



Title	球孔を有する無限体の熱応力 : 連成準静的解
Author(s)	台丸谷, 政志; 石川, 博将; 秦, 謹一
Citation	北海道大學工學部研究報告, 71, 47-55
Issue Date	1974-06-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41221
Type	departmental bulletin paper
File Information	71_47-56.pdf



球孔を有する無限体の熱応力

—— 連 成 準 静 的 解 ——

台丸谷 政 志* 石 川 博 将* 秦 謹 一*

(昭和48年10月30日受理)

Thermal Stresses in an Infinite Medium with a Spherical Cavity

— Quasi-Static Solutions in the Thermoelastically Coupled Field —

Masashi DAIMARUYA, Hiromasa ISHIKAWA and Kin-ichi HATA

(Received October 30, 1973)

Abstract

The present paper is concerned with the coupled thermoelastic problem of an infinite medium with a spherical cavity, whose surface is suddenly subjected to uniform heating. The medium is assumed to be undisturbed and at a constant temperature initially. The solution is developed by using the method of thermoelastic displacement potential and the Laplace transform. The results are compared with those in the absence of thermoelastic coupling.

The rule of superposition of solutions does not hold for a coupled thermoelastic problem and the method of thermoelastic displacement potential can not generally be applied to the problem of this kind, however in problems of infinite or semi-infinite media this method comes into force and as a result solutions can readily be obtained. The thermoelastic coupling effect arising as a consequence of the coupling between the strain and temperature fields is essentially the damping effect for temperature and displacement, and also acts on the stress distributions with a similar effect.

1. 緒 言

フーリエの熱伝導の基礎式では体積要素は剛体として取り扱われているが、弾性体に与えられた熱エネルギーは単に温度上昇を起すだけではなく一部は力学的に安定な状態が得られるように物体の体積を変化せしめる仕事に変わる。この変形仕事を考慮した弾性体の熱伝導の基礎式は M. A. Biot¹⁾, M. Lessen²⁾, B. A. Boley & J. Weiner³⁾, 竹内⁴⁾らによって導びかれている。このように温度場とひずみ場の連成を考慮すれば熱弾性問題は温度変化と変位成分の連成問題として、すなわち修正されたフーリエの熱伝導方程式と熱弾性運動方程式を熱的および力学的境界条件を同時に満足するように解くのが厳密には正しいことになる。この連成効果(熱弾性効果)の影響は連成係数の大きな材料および熱衝撃⁵⁾などの高速変形の両者に関係するため、連成熱弾性問題の多くの研究は動的として扱われているが、慣性項を無視した連成準静的問題として無限長中実円柱の熱応力を求めた小泉, 中原⁶⁾らの研究報告などもある。

本報では球孔を有する無限体とその球孔面にステップ的に一様な持続加熱を受ける場合を連成

* 機械工学第二学科, 塑性加工学講座

準静的問題として熱弾性変位ポテンシャルを導入して解析し、E. Sternberg⁷⁾ によってすでに求められている非連成の結果と比較して熱弾性効果が熱応力分布等に及ぼす影響を検討した。

2. 基 礎 式

均質等方な弾性体に関する連成熱弾性問題に対する基礎式は変位成分を u_i 、基準温度からの温度変化を T とすれば次式のように与えられる。

$$G \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_k} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_k} - (3\lambda + 2G) \alpha \frac{\partial T}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \quad (i, j, k=1, 2, 3) \quad (1)$$

$$\kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x_k \partial x_k} = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{(3\lambda + 2G) \alpha T^*}{\rho c_v} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t} \quad (2)$$

ここで、 x_i は直角座標(x_1, x_2, x_3)、 t は時間を表わし、 λ, G はラーメの定数、 α は線膨張係数、 ρ は密度、 c_v は比熱、 κ は温度伝導率、 T^* は基準絶対温度である。また、添字 k に関して総和規約を用いる。

