状態 1} \\ \text{フランジ厚 } t = 0.01(B-A), 0.02(B-A), 0.03(B-A), 0.04(B-A), 0.05(B-A).$$

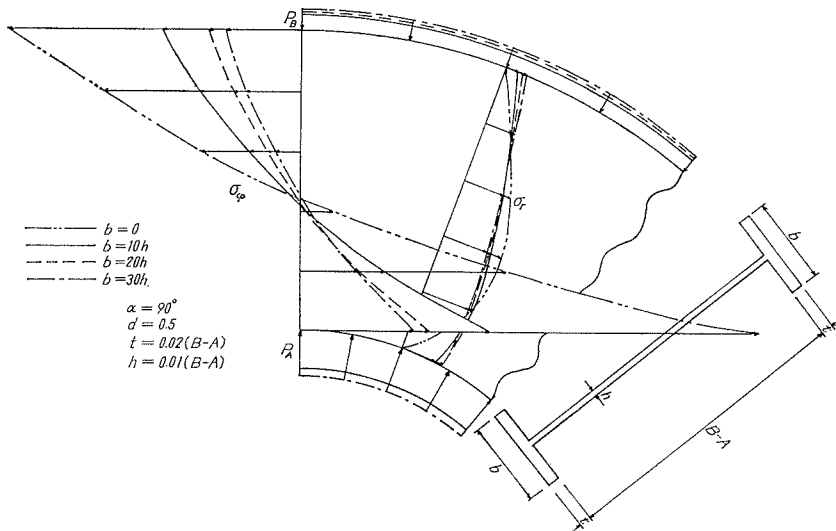


図 9

表 1 a.  $\sigma_{\varphi}$   $\left(\times \frac{M_0}{B^2 h}\right)$ 

$r$	$b$				
	0	10h	20h	30h	40h
$B$	19.67	9.22	6.23	5.01	4.79
$A + \frac{4(B-A)}{5}$	13.83	6.62	4.44	3.56	3.30
$A + \frac{3(B-A)}{5}$	6.76	3.50	2.30	1.70	1.51
$A + \frac{2(B-A)}{5}$	- 2.17	- 0.42	-0.37	-0.67	-0.72
$A + \frac{1(B-A)}{5}$	-14.03	- 5.57	-3.86	-3.62	-3.63
$A$	-31.02	-12.86	-8.78	-7.86	-7.74

表 1 b.  $\sigma_r$   $\left(\times \frac{M_0}{B^2 h}\right)$ 

$r$	$b$				
	0	10h	20h	30h	40h
$B$	0	-0.96	-1.30	-1.46	-1.51
$A + \frac{4(B-A)}{5}$	-1.87	-1.95	-2.04	-2.10	-2.13
$A + \frac{3(B-A)}{5}$	-3.41	-2.84	-2.72	-2.70	-2.70
$A + \frac{2(B-A)}{5}$	-4.25	-3.47	-3.25	-3.17	-3.15
$A + \frac{1(B-A)}{5}$	-3.67	-3.57	-3.46	-3.36	-3.32
$A$	0	-2.49	-2.29	-2.91	-2.88

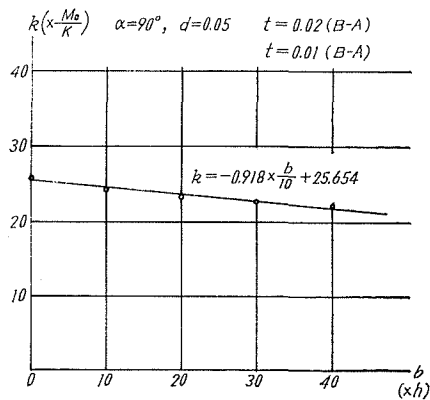


図 10

このとき応力分布は、図 11 のようになる。また座屈値は、図 12 ととなる。

### 3.2 腹板高と開角を変化する場合

先ず荷重状態 1 で  $t=0.02(B-A)$ ,  $h=0.01(B-A)$  と一定にしておき、 $d=0.8\sim 0.2$ ,  $\alpha=0^\circ\sim 90^\circ$  と変化し、フランジ幅が  $b=0, b=10h, 20h, 30h, 40h$  と変化したときの座屈値は、図 13～図 17 となる。

