



Title	計算機による音波ホログラムからの像再生
Author(s)	青木, 由直; 鈴木, 洋一
Citation	北海道大學工學部研究報告, 69, 117-123
Issue Date	1973-11-15
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41188
Type	departmental bulletin paper
File Information	69_117-124.pdf



計算機による音波ホログラムからの像再生

青 木 由 直* 鈴 木 洋 一*

(昭和48年4月28日受理)

Image Reconstruction from a Sound-Wave Hologram by Computer

Yoshinao AOKI,* Youichi SUZUKI*

(Received April 28, 1973)

Abstract

An experiment to reconstruct images from a sound-wave hologram using computer was conducted. A sound-wave hologram was constructed using a sound-wave of 15 KHz, with an electronic reference which simulates the coherent background wave. A photograph of a sound-wave hologram was divided into 128×128 cells and each cell was considered as one sampled point. According to the emulsion brightness of the photograph, each sampled cell was digitized into five levels. Reconstruction by computer was done by calculating the Fresnel transform of the digitized hologram using the fast Fourier transform algorithm. Multiple-printing technique was used to display the reconstructed images, resulting in images with six gray levels. The numerical image reconstruction from a binary hologram with two digitized values was also discussed.

1. 緒 言

先に Gabor の Coherent back-ground 法による音波ホログラムの作製と光学的な像再生に関する実験を行なった^{1,2,3)}。一方、光波領域における二光束干渉によるホログラフィにおいては参照波を得るのに光ビームを分割し、この参照波を空間伝播させ物体波と重ね合わせてホログラムを得ている^{4,5)}。これに対して長波長の電波、音波領域においては、受波器で波動の瞬時位相の測定が可能であることから、電子回路、立体回路により参照波をつくり、回路中を伝送させ物体波と重ね合わせることができる。本論文で使用したホログラムはこの様な電子的参照波を用いて作製されたものである。得られた音波ホログラムからの光学的像再生にはレーザー光が用いられる。しかしその際、音波の波長とレーザー光の波長が大きく異なることからホログラムの縮小が行なわれる。したがって再生像が小さくなることから一般に光学系で拡大して像を得ている。しかし、波長比が大きいことなどから生じる再生像の収差や、また写真処理過程が必要なことなどの不便さがある。計算機を使用した数値的像再生においては、ホログラムの縮小、再生像の拡大については光学的像再生におけるような問題がなく、また写真処理過程なしで再生像が得られるという利点がある。

本論文ではこのような計算機を使用した再生法につき、その理論的、実験的、検討を行なっている。

* 電子工学科

に縮小し、さらに式 (1) の右辺第4項 $C_p \varphi_0^*$ のみについて考えることにすれば、 $h_{M(x_2, y_2)} = C_p \varphi_0^*(Mx_2, My_2)$ と表わして式 (5) より次式を得る。

$$h_{M(x_2, y_2)} = C_p C_0^* C_1^* \{(\varphi_i^* \cdot O^*) * f_{M,1}^*\} \quad (8)$$

ただし、ここで $f_{M,1}^*(x_2, y_2) = f_1^*(Mx_2, My_2)$ である。さらに式 (8) で表わされるホログラムを波長 λ_2 の平面波で像再生を行なった場合を考えると、像面 x_3-y_3 での波動場 $\Phi_{(x_3, y_3)}$ は $C_2, f_2(x_3, y_3)$ をそれぞれ式 (10), 式 (11) で与えるものとする次のようになる。

$$\Phi_{(x_3, y_3)} = C_3 h_M * f_2 \quad (9)$$

$$C_2 = \frac{i}{\lambda_2 D_2} \exp(-ik_2 D_2) \quad (10)$$

$$f_2(x_3, y_3) = \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda_2 D_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \quad (11)$$

ここで D_2 はホログラム面から再生像面までの距離で、 $k_2 = 2\pi/\lambda_2$ である。式 (8), 式 (9) をまとめて次式を得る。

$$\Phi_{(x_3, y_3)} = C_p C_0^* C_1^* C_2^* \{(\varphi_i^* \cdot O^*) * f_{M,1}^*\} * f_2 \quad (12)$$

