



Title	運動する層状プラズマスラブによる平面電磁波の反射
Author(s)	風間, 輝雄; Kazama, Teruwo; 深井, 一郎 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 70, 37-47
Issue Date	1974-02-20
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/41196">https://hdl.handle.net/2115/41196</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	70_37-48.pdf



# 運動する層状プラズマスラブによる 平面電磁波の反射

風間輝雄\* 深井一郎\*\*

(昭和48年7月31日受理)

## Electromagnetic Reflectivity of Stratified Moving Plasma

Teruwo KAZAMA\* Ichiro FUKAI\*\*

### Abstract

The reflection and transmission of electromagnetic waves obliquely incident on an idealized laminar plane consisting of stratified homogenous plasma slab, moving in parallel with the boundary of at a parabolic velocity together with the density profile are investigated theoretically. This was accomplished by applying the principle of invariant imbedding of propagation of electromagnetic waves through a given plasma medium. The electric vector of the incident wave is assumed to be polarized in the plane of incidence (parallel polarization). Solutions were facilitated by the introduction of propagation matrices. Analytical and numerical results are presented.

### 1. ま え が き

不均一な媒質による電磁波の反射と透過の問題については古くから大気中の電波伝播の研究と相俟って多くの研究が成されて来た。この問題の取扱いについてはいわゆる幾何光学的に論じたものが多い。また最近運動する媒質による電磁波の反射と透過の問題について多くの論文が発表されている。しかしその多くは均一な半無限状媒質又は板状媒質であり、不均一<sup>1)~8)</sup>な媒質を扱ったものについては余り見かけない。本論文では波動光学で用いられる多重層薄膜<sup>11)~14)</sup>の方法を用いて不均一なプラズマスラブに任意の入射角で平面波が入射した場合の反射係数について解析を行った。

さて、真空中に置かれたプラズマスラブについて考えてみると、スラブの厚さが入射波の波長に比べて十分大きい場合以外は、プラズマの厚さ方向への拡散などの為、スラブの両側と中心附近とでは異なった状態にあり、このスラブは均一とは言えない。従って本論文ではこの様な状態を媒質の不均一性と見做し、運動する媒質の不均一性という観点から次の様な二つの状態を取扱った。運動するプラズマスラブの不均一性としては (i) 均一なプラズマ密度をもったスラブがジェット流としてある方向へ流れているが、その流れは中心より両側へ離れるにつれ速度差を生じ(速度に分布をもつ)、このため媒質の誘電率が静止系上から見た場合不均一となる。(ii) プラ

\* 釧路工業高等専門学校 電気工学科

\*\* 電気工学科 電気磁気学講座

\* Kushiro Technical College

\*\* Department of Electrical Engineering

ズマスラブ全体は一樣な速度で流れているが、中心より離れるにつれプラズマ密度が減少し（密度に分布をもつ）、このため媒質の誘電率が不均一となる等の場合が考えられる。以下本論文では媒質として無損失等方性プラズマを選び、速度及び密度の分布としては放物線型の分布函数を導入し、上記の二つの不均一状態において任意の入射角で平面波が入射した場合の反射係数について解析を行った。

## 2. 均一プラズマスラブの反射係数

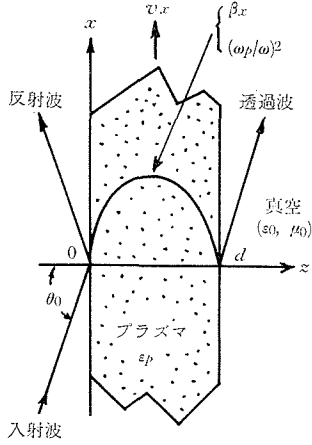


図 1 座 標 系

Fig. 1. Geometry of the problem

始めに媒質に不均一性が無い場合について考える。波源に対して平行に運動しているプラズマスラブの反射係数は C. Yeh<sup>9),10)</sup> によると、 $E$  波、 $H$  波とも次式で与えられる。ここで伝播軸によ  $x$  軸を選び、 $y$  軸方向には伝播定数は一定、また入射波は  $z$  軸の正方向へ伝播する平面波としている。またスラブは  $x$  軸と平行に等速度運動を行っているとする。この時

$E$  波について

$$r_E = \frac{E_r}{E_0} = \frac{j(\omega_p/\omega)^2 \sin(\gamma_x k_0 d) \exp\{-2j k_0 d \cos \theta_0\}}{2\gamma_x \cos \theta_0 \cos(\gamma_x k_0 d) - j(\gamma_x^2 + \cos^2 \theta_0) \sin(\gamma_x k_0 d)} \quad (1)$$

$$t_E = \frac{E_t}{E_0} = \frac{2\gamma_x \cos \theta_0 \exp\{-2j k_0 d \cos \theta_0\}}{2\gamma_x \cos \theta_0 \cos(\gamma_x k_0 d) - j(\gamma_x^2 + \cos^2 \theta_0) \sin(\gamma_x k_0 d)} \quad (2)$$

ここで  $\gamma_x = \{\cos^2 \theta_0 - (\omega_p/\omega)^2\}^{1/2}$

$H$  波について

$$r_H = \frac{H_r}{H_0} = \frac{j(m_x^2 - \cos^2 \theta_0) \sin(\gamma_x k_0 d) \exp\{-2j k_0 d \cos \theta_0\}}{2m_x \cos \theta_0 \cos(\gamma_x k_0 d) - j(m_x^2 + \cos^2 \theta_0) \sin(\gamma_x k_0 d)} \quad (3)$$