また、荷重状態 2, 3 を考慮し、 $\beta$  と  $\vartheta$  の値を変化すると、応力分布は、図 18(a), (b), (c) のようになり、その座屈値は、図 18 のとおりである。図 19(a), (b), (c) より、表 2 のような座屈計算式が求まる。

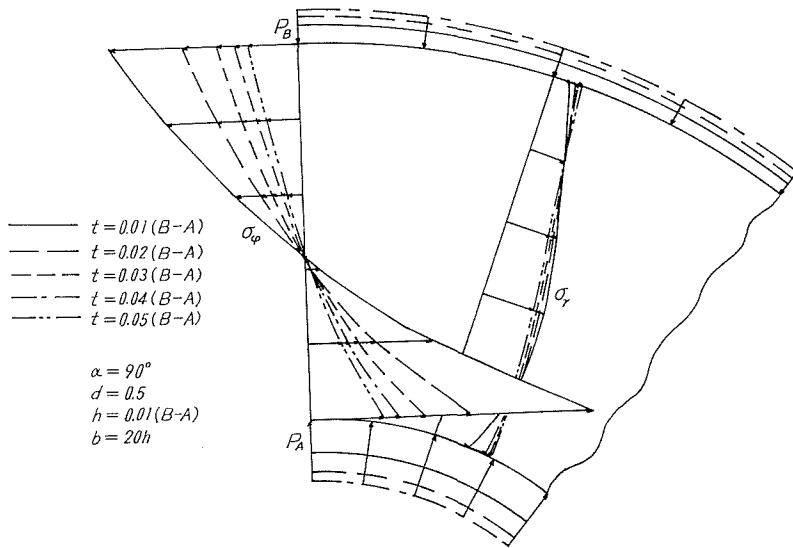


図 11

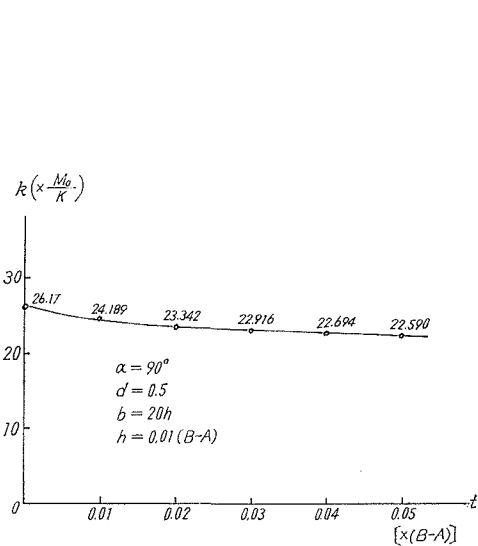


図 12

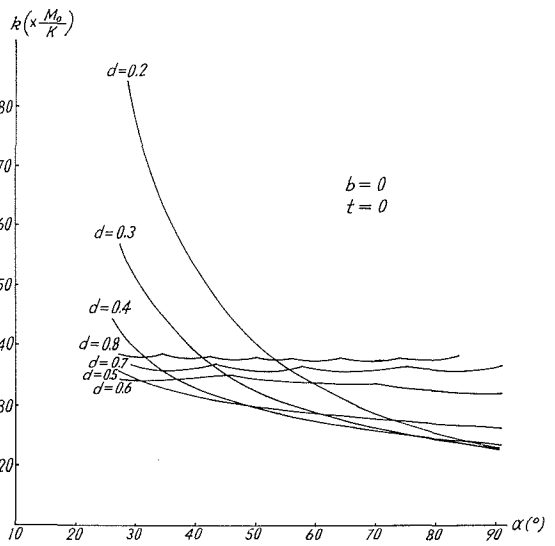


図 13

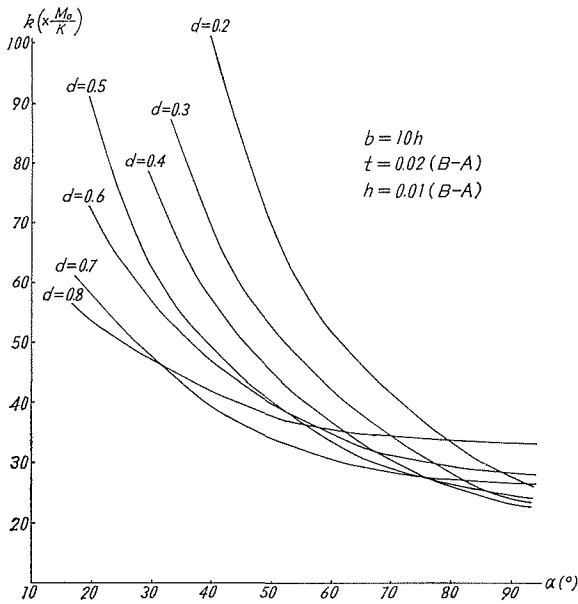


図 14

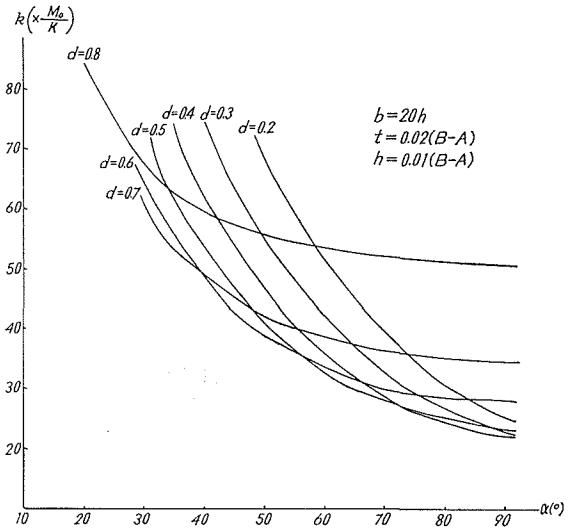


図 15

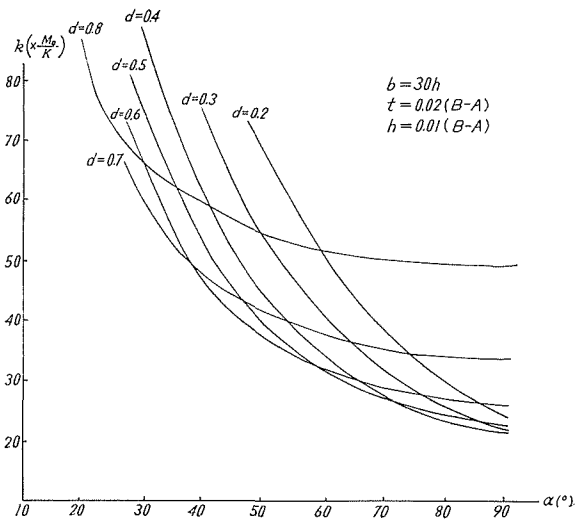


図 16

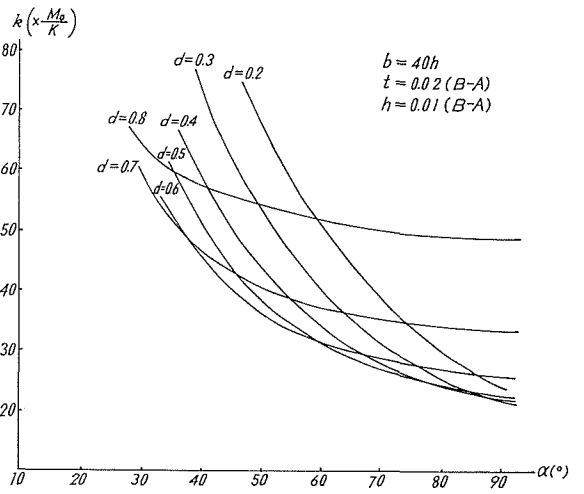


