北海道大学工学部研究報告
第72号（昭和49年）

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University, No. 72 (1974)

密度流の研究 (4)

── 連行係数と二層間抵抗係数 ──

柏村正和*

（昭和49年3月29日受理）

Studies on Density Current (4)

— On the Relationship between the Coefficients of the Entrainment and the Interfacial Resistance —

Masakazu KASHIWAMURA

(Received March 29, 1974)

Abstract

The mechanism of mixing seems to be one of the most important problems, in connection with the studies on problems of buoyant jet or forced plumes, and numerous work have been made on this subject, from a viewpoint of entrainment current. Here the main stream is considered to set the surrounding fluid in motion, and to entrain it, under the assumption that the velocity of the mainstream is proportional to the velocity of the induced current which mixes into the stream. The coefficient of this proportionality is referred to as the entrainment coefficient, which has proved to be quite useful in the solving of such problems.

On the other hand, there is another approach, particularly on the problems of a two-layer flow, from a viewpoint of balance of forces. For example, the shape of a salt-wedge or its length has been discussed with the shear stress acting on the interface in fresh water and salt water. The coefficient of the interfacial resistance gives the proportionality between the shear stress and the square of the velocity difference of the two layers.

As a result of the theoretical considerations on the loss of the energy head, this paper reveals that those two coefficients, which have been developed in different ways, are essentially of the same character with each other. This conclusion seems to play a very important part to unify the two groups of the different means of studies on effluent problems of the density current.

1. 序文

近年，海中への廃水放出が沿岸環境におよぼす悪影響について大きな関心が集まっている。それに伴い，いろいろな放出技術が提案されているが，例えば強制噴流方式，自然放流方式，浮上プリューム方式等が力学的に比較検討されて，それぞれの得失を実験的に，理論的に，調べる努力が払われてきている。

これらの研究では，Morton 等[1]によって使われ出した連行流，あるいは連行係数の考え方

---

* 数物系共通，工業力学第二講座

が，流体の混合とか，密度や濃度の希釈を取り扱う際にはきわめて便利であるため，今日，広く用いられてきている。

さて一方，密度を異にする二流体間の力の平衡を問題にするような場合，たとえば淡水と塩水の間のせん断応力とか，それによって支配される塩水くさびの形状，あるいはその長さ等の問題では，通常混合は二次的に考えられ，主として二層間の抵抗係数の取り方をいかにすべきか，ということが関心事であって，この方面の研究は現在もなお連綿として継続されている。

しかし，これらの二つの方向の研究は，見かけ上は別の種類の問題と考えられやすいが，筆者には，実は全く同じ現象を違った角度からみているにすぎないように思われる。二層の速度差がせん断応力を発生せしめ，その結果，連行とか混合が生ずると考えられからである。すなわち，二層間の連行係数と抵抗係数との間には，何等かの関係があってしかるべきであろう。

筆者が，河口流出，塩水くさび，あるいは浮上プリュームの問題を，連行係数の考え方と，二層間抵抗係数の考え方と両方から取り扱い，比較した結果，この両係数がほとんど同一の性質のものであることが判った。この結果は非常に大きな示唆を与える。つまり例を塩水くさびに取るならば，くさびの長さが与えられれば，全く同時に，表層淡水中の塩分が予測されるというように，二層の間の力学問題と濃度希釈または混合との問題が連結される結果をもたらすからである。

以下，この事情を詳細に述べてみたい。

2. 連行の考えに立った河口流出の方程式

淡水，塩水二層間の混合を全く無視した理想的な場合には，せん断力も無視できるので下層の塩水は静止しているとして扱うことができる。その場合，次の式

$$\frac{1}{2}q^2+\varepsilon gh=H=\mathrm{const}. \tag{1}$$

が成り立つことは，よく知られている[2)]。q は淡水の流速，h はその厚さ，ε は，$\varepsilon=1-(\rho/\rho_0)$ で示される無次元量で，ρ は淡水密度，ρ_0 は海水の密度である。g は重力加速度を表わす。