式 (2) は熱力学の第 1 法則にもとずき、弾性体の微小要素内へ熱の流入があるときその熱エネルギーは微小要素内の温度のみならずひずみ成分にも関係することを考慮して誘導された式であり、右辺の第 2 項目が変形仕事による付加項で温度場とひずみ場の連成項と呼ばれ、この連成によって生ずる効果を熱弾性効果と呼ぶ。

また、温度変化がある場合を含めた一般化したフックの法則、すなわち Duhamel-Neumann の関係式は次式で与えられる。

$$\sigma_{ij} = \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + G \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - (3\lambda + 2G) \alpha T \delta_{ij} \quad (3)$$

ここで、 σ_{ij} ($i, j=1, 2, 3$) は応力成分、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。

いま、次式の座標変換を行なって球座標 (r, θ, φ) を導入し、

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= r \sin \theta \cos \varphi, \quad x_2 = r \sin \theta \sin \varphi, \quad x_3 = r \cos \theta \\ 0 &\leq r < \infty, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

さらに球対称問題を考えれば、温度および変位成分は次のように仮定される。

$$T = T(r, t), \quad u_r = u(r, t), \quad u_\theta = u_\varphi = 0 \quad (5)$$

ここで、 $(u_r, u_\theta, u_\varphi)$ は球座標における変位成分である。

このとき、応力成分は垂直応力成分 ($\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\varphi$) のみが残し、式 (3), (4) より次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} \right) + 2G \frac{\partial u}{\partial r} - (3\lambda + 2G) \alpha T \\ \sigma_\theta &= \sigma_\varphi = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} \right) + 2G \frac{u}{r} - (3\lambda + 2G) \alpha T \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

また、連成熱弾性基礎式は、準静的として慣性項を無視すれば、式 (1), (2) より次式のように与えられる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2u}{r^2} = \frac{(3\lambda + 2G)}{\lambda + 2G} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{(3\lambda + 2G) \alpha T^*}{\rho c_v \kappa} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} \right) \quad (8)$$

つぎに、次式の無次元量を導入する。

$$R = \frac{r}{a}, \quad \tau = \frac{\kappa t}{a^2}, \quad \Theta = \frac{T}{T_0}, \quad U = \frac{\lambda + 2G}{(3\lambda + 2G) \alpha T_0} \frac{u}{a} \quad (9)$$

ここで、 a は長さの次元を持つ、 T_0 は温度の次元を持つ任意定数である。

いま、ラーメの定数 λ, G と縦弾性係数 E 、ポアソン比 ν との関係

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (10)$$

を考慮すれば、式 (9) の無次元量を用いて式 (6) の応力成分は次式のように無次元表示される。

$$\left. \begin{aligned} (1-2\nu)\sigma_r^* &= (1-\nu)\frac{\partial U}{\partial R} + 2\nu\frac{U}{R} - (1-\nu)\Theta \\ (1-2\nu)\sigma_\theta^* &= (1-2\nu)\sigma_\varphi^* = \nu\frac{\partial U}{\partial R} + \frac{U}{R} - (1-\nu)\Theta \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここで、

$$\{\sigma_r^*, \sigma_\theta^*, \sigma_\varphi^*\} = \frac{1-\nu}{E\alpha T_0} \{\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\varphi\} \quad (12)$$

同様に式 (9) を用いて式 (7), (8) を無次元化すれば次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial U}{\partial R} - \frac{2U}{R} = \frac{\partial \Theta}{\partial R} \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial \Theta}{\partial R} - \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \delta \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial U}{\partial R} + \frac{2U}{R} \right) \quad (14)$$