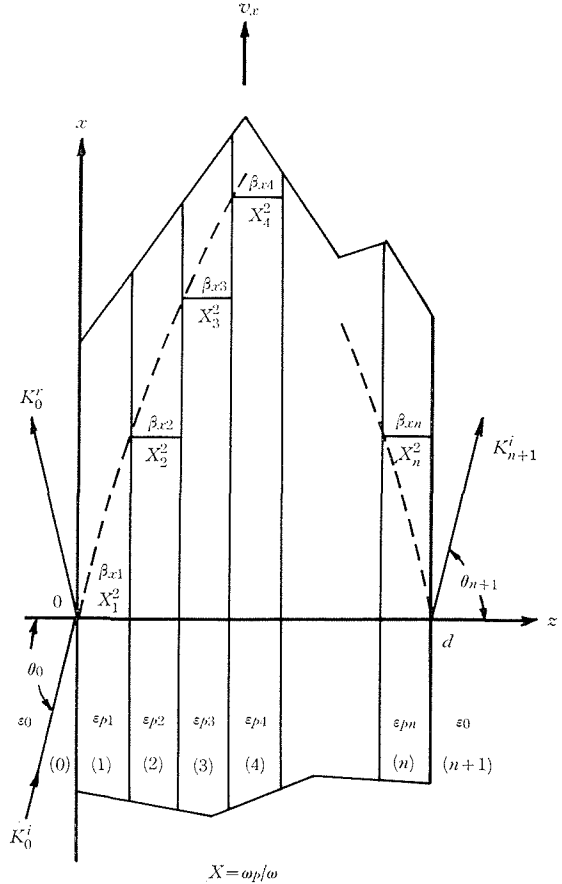


図 2 多重薄層状媒質の構成

Fig. 2. Construction of the thin multi-layer medium

$$t_H = \frac{H_t}{H_0} = \frac{2m_x \cos \theta_0 \exp \{-2j k_0 d \cos \theta_0\}}{2m_x \cos \theta_0 \cos(\eta_x k_0 d) - j(m_x^2 + \cos^2 \theta_0) \sin(\eta_x k_0 d)} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで} \quad \eta_x &= \{\cos^2 \theta_0 - (\omega_p/\omega)^2\}^{1/2} \\ \varepsilon_p &= 1 - (\omega_p/\omega)^2 (1 - \beta_x^2)/(1 - \beta_x \sin \theta_0)^2 \\ m_x &= \eta_x/\varepsilon_p, \quad \beta_x = v_x/c, \quad j^2 = -1 \end{aligned}$$

$v_x$ ,  $c$ ,  $\theta_0$  はそれぞれ媒質の運動速度, 光速及び入射角である。また  $E$  波,  $H$  波とは入射波を二つの偏波成分に分けた時, 入射面に垂直な電界成分及び平行な電界成分を有する偏波である。ここで (1), (2) 式からもわかるように媒質の運動は  $E$  波の反射係数に影響を与えないので以下  $E$  波については省略し,  $H$  波についてのみ取扱うことにする。

### 3. 不均一なプラズマスラブにおける基本式

図 1 に示される座標系上で,  $x$  軸,  $y$  軸および  $z$  軸方向に対し,  $-\infty \leq x \leq \infty$ ,  $-\infty \leq y \leq \infty$ ,  $0 \leq z \leq d$  の空間が等方性無損失プラズマで満たされているものとする。今このスラブの  $x-y$  平面上に任意の入射角  $\theta_0$  で平面波が入射すると, このプラズマの誘電率は

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_p & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_p & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_p \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_p = 1 - (\omega_p/\omega)^2 \quad (5)$$

ここで,  $\omega_p^2 = n_0 e^2/m\varepsilon_0$ ,  $n_0$ ,  $e$ ,  $m$  はそれぞれ電子の平均密度, 電荷および質量を表わす。また伝播軸を  $z$  軸に選び入射波および反射波の磁界成分  $H_y^i$ ,  $H_y^r$  を次式の通りに置く。

$$H_y^i = K^i \exp \{j(k_x^i x + k_z^i z)\} e^{-j\omega t} \quad (6)$$

$$H_y^r = K^r \exp \{j(k_x^r x - k_z^r z)\} e^{-j\omega t} \quad (7)$$

$K^i$ ,  $K^r$  は入射波および反射波の振幅。

このスラブが  $z$  軸に対し平行に運動している場合, 位相不変の法則及びローレンツ変換により  $z$  軸方向への伝播定数は運動の影響を受けず  $k_z^i = -k_z^r = k_z$  で

$$k_z = k_0 \{\cos^2 \theta_0 - (\omega_p/\omega)^2\}^{1/2}, \quad k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \quad (8)$$

またプラズマの誘電率は

$$\varepsilon_p = 1 - (\omega_p/\omega)^2 (1 - \beta_x^2)/(1 - \beta_x \sin \theta_0)^2 \quad (9)$$

ただし,  $x$  軸方向の伝播定数  $k_x^i$  は一定で  $k_x^i = k_x^r = k_0 \sin \theta_0$  と置いてある。

従って上式を不均一な媒質へ適用するため, 図 2 に示されるようにスラブを  $x$  軸と平行な無数の薄膜層に区分し, 各々の薄膜層内では近似的に媒質定数が一定であると仮定すると, 任意の二つの薄膜層間において次式が成立する。ここでは時刻  $t$  および  $x$  軸成分に関しては一定であるので省略 (以下全て省略) する事にする。

薄膜層第  $k$  層と第  $(k+1)$  層との間において次式が成立する。

$$\begin{cases} K_k^i \exp \{j k_{zk} z_{k+1}\} + K_k^r \exp \{-j k_{zk} z_{k+1}\} \\ = K_{k+1}^i \exp \{j k_{zk} z_{k+1}\} + K_{k+1}^r \exp \{-j k_{zk+1} z_{k+1}\} \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} m_{zk} \left[ K_k^i \exp \{j k_{zk} z_{k+1}\} - K_k^r \exp \{-j k_{zk} z_{k+1}\} \right] \\ = m_{zk+1} \left[ K_{k+1}^i \exp \{j k_{zk+1} z_{k+1}\} - K_{k+1}^r \exp \{-j k_{zk} z_{k+1}\} \right] \end{cases} \quad (11)$$

ここで  $z_{k+1}$  は第  $k$  層と第  $(k+1)$  層との間の境界である。よって (10) 式および (11) 式より第  $k$  層