一方、コンヴォリューションのフーリエ変換は各々の関数のフーリエ変換の積になるという性質を利用すると、 $F\{g\}, F^{-1}\{g\}$ によってそれぞれ関数 g のフーリエ変換、フーリエ逆変換を表わすものとして、式 (12) の Φ は次式のようにになる。

$$\Phi = \mathcal{F}^{-1} \mathcal{F} \{\Phi\} = \mathcal{F}^{-1} \mathcal{F} [C \{(\varphi_i^* \cdot O^*) * f_{M,1}^*\} * f_2] = C \mathcal{F}^{-1} [\mathcal{F} \{\varphi_i^* \cdot O^*\} F_1 \cdot F_2] \quad (13)$$

ここで C, F_1, F_2 はそれぞれ次のように与えられるものである。

$$C = C_p C_0^* C_1^* C_2 \quad (14)$$

$$F_1 = \mathcal{F} \{(f_1^*)^{M^2}\} = i \frac{\lambda_1 D_1}{M^2} \exp\left[-i \frac{\pi \lambda_1 D_1}{M^2} (\xi^2 + \eta^2)\right] \quad (15)$$

$$F_2 = \mathcal{F} \{f_2\} = -i \lambda_2 D_2 \exp[i\pi \lambda_2 D_2 (\xi^2 + \eta^2)] \quad (16)$$

さらに F_1 と F_2 の積を F とし C_F を式 (18) のように定めると F は次式のようにになる。

$$F = C_F \exp\left[i\pi(\lambda_2 D_2 - \frac{\lambda_1 D_1}{M^2})(\xi^2 + \eta^2)\right] \quad (17)$$

$$C_F = \frac{\lambda_1 \lambda_2 D_1 D_2}{M^2} \quad (18)$$

式 (17) の指数項中の係数を 0 とおくことにより次式を得る。

$$D_2 = \frac{\lambda_1 D_1}{\lambda_2 M^2} \quad (19)$$

式 (19) は再生像が得られるための条件となる。式 (19) のもとで式 (13) は、変数変換等の若干の計算を省略して結果を示すと次式のようにになる。

$$\Phi_{(x_3, y_3)} = C C_F \varphi_i^*(Mx_3, My_3) O^*(Mx_3, My_3) = \frac{A C_p}{D_0} \exp(i) \left[k_1 D_1 - k_2 D_2 + k_1 \left\{ D_0 + \frac{M^2(x_3^2 + y_3^2)}{2D_0} \right\} \right] \times O_{(Mx_3, My_3)}^* \quad (20)$$

式 (19), 式 (20) よりホログラム面より距離 D_2 の位置に元の物体の $1/M$ 倍の共役像が再生されるのが理解される。

なお、同様にして式 (1) の右辺第3項からは真の像が再生されることも容易に導き得る。

2.2 計算機による像再生方法

式 (9) はフレネル変換をコンヴォリューションの形に書きなおしたものであり、光学系を使用したホログラムからの像再生はフレネル変換を光を用いてアナログ的におこなうものである。これに対して、本論文のように計算機を使用した方法は式 (9) にみられるようにコンヴォリュ

ーションを利用してこの変換をデジタル的に行なうものである。

式 (9) はフーリエ変換を用いて次式のように書きなおすことができる。

$$\Phi = C_2 \mathcal{F}^{-1} \{ H_M F_2 \} \quad (21)$$

式 (21) において H_M はホログラム h_M をフーリエ変換したものであり、後述のように計算機によってこの変換を行なうときにはサンプルしたホログラムについて行なうことになり、この変換はデジタル・フーリエ変換となる。一方 F_2 は f_2 のフーリエ変換であるが、これは解析的に式 (16) に示されるように求められる。

光学系による像再生においては再生像の位置は式 (19) によってもよいが、 D_2 の値が未知であっても光学系を移動することによって観測者が容易に再生像を得ることが出来る。計算機による像再生においては再生像を与える条件式、式 (19) の D_2 が式 (16) 中の位相項の係数となっており、光学系におけるアナログ的移動に対して、位相項の係数のデジタル的变化が対応することとなり、 D_2 が未知のときは係数を変化させてそれらに対応する像の比較により最良の再生像を得ることができる。