ここで、 δ は材料定数および基準温度によって定まる連成係数で次式で与えられる。

$$\delta = \frac{(1+\nu)E\alpha^2 T^*}{(1-\nu)(1-2\nu)\rho c_v} \quad (15)$$

式 (13), (14) を熱弾性変位ポテンシャル $\Phi(R, \tau)$

$$U = \frac{\partial}{\partial R} \Phi(R, \tau) \quad (16)$$

を導入して一本の式にまとめれば、次の Φ のみの 4 階偏微分方程式が得られる。

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial R} - (1+\delta) \frac{\partial}{\partial \tau} \right\} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial R} \right\} \Phi(R, \tau) = 0 \quad (17)$$

また、式 (16) を用いれば、式 (13) および式 (11) は次式のように表示される。

$$\left. \begin{aligned} \Theta(R, \tau) &= \left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial R} \right) \Phi(R, \tau) \\ \sigma_r^*(R, \tau) &= -\frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial R} \Phi(R, \tau) \\ \sigma_\theta^*(R, \tau) &= -\left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \right) \Phi(R, \tau) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

3. 境界条件およびラプラス像空間における解

初期には熱的にも力学的にも無負荷な状態に置かれている、内部に半径 a の球孔を有する初期温度 T^* の無限体において、 $t=0$ の瞬間からその球孔面がステップ的に一様な持続加熱 T_0 を受ける場合を仮定する。

このとき境界条件は次式で与えられる。

$$T(a, t) = T_0 H(t), \quad \sigma_r(a, t) = 0 \quad (19)$$

ここで $H(t)$ はヘビサイドのステップ関数。また、無限点で次式の条件が与えられる。

$$r \rightarrow \infty \text{ のとき, } T(r, t), \quad \sigma_r(r, t), \quad \sigma_\theta(r, t) \rightarrow 0 \quad (20)$$

式 (19), (20) は式 (9) および式 (18) を用いて次式のように表示される。

$$\left\{ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right\}_{R=a} = H(\tau), \quad \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right\}_{R=\infty} = 0 \quad (21)$$

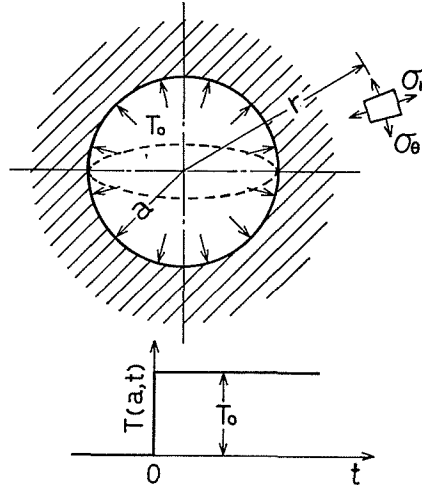


図1 座標系および加熱温度

$$R \rightarrow \infty \text{ のとき, } \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial R} = \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial R^2} = 0 \quad (22)$$

次に、熱的にも力学的にも無負荷であるという初期条件⁴⁾を考慮して基礎式 (17) および境界条件式 (21), (22) を時間に関してラプラス変換すれば次式の常微分方程式およびその境界条件が得られる。

$$\left\{ \frac{d^2}{dR^2} + \frac{2}{R} \frac{d}{dR} - (1 + \delta) \right\} \left\{ \frac{d^2}{dR^2} + \frac{2}{R} \frac{d}{dR} \right\} \bar{\theta}(R, p) = 0 \quad (23)$$

$$\left\{ \frac{d^2 \bar{\theta}}{dR^2} + \frac{2}{R} \frac{d \bar{\theta}}{dR} \right\}_{R=1} = \frac{1}{p}, \quad \left\{ \frac{d \bar{\theta}}{dR} \right\}_{R=1} = 0 \quad (24)$$

$$R \rightarrow \infty \text{ のとき, } \frac{d \bar{\theta}}{dR} = \frac{d^2 \bar{\theta}}{dR^2} = 0 \quad (25)$$

ここで、

$$\bar{\theta}(R, p) = \int_0^\infty \theta(R, \tau) e^{-p\tau} d\tau \quad (26)$$