と第  $(k+1)$  層との間の反射係数が導かれる。また (10) 式及び (11) 式を *Matrix* 表示を用いて表わすと

$$\begin{bmatrix} K_k^{\xi} \\ K_k^r \end{bmatrix} = \frac{1}{2m_{zk}} \begin{bmatrix} (m_{zk} + m_{z_{k+1}}) \exp\{j(k_{z_{k+1}} - k_{zk})z_{k+1}\} & (m_{zk} - m_{z_{k+1}}) \exp\{-j(k_{z_{k+1}} + k_{zk})z_{k+1}\} \\ (m_{zk} - m_{z_{k+1}}) \exp\{j(k_{z_{k+1}} + k_{zk})z_{k+1}\} & (m_{zk} + m_{z_{k+1}}) \exp\{-j(k_{z_{k+1}} - k_{zk})z_{k+1}\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{k+1}^{\xi} \\ K_{k+1}^r \end{bmatrix} \quad (12)$$

$k=0, 1, 2, \dots, n, \quad n$  は区分数  
 $z_{k+1} = (d/n)k$

また (12) 式は次の様にも書ける。

$$R_k = \frac{r_k + R_{k+1} \delta_{k+1}}{1 + r_k R_{k+1} \delta_{k+1}} \delta'_{k+1}, \quad k=n, n-1, \dots, 2, 1, 0 \quad (13)$$

ここで  $K_k^r, K_k^{\xi}$  はそれぞれ第  $k$  層における入射波および反射波の振幅を表わし  $r_k, \delta_k, \delta'_k, m_{zk}$  は

$$r_k = (m_{zk} - m_{z_{k+1}})/(m_{zk} + m_{z_{k+1}}) \quad (14)$$

$$\delta_k = \exp\{2jk_0 \eta_{zk+1} z_k\} \quad (15)$$

$$\delta'_k = \exp\{-2jk_0 \eta_{zk+1} z_k\} \quad (16)$$

$$m_{zk} = \eta_{zk}/\varepsilon_{pk}, \quad \eta_{zk} = k_{zk}/k_0 \quad (17)$$

$k_{zk}, \varepsilon_{pk}$  はそれぞれ第  $k$  層中の伝播定数および比誘電率である。従ってスラブの  $z=0$  の面における反射係数は (12) 式又は (13) 式より得られ、(12) 式より

$$\begin{bmatrix} K_0^{\xi} \\ K_0^r \end{bmatrix} = \prod_{k=0}^n \frac{1}{2m_{zk}} \begin{bmatrix} (m_{zk} + m_{z_{k+1}}) \exp\{j(k_{z_{k+1}} - k_{zk})z_{k+1}\} & (m_{zk} - m_{z_{k+1}}) \exp\{-j(k_{z_{k+1}} + k_{zk})z_{k+1}\} \\ (m_{zk} - m_{z_{k+1}}) \exp\{j(k_{z_{k+1}} + k_{zk})z_{k+1}\} & (m_{zk} + m_{z_{k+1}}) \exp\{-j(k_{z_{k+1}} - k_{zk})z_{k+1}\} \end{bmatrix} K_{n+1}^{\xi} \quad (18)$$

$$r_{H(z=0)} = K_0^r/K_0^{\xi} \quad (19)$$

又は (13) 式より

$$r_{H(z=0)} = (r_k + R_{k+1} \delta_{k+1}) \delta'_k / (1 + r_k R_{k+1} \delta_{k+1}), \quad k=n, n-1, \dots, 2, 1, 0 \quad (20)$$

となり反射係数は

$$R_H = r_H r_H^* \quad (21)$$

ここで \* は共役複素数を表わす。

#### 4. 運動速度に分布をもつプラズマスラブの反射係数

##### 4.1 式の変形

図 1 の座標系上で真空中にプラズマ角周波数  $\omega_p$  の無損失プラズマスラブが  $x$  軸と平行に (波源に平行) 1 等速度で運動しているものと仮定する。今このスラブの運動速度が伝播軸  $z$  の位置の函数で与えられるとし次式の様に置く。

$$\beta_x = \beta_0 \{1 - (2z/d - 1)^2\} \quad (22)$$

ここで  $\beta_0 = v_x/c$ ,  $v_x, c, d$  はそれぞれスラブの中心におけるプラズマの運動速度, 光速およびスラブの厚さである。従って (22) 式で示される速度分布をもつスラブを  $n$  層の薄膜層に分割し, それぞれの層内では近似的に運動速度は一定で, その速度は電波が入射する側の境界面の座標で与えられると仮定すると (22) 式より第  $k$  層では

$$\beta_{xk} = \beta_0 \{1 - (2z_k/d - 1)^2\} \quad (22')$$

$$z_k = k(d/n), \quad k=0, 1, 2, \dots, n-1, n \quad (23)$$

$$\varepsilon_{pk} = 1 - (\omega_p/\omega)^2 (1 - \beta_{zk}^2) / (1 - \beta_{zk} \sin \theta_0)^2 \quad (24)$$

$$k_{zk} = k_0 \{ \cos^2 \theta_0 - (\omega_p/\omega)^2 \}^{1/2} \quad (25)$$

従ってこれ等の関係を (12) 式へ代入し整理すると

(i)  $k=0$  の時

$$\begin{bmatrix} K_0^{\xi} \\ K_0^r \end{bmatrix} = \frac{1}{2 \cos \theta_0} \begin{bmatrix} \varepsilon_{p1} \cos \theta_0 + \eta_z & \varepsilon_{p1} \cos \theta_0 - \eta_z \\ \varepsilon_{p1} \cos \theta_0 - \eta_z & \varepsilon_{p1} \cos \theta_0 + \eta_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_0^{\xi} \\ K_1^r \end{bmatrix} \quad (26)$$

(ii)  $0 < k < n$  の時

$$\begin{bmatrix} K_k^{\xi} \\ K_k^r \end{bmatrix} = \frac{1}{2\varepsilon_{pk}} \begin{bmatrix} \varepsilon_{pk+1} + \varepsilon_{pk} & (\varepsilon_{pk+1} - \varepsilon_{pk}) \exp \{-2j\eta_{zk} z_k\} \\ (\varepsilon_{pk+1} - \varepsilon_{pk}) \exp \{2j k_0 \eta_z z_k\} & \varepsilon_{pk+1} + \varepsilon_{pk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{k+1}^{\xi} \\ K_{k+1}^r \end{bmatrix} \quad (27)$$