(1) 式は Bernoulli の定理に類似の形式を持つ密度流に特有の式である。従ってこの項を H とおいてみると，以上のような理想的二流体にあっては，H は一定であるが，かりに二層間の抵抗とか混合を生ずる場合は，H は保存されず，次第に減少せねばならないであろう。つまり，実際には，

$$\frac{1}{2}q^2+\varepsilon gh+W=\mathrm{const}. \tag{2}$$

となるべきものである。W は損失項を表わし，時間，または距離と共に増大して行くと考えられる。単位距離当たりの損失 dW/dx (x は流れの方向に測った距離) は，(2) 式から

$$\frac{dW}{dx}=-\frac{dH}{dx} \tag{3}$$

として表わすことができる。

以上を前段として，連行の考え方に立って方程式を作り，(3) 式を用いて連行に伴なう単位距離当たりの損失を見積ってみよう。

表層水が河口を出て，密度 ρ を次第に増しながら，流速 q，厚さ h で，図-1 の如く流れるものとする。ここで連行の考え方を導入し，「表層水は，密度 ρ_0 の下層の海水を，毎秒 V の速度で連行し，$V=Eq$ の関係が成り立っている」ものと仮定する。ここに，E は連行係数と呼ばれる

ものである。

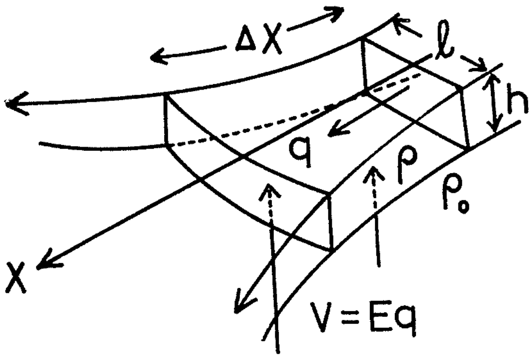
このとき，流れの体積の連続性，および質量の連続性，ならびに運動量の変化について，つぎの3式が得られる[3]。

$$\frac{d(qhl)}{dx}=Vl=Eql \quad (4)$$

$$\frac{d(\rho qhl)}{dx}=\rho_0 Vl=\rho_0 Eql \quad (5)$$

$$\frac{d(\rho q^2hl)}{dx}=-(\rho_0-\rho)\,ghl\frac{dh}{dx} \quad (6)$$

(6)式の左辺には，連行される海水に与えられる運動量の分も含まれているので，



図—1　河口流出の状況図

せん断力の項は，見掛け上現われて来ない。以上(4)〜(6)の各式はつぎのように変形しておくと，運算上便利である。

$$\frac{dq}{q}+\frac{dh}{h}+\frac{dl}{l}=\frac{E}{h}dx \quad (4')$$

$$\frac{d\rho}{\rho}+\frac{dq}{q}+\frac{dh}{h}+\frac{dl}{l}=\frac{\rho_0}{\rho}\frac{E}{h}dx \quad (5')$$

$$\frac{d\rho}{\rho}+2\frac{dq}{q}+\frac{dh}{h}+\frac{dl}{l}=-\frac{\rho_0-\rho}{\rho}g\frac{dh}{q^2} \quad (6')$$

理想的な非混合二流体の場合と異なって，表層密度 ρ は今度は変量となる。従って ρ の代りに，$\varepsilon=1-(\rho/\rho_0)$ を用いると ε もまた変量であり，x の増加と共に減少する関数にならねばならない。

まず，(5′)式から(4′)式を引き，$d\rho=-\rho_0 d\varepsilon$ なることに気をつけて変形すると次式を得る。

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}=-\frac{E}{h}dx \quad (7)$$

これは，連行が盛んになると，表層濃度が急速に高まることを表わしており，また表層厚が小さいと，いいかえれば淡水流量が少ないときは，距離当たりの濃度変化が大きいという，いずれも，現地観測の経験と合致した内容を示している。あるいは，この式を逆用して現地観測の結果から左辺および h を求め，連行係数 E を求めるのにも便利な式である。たとえば昭和43年8月に筆者等の行なった石狩川河口附近の縦断観測から，とくに川の流心に沿った ε および h の変化を調べ，E を算出してみると，表-1のようになる。

