HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	薄肉開断面曲線格子桁橋の構造特性
Author(s)	渡辺, 昇; 稼農, 知徳; 藤井, 裕司
Citation	北海道大學工學部研究報告, 68(1), 55-63
Issue Date	1973-09-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41153
Type	departmental bulletin paper
File Information	68(1)_55-64.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

薄肉開断面曲線格子桁橋の構造特性

渡辺　昇*　稼農知徳*　藤井裕司*

(昭和48年3月23日受理)

Structural Behavior of Horizontally Curved Grillage Bridges with Thin Walled Open Cross-Section

Noboru WATANABE　Tomonori KANO　Yuji FUJII

Abstract

The basic theory for structural analysis of horizontally curved plate girders was developed by the authors, using the stiffness matrix method which includes the warping rigidity.

This paper describes the strucural behavior of grillage bridges with horizontally curved main girders and straight cross beams.

The objectives of this paper are:

(1) to present the effects of increased cross beam rigidity upon bending mament and bi-moment at the curved main girders; and (2) to present the effects of the number of cross beams upon bending moment and bi-moment at the curved main girders.

1. まえがき

薄肉断面の円弧曲線多主桁と薄肉開断面の直線横桁から成る曲線格子橋を解析する場合，すべての主桁および横桁に対して曲げ剛性，ねじれ剛性および曲げねじれ剛性を考慮した剛性マトリックスを用いる解法は，著者らによってすでに誘導された[1]。ここでは，まず3径間連続曲線格子桁橋を例にとって数値計算を行ない，横桁に曲げねじれ剛性を考慮する場合と無視する場合とについて，曲線主桁の曲げモーメントおよび曲げねじれモーメントにどのような差が生ずるかを検討した。次に，単径間曲線格子桁橋において，横桁の本数を一定にしておいてその剛桁を変化させた場合と，横桁の剛性を一定にしておいてその本数を変化させた場合との各々について，曲線主桁の曲げ・曲げねじれ合成モーメントがどのように変化するかを調べた。

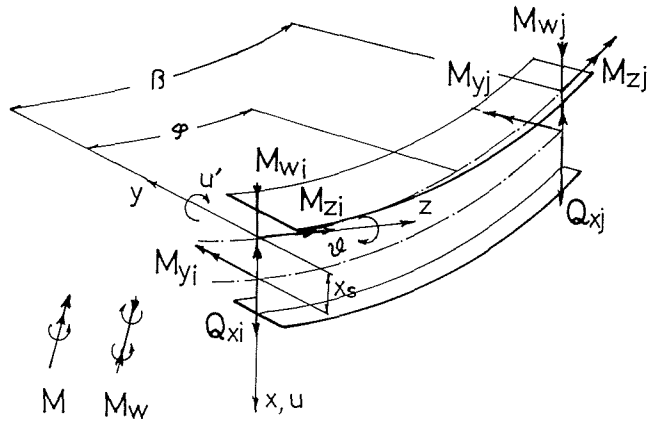
2. 理論の概要

(1) 薄肉曲線材の曲げねじれ解析

剛性マトリックス法による薄肉曲線材の曲げねじれ解析の理論については，すでに文献1)にくわしく述べたので，ここでは概要のみ説明する。

図-1のような一般的なx軸対称断面に面外荷重が作用する場合，曲率面外へのせん断中心軸の変形で表わした弾性方程式は，式(1)となる。

* 土木工学科　橋梁学講座



A Thin walled curved beam

図—1

$$\left.\begin{aligned}
&\left(EJ_y+\frac{EJ_w}{R_s^2}\right)\frac{d^4u_x}{d\varphi^4}-GJ_T\frac{d^2u_x}{d\varphi^2}-\frac{EJ_w}{R_s^2}\cdot\frac{d^4R_s\vartheta_z}{d\varphi^4}\\
&+\left(GJ_T+E\bar{J}_y\right)\frac{d^2R_s\vartheta_z}{d\varphi^2}=R_s^4q_x-R_s^3\frac{dm_y}{d\varphi},\\
&\frac{-EJ_w}{R_s^2}\cdot\frac{d^4u_x}{d\varphi^4}+\left(GJ_T+E\bar{J}_y\right)\frac{d^2u_x}{d\varphi^2}+\frac{EJ_w}{R_s^2}\cdot\frac{d^4R_s\vartheta_z}{d\varphi^4}\\
&-GJ_T\frac{d^2R_s\vartheta_z}{d\varphi^2}+E\bar{J}_yR_s\vartheta_z=R_s^3m_z
\end{aligned}\right\}\quad(1)\text{a-b}$$