式 (23) を解けば $\bar{\theta}$ の一般解として次式が得られる。

$$\bar{\theta}(R, p) = C_1 + \frac{C_2}{R} + \frac{C_3}{R^{1/2}} I_{1/2}(\mu \sqrt{p} R) + \frac{C_4}{R^{1/2}} K_{1/2}(\mu \sqrt{p} R) \quad (27)$$

ここで、 C_1, C_2, C_3, C_4 は積分定数、 $I_{1/2}(\mu \sqrt{p} R), K_{1/2}(\mu \sqrt{p} R)$ はそれぞれ 1/2 次の第 1 種、第 2 種の変形ベッセル関数である。ただし、 $\mu = \sqrt{1 + \delta}$ 。式 (27) において式 (25) の条件を考慮すれば、式 (16), (18) よりラプラス像空間で次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\theta}(R, p) &= \frac{C_4}{R^{1/2}} (\mu \sqrt{p})^2 K_{1/2}(\mu \sqrt{p} R) \\ \bar{U}(R, p) &= -\frac{C_2}{R^2} - \frac{C_4}{R^{1/2}} \left(\mu \sqrt{p} + \frac{1}{R} \right) K_{1/2}(\mu \sqrt{p} R) \\ \bar{\sigma}_r^*(R, p) &= \frac{2C_2}{R^3} + \frac{2C_4}{R^{3/2}} \left(\mu \sqrt{p} + \frac{1}{R} \right) K_{1/2}(\mu \sqrt{p} R) \\ \bar{\sigma}_\theta^*(R, p) &= -\frac{C_2}{R^3} - \frac{C_4}{R^{1/2}} \left\{ (\mu \sqrt{p})^2 + \frac{\mu \sqrt{p}}{R} + \frac{1}{R^2} \right\} K_{1/2}(\mu \sqrt{p} R) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

ここで、 $\bar{U}, \bar{\theta}, \bar{\sigma}_r^*, \bar{\sigma}_\theta^*$ は式 (25) と同様に定義されるそれぞれ $U, \theta, \sigma_r^*, \sigma_\theta^*$ の τ に関するラプ

ラス変換を表わす。

Goodier によって導入された熱弾性変位ポテンシャル法によって得られる解は一般的には特解であり境界条件を満足しないが、本報においては式 (20) の無限遠点で温度、応力が零であると云う条件により式 (19) の熱的ならびに力学的境界条件を同時に満足するように積分定数を定めることができる。すなわち、式 (28) は本題のラプラス像空間における無次元温度、変位、応力の一般解であり⁸⁾、式 (24) の境界条件より積分定数が次式のように求められる。

$$C_2 = -\frac{1}{p} \frac{\mu\sqrt{p}+1}{(\mu\sqrt{p})^2}, \quad C_4 = \frac{1}{p} \frac{1}{(\mu\sqrt{p})^2 K_{1/2}(\mu\sqrt{p})} \quad (29)$$

よって、式 (28), (29) より無次元温度、変位、応力がラプラス像空間において次式のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Theta}(R, p) &= \frac{1}{R} \frac{1}{p} e^{-(R-1)\mu\sqrt{p}} \\ \bar{U}(R, p) &= \frac{1}{\mu^2 R^2} \left(\frac{\mu}{p^{3/2}} + \frac{1}{p^2} \right) - \frac{1}{\mu^2 R^2} \left(\frac{\mu R}{p^{3/2}} + \frac{1}{p^2} \right) e^{-(R-1)\mu\sqrt{p}} \\ \bar{\sigma}_r^*(R, p) &= -\frac{2}{\mu^2 R^3} \left(\frac{\mu}{p^{3/2}} + \frac{1}{p^2} \right) + \frac{2}{\mu^2 R^3} \left(\frac{\mu R}{p^{3/2}} + \frac{1}{p^2} \right) e^{-(R-1)\mu\sqrt{p}} \\ \bar{\sigma}_\theta^*(R, p) &= \frac{1}{\mu^2 R^3} \left(\frac{\mu}{p^{3/2}} + \frac{1}{p^2} \right) - \frac{1}{\mu^2 R^3} \left(\frac{\mu^2 R^2}{p} + \frac{\mu R}{p^{3/2}} + \frac{1}{p^2} \right) e^{-(R-1)\mu\sqrt{p}} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