これによってみると，ε は河口を境にして急速に減少すること，つまり表層中の塩分濃度が急速に増大することが判る。また連行係数は決して，一定値を保つものではなく，この場合沖に向かって増大していることが判る。連行係数は Ellison-Turner[4] によればリチャードソン数 R_i の関数として考えられており，R_i が約0.8以上ではほとんど0になり，R_i が0で約0.075[5] の値をとるとされている。

表—1

河口からの距離 (m)	ε	h (m)	E
−1000	0.0208	2.65	6.37×10^{-5}
− 500	0.0206	2.38	8.67×10^{-5}
0	0.0194	1.69	3.48×10^{-4}
+ 500	0.0167	1.05	3.93×10^{-4}
+1000	0.0122	1.02	8.99×10^{-4}

R_i は元来，密度勾配を有する流体が重力場で安定な成層に戻ろうとする作用と，乱れによって成層を破壊しようとする作用との比の如き

ものであって，R_i の大小は，成層の安定，不安定を判断する指標となっている。水理学的に大雑把にとらえると二層流での R_i は，つぎに定義される内部フルード数 F_i の逆数として扱われている*。

$$F_i=\frac{q^2}{\varepsilon gh} \tag{8}$$

河口を境として川の内外で二層が形成されるとき，F_i は川の内側では1より小さく，河口で1に等しくなり，河口を出て沖に向かっては1より次第に大きくなるものと考えられているので，R_i に置き換えて考えると沖に向かって R_i は小さくなり従って E が増大する傾向がみられるのは，Eillison-Turner の結果からみても自然ということができよう。

つぎに，エネルギー損失に関する重要な関係式を導く。(6′) 式から (5′) 式を差し引く。

$$\frac{dq}{q}+\frac{\rho_0-\rho}{\rho}g\frac{dh}{q^2}+\frac{\rho_0}{\rho}\frac{E}{h}dx=0$$

この式の中で，ρ_0 と ρ とは値がきわめて近いのが普通で，通常の淡水では $\rho\fallingdotseq 1$ C.G.S. 海水では $\rho_0\fallingdotseq 1.02$ C.G.S. の程度なので，つぎのような近似化，$(\rho_0-\rho)/\rho\fallingdotseq(\rho_0-\rho)/\rho_0=\varepsilon$，$\rho_0/\rho\fallingdotseq 1$ を採用する。故に，

$$qdq+\varepsilon gdh+q^2\frac{E}{h}dx=0\ .$$

となる。これを変形して

$$d\left(\frac{1}{2}q^2+\varepsilon gh\right)-ghd\varepsilon+q^2\frac{E}{h}dx=0$$

とし，(7) 式を第2項に代入して整頓すると次式を得る。

$$d\left(\frac{1}{2}q^2+\varepsilon gh\right)=-\varepsilon gE(1+F_i)\,dx \tag{9}$$

左辺は H の全微分 {(1) 式参照} に他ならないから (3) 式によって，単位距離当たりの損失項 dW/dx はつぎのように表わすことができる。すなわち

$$\frac{dW}{dx}=\varepsilon gE(1+F_i) \tag{10}$$

これが，連行流の考えに立った時に誘導される損失頭勾配である。この式も，E の増加や，F_i の増加に伴って損失が増大する経験事実をよく表わしていると思われる。

3. 抵抗係数の考えに立った河口流出の方程式

今度は，連行の考え方を捨てて，従来よく取られていた二層間抵抗係数の考え方に立って (10) 式と同様に，損失頭勾配の表現を求めてみよう。

河口を流出する時には，表層は平面的に四方へ拡がっていくが，座標を自然座標にとり，表層の流れの方向を x 軸にとれば，淡水と海水，それぞれについてつぎのような二つの式が容易に得られる[6)]。

$$q\frac{\partial q}{\partial x}+g\left(\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\partial h_s}{\partial x}+I_b\right)+\frac{\tau}{\rho h}=0 \tag{11}$$

* F_i は，$F_i=q/\sqrt{\varepsilon gh}$ として定義される場合が多いが，式の運用上は (8) 式のように定義しておいた方が便利である。

$$g\left(\frac{\rho}{\rho_0}\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\partial h_s}{\partial x}+I_b\right)-\frac{\tau}{\rho_0 h_s}=0 \tag{12}$$