図 17

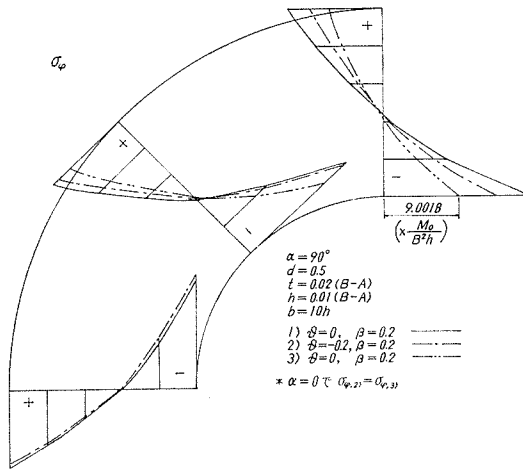


図 18 a

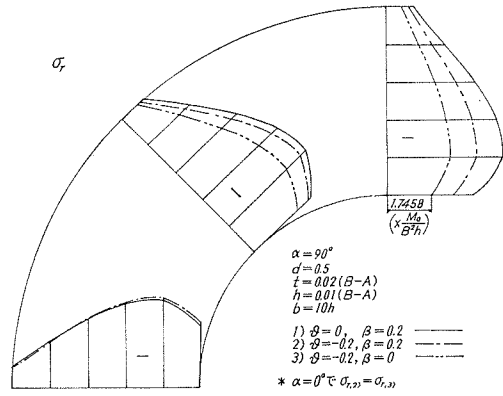


図 18 b

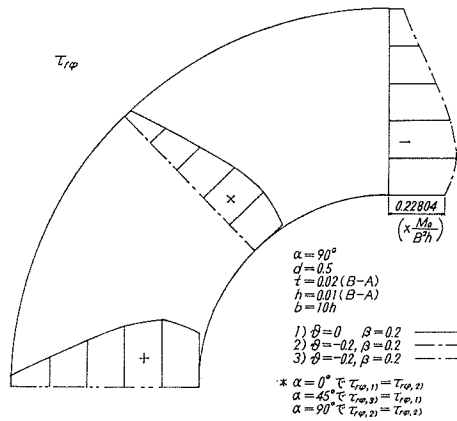


図 18 c

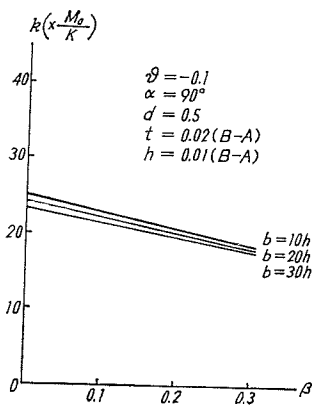


図 19 a

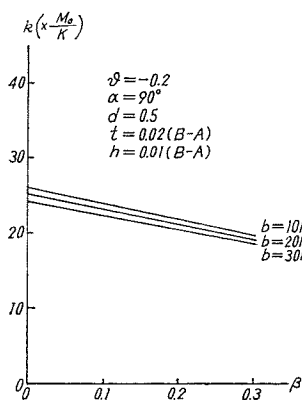


図 19 b

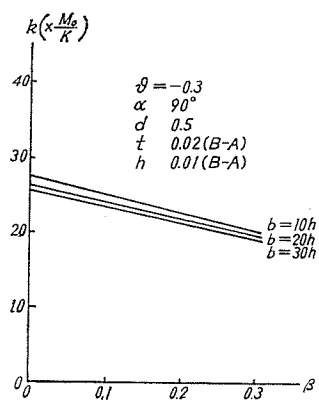


図 19 c

表 2  $\alpha=90^\circ, d=0.5, t=0.02(B-A), h=0.01(B-A)$

$\rho$	$b$		
	$10h$	$20h$	$30h$
-0.1	$25.305-21.728\beta$	$24.259-20.437\beta$	$23.612-19.739\beta$
-0.2	$26.301-22.852\beta$	$25.308-21.665\beta$	$24.664-20.954\beta$
-0.3	$27.263-23.803\beta$	$26.349-22.784\beta$	$25.709-22.063\beta$

3.3 補剛材の影響

$\alpha=90^\circ, d=0.5, t=0.02(B-A), h=0.01(B-A)$  で  $b=10h\sim 30h$  と変化したときの座屈値は、  
 図 20 のように変化する。最小剛比は、

- $b=0$  のとき  $\gamma_{\min}=0.5$  で座屈値は  $k=31.03$
- $b=10h$  のとき  $\gamma_{\min}=2.6$  で座屈値は  $k=45.181$
- $b=20h$  のとき  $\gamma_{\min}=3.0$  で座屈値は  $k=47.236$
- $b=30h$  のとき  $\gamma_{\min}=3.0$  で座屈値は  $k=45.156$