ここで，u_x：垂直変位，ϑ_z＝ねじれ角，$\bar{J}_y=J_y-\frac{J_{xy}^2}{J_x}$ である。

剛性マトリック法においては，節点間に中間荷重が作用しないために式 (1) の右辺の荷重項はすべて零となる。式 $(1)_{a\text{-}b}$ を整理し，まずねじれ角についての一般解を求め，次に鉛直変位と鉛直変位の１回微分を求める。また剛性マトリックス内で曲げねじれモーメントに対応するねじれ中心軸のねじれ率 θ_w は式 (2) より求められる。

$$\theta_w=\frac{1}{R_s}\left(\frac{d\vartheta_z}{d\varphi}-\frac{1}{R_s}\cdot\frac{du_x}{d\varphi}\right)\qquad(2)$$

上記の４本の一般解の中には８個の積分定数が含まれている。そのために次には材端の変位を境界条件として用いることにより８個の積分定数を材端の変位 $\{u_{xi},\ u'_{xi},\ \vartheta_{zi},\ \theta_{wi},\ u_{xj},\ u'_{xj},\ \vartheta_{zj},\ \theta_{wj}\}$ で表わす。

断面力と変形の関係式は，x 軸対称断面に対して式 (3) となる。

$$\left.\begin{aligned}
&Q_x=-\frac{EJ_y}{R_s}\cdot\frac{dK_y}{d\varphi}-\frac{GJ_T}{R_s}\theta_w+\frac{EJ_w}{R_s^3}\cdot\frac{d^2\theta_w}{d\varphi^2},\qquad M_y=-EJ_yK_y,\\
&M_z=GJ_T\theta_w-\frac{EJ_w}{R_s^2}\cdot\frac{d^2\theta_w}{d\varphi^2},\qquad M_w=-\frac{EJ_w}{R_s}\cdot\frac{d\theta_w}{d\varphi}
\end{aligned}\right\}\quad(3)\text{a-d}$$

ここで，$K_y=\frac{1}{R_s^2}\left(\frac{d^2u_x}{d\varphi^2}+R_s\vartheta_z\right)$，$J_{xy}=0$ である。

式 (3) に境界条件として $\varphi=0$，$\varphi=\beta$ を入れることによって，材端の断面力 $\{Q_{xi},\ M_{yi},\ M_{zi},\ M_{wi},\ Q_{xj},\ M_{yj},\ M_{zj},\ M_{wj}\}$ を８個の積分定数で実わすことが出来，先ほど８個の積分定数を材

端の変位で表わしたので，それを代入することによって，材端の断面力と，材端の変位の関係式が得られ，式(4)のとおりである。

$$\{\boldsymbol{P}\} = \{\boldsymbol{K}\}\{u\} \tag{4}$$

ここで，$\{\boldsymbol{K}\}$が剛性マトリックスとなる。

(2) 薄肉開断面曲線格子桁の解析

曲線格子桁は，円弧曲線材と直線材の組み合さったものである。先に求めた曲線材の剛性マトリックスは極座標系についてあり，すでに種々の文献で誘導されている直線材の剛性マトリックスは直交座標系についてである。

そこで曲線材と直線材の剛性マトリックスを重ね合すために，絶対座標系を定め，座標変換マトリックス$[\boldsymbol{R}]$を用いて次の様に絶対座標系表示の剛性マトリックス$[\overline{\boldsymbol{K}}]$を求める必要がある（詳しくは文献2)を参照)。

$$[\overline{\boldsymbol{K}}] = [\boldsymbol{R}][\boldsymbol{K}][\boldsymbol{R}]^*, \qquad *: \text{転置記号} \tag{5}$$