ここに，海水は静止し，流れは定常と仮定してある。τ は二層間のせん断応力であり，h は淡水の厚さ，h_s は海水の厚さ，I_b は x 方向の河床または海底の勾配を表わしている。

(11) 式と (12) 式の差をとれば，

$$q\frac{\partial q}{\partial x}+\varepsilon g\frac{\partial h}{\partial x}+\tau\left(\frac{1}{\rho h}+\frac{1}{\rho_0 h_s}\right)=0 \tag{13}$$

これが淡水の運動方程式であるが，τ の評価については従来の例にならって

$$\tau=\frac{\rho+\rho_0}{2}\frac{f_i}{2}q^2 \tag{14}$$

とおけるものとする。f_i が二層間抵抗係数と呼ばれ，現在，内部フルード数や，レイノルズ数のいかなる関数になるのか，論議が長年に亘って続けられているものである[7]。

(14) 式を (13) 式に代入して変形すると，

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}q^2+\varepsilon gh\right)-gh\frac{d\varepsilon}{dx}+\frac{\rho+\rho_0}{2}\frac{f_i}{2}q^2\left(\frac{1}{\rho h}+\frac{1}{\rho_0 h_s}\right)=0$$

ここに，表層の塩分が距離と共に変化し得るものとして，ε を変量とした。第1項は H の距離微分に他ならないから，(3) 式を用いて，

$$\frac{dW}{dx}=\frac{\rho+\rho_0}{2}\frac{f_i}{2}q^2\left(\frac{1}{\rho h}+\frac{1}{\rho_0 h_s}\right)-gh\frac{d\varepsilon}{dx} \tag{15}$$

を得る。これが二層間抵抗係数を用いて誘導した損失頭勾配の式である。

(10) 式のように，連行係数の考え方から誘導した損失頭勾配は本来 (15) 式と等しくなければならない筈である。従って (10) 式と (15) 式とを等しいと置いて，連行係数 E と，二層間抵抗係数 f_i との間の関係を求めてみよう。

(10) 式と (15) 式とを等置すれば，

$$\varepsilon gE(1+F_i)=\frac{\rho+\rho_0}{2}\frac{f_i}{2}q^2\left(\frac{1}{\rho h}+\frac{1}{\rho_0 h_s}\right)-gh\frac{d\varepsilon}{dx}$$

を得る。右辺第2項に，(7) 式を代入して変形すると，

$$\varepsilon gEF_i=\frac{\rho+\rho_0}{2}\frac{f_i}{2}q^2\left(\frac{1}{\rho h}+\frac{1}{\rho_0 h_s}\right)$$

ここに $\rho\fallingdotseq\rho_0$ とおいて，E を求めると

$$E=\frac{1}{\varepsilon gF_i}\frac{f_i}{2}q^2\left(\frac{1}{h}+\frac{1}{h_s}\right)$$

さらに，$q^2=F_i\varepsilon gh$ であることに気をつければ，

$$E=\frac{f_i}{2}\left(1+\frac{h}{h_s}\right) \tag{16}$$

を得る。この式が連行係数と二層間抵抗係数の間の関係を表わす式であり，両者がほとんど同質のものであることが判る。とくに淡水が河口を出て，はるか沖に至ると $h\ll h_s$ の条件が成り立つので，