また、その間にある  $\gamma$  に対する座屈曲線は、次式で表わされる。

$$k_{b=0} = -14.88\gamma^2 + 18.00\gamma + 26.13$$

$$k_{b=10h} = -24.19\gamma^2 + 14.11\gamma + 24.92$$

$$k_{b=20h} = -18.33\gamma^2 + 13.16\gamma + 23.87$$

$$k_{b=30h} = -17.70\gamma^2 + 12.68\gamma + 23.20$$

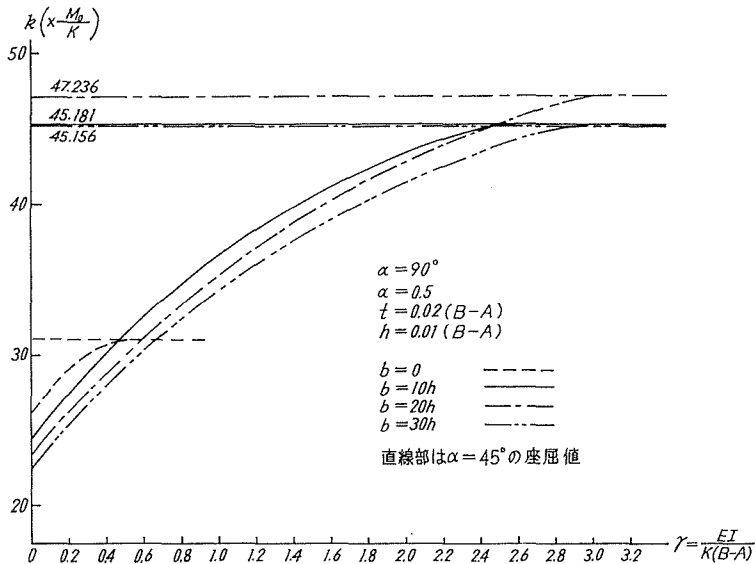


図 20

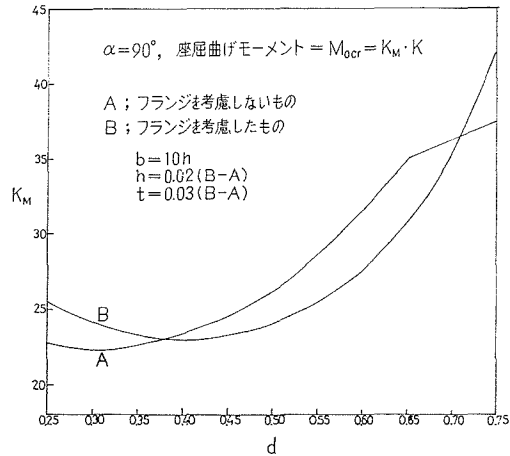


図 21

#### 4. あとがき

このようなラーメン隅角部は、非常に沢山のパラメーターを有している。然し、3.で行なった計算より、次のようなことが言える。

- (i) 荷重状態 1 において、フランジ断面を大きくすると座屈値は下る。
- (ii) 荷重状態 1 において、開角  $\alpha$  が大きくなると、座屈値は下る。また、 $d=0.6$  位までは  $d$  が小さい程、座屈値は大きい。

この結果は、腹板の座屈において、フランジは危険に働く事を示している。従って、実際の設計では図 20 で示されるようにフランジのない腹板の場合、補剛材は  $\gamma=0.5$  以上のものを入れても  $k=31.03$  以上にはならないが、フランジ付き腹板は、 $\gamma=0.7$  以上の補剛により最高  $k=47.236$  迄上がるから、次のように規定すればよい。

- (iii) フランジ付腹板は、 $\gamma=0.7$  以上の補剛材を  $\alpha/2$  の箇所に入れる。

また、図 21 は、 $t, h$  が計算結果とは異なるが、フランジのある場合とない場合との座屈値の比較例である。この図より、

- (iv)  $d=0.38 \sim 0.70$  までのとき、すなわち、腹板高がそのような値にあるときは、フランジ付腹板は、補剛材が有効である。逆に、補剛しないものは、フランジのないものより小さな荷重で座屈する。
- (v) エネルギー法により解析したので、F.E.M. や階差法のように任意の境界条件は導入できないが、周辺単純支持の場合、計算時間が非常に短くてすむ。

なお、本論文作製にあたり、北大大型計算センター FACOM 230-60 を使用した。

#### 参 考 文 献

- 1) King-Yuen Chu: Beuluntersuchung von ebenen Stegblechen kreisförmig gekrümmter Träger mit I-Querschnitt. Stahlbau, 1966, Heft 5.