3. 実 験

3.1 音波ホログラムのデジタル化

計算機像再生のため用いられた音波ホログラムは図に示すような電子的参照波を利用して作製したものである。このホログラムの作製法については文献で述べられているので、ここでは省略する。

ここで用いられたホログラムは、音場を場の強度に応じてフィルム面上に黒化度の濃度としてアナログ的に記録したものと考えられる。したがってデジタル計算機により式 (21) の計算を遂行するためにはこのいわばアナログ・ホログラムをデジタル化する必要が生ずる。デジタル化はホログラムの座標、および濃度の両者について行なわれ、サンプリングを意味する前者に

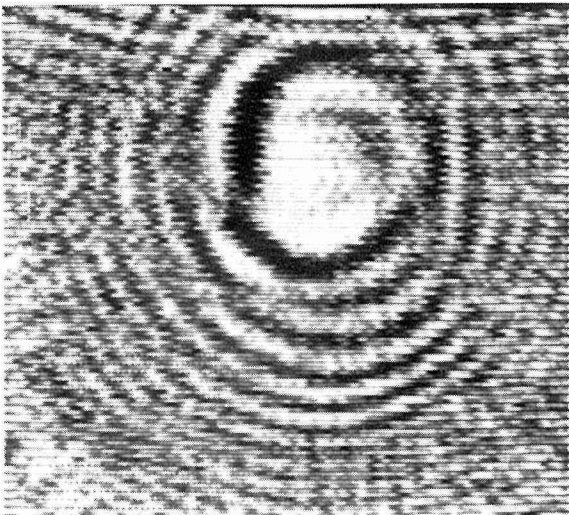


図2 音波ホログラム

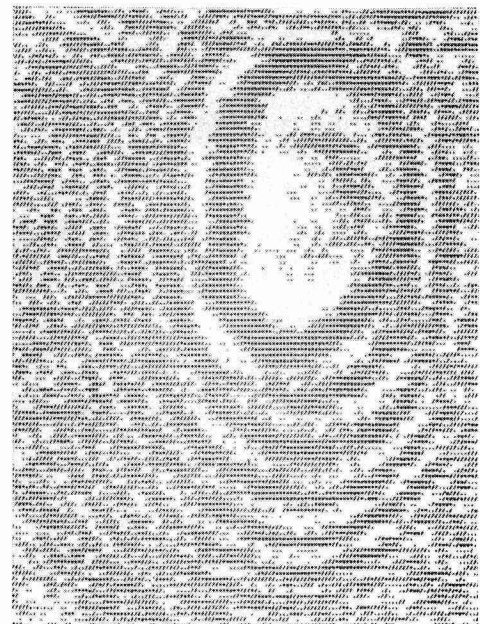


図3 デジタルホログラム

についてはホログラムを印画紙面上に焼きつけて、それを縦、横をそれぞれ $2^7=128$ に分割して行なわれた。つまりホログラムを $2^7 \times 2^7=16384$ 個のセルに分け、そのひとつ、ひとつにサンプル点をとった。後者については各セルごとに濃淡に応じて 0, 2, 4, 6, 8 の 5 種の数字をあてはめた。このようにして作製されたデジタル化したホログラムを 0, 2, 4, 6, 8 をそれぞれ文字 W , $*$, 1, $\cdot$, 空白に対応させて計算機ラインプリンターで表示したものを図 3 に示す。図 2 の音波ホログラムにおいて最も黒いところは計算機入力データとしては数値 0 が、又図 3 の表示には文字 W が対応していることになる。

3.2 計算機像再生における結像面の位置

式 (21) において h_M から H_M への変換、および H_M と F_2 の積の逆フーリエ変換の操作は $2^7 \times 2^7$ のサンプル点に対する二次元の FFT を使用して行なわれるが、これについての計算方法の詳細については紙幅の関係上割愛する。

前述したホログラムのサンプリングに対応して、計算機による像再生においてはいわゆる伝搬関数とよばれる式 (16) で表わされる関数 F_2 に対しても、サンプリングが要求される。これはとりまなおさず式 (16) のような周波数領域の関数に対しては同一周波数間隔でサンプルすることを意味する。ホログラムの縦横両辺の長さが等しく L であると仮定すれば、 F_2 を $1/L$ 間隔でサンプルし、 $\xi=m/L$, $\eta=n/L$ とおくと次式のようなになる。ただし m, n は 0 から 2^7-1 までの整数値をとるものとする。

$$F_2\left(\frac{m}{L}, \frac{n}{L}\right) = -i\lambda_2 D_2 \exp\left[i\frac{\pi\lambda_2 D_2}{L^2}(m^2 + n^2)\right] \quad (22)$$