$$E\fallingdotseq\frac{f_i}{2} \tag{17}$$

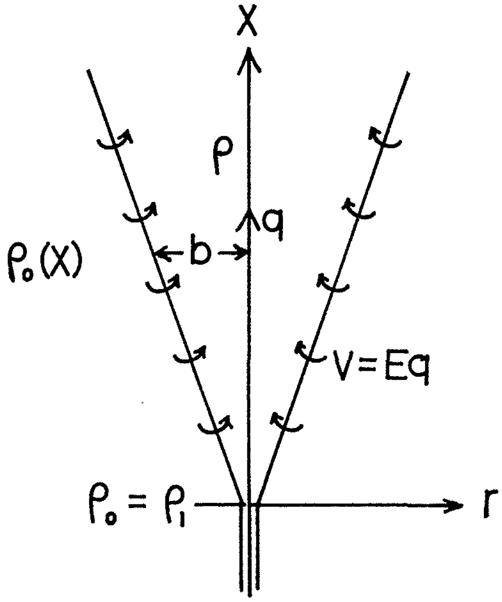
と見なすことができる。

以上の結論は，重大な内容を含んでいる。つまり，従来，連行の考え方と，二層間抵抗係数の考え方とは，その出発点も視野も異なり，前述したように，連行は，濃度の希釈を念頭に置き発展したものであるのに対し，二層間抵抗係数は二層流体の力学的平衡を模索する観点から出発したものである。従って，現在二層間抵抗係数と連行係数とは全く別個にその性質が調べられて来ている。まだ両者とも，実験が十分といえないために，全体的には性質が明らかになったとはいい難い。この意味から，上のように両者の関係が明らかになったことはきわめて意味のあるものと考えられるのである。さらに，たとえば塩水くさびを例にとるならば，塩水くさびの長さを実測すれば，二層間平均抵抗係数が逆算され，それに上の関係をあてはめて連行係数の程度が判ることになるので，表層の塩分濃度の程度が大体予測できることになるわけであって，力学的状態を知れば水質的な状態を，あるいはその逆に，水質分布から二層の力学的状態を予測できるということになるのである。

以上の考えは，一部を既に発表したが[8]，ここでは，さらに，浮上プリュームの場合にもほとんど同様の関係が成り立って来ることを次節に示したい。

4.　浮上プリュームの場合

海底から廃水を上向きに放出する場合，通常廃水は海水に比し密度が小さいので，浮力により加速度的に浮上する。その際周囲の海水を連行して自らの中へとり入れ，次第に密度が高まり，浮力が漸減する。海水自体の密度が鉛直方向に分布しているときは，放出した水が下層の海水をとり入れて密度が高まり，周囲の海水と同一密度になる高さで浮力を失ない，今度は横方向へ拡がっていくこともよく知られている。これら放出された水の流束をプリュームと称している。



図—2　浮上プリュームの状況図

Morton 等により[1]，図-2 のような浮上プリュームの運動が解析されている。プリュームの断面は円形とし，断面平均流速 q に比例した速度で周囲の海水を連行，自らの中へ取り入れるものとして取り扱っている。方程式は，体積保存，運動量保存，質量欠損など，前節と同様な三種の式がつぎのように与えられている。

$$\frac{d}{dx}(\pi b^2 q) = 2\pi b E q \tag{18}$$

$$\frac{d}{dx}(\pi b^2 q^2 \rho) = \pi b^2 g(\rho_0 - \rho) \tag{19}$$

$$\frac{d}{dx}\left\{\pi b^2 q(\rho_1 - \rho)\right\} = 2\pi b E q(\rho_1 - \rho_0) \tag{20}$$

ここに，E は連行係数，b はプリュームの半径，ρ はプリュームの密度，ρ_0 は周囲の水の密度である。ρ も ρ_0 も一般には高さ x の関数である。ρ_1 は $x=0$，つまりプリューム放出口における ρ_0 の値を示す。

今，問題を簡単にするため，周囲の水は成層せず，密度 $\rho_0=\rho_1$ (一定) の場合を考える。この条件を入れて，(18)〜(20) 式を書き代えると，

$$\frac{d}{dx}(b^2q)=2Ebq \tag{18'}$$

$$\frac{d}{dx}(b^2q^2\rho)=b^2(\rho_1-\rho)g \tag{19'}$$

$$\frac{d}{dx}\left\{b^2q(\rho_1-\rho)\right\}=2bEq(\rho_1-\rho_1)=0 \tag{20'}$$

となる。前の場合にならって，$\varepsilon=1-(\rho/\rho_1)$ として，さらに書き直すと，

$$\frac{d}{dx}(b^2q)=2Ebq \tag{18''}$$

$$\frac{d}{dx}\left\{b^2q^2(1-\varepsilon)\right\}=b^2\varepsilon g \tag{19''}$$

$$\frac{d}{dx}(b^2q\varepsilon)=0 \tag{20''}$$

を得る。これを河口流出の時と同様につぎのように直しておくと運算に便利である。

$$2\frac{db}{b}+\frac{dq}{q}=\frac{2E}{b}dx \tag{18'''}$$

$$2\frac{db}{b}+2\frac{dq}{q}-\frac{d\varepsilon}{1-\varepsilon}=\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\frac{g}{q^2}dx \tag{19'''}$$

$$2\frac{db}{b}+\frac{dq}{q}+\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}=0 \tag{20'''}$$