(iii)  $k=n$  の時

$$\begin{bmatrix} K_n^{\xi} \\ K_n^r \end{bmatrix} = \frac{1}{2\eta_z} \begin{bmatrix} (\eta_z + \varepsilon_{pn} \cos \theta_0) \exp \{j(\eta_z - \cos \theta_0) k_0 d\} & (\eta_z - \varepsilon_{pn} \cos \theta_0) \exp \{-j(\eta_z + \cos \theta_0) k_0 d\} \\ (\eta_z - \varepsilon_{pn} \cos \theta_0) \exp \{j(\eta_z + \cos \theta_0) k_0 d\} & (\eta_z + \varepsilon_{pn} \cos \theta_0) \exp \{-j(\eta_z - \cos \theta_0) k_0 d\} \end{bmatrix} K_{n+1}^{\xi} \quad (28)$$

故に (26), (27), (28) 式の関係を (18) 式へ代入し (19), (21) 式より速度に分布をもつ場合の反射係数が得られる。

また各層間における屈折角は  $x$  軸方向の伝播定数  $k_x = k_0 \sin \theta_0$  がスラブの至る所で一定である事から

$$\theta_{k+1} = \tan^{-1}(k_x/k_{zk+1}) \quad (29)$$

より得られる。しかし (25) 式より  $k_{zk}$  は一定である為、電波は真空とスラブの境界面でのみ屈折しスラブ中では直進する。

## 4.2 数値計算例

図 3, 4 に入射角に対する反射係数の関係を示す。図の右側 (a) には分布をもたない場合、即ち均一プラズマスラブを、左側 (b) には分布をもたせた場合の特性を示している。図よりわかる様に運動速度が光速に比して十分小さい時 (例えば  $\beta_0 = 10^{-4}$ ) にはスラブ全体が非常に遅い速度で運動している為、中心附近とスラブの両側との速度差が小さいので両者間の誘電率に余差を生せず、従って速度分布の影響は殆んど現われず、均一スラブの場合の特性とほぼ一致する。またスラブの中心速度  $\beta_0$  が増加すると、均一プラズマスラブでは入射角の増加と共にブリュースタ角より小さな入射角で反射係数に最大値を与える入射角は小さくなるが、不均一プラズマスラブではこれとは対称的に大きくなる。速度に分布を持たせる事により一般に反射係数は大きくなる。またブリュースタ角は小さな入射角で現われる。この傾向はスラブの厚さ  $d$  の増大と共に強くなる。またブリュースタ角は運動速度に分布を与える事により必ず現われる。次に  $(\omega_p/\omega)^2$  の増大は、同じ  $\beta_0$ ,  $d/\lambda$  の条件の下では  $R_H$  を増大させるが、逆にブリュースタ角の数は減少する。この傾向は  $d/\lambda$  の増大とともに緩和する。

例えば、 $d/\lambda = 0.5$ ,  $\beta_0 = 0.5$  で  $\theta_0 = 30^\circ$  の時  $(\omega_p/\omega)^2 = 0.1$  では  $R_H = 2.55 \times 10^{-3}$  であるが、 $(\omega_p/\omega)^2 = 0.5$  では  $R_H = 2.1 \times 10^{-1}$  を示し、またブリュースタ角は前者では約  $\theta_0 = 10^\circ$ ,  $57^\circ$  附近の二つの入射角で現われるが、後者では  $\theta_0 = 43^\circ$  附近の入射角で現われるのみである。また上記の条件中で  $d/\lambda$  を  $d/\lambda = 1.0$  に変える事によりやはり  $(\omega_p/\omega)^2 = 0.1$  では  $R_H = 2.55 \times 10^{-3}$  であるが  $(\omega_p/\omega)^2 = 0.5$  では  $R_H = 4.8 \times 10^{-2}$  またブリュースタ角は前者では  $\theta_0 = 41^\circ$ ,  $61^\circ$  の附近の二つの入射角で現われ、後者では  $26^\circ$ ,  $34^\circ$  附近の二つの入射角で現われる。

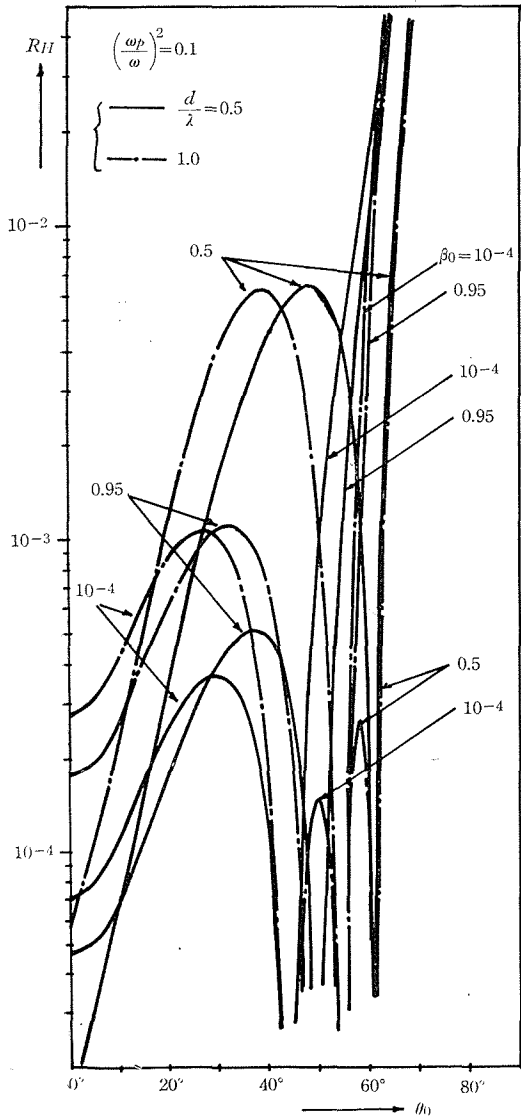


図 3-a 入射角に対する反射係数の関係 (速度に分布をもたない場合)