4. 連成準静的解

式 (30) の各式のラプラス逆変換はジョルダンの補助定理により図 2 の閉路積分に置き換えられる。各式は p の 2 個関数を包含しており、 $p=0$ に分岐点を持つ。式 (30) をこの積分路に沿って積分することによって、無次元温度、変位、応力成分が次式のように得られる。

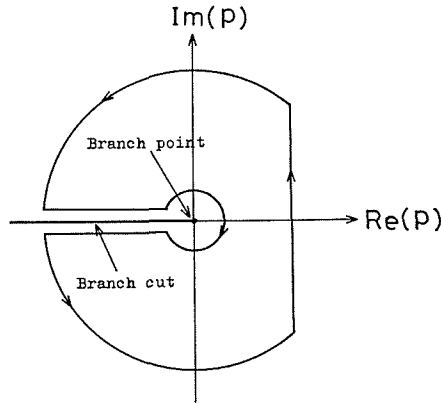


図2 反転積分路

$$\text{温度:} \quad \Theta(R, \tau) = \frac{1}{R} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\mu(R-1)}{2\sqrt{\tau}} \right\} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \text{変位:} \quad U(R, \tau) &= \frac{1}{\mu^2 R^2} \left[\frac{1}{2} (\mu^2 R^2 - 2\tau - \mu^2) \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\mu(R-1)}{2\sqrt{\tau}} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \mu(R+1) \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \exp \left\{ -\frac{\mu^2(R-1)^2}{4\tau} \right\} + \tau + 2\mu \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \right] \end{aligned} \quad (32)$$

$$\text{半径応力:} \quad \sigma_r^*(R, \tau) = -\frac{2}{\mu^2 R^3} \left[\frac{1}{2} (\mu^2 R^3 - 2\tau - \mu^2) \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\mu(R-1)}{2\sqrt{\tau}} \right\} \right.$$

$$-\mu(R+1)\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}\exp\left\{-\frac{\mu^2(R-1)^2}{4\tau}\right\}+\tau+2\mu\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}\quad (33)$$

$$\begin{aligned} \text{周応力: } \sigma_{\theta}^*(R, \tau) = & -\frac{1}{\mu^2 R^3} \left[\frac{1}{2} (\mu^2 R^2 + 2\tau + \mu^2) \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\mu(R-1)}{2\sqrt{\tau}} \right\} \right. \\ & \left. + \mu(R+1) \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \exp \left\{ -\frac{\mu^2(R-1)^2}{4\tau} \right\} - \tau - 2\mu \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \right] \end{aligned} \quad (34)$$

ここで、 $\operatorname{erfc}(z)$ は余誤差関数で次式である。

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} e^{-\lambda^2} d\lambda \quad (35)$$

式 (31)～(34) において、非連成の場合は $\delta=0$ であるから $\mu=1$ となり、始め温度分布をフーリエの熱伝導方程式より求め次に変位の釣合方程式より変位および応力を求めた非連成の場合の E. Sternberg⁷⁾ の結果に一致する。また、定常状態に対しては、すなわち $\tau \rightarrow \infty$ のとき式 (31)～(35) より次式の定常解が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \theta(R, \infty) &= \frac{1}{R}, & U(R, \infty) &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{R^2} \right) \\ \sigma_r^*(R, \infty) &= -\frac{1}{R} \left(1 - \frac{1}{R^2} \right), & \sigma_{\theta}^*(R, \infty) &= -\frac{1}{2R} \left(1 + \frac{1}{R^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