(18‴) と (20‴) との差をとると

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}=-\frac{2E}{b}dx \tag{21}$$

を得る。これは河口流出の場合の (7) 式に相当する式で，プリュームの密度変化と連行係数との関係を示す重要な式である。

(19‴) 式から (18‴) 式を引き，(21) 式を代入して，$d\varepsilon$ を消去すると，

$$qdq-\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}gdx=-\frac{2E}{b(1-\varepsilon)}q^2dx \tag{22}$$

を得る。これが浮上プリュームのエネルギー損失を見積る基本式である。連行係数 E がもし0であれば，プリュームは密度を保存するので ε は一定となり，

$$\frac{1}{2}q^2-\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}gx=\text{const}. \tag{23}$$

となる。第2項はポテンシァルエネルギーに相当する項であるが，x の増加と共に負の方向へ減少して行く。そのため，プリュームの速度 q は際限なく増大することが判り，それに伴い，プリュームの半径も小さくなって行くことが予想される。現実には (22) 式のように E が存在するために，速度は無制限には大きくなり得ない。この辺の運動については Morton 等が既に論じている。

以上，連行の考えに立って (22) 式を誘導したが，今度はプリュームと周囲の水との抵抗を考慮した運動方程式から (22) 式と同様な式を求めて比較してみよう。

図-2 のように，周囲の一定密度 ρ_1 の水の中へ連続的に放出されるプリュームの運動方程式を立ててみる。これは軸対称流であるから，軸，つまり鉛直上方に x 軸（原点は放出口とする），それに直角に r 軸をとれば，運動方程式はつぎのようになる。

$$q\frac{\partial q}{\partial x}=-g-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{A}{\rho}\frac{\partial q}{\partial x}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{A}{\rho}\frac{\partial q}{\partial r}\right) \tag{24}$$

$$0=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} \tag{25}$$

ここに，速度の r 成分は小さいものとし無視した。p は圧力，A は渦動粘性係数である。また，(24) 式右辺の第 3 項と第 4 項とでは，通常よく行なわれるように，今，問題になっているのは，プリュームと周囲の水とのせん断応力であり，第 3 項は第 4 項に比し無視できるような場合について考えていくことにする。

(25) 式から，プリューム内では圧力は横方向には一定であることが判る。しかも圧力は周囲の水と連続していなければならず，従って，圧力 p は次式で与えられる。

$$p=\rho_1 g(H-x) \tag{26}$$

ここに，H は周囲の水の水深である。これを (24) 式に代入し，前述のように (24) 式右辺第 3 項を取り除いて整頓すれば，

$$\begin{aligned}q\frac{\partial q}{\partial x}&=-g+\frac{\rho_1}{\rho}g+\frac{1}{\rho r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rA\frac{\partial q}{\partial r}\right)\\&=\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}g+\frac{1}{\rho r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rA\frac{\partial q}{\partial r}\right)\end{aligned}$$

この式全体に $2\pi r$ を乗じ，r について 0 からプリューム半径 b まで積分し，プリューム断面積 πb^2 で除すと，つぎのようになる。ただし，q, ρ はプリューム中では r 方向には一定として簡略化する。

$$\begin{aligned}q\frac{dq}{dx}-\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}g&=\frac{1}{\pi b^2}\cdot 2\pi\left[\frac{1}{\rho}rA\frac{\partial q}{\partial r}\right]_0^b\\&=\frac{2}{\rho b^2}\cdot b\tau=\frac{2\tau}{\rho b}\end{aligned} \tag{27}$$

ただし，

$$\left[A\frac{\partial q}{\partial r}\right]_{r=b}=\tau$$

とおいた。

τ は，プリュームと周囲の水との間のせん断応力を表わすので，塩水くさびの理論で用いられている形式，

$$\tau=-\frac{\rho_1+\rho}{2}\frac{f_i}{2}q^2 \tag{28}$$

を採用することにする。ここに負の符号をつけたのは，プリュームに対し，せん断応力は常に x の負の方向に向いているからである。

(28) 式を (27) 式に代入すれば次式を得る。

$$qdq-\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}gdx=-\frac{f_i(2-\varepsilon)}{2b(1-\varepsilon)}q^2dx \tag{29}$$