Fig. 3-a. Reflection coefficient  $R_H$  versus incident angle  $\theta_0$ . (Without the distribution of moving velocity)

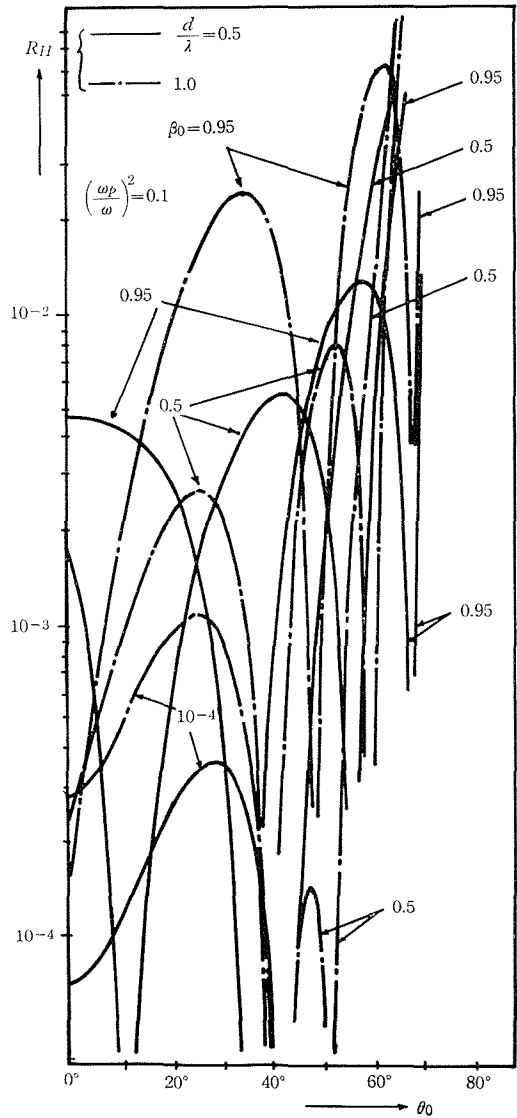


図 3-b 入射角に対する反射係数の関係 (速度に分布をもつ場合)

Fig. 3-b. Reflection coefficient  $R_H$  versus incident angle  $\theta_0$ . (With the distribution of moving velocity)

### 5. 密度に分布を持つ運動プラズマスラブの反射係数

#### 5.1 式の変形

図 1 の座標系上で真空中に  $x$  軸と平行に (波源に平行) 無損失プラズマスラブが一樣な速度で運動していると仮定する。今この大スラブのプラズマ密度が 4. の場合と同様に位置の関数で与えられる時  $(\omega_p/\omega)^2$  を次式の通りに置く。

$$(\omega_p/\omega)^2 = (\omega_p/\omega)_0^2 \{1 - (2z/d - 1)^2\} \tag{30}$$

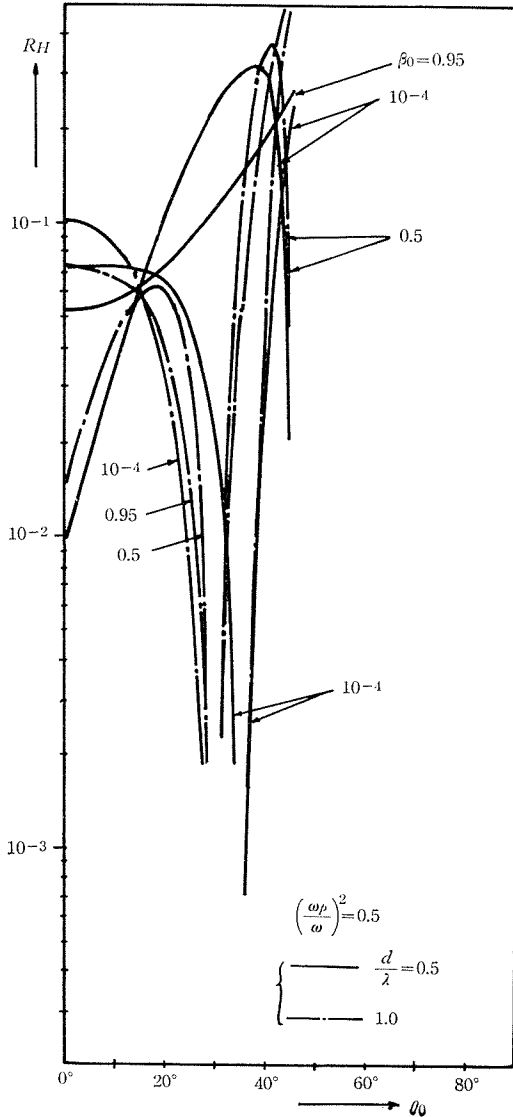


図 4-a 入射角に対する反射係数の関係  
(速度に分布をもたない場合)

Fig. 4-a. Reflection coefficient  $R_H$  versus incident angle  $\theta$ . (Without the distribution of moving velocity)

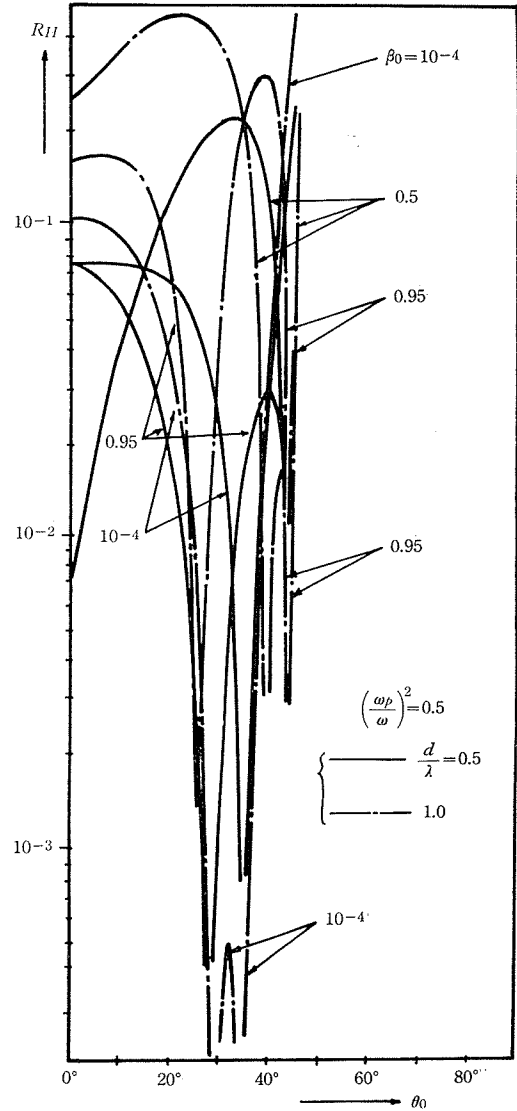


図 4-b 入射角に対する反射係数の関係  
(速度に分布をもつ場合)