又、記録すべき原ホログラムの一辺を L_0 とすると縮小率 M は式 (23) のように表わされ、式 (22) の指数項中の実定数を D とおくならば、式 (19) 及び式 (23) より式 (24) が得られる。

$$M = \frac{L_0}{L} \quad (23)$$

$$D = \frac{\pi\lambda_2 D_2}{L^2} = \frac{\pi\lambda_1 D_1}{L_0^2} \quad (24)$$

式 (24) の D は、式 (19) の D_2 に対応して再生像面の位置を決定するパラメータである。本実験においてはこのパラメータ D を変化させて（光学的像再生における像の観測位置の移動に相当する）数枚の像を求めた。ただし D はホログラム作製時の条件により、おのずから求まるものであり、この値の近傍について D を変化させればよいことになる。

3.3 計算機ラインプリンターによる像表示

実関数のフーリエ変換、ないしはフーリエ逆変換は一般には複素関数となるため、再生像を構成する各点の値としては絶対値を用いた。又その数値を値の大きさによって 6 つのレベルに量子化を行ない、さらにその各レベルごとにプリンターで表示するための文字の組合せを対応させた。数値とレベルの対応は 0 から 1 きざみで 5 までの数値に対してはそれぞれレベル 1 から 5 まだが対応し、数値 5 以上についてはレベル 6 が対応するものとした。レベルと文字の組合せの対応については次のように行なった。レベル n に対しては、文字 $O, X, *, +, \cdot$ の後から順に $6-n$ 個とり、さらに $n-1$ 個の空白をつけ加えるようにした。再生像を計算機ラインプリンターで濃淡として表示するため以上のように各点ごとに 5 文字からなる組合せを 5 回重複して打たせることによって濃淡を表わした。図 4 に数値とそれに対応して計算機で打ち出される結果を示す。

入力データとしてデジタル化したホログラムからの再生像を図 5-a~c に示す。図 5-a~c はそれぞれ $D=0.0710, 0.0697, 0.0694$ の値に対する再生像である。図 5-b が最良再生像と考え

* 0.0 < C(I,J) < 1.0	!	■
* 1.0 < C(I,J) < 2.0	!	■
* 2.0 < C(I,J) < 3.0	!	■
* 3.0 < C(I,J) < 4.0	!	■
* 4.0 < C(I,J) < 5.0	!	■
* 5.0 < C(I,J)	!	■

図4 出力される数値とレベル及びラインプリンター表示の対応

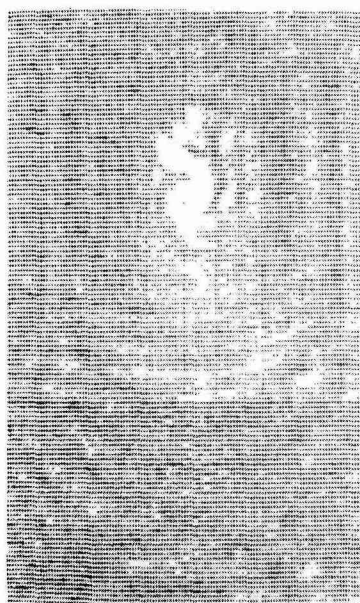


図 5-a 再生像 $D=0.0710$



図 5-b 再生像 $D=0.0697$

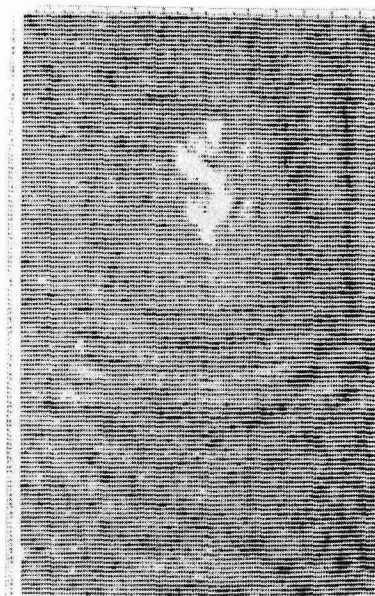


図 5-c 再生像 $D=0.0694$

られ文字 S が再生されているのがわかる。

像の表示法としてはこの他に各レベルにそれぞれ一文字を対応させる方法もあり行なわれているが、この方法では任意のコントラストがつけ難い。また、写真における陽画と陰画のように(本実験においては文字 S を白く表示するか、又は黒く表示するか)二通りの方法が存在するが、本実験では都合上白く表示した。