(3) 曲げ・曲げねじれ合成モーメント

ここではI形断面を使用するために，実際の設計において断面決定に重要な働きをするのは垂直応力度であると考えられる。垂直応力度は，軸力が作用しない場合には，普通曲げモーメントと曲げねじれモーメントによって算定される。ここで曲げモーメントと曲げねじれモーメントとを直接加え合すことは出来ないために次の様な曲げねじれモーメントを曲げモーメントに換算する式を考案した。

曲げモーメントによる垂直応力度

$$\sigma_y = \frac{M_y}{J_y}\, y \tag{6}$$

曲げねじれモーメントによる垂直応力度

$$\sigma_w = \frac{M_w}{J_w}\, \widetilde{w} \tag{7}$$

式(6)と式(7)から

$$\sigma_y + \sigma_w = \left(M_y + \frac{J_y}{J_w}\cdot\frac{\widetilde{w}}{y}\cdot M_w\right)\frac{y}{J_y}, \tag{8}$$

$$M_{y+w} = M_y + \frac{J_y}{J_w}\cdot\frac{\widetilde{w}}{y}\cdot M_w \tag{9}$$

ここで，$\widetilde{w}$: そり関数，y: 中立軸からフランジ縁端までの距離

であり，

式(9)によるM_{y+w}を，曲げ・曲げねじれ合成モーメントと呼ぶことにする。

3. 曲線格子桁橋の数値計算例

図-2のような3径連続曲線格子桁橋についての数値計算を行なった。形状寸法および断面定数は，表-1に示すとおりである。

この数値計算例において，次の3つの計算方法が考えられる。

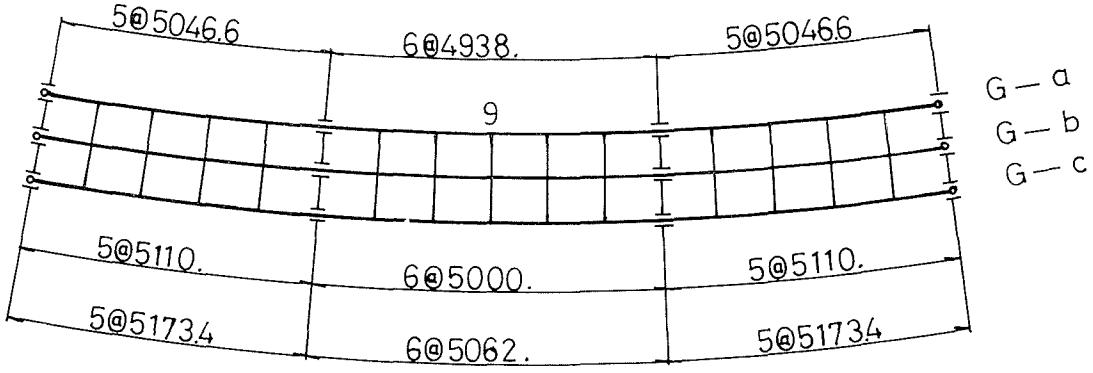
計算法I…曲線主桁および直線横桁において，曲げ剛性・ねじれ剛性・曲げねじれ剛性のすべて考慮する。すなわち，文献1)による計算法

計算法II…曲線主桁において，曲げ剛性・ねじれ剛性・曲げねじれ剛性のすべてを考慮し，

直線横桁において，曲げ剛性のみを考慮する。すなわち，文献2)による計算法

計算法III…多主桁の曲線格子桁を1本主桁の曲線桁とみなし，これに曲げ剛性・ねじれ剛性・曲げねじれ剛性のすべてを考慮して計算し，あとで曲げモーメント・曲げねじれモーメントを多主桁の各主桁に分配する。すなわち，文献3)による計算法

表-2は，単位鉛直集中荷重が作用した場合の曲げモーメントであり，表-3は曲げねじれモーメントである。計算法Iと計算法IIとを比較してみると，曲げモーメントについては殆んど差はなく，大きく約5%の差となっている。曲げねじれモーメントについては，多少の差が生じている。



図—2

表—1　形状寸法及び断面諸定数

	$\sum \Phi_i^0$	R_s [m]	J_y [cm⁴]	J_T [cm⁴]	J_w [cm⁶]
主　桁　a	18.596	246.9	1.567×10^6	4.030×10^2	1.457×10^8
主　桁　b	18.596	250.	1.830×10^6	4.250×10^2	1.884×10^8
主　桁　c	18.596	253.1	2.212×10^6	4.460×10^2	2.410×10^8
横　　桁	—	—	0.588×10^6	0.675×10^2	0.231×10^8