Fig. 4-b. Reflection coefficient  $R_H$  versus incident angle  $\theta$ . (With the distribution of moving velocity)

ここで  $(\omega_p/\omega)_k^2$  はスラブの中心における正規化プラズマ角周波数である。従って、(30)式で与えられる密度分布をもつスラブを  $n$  層の薄膜層に等分割し、それぞれの層中では近似的にプラズマ密度は一定で、その密度は電波の入射する側の境界面の座標で決まると仮定する。第  $k$  層中においては

$$(\omega_p/\omega)_k^2 = (\omega_p/\omega)_0^2 \{1 - (2z_k/d - 1)^2\} \quad (30')$$

$$z_k = k(d/n), \quad n=0, 1, 2, \dots, n-1, n \quad (23)$$

$$\varepsilon_{pk} = 1 - (\omega_p/\omega)_k^2 (1 - \beta_x^2)/(1 - \beta_x \sin \theta_0)^2 \quad (31)$$

$$k_{zk} = k_0 \{ \cos^2 \theta_0 - ((\omega_p/\omega)_k^2) \} = k_0 \eta_{zk} \quad (32)$$

従ってこれ等の関係を(12)式へ代入し整理すると

(i)  $k=0$  の時

$$\begin{bmatrix} K_0^i \\ K_0^r \end{bmatrix} = \frac{1}{2 \cos \theta_0} \begin{bmatrix} \varepsilon_{p1} \cos \theta_0 + \eta_{z1} & \varepsilon_{p1} \cos \theta_0 - \eta_{z1} \\ \varepsilon_{p1} \cos \theta_0 - \eta_{z1} & \varepsilon_{p1} \cos \theta_0 + \eta_{z1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_0^i \\ K_0^r \end{bmatrix} \quad (33)$$

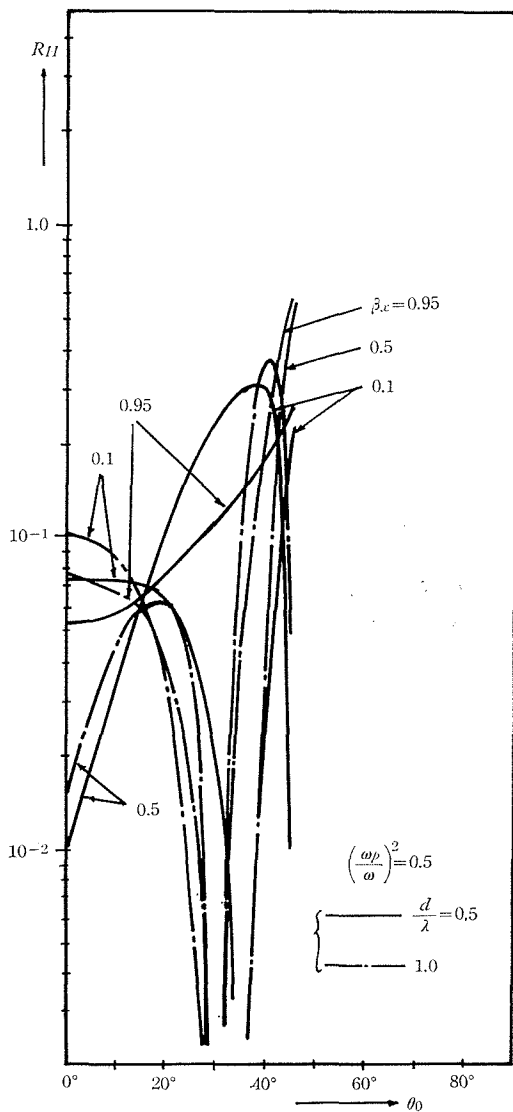


図 5-a 入射角に対する反射係数の関係 (プラズマ密度に分布をもたない場合)

Fig. 5-a. Reflection coefficient  $R_H$  versus incident angle  $\theta$ . (Without the distribution of plasma density)

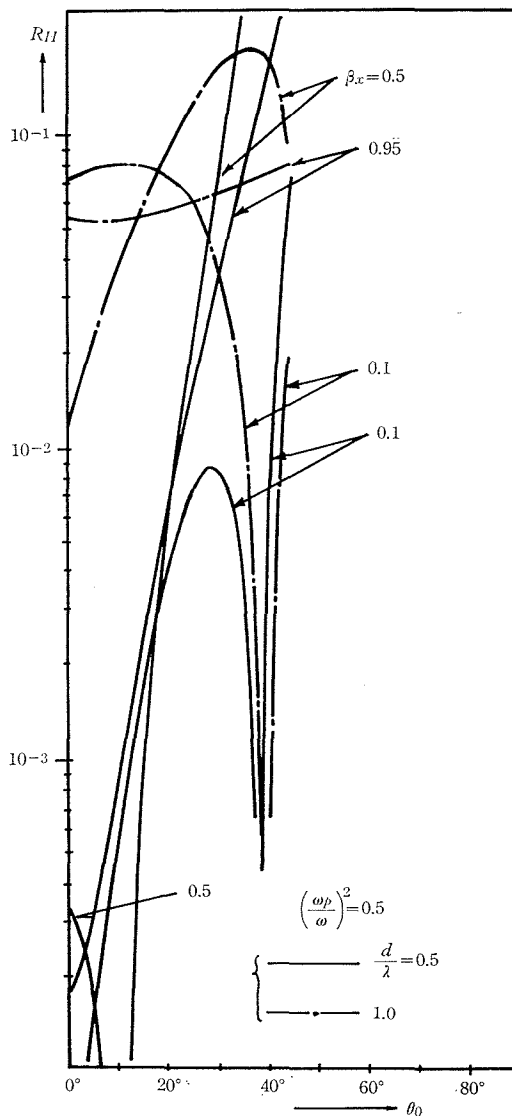


図 5-b 入射角に対する反射係数の関係 (プラズマ密度に分布をもつ場合)