5. 数 値 計 算

実際の金属材料では連成係数の値は、例えば基準絶対温度 T^* が 293°K の場合、次に示すような値である。鉄 ($\delta=0.009$)、銅 ($\delta=0.018$)、アルミニウム ($\delta=0.025$)、鉛 ($\delta=0.062$)。ただし、本報の計算例では熱弾性効果の影響を拡大する意味で連成係数の値を $\delta=0.1$ あるいは $\delta=0.3$ とした。

図3～6において実線は非連成解を示し、破線は $\delta=0.1$ あるいは $\delta=0.3$ の場合の連成解である。

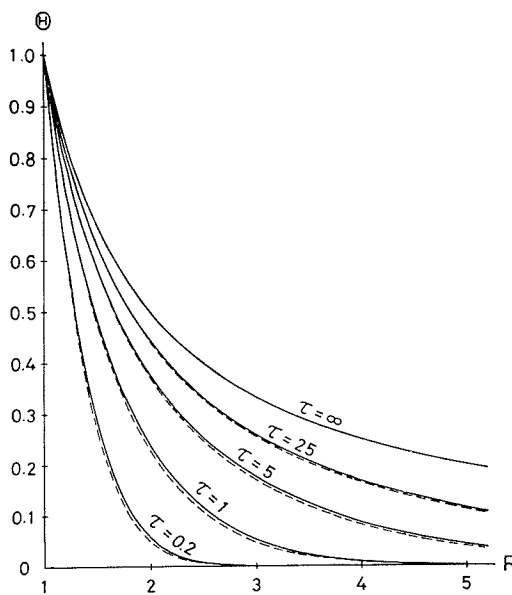


図3 各時刻における温度分布

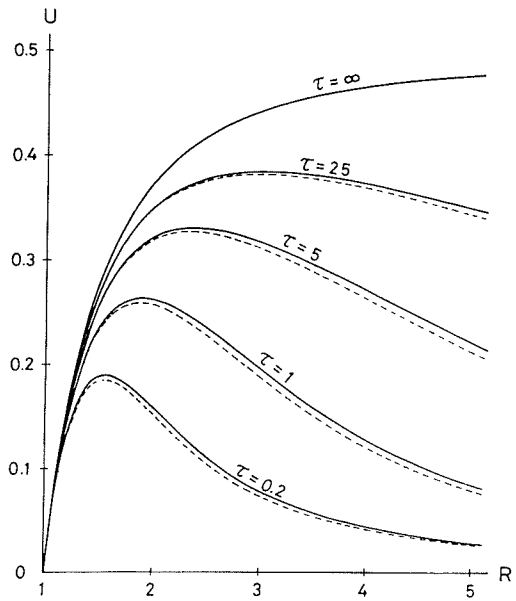


図4 各時刻における変位

図3~6は横軸を無次元半径座標 $R(1 \leq R < \infty)$ として無次元時刻 $\tau = 0.2, 1, 5, 25, \infty$ におけるそれぞれ無次元温度, 変位, 応力成分の分布を示した図である。破線は $\delta = 0.1$ の場合の連成解である。熱弾性効果は温度および変位に対しては本質的に減衰効果であり, また応力に対しても同様な効果となっている様子が見える。また, これらの図からも推察されるように, $R=1$ すなわち球孔面における半径座標 R に対する温度, 変位および応力の勾配は次式で示され,