これが，運動方程式の方から求められたエネルギー損失を見積る基本式であり，連行係数を考慮して誘導された(22)式に対応するものである。(22)式と(29)式の左辺は，どちらも全く同じ形式であるから，右辺同士を等しいと置ける。すなわち，

$$-\frac{2E}{b(1-\varepsilon)}q^2dx=-\frac{f_i(2-\varepsilon)}{2b(1-\varepsilon)}q^2dx$$

を得る。これを整頓すれば，

$$E=\frac{f_i}{2}\left(1-\frac{\varepsilon}{2}\right)\doteqdot\frac{f_i}{2} \tag{30}$$

という結論が得られる。

すなわち，プリュームの場合の連行係数 E は，河口流出の場合の E では淡水厚と海水厚との比が若干関係していたのに対して，プリュームと周囲の水の密度差が若干関係している点が異なるが，ほとんど抵抗係数と同質のものであることが，この場合も結論される。

5. 結　　論

河口流出とか塩水くさびのような二層密度流の場合でも，海底から放出される廃水の鉛直プリュームの場合でも，従来，淡水中の塩分濃度を問題にするときは，連行流の考え方をとり，二層の境の形状など力学的平衡を扱うときには，二層間のせん断応力を考えるというように別々に考えられて来たのに対して，本論文は，それらが全く同一の現象を異なる角度からみているのに過ぎないことを明らかにした。すなわち連行流の考えに立つ連行係数 E と，力の平衡に立って考える二層間抵抗係数 f_i との間には，$E\doteqdot f_i/2$ なる関係が成り立つことを，エネルギー損失の比較から誘導した。

このことは，本文中でも示唆したように両者別々に研究されている現状を変えて，両者を結合する方向へ今後の研究が進むことを示している。両者の出発点が異なっていたために，それぞれが別個に発展して来たのであるが，これを例えるならば，慣性系と回転系とでは加速度の表現が違って来るのにもかかわらず，加速度の表現を同一のものとして，力の項に遠心力とかコリオリ力を附加して考えている地球上の運動方程式の習慣と似ているといえよう。すなわち，連行流では，主流が周囲の流体を連行することを出発点にしており，このことはとりも直さず，連行流のエネルギーが，主流の駆動力から吐き出されていることを意味する。従って主流の駆動力はその分だけブレーキがかかることになり，これがせん断応力に相当すると考えられる。従って，始めから連行流を考えることと，主流にせん断応力が附加されると考えることとは同一の現象と考えることができるであろう。

石狩川の実測から求めた連行係数の数値と二層間抵抗係数の数値とは，オーダーの点で完全に一致しており，このことを裏書きしているといえよう。今後さらに従来の実測結果をくわしく整理してもっと進んだ詳細な検討を試みたい。

文　　献

1) Morton, B. R., Taylor, Sir G. and Turner, J. S.: Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources, Proc. Roy. Soc., A. Vol. 234, 1956.
2) 柏村正和: 河口二層流の海上での挙動，土木学会第27回年次学術講演会講演概要集，第2部，昭和47年10月，p. 119.
3) 柏村正和: 河口流出機構の考察，土木学会第28回年次学術講演会講演概要集，第2部，昭和48年10月，p. 363.

4) Ellison, T. H. and Turner, J. S.: Turbulent entrainment in stratified flows, J. Fluid Mechanics, Vol. 6, 1959.

5) 椿東一郎, 小松利光: 密度噴流に於ける連行作用について, 土木学会第27回年次学術講演会講演概要集, 第2部, 昭和47年10月, p. 107.

6) 柏村正和: 河口に於ける二重水層 (2), 北大工学部研究報告, 第28号, 昭和37年3月.

7) 「水理公式集」土木学会編, 昭和46年改訂版, p. 583.

8) 柏村正和: 河口流出における密度流効果, 第18回水理講演会講演集, 昭和49年2月, p. 221.