Fig. 5-b. Reflection coefficient  $R_H$  versus incident angle  $\theta$ . (With the distribution of plasma density)

(ii)  $0 < k < n$  の時

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} K_k^{\downarrow} \\ K_k^{\uparrow} \end{bmatrix} &= \frac{\varepsilon_{pk}}{2\eta_{zk}} \begin{bmatrix} (\eta_{zk}\varepsilon_{pk+1} + \eta_{zk+1}\varepsilon_{pk}) \exp\{j(\eta_{zk+1} - \eta_{zk})k_0 z_k\} \\ (\eta_{zk}\varepsilon_{pk+1} - \eta_{zk+1}\varepsilon_{pk}) \exp\{j(\eta_{zk+1} + \eta_{zk})k_0 z_k\} \\ (\eta_{zk}\varepsilon_{pk+1} - \eta_{zk+1}\varepsilon_{pk}) \exp\{-j(\eta_{zk+1} + \eta_{zk})k_0 z_k\} \\ (\eta_{zk}\varepsilon_{pk+1} + \eta_{zk+1}\varepsilon_{pk}) \exp\{-j(\eta_{zk+1} - \eta_{zk})k_0 z_k\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{k+1}^{\downarrow} \\ K_{k+1}^{\uparrow} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

(iii)  $k = n$  の時

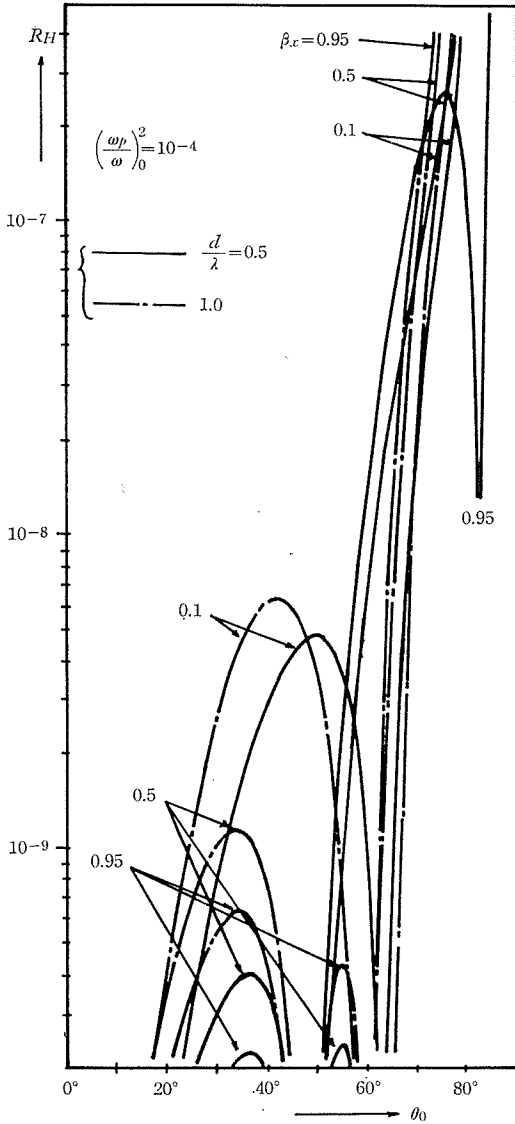


図 6-a 入射角に対する反射係数の関係 (プラズマ密度に分布をもたない場合)

Fig. 6-a. Reflection coefficient  $R_H$  versus incident angle  $\theta$ . (Without the distribution of plasma density)

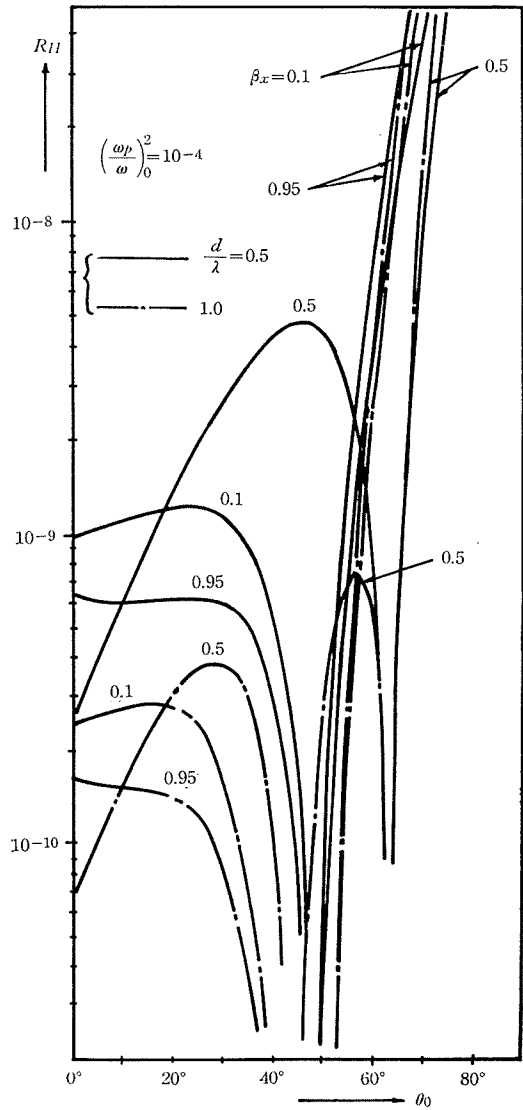


図 6-b 入射角に対する反射係数の関係 (プラズマ密度に分布をもつ場合)