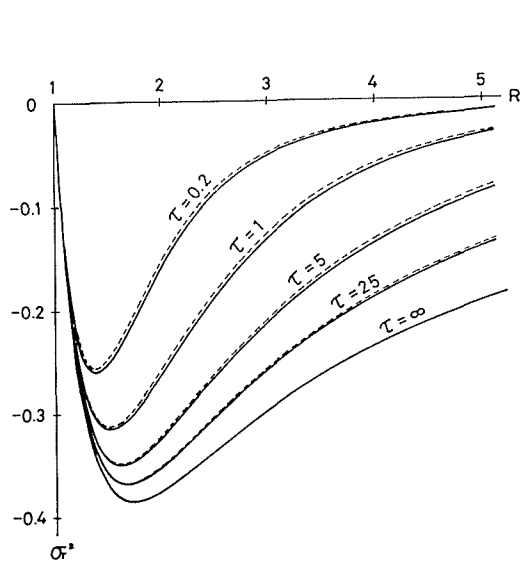


図5 各時刻における半径応力

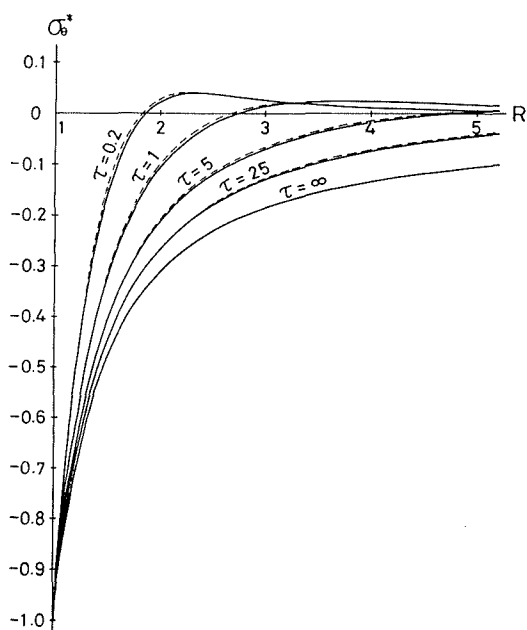


図6 各時刻における周応力

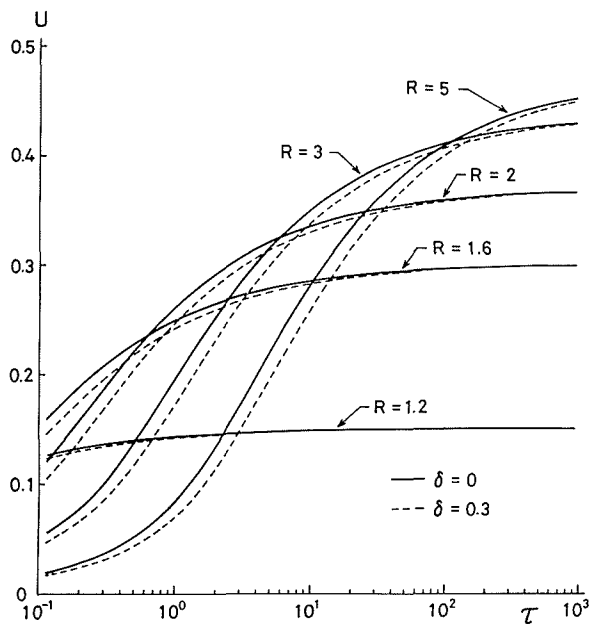


図7 変位の時間的変動

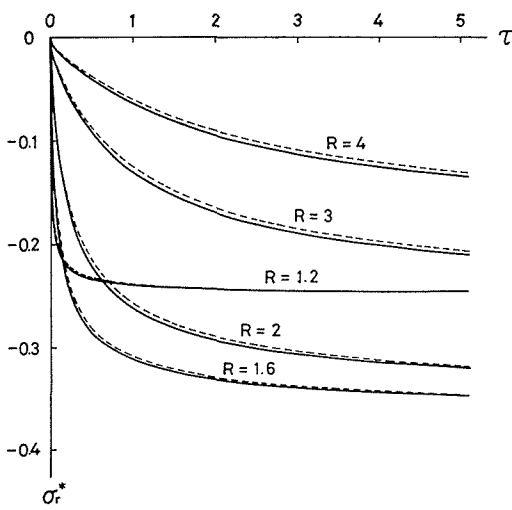


図8 半径応力の時間的変動

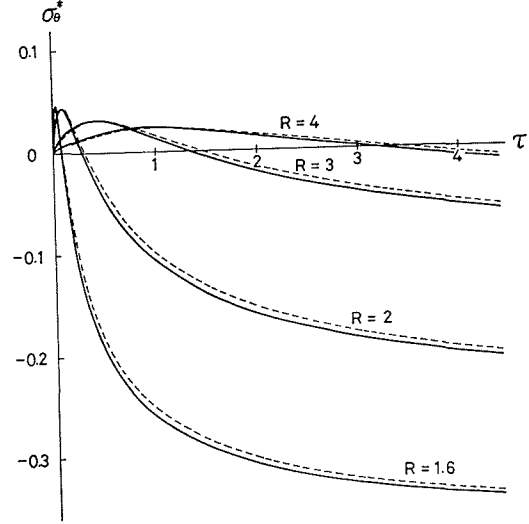


図9 周応力の時間的変動

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right\}_{(1,\tau)} &= -1 - \frac{\mu}{\sqrt{\pi\tau}}, & \left\{ \frac{\partial U}{\partial R} \right\}_{(1,\tau)} &= 1 \\ \left\{ \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial R} \right\}_{(1,\tau)} &= -2, & \left\{ \frac{\partial \sigma_\theta^*}{\partial R} \right\}_{(1,\tau)} &= 2 + \frac{\mu}{\sqrt{\pi\tau}} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

変位ならびに半径応力に関しては時間および連成係数に関係なく常に一定であるが、温度ならびに周応力については時間および連成係数の大きさによって変化する。

図7は半径座標 $R=1.2, 1.6, 2, 3, 5$ における変位の時間的変動を示したもので、時間座標は対数目盛で $\tau=10^{-1} \sim 10^3$ の時間範囲にとってある。破線は連成係数 $\delta=0.3$ の場合であり、それらは時間の経過と共に次第に非連成解に近ずいてゆく。すなわち、境界よりの熱伝導の結果、時間の経過と共に熱弾性効果は次第に打消されてゆくことがわかる。