表—2　曲げモーメント　　($\times10^2$ cm)

着目点 / 載荷点	$G—a_9$		$G—b_9$		$G—c_9$	
	計算法 I	計算法 II	計算法 I	計算法 II	計算法 I	計算法 II
$G—a_9$	4.080	4.106	1.715	1.718	−0.603	−0.633
$G—b_9$	1.323	1.321	2.133	2.132	1.662	1.661
$G—c_9$	−0.792	−0.821	1.261	1.256	4.571	4.601

表—3　曲げねじれモーメント　　($\times10^2$ cm²)

着目点 / 載荷点	$G—a_9$		$G—b_9$		$G—c_9$	
	計算法 I	計算法 II	計算法 I	計算法 II	計算法 I	計算法 II
$G—a_9$	3.979	3.785	2.638	2.218	0.623	0.395
$G—b_9$	0.719	0.758	1.451	1.470	1.756	1.726
$G—c_9$	−1.357	−1.184	0.310	0.126	1.887	2.159

文献2)では，計算法IIと計算法IIIとの比較を行なっており，曲げねじれモーメントについて，計算法IIIの方の値が計算法IIの値にくらべて非常に小さく出るので実用上問題があると述べている。

4. 曲線格子桁橋の構造特性

曲線格子桁橋の設計因子は，多岐に分れておりこれらすべてを網羅した構造特性を調べることは非常に困難である。そこで本報告では次に示す条件により，問題を単純化して，解析を行なった。計算は，計算法Iによった。

(i) 主桁は，曲率中心を共有し，円弧中心角Φが等しい並列曲線主桁を用い，主桁本数は3本に限定する。

(ii) 横桁は，その軸線がすべて曲率中心に一致し，各主桁と半径方向に直角に交わる直線横桁とする。

(iii) 主桁と横桁はすべて剛に連結されている。

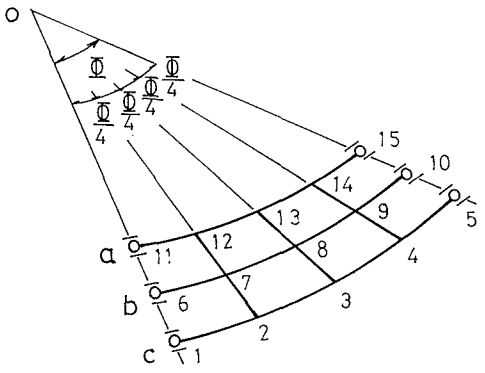
(iv) 主桁と横桁に用いる断面はすべて2軸対称I形断面とする。

(v) 支間長，幅員，中心角などの格子形状は変化しないものとする。

(vi) 作用する荷重は，鉛直集中荷重とする。

(1) 横桁の剛性の変化

図-3のような主桁3本・横桁3本の単純曲線格子桁について，横桁の剛性を変化させた場合に主桁の曲げモーメントおよび曲げねじれモーメントにどのような変化があらわれるかを調べてみた。主桁，横桁の形状寸法および断面定数は，表-4に示すとおりであり，中主桁支間25 m程度の橋に対して普通に考えられる断面である。



図—3

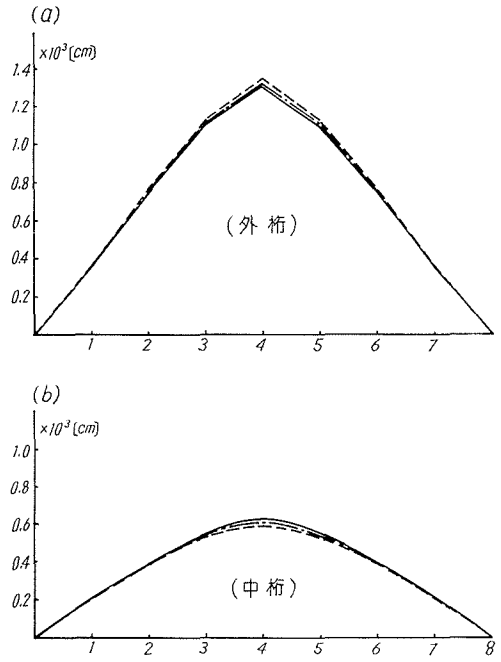
ここでは，表-5に示すように，表-4の横桁の値を0.5倍しかものを破線で，2倍したものを一点鎖線で，4倍したものを実線でそれぞれあらわした。

表—4　形状寸法及び断面定数

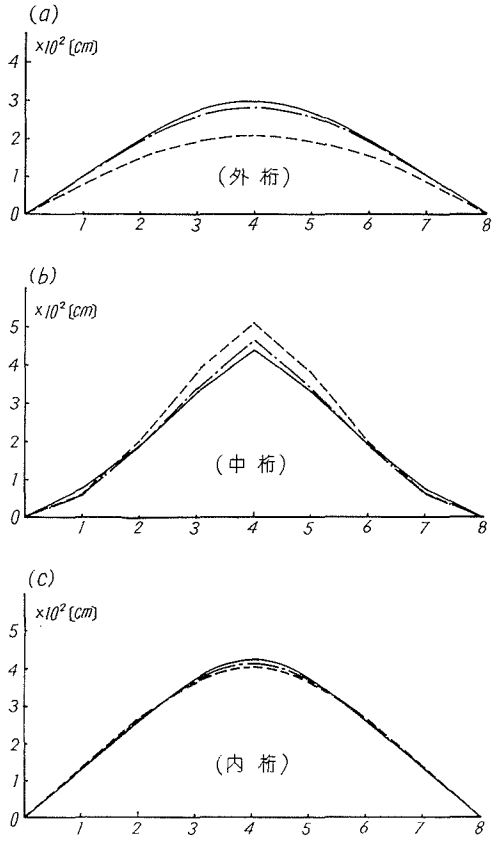
	Φ [°]	R_s [m]	J_y [cm⁴]	J_T [cm⁴]	J_w [cm⁶]
主　桁　a	24	57	8.832×10^5	4.155×10^2	8.113×10^7
主　桁　b	24	60	1.078×10^6	5.731×10^2	9.987×10^7
主　桁　c	24	63	1.336×10^6	8.413×10^2	1.249×10^8
横　　桁	—	—	8.656×10^4	4.01×10	1.960×10^6

表—5　横桁の剛性の変化

·····	Case 1	$0.5\times(J_y, J_T, J_w)$
—·—·—	Case 2	$2.0\times(J_y, J_T, J_w)$
———	Case 3	$4.0\times(J_y, J_T, J_w)$



図—4　外桁中央点の M_{y+w} の影響面



図—5　中桁中央点の M_{y+w} の影響面

図-4 (a), (b) は，外桁中央点に関する曲げ・曲げねじ合成モーメント M_{y+w} の影響面である。この図では，横桁の剛性の変化による影響が殆んどあらわれない。

図-5 (a), (b), (c) は，中桁中央点に関する曲げ，曲げねじれ合成モーメント M_{y+w} の影響面である。この図においては，外桁と中桁の所に多少の差が生じているが，外桁では，横桁の剛性が大きな時に大きな値となり，中桁では横桁の剛性が小さな時に大きな値となり，中桁では横桁の剛性が小さな時に大きな値となるために，実際の設計においては，この差は互いに打ち消し合う性質にあるものと考えられる。

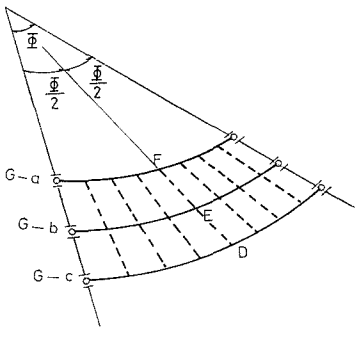
以上の結果，横桁の剛性の変化が，主桁の応力に与える影響は非常に微少なものであるために横桁の剛性は，許容応力度を満足する範囲内であれば，十分であると考えられる。

(2)　横桁本数の変化

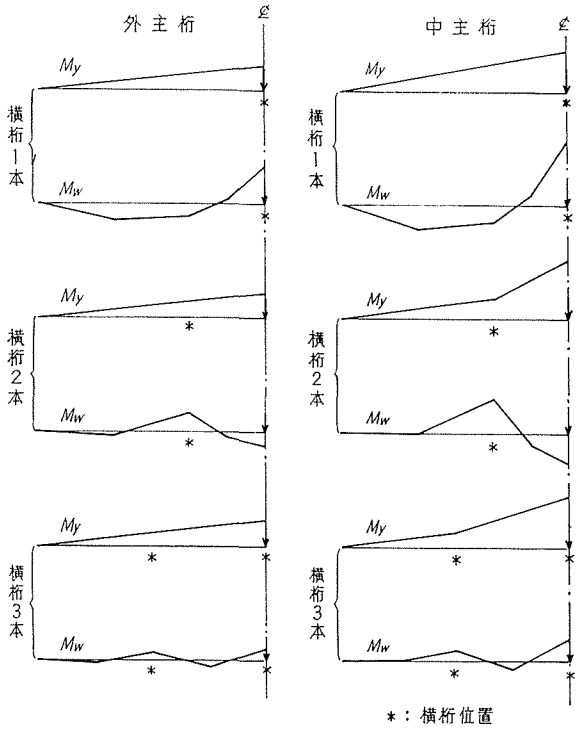
図-6 に示すような主桁3本の曲線格子桁橋において，横桁を1本，2本，3本という具合に1本づつ等間隔に増加していった場合の曲げモーメント図および曲げねじれモーメント図を描けば，図-7 のようになる。荷重は単位鉛直集中荷重で，すべて，主桁支間中央点に作用させた。

図-7 からみて，横桁本数が増すことによって，曲げモーメントはあまり変化はないが，曲げねじれモーメントが非常に減少することがわかる。

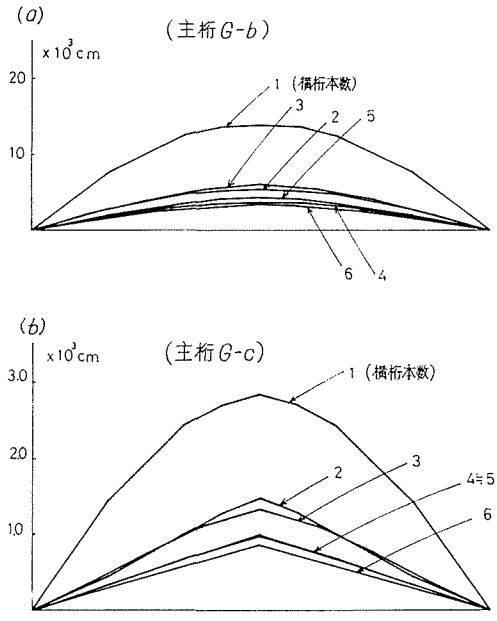
次に，図-6 の結果を式 (9) の曲げ・曲げね



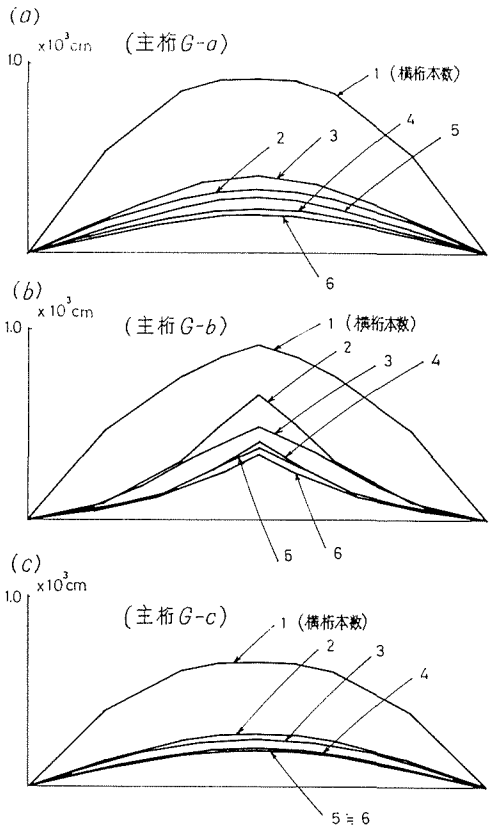
図—6



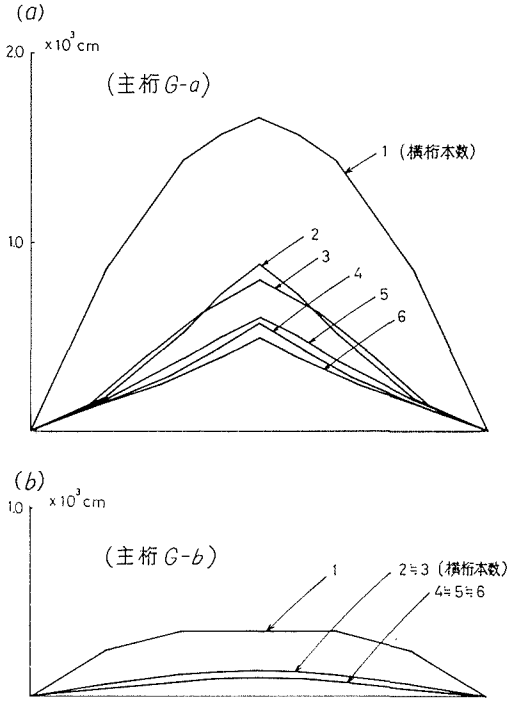
図—7　断　面　図



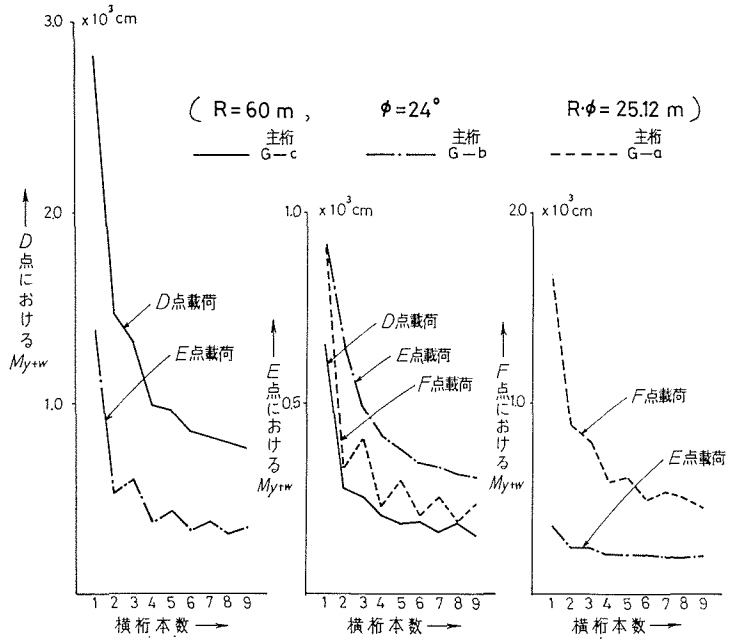
図—8　D点における M_{y+w} の影響面



図—9　E点における M_{y+w} の影響面



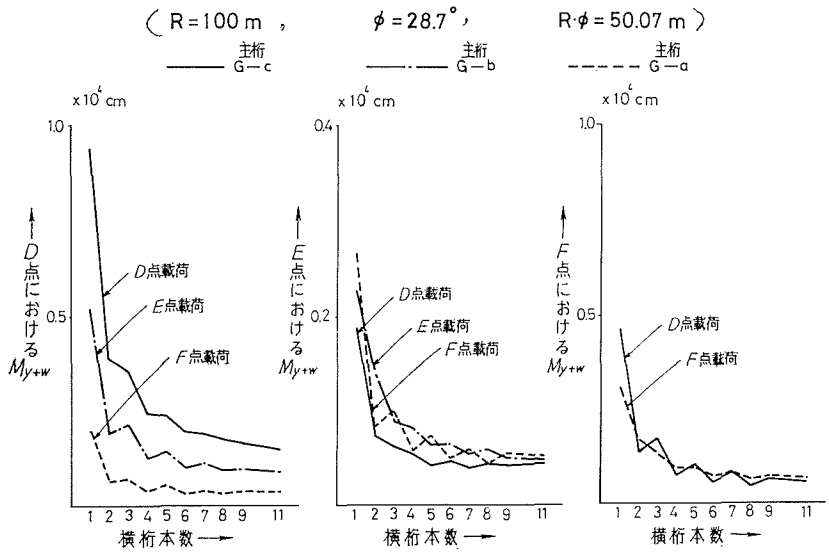
図—10　F点における M_{y+w} の影響面



図—11　横桁本数と M_{y+w} との関係

表—6　形状寸法及び断面定数

	Φ [°]	R_s [m]	J_y [cm⁴]	J_T [cm⁴]	J_w [cm⁶]
主　桁　a	28.7	97	4.182×10^6	0.856×10^3	0.856×10^9
主　桁　b	28.7	100	4.936×10^6	1.254×10^3	1.035×10^9
主　桁　c	28.7	103	5.607×10^6	1.626×10^3	1.174×10^9
横　　桁	—	—	1.694×10^6	0.339×10^3	1.967×10^8



図—12　横桁本数と M_{y+w} との関係

じれ合成モーメント M_{y+w} で整理すると，図-8から図-11までのとおりである。この結果より，即座に横桁を何本にするのが適当なのかは決定出来ないが，図の傾向から4本，5本，6本あたりが適当ではないかと推定される。例えば横桁を4本にすると支間25mの橋なので横桁間隔が5mとなり，従来から横桁間隔は5mぐらいで設計されてきている事実は，大凡妥当なものと判断される。

次に，表-6に示すような主桁，横桁の形状寸法および断面定数をもつ中主桁支間50m位の3本主桁で横桁本数を変えた場合を，式(9)の曲げ・曲げねじれ合成モーメント M_{y+w} で整理すると，図-12のようになる。この結果は，中主桁支間25m位の曲線格子桁の場合にくらべて，その傾向に大きな差がないことがわかった。

5. 結　　論

薄肉開断面の円弧曲線多主桁と薄肉開断面の直線横桁から成る曲線格子桁橋について，次のような結論をうることができた。

(i) すべての主桁および横桁に対して，曲げ剛性，ねじれ剛性および曲げねじれ剛性を考慮した剛性マトリックス解法を誘導したので，3径間連続曲線格子桁の数値計算にみられるように，この種の曲線桁橋を厳密に解析出来るようになり，従来の近似解法に正確な批判を加えることができるようになった。

(ii) 横桁の本数を一定にしておいてその剛性を変変させた場合，主桁の曲げ・曲げねじれ合成モーメントの変化は非常に小さなものであることがわかったので，横桁の剛性は，許容応力度を満足する範囲内の断面さえあれば設計上有効であろう。

(iii) 横桁の剛性を一定にしておいてその本数を変化させた場合，主桁の曲げ・曲げねじれ合成モーメントの値は大きな影響をうけることがわかった。

特に，主桁の曲げ・曲げねじれ合成モーメントの値は，横桁1本あるいは2本の場合にその減少が激しく，それから横桁本数が増す毎に更に徐々に減少してゆく。

本論文の結果からみると，横桁3本位が有効のようであるから，中主桁支間25m位の格子桁では横桁間隔6m位，中主桁支間50m位の格子桁では横桁間隔12m位となろう。しかし，横桁間隔があまり大きいと主桁の横倒れ座屈のおそれが生ずるので，横桁間隔は5m位にするのが設計上妥当のように思われる。

(iv) 文献4)において横桁は支間中央点に必ず一本配置することが望ましいとなっているが，これは曲げモーメントだけで検討するとこの様な結論になるのであって，本論文の様に曲げ・曲げねじれ合成モーメントで検討すれば，必ずしも支間中央は横桁を配置しなくても良いという結論を得た。

最後に本研究の計算は，北海道大学大型計算機センターのFACOM 230-60を使用したことを付記する。

参 考 文 献

1) 渡辺　昇，稼農知徳，藤井裕司：北海道大学工学部研究報告，66 (1973).
2) 稼農知徳：北海道大学工学部研究報告，55 (1970).
3) 小松定夫：土木学会論文集，93 (1963), pp. 1/9.
4) 稼農知徳，大島　久，新山　惇：土木学会論文報告集，194 (1971), pp. 21/28.