Fig. 6-b. Reflection coefficient  $R_H$  versus incident angle  $\theta$ . (With the distribution of plasma density)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} K_n^e \\ K_n^r \end{bmatrix} &= \frac{\varepsilon_{pn}}{2\eta_{zn}} \begin{bmatrix} (\eta_{zn} + \varepsilon_{pn} \cos \theta_0) \exp \{j(\cos \theta_0 + \eta_{zn}) k_0 d\} \\ (\eta_{zn} - \varepsilon_{pn} \cos \theta_0) \exp \{j(\cos \theta_0 - \eta_{zn}) k_0 d\} \\ (\eta_{zn} - \varepsilon_{pn} \cos \theta_0) \exp \{-j(\cos \theta_0 - \eta_{zn}) k_0 d\} \\ (\eta_{zn} + \varepsilon_{pn} \cos \theta_0) \exp \{-j(\cos \theta_0 + \eta_{zn}) k_0 d\} \end{bmatrix} K_{n+1}^e \quad (35) \end{aligned}$$

故に (33), (34), (35) 式を (18) 式へ代入し, (21) 式の関係よりプラズマ密度に分布をもつ場合の反射係数が得られる。

また各層間における屈折角は (29) 式の関係より求まり一般に

$$\theta_k = \cos^{-1} \left[ \frac{\{\cos^2 \theta_0 - (\omega_p/\omega)_k^2\}}{\{1 - (\omega_p/\omega)^2\}} \right] \quad (36)$$

で与えられる。

## 5.2 数値計算例

図 5, 6 は入射角に対する反射係数の関係を示す。図の右側 (a) は均一, (b) は不均一プラズマスラブの特性を示す。図よりわかる様にプラズマ密度が十分小さい時, スラブに密度分布を与えよる事によりブリュースタ角より小さな入射角の範囲では均一プラズマスラブより一般に平坦な特性を示す。またこの傾向は  $(\omega_p/\omega)_0$  が小さい時,  $d/\lambda$  が小さい方が, また  $(\omega_p/\omega)_0$  が大きい時,  $d/\lambda$  が大きい方が強く現われる。  $R_H$  の大きさは  $(\omega_p/\omega)_0$  が小さい時には分布の有無の間には余り大きな差は無い。しかし  $(\omega_p/\omega)_0$  が大きくなり,  $d/\lambda$  が小さい時には差が顕著である。これはスラブの伝播軸方向に対するプラズマの誘電率の変化が  $d/\lambda$  が小さくなれば成程大きくなる為である。またブリュースタ角はプラズマ密度が小さい時には少なくとも一つ現われるが, 密度が大きくなると媒質の運動速度により現われない事もある。一般に密度分布をもったプラズマスラブの反射係数特性はブリュースタ角を境として二つの部分に分ける事が出来る。即ちブリュースタ角より小さな入射角の範囲での反射係数特性は密度分布の影響を大きく受け, これより大きな入射角範囲での反射係数特性は殆んどその影響を受けず, ほぼ均一の場合の特性と一致する。

## 6. む す び

以上, 波長に比べて厚くない運動する不均一なプラズマスラブの反射係数について, 速度に分布を持つ場合と密度に分布を持つ場合の二つに分けて解析し, 均一な場合と比較検討したわけである。一般にこの様な厚さの範囲では, 速度に分布を持つ場合の特性は媒質の運動速度か光速に比べて十分小さい時以外はプラズマを誘電体の様に見立て運動速度がプラズマ中では一定として反射係数を求めたものでは分布を考慮して求めたものとの差が大き過ぎる。また密度に分布を持つ場合の特性はブリュースタ角よりも小さな入射角の範囲では分布を考慮するか否かの間に大きな差を生ずる。しかしそれよりも大きな入射角では分布の有無は特性の上へは余り現われず均一の場合とほぼ等しい。

また同一プラズマスラブに対し, スラブのプラズマ密度を一定とした場合, スラブの運動速度の分布を考慮した方が, 密度の分布を考慮した場合よりも大きな反射係数が得られる。この傾向はスラブの厚さが大きくなる程強くなる。

ここで用いた手法は各薄膜層内では媒質定数が近似的に一定であるとの仮定の下で不均一媒質の問題を均一媒質の問題に変換して解析する方法である。これは区分数を多く取る事により近似計算の精度を上げることが出来る。

最後に, 本研究は著者の一人風間が北海道大学工学部電気工学科に在職中に行ったものであ

る。日頃指導をいただいております当工学科福岡醇一教授に感謝いたします。また数値計算には北海道大学大型計算機センター FACOM 230-60 を使用しました。

#### 参 考 文 献

- 1) H. N. Kritikos, K. S. H. Lee and C. H. Papas: "Electromagnetic Reflectivity of Nonuniform Jet Stream", Radio Science, Vol. 2, No. 9, p. 991 (Sept., 1967).
- 2) 田中・間: "運動不均質媒質による平面電磁波の反射と透過", 信学会アンテナ伝播研資, AP-72-4 (1972-04).
- 3) 風間・深井・鈴木: "運動する不均質プラズマによる反射", 信学会アンテナ伝播研資, AP-72-16 (1972-06).
- 4) T. D. Shockley Jr. and M. L. Howe: "Transmission and Reflection Coefficient of a Bounded Plasma Slab", Proc. IEEE, 53, 3, p. 320 (March, 1965).
- 5) G. P. Bein "Plane Wave Transmission and Reflection Coefficients for Lossy Inhomogeneous Plasmas", IEEE Trans., AP-14, p. 511 (July, 1966).
- 6) R. N. Adams and E. D. Denman: "Precautionary Note on Stratification", Radio Science, Vol. 1, No. 7, p. 851 (July, 1966).
- 7) C. T. Swift and J. S. Evans: "Generalized Treatment of Plane Electromagnetic Wave Passing Through an Isotropic Inhomogeneous Slab at Arbitrary Angles of Incidence", NASA Langley Tech., TRR-172 (Dec., 1963).
- 8) J. A. Kong: "Reflection and Transmission of Electromagnetic Waves by Stratified Moving Media", Canad. J. Phys., 49, p. 2785 (1971).