図8, 9は各半径座標における応力の時間的変動を示したもので、破線の連成解は $\delta=0.1$ の場合である。図中には時間範囲を $\tau \leq 5$ あるいは $\tau \leq 4$ までしか取っていないが図7と同様に連成解は時間の経過と共に次第に非連成解に近ずき、さらに両解は共に各半径座標によって定まる式(36)の定常解に近ずき最終的に一致する。

6. 結 言

球孔を有する無限体とその球孔面にステップ的に一様な持続加熱を受ける場合を連成準静的問題として解析し、非連成の場合と比較して熱弾性効果が熱応力分布に及ぼす影響を検討した結果、次のような結論が得られた。

連成熱弾性問題においては解の重ね合せの法則が成り立たないため、一般には熱弾性変位ポテンシャル法による解法は適用できないが、無限体あるいは半無限体の問題に対しては有効であり、解を容易に求め得る。

温度場とひずみ場の連成によって生ずる熱弾性効果は温度分布および変位分布に対しては本質的に減衰効果であり、また応力分布に対しても同様な効果を示す。

参 考 文 献

- 1) Biot, M. A., J. Appl. Phys., 27-3(1956), 240.

- 2) Lessen, M., J. Mech. Phys. Solids, 5(1956), 57.
- 3) Boley, B. A. & J. Weiner, Theory of Thermal Stress, (1960), John Wiley & Sons.
- 4) 竹内, 熱応力, (昭和46年), 日新出版。
- 5) 台丸谷, 内藤, 日本機械学会論文集, 39-318 (昭和48年), 516.
- 6) 小泉, 中原, 日本機械学会論文集, 30-29 (昭和39年), 103.
- 7) Sternberg, E., Proc. Kon. Ned. Akad. Wetensh., B. 60 (1957), 396.
- 8) 台丸谷, 石川, 日本機械学会論文集, 39-328 (昭和48年), 3543.