図6は同じ音波プログラムを用い、入力データとして 0, 1 の 2 値を用いたデジタル・プログラムからの再生像である。なお D の値は 0.0697 にとってある。

計算機としては FACOM 230-G0 を使用し、再生に要した時間は1枚当たり約60秒であった。

以上の議論ではホログラムから物体を再生する際に、式(1)で表わされるホログラムの第4項から再生される像(共役像)についてのみ述べてきたわけであり、実際にはホログラムには式(1)右辺の4項ともすべてが記録されている。当然、他の項による影響が考えられるが、式(1)の右辺第1項は定数項、第2項は第3項、第4項に比べて十分小さいと考えられ、真の像を再生する第3項は第4項を再生するような D の位置では十分発散してしまうと考えられる。このように、またはこのような条件のもとに再生像が得られるのである。

4. 結 言

音波ホログラムより計算機により像を再生させる実験を行ない再生像を得ることができた。しかし又、本論文においていくつかの問題も生じた。その問題を大きく分けると次の2点となる。すなわちひとつには入力データに関する問題であり、ひとつには出力となる再生像の表示の問題である。前者については現在入力データの作製は前述した通り肉眼によって行なっている。このことは時間がかかるばかりでなく不正確である。入力データのレベルもしたがってかなりの制約を受けることになる。ホログラム作製時に検波器から適当な A-D 変換器を通して直接ホログラム情報をカード、テープ等に記録させるようにするならば問題は大幅に改善される。

次に後者であるが、計算機は図形よりも文字を打ち出すように作られていることが根本的な問題であり、入力として縦横 1:1 の物体を入れても出力としては縦横比 5:3 の物体となることや、濃淡の表示にかなりの細工を必要とするのもすべてこのことに由来すると考えられる。このことも図形の表示に便利なプロッター、CRT 等を使用すれば解決され得る。

文 献

- 1) 青木由直, 吉田則信, 塚本信夫, 銘木道雄: 応用物理 36 (1967), 701.
- 2) 青木由直: 応用物理 37 (1968), 243.
- 3) 青木由直: 北海道大学工学部研究報告第65号 (1972), 69.
- 4) Leith, E. N. and J. Upatnieks: J. Opt. Soc. Amer. 52 (1962), 1123.
- 5) Leith, E. N. and J. Upatnieks: J. Opt. Soc. Amer. 54 (1964), 1295.
- 6) Preston, Jr., K. and J. L. Kreuzer: Appl. Phys. Letters 10 (1967), 150.
- 7) Massey, G. A.: Proc. IEEE (Letters) 55 (1967), 1115.
- 8) Metherell, A. F. H. A. El-Sum: Appl. Phys. Letters 11 (1967), 20.
- 9) MacAnally, R. B.: Appl. Phys. Letters 11 (1967), 266.

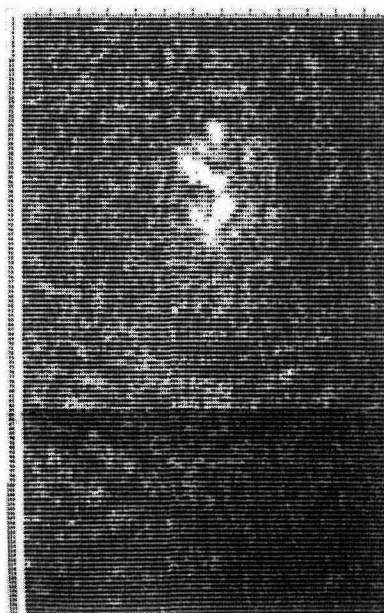


図6 Binary hologram からの再生像
 $D=